



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$ являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| + \left|x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| \leq 4$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle BCA = 50^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2 & (1) \\ yz = -2x + x^2 & (2) \\ zx = -2y + y^2 & (3) \end{cases} \quad \begin{cases} z-2 = \frac{xy}{z} \\ x-2 = \frac{yz}{x} \\ y-2 = \frac{xz}{y} \end{cases}$$

$$I = (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \frac{(xy)^2}{z^2} + \frac{(yz)^2}{x^2} + \frac{(xz)^2}{y^2} = \frac{(xyz)^2}{z^2} + \frac{(xyz)^2}{x^2} + \frac{(xyz)^2}{y^2} = \frac{(xyz)^2}{x^2} + \frac{(xyz)^2}{y^2} + \frac{(xyz)^2}{z^2}$$

Т.к. $x, y, z \neq 0$.

$$\begin{aligned} (2) & \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{x-2}{y} \\ (3) & \Rightarrow \frac{z}{y} = \frac{y-2}{z} \end{aligned}$$

$$I = (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \frac{(yz)^2}{x^2} + \frac{(xz)^2}{y^2} + \frac{(xy)^2}{z^2}$$

$$= x^2 - 4x + 4 + y^2 - 4y + 4 + z^2 - 4z + 4 = 12 + xy + xz + yz$$

$$= x^2 - 4x + 4 + y^2 - 4y + 4 + z^2 - 4z + 4 = yz + xz + xy + 12 - 4x - 4y - 4z$$

$$= yz + xz + xy + 12 - x^2 - y^2 - z^2 = \text{используем } z \text{ - минимальный}$$

$$I = \frac{(yz)^2}{x^2} + \frac{(xz)^2}{y^2} + \frac{(xy)^2}{z^2} \geq 3 \sqrt[3]{\frac{(yz)^2 (xz)^2 (xy)^2}{x^2 y^2 z^2}} = 3 \sqrt[3]{x^2 y^2 z^2} = 3xyz$$

$\left(\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc} \right)$
 $a=b=c$
 $\Rightarrow$ среднее



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

12)

$$n = 10^{30001} - 1 = \underbrace{9 \dots 9}_{30001} \quad ((a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3)$$

↓

$$n^3 = (10^{30001} - 1)^3 = 10^{90003} - 3 \cdot 10^{60002} + 3 \cdot 10^{30001} - 1 =$$

$$= \underbrace{10^{60002} (10^{30001} - 3)}_{//} + \underbrace{3 \cdot 10^{30001} - 1}_{//}$$

$$\underbrace{9 \dots 9}_{30000} \underbrace{700 \dots 0}_{60002} + \underbrace{299 \dots 9}_{30000} = \underbrace{9 \dots 9}_{30000} \underbrace{70 \dots 0}_{31000} \underbrace{0299}_{30000}$$

↓

Ответ: 60000.

$N_9 = 60000$

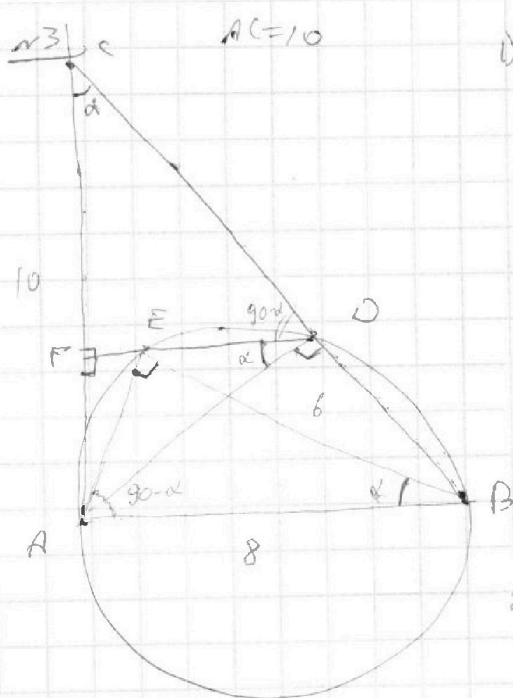


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Пусть $\angle FEA = \alpha$.

$$\angle FDC = 180 - 90 - \alpha = 90 - \alpha$$

$$\angle FCD = \alpha$$

$\triangle FCD \sim \triangle FEA$
(по углам)

$$\frac{FD}{AF} = \frac{FC}{FD}$$

$$FD^2 = FC \cdot AF$$

$$FD = \sqrt{FC \cdot AF}$$

2) $\angle AEB = 90^\circ$

т.к. опирается
на диаметр AB;

$$\angle EBA = \angle EDA = \alpha$$

$$\angle AEB = \angle AFD = 90^\circ$$

$\triangle AFD \sim \triangle AEB$ (по двум углам)

$$3) AF + FC = AC = 10$$

$$AF + \frac{36}{28} AF = 10$$

$$AF \left(1 + \frac{9}{7}\right) = 10$$

$$AF \left(\frac{16}{7}\right) = 10$$

ответ: $AF = \frac{7}{16}$

(из т. Пифагора в $\triangle AEB$)
 $AE = \sqrt{AB^2 - EB^2} = \sqrt{28}$

$$\frac{AE}{AF} = \frac{BE}{FD}$$

$$\frac{\sqrt{28}}{AF} = \frac{6}{\sqrt{FC \cdot AF}}$$

$$\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{AF}} = \frac{6}{\sqrt{FC}}$$

$$\frac{AF}{FC} = \frac{28}{36} \quad AF = \frac{28}{36} FC$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

нч

Пусть всего n коробок

P_1 - вероятность победы при начальных усл

P_2 - вер-ть победы при 2-х условиях

1-ые усл-ия: Кол-во способов выбрать выигрышный набор из 5 шариков, где должны лежать 3 победных шарика, которые лежат в 6 коробках, которые лежат в 6 коробках

т.е. C_{n-3}^2 , т.к. 3 коробки обязательно должны быть в этом наборе, а остальные 2 - произвольные из оставшихся

Кол-во всевозможных наборов из 5 шариков: C_n^5

$$P_1 = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{(n-3)(n-4) \cdot 5!}{2 \cdot (n) \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot (n-4)} = \frac{60}{n(n-1)(n-2)(n-3)}$$

2-ые условия:

Из аналогичных соображений (из 1-го случая)

Кол-во выигрышных наборов коробок = C_{n-3}^4

Кол-во всевозможных наборов = C_n^4

$$P_2 = \frac{C_{n-3}^4}{C_n^4} = \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{24} \cdot \frac{4!}{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)} = \frac{4!}{24 n(n-1)(n-2)}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{4!}{24 \cdot 60} = \frac{4 \cdot 6 \cdot 5}{60} = \frac{4 \cdot 5}{10} = \frac{4}{2} = 3,5 \text{ раз}$$

Ответ: в 3,5 раз



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) (1) $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 2 = 0$. Корни: x_1, x_2

(2) $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$ Корни: x_3, x_4

Пусть a_1 - первый элемент прогрессии

тогда без отг. обобщим: $x_1 = a_1 + 5d$

$x_2 = a_1 + 6d$

Тогда из теоремы

Виета для (1):

$x_2 = a_1 + 3d$

$x_1 + x_2 = -(-a^2 - 2a)$

$x_4 = a_1 + 8d$

$x_1 + x_2 = a^2 - 2a$

$2a_1 + 11d = a^2 - 2a$

Аналогично из т. Виета для (2):

$x_3 + x_4 = a^3 - 2a^2$

Заметим, что $x_1 + x_2 = x_3 + x_4$ $2a_1 + 11d = a^3 - 2a^2$

Тогда $a^2 - 2a = a^3 - 2a^2$

$a^2 - 2a - a(a^2 - 2a) = 0$

$(a^2 - 2a)(1 - a) = 0$

$$\begin{cases} a = 1 \\ a^2 = 2a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 2 \\ a = 0 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☒6
☐7
☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Проверим, если значения $\begin{cases} a=0 \\ a=1 \\ a=2 \end{cases}$ удов. условию.

① $a=0$

$$(1): x^2 - 4 = 0$$

$$x_1 = -\sqrt{4}$$

$$x_2 = \sqrt{4}$$

$$(2): 3x^2 + 6 = 0$$

$$x^2 = -2 - \emptyset \quad a=0 \text{ не удов. условию}$$

② $a=1$

$$(1): x^2 + x - 4 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 4 = 29$$

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{29}}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{29}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-1 - \sqrt{29}}{2} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{29}}{2} \Rightarrow d = \sqrt{29}$$

$$(2): 3x^2 + x + 5 = 0$$

$$D = 1 - 4 \cdot 5 < 0 \Rightarrow \emptyset - \text{не удов. усл.}$$

③ $a=2$

$$(1): x^2 - 5 = 0$$

$$x = \pm\sqrt{5}$$

$$x_1 = -\sqrt{5} = a_4$$

$$x_2 = \sqrt{5} = a_6$$

$$d = 2\sqrt{5}$$

$$d = \frac{a_6 - a_4}{2} = \frac{\sqrt{5} - (-\sqrt{5})}{2} = \frac{\sqrt{20}}{2}$$

$$(2): 3x^2 - 26 = 0$$

$$x^2 = \frac{26}{3}$$

$$x_1 = \sqrt{\frac{26}{3}} = a_9$$

$$x_2 = \sqrt{\frac{26}{3}} = a_{10}$$

$$d = \frac{-\sqrt{\frac{26}{3}} - \sqrt{\frac{26}{3}}}{2} = -\frac{2\sqrt{\frac{26}{3}}}{2} = -\frac{2\sqrt{26}}{3\sqrt{3}}$$

$$\frac{\sqrt{5} - \sqrt{\frac{26}{3}}}{2} \neq -\frac{2\sqrt{26}}{3\sqrt{3}}$$

Ответ: не существует таких a .



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{5}{|x-10+\frac{y}{2\sqrt{3}}|+|x-10-\frac{y}{2\sqrt{3}}| \leq 4 \quad \left(\frac{1}{2} \sqrt{3} - \cos 60^\circ \right)$$

Рассмотрим случаи:

1) + + : (оба скобки
оба выражения > 0)

$$\begin{cases} x-10+\frac{y}{2\sqrt{3}} > 0 \\ x-10-\frac{y}{2\sqrt{3}} > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y > -2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3} \\ y < 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3} \end{cases}$$

(Прямые $y = 20\sqrt{3} - 2\sqrt{3}x$
 $y = 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3}$
пересекаются в
точке $x=10$)

$$x-10+\frac{y}{2\sqrt{3}}+x-10-\frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4$$

$$2x-20 \leq 4$$

$$x \leq 12$$

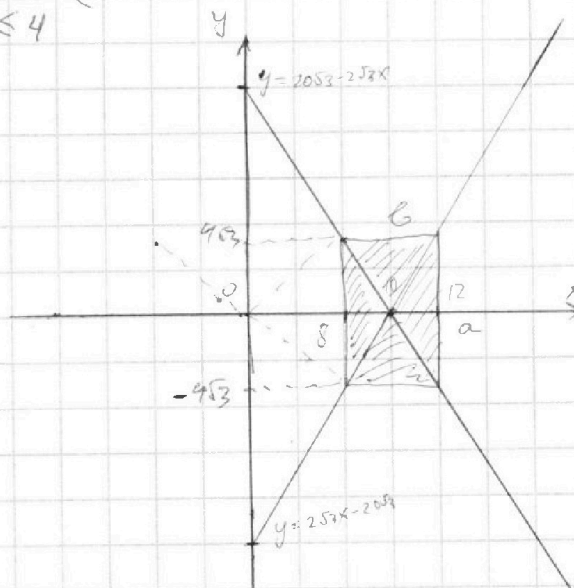
2) (1): - ; (2): -

$$\begin{cases} y < -2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3} \\ y > 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3} \end{cases}$$

$$-x+10-\frac{y}{2\sqrt{3}}-x+10+\frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4$$

$$x \geq 8$$

Фигура Ф - Прямоугольник.
а, в - стороны прямоугольника.
 $a = 8\sqrt{3}$, $b = 4$



3) (1): + ; (2): -

$$\begin{cases} y > -2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3} \\ y > 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3} \end{cases}$$

$$x-10-\frac{y}{2\sqrt{3}}-x+10+\frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4$$

$$\frac{y}{\sqrt{3}} \leq 4$$

Заменим $20\sqrt{3} - 2\sqrt{3}x = 4\sqrt{3}$
 $x=8$

4) (1): - ; (2): +

$$\begin{cases} y < -2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3} \\ y < 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3} \end{cases}$$

$$y \geq -4\sqrt{3}$$

Аналогично

$$2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3} = -4\sqrt{3}$$

$$x=8$$

$$S^i = \frac{1}{2} (R^2 - r^2) = \frac{1}{2} (64 - 36) = 14$$



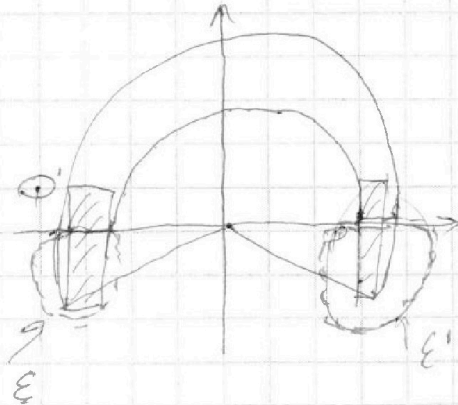
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☐

СТРАНИЦА

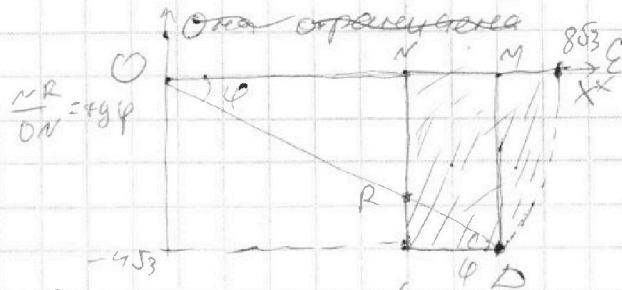
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



теперь посчитаем

площадь фигур S_E :



$$S_{\text{сектор}} = \frac{\varphi}{2\pi} \cdot \pi R^2 = \frac{1}{42} \cdot \pi \cdot 64 = \frac{16\pi}{3}$$

$$S_{\triangle ONR} = \frac{1}{2} ON \cdot NR =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot ON \cdot ON \cdot \sin 49^\circ =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{32\sqrt{3}}{3}$$

$$S_{\triangle RCD} = \frac{1}{2} R \cdot CD = \frac{1}{2} (NR - NR) \cdot CD = \frac{1}{2} \left(4\sqrt{3} - \frac{8\sqrt{3}}{3} \right) \cdot 4 = 2 \left(\frac{4\sqrt{3}}{3} \right) = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

$$S_E = \frac{16\pi}{3} - \frac{32\sqrt{3}}{3} + \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

$$S_E = \frac{16\pi - 32\sqrt{3} + 8\sqrt{3}}{3} = \frac{16\pi - 24\sqrt{3}}{3}$$

Отсюда т.к. $S_E = S_{E'}$ (из симметрии)

$$\text{Ответ: } S = 2S_E + S' = \frac{2}{3}(16\pi - 24\sqrt{3}) + 12\pi$$

$$S_{\text{сектор}} = \frac{\varphi}{2\pi} \cdot 2\pi R^2 = \varphi R^2 = \frac{80\sqrt{3}}{3}$$

$$K = \frac{ON}{CD} = \frac{8}{4} = 2$$

$$S_{\triangle ONR} = \frac{1}{2} ON \cdot NR = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 = 32$$

$$S_{\triangle RCD} = \frac{ON \cdot NR}{8} - \frac{ON^2 \cdot \sin 49^\circ}{8} = \frac{8 \cdot 8 \cdot \sqrt{3}}{8} - \frac{8^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{8} = 8\sqrt{3} - 32\sqrt{3} = -24\sqrt{3}$$

$$S_{\triangle RCD} = 32\sqrt{3}$$

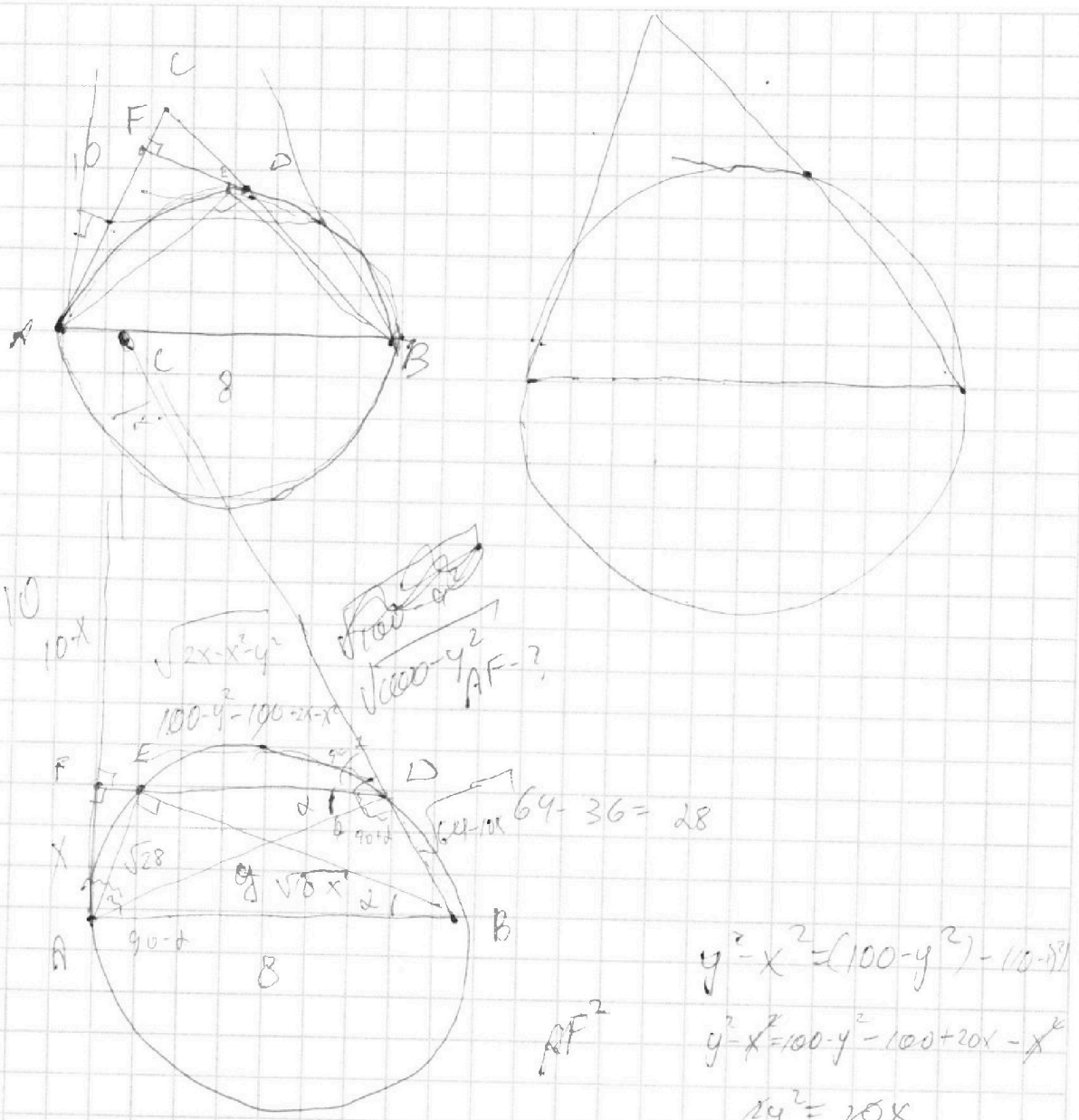


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{FD}{BF} = \frac{CF}{FD}$$

$$CF + BF = 10$$

$$FD^2 = CF \cdot BF$$

$$y^2 - x^2 = (100 - y^2) - (10 - y)^2$$

$$y^2 - x^2 = 100 - y^2 - 100 + 20x - x^2$$

$$2y^2 = 20x$$

$$y = \sqrt{10x}$$

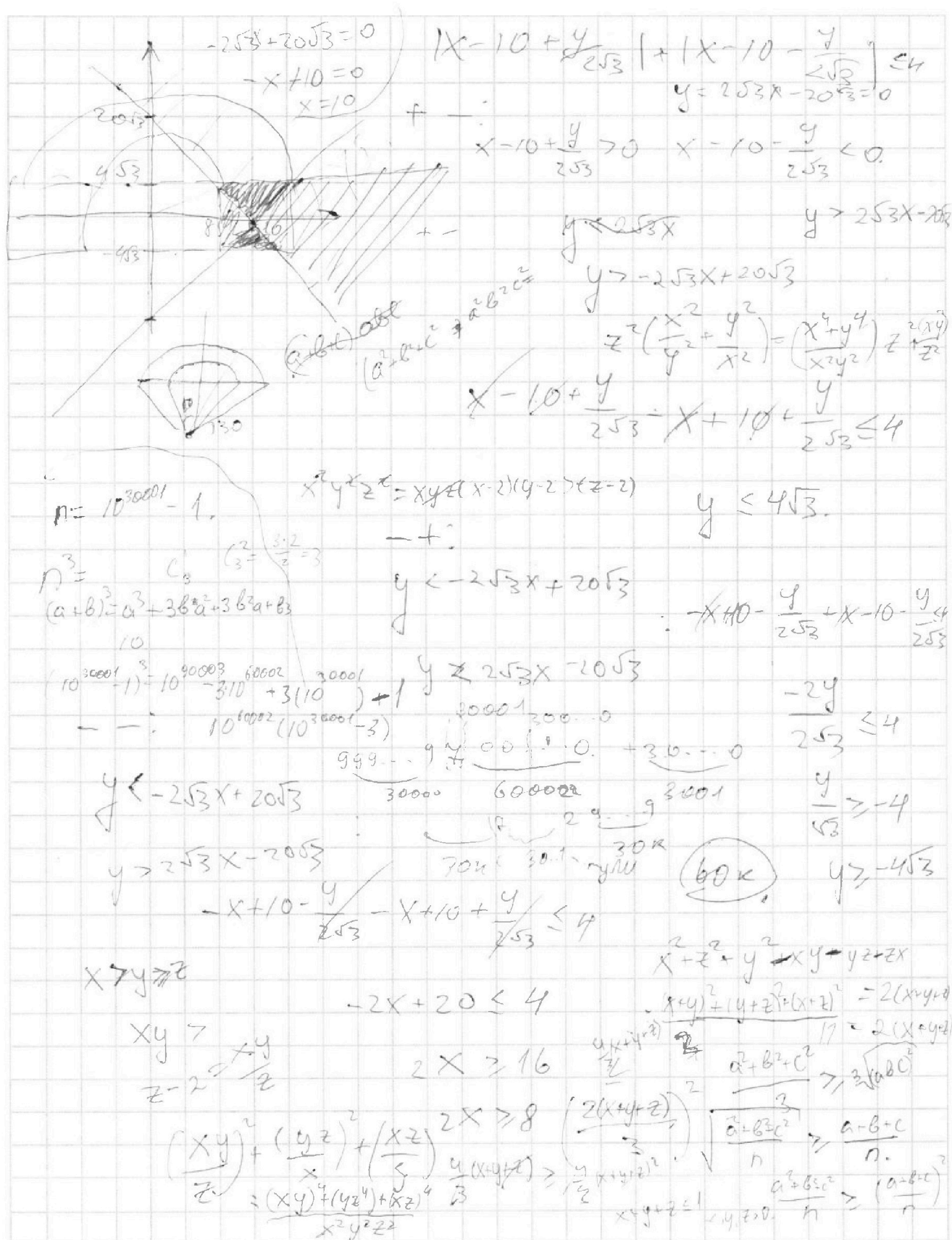


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

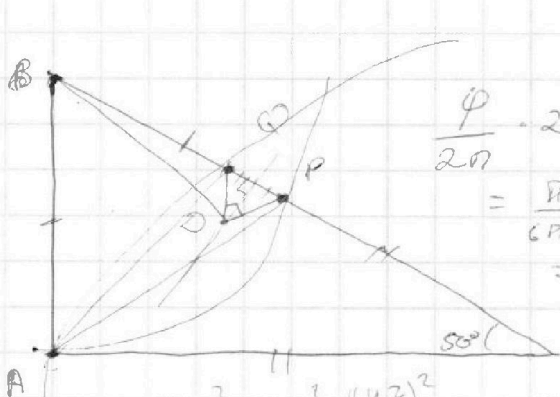
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{\varphi}{2n} = 2DR = \frac{8}{6n} \cdot 16n\sqrt{3} = \frac{16}{6} n\sqrt{3}$$

$$16n\sqrt{3} \text{ cm}^4$$

n-многоугольник

$$P_1 = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$$

$$P_2 = \frac{C_{n-3}^4}{C_n^4}$$

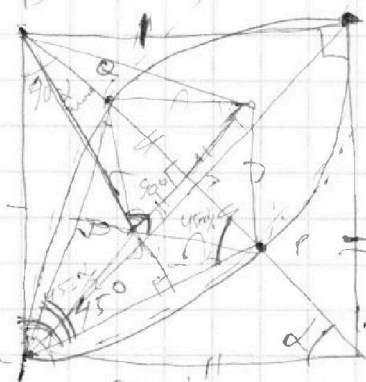
$$S_{ONR} = \frac{1}{2} ON \cdot NR = \frac{64 \cdot \sqrt{3}}{6} \quad ON = 8$$

$$NR = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$NR = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 8$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \text{Ans}$$

$$\frac{(xy)^2}{z} - \frac{(xz)^2}{y} + \frac{(yz)^2}{x} = x > y > z$$



$$\frac{180 - 90 + 2}{2} = 90 \quad 45 + \frac{2}{2}$$

$$a_1$$

$$X_1, X_2 \in a_1 \cap (n-1)d$$

$$X_1 = a_1 + 5d$$

$$X_2 = a_1 + 6d$$

$$X_3 = a_1 + 3d$$

$$X_4 = a_1 + 8d$$

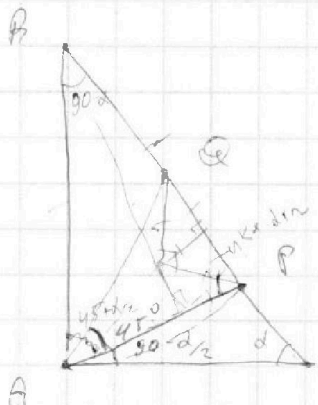
$$x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 4$$

$$D = a^4 - 4a^3 + 4a^2 - 4a - 4 = a^4 - 4a^3 + 4a + 4$$

$$a^4 + 4 - 4a(a^2 - 1)$$

$$a^4 - 1 + 8 - 4(a^2 - 1)$$

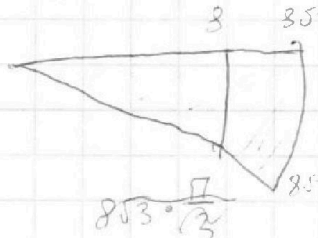
$$(a^2 - 1)(a^2 + 1 - 4) + 8$$



$$\theta = 45^\circ$$
$$45 - \frac{2}{2} = 20^\circ$$

$$135 - \theta = 90$$

$$\theta = 45^\circ$$



$$85.3 = \frac{1}{3}$$