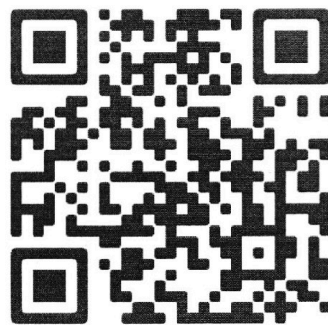




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шару. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$ являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leq 6$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DBC = 35^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~1

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2 \\ yz = 4x + x^2 \\ zx = 4y + y^2 \end{cases}$$

x, y, z не равны 0.

1) $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = x^2 + 8x + 16 + y^2 + 8y + 16 + z^2 + 8z + 16 =$
 $= x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 8y + 8z + 48$

2) Сложим 3 ур-ня из системы.

Получим, что $xy + yz + zx = x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 4y + 4z$

Тогда заметим, что $x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 8y + 8z + 48 =$
 $= xy + yz + zx + 4x + 4y + 4z + 48.$

3) Перемножим 3 ур-ня из системы.

Получим, что $xy \cdot yz \cdot zx = (x^2 + 4x)(y^2 + 4y)(z^2 + 4z) =$
 $= x^2 y^2 z^2 + 4x^2 y^2 z + 4x^2 z^2 y + 16x^2 yz + 4y^2 z^2 x + 16y^2 xz +$
 $+ 16z^2 xy + 64xyz$

То есть:

$$(xyz)^2 = (xyz)^2 + 4xyz(xy + xz + yz) + 16xyz(x + y + z) + 64xyz$$

$$0 = 4xyz(xy + xz + yz + 4(x + y + z) + 16)$$

Мы знаем, что x, y и z не равны 0. Тогда множитель



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$xy + xz + yz + 4(x + y + z) + 16 = 0$$

Значит, $xy + xz + yz + 4x + 4y + 4z = -16$

Значит, $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 8y + 8z +$

~~$4x^2 + 4y^2 + 4z^2$~~ $+ 48 = xy + yz + xz + 4x + 4y + 4z + 48 = -16 + 48 =$
 $= 32.$

Ответ: 32.

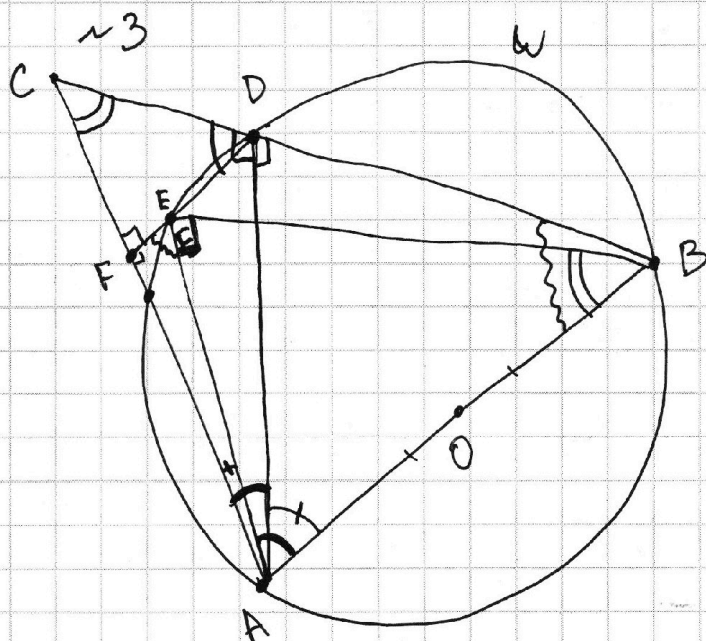


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Маша

Дано: $AB = 15$, $AC = 20$, $BE = 10$
 $DF \perp AC$, $E \in \omega$, AB - диам.
 O - центр ω .

Найти: AF

1) Так как AB - диаметр ω , то $\angle ADB = \angle AEB = 90^\circ$.
 (Эти углы опираются на диаметр) Тогда $\angle ADC = 90^\circ$ как смежный с $\angle ADB$.

2) $\angle ABD = \angle AEF$, так как $AEDB$ - вписанный че-к ($\angle ABD + \angle AED = 180^\circ$ так и $\angle AEF + \angle AED = 180^\circ \Rightarrow \angle ABD = \angle AEF$)

Тогда $\triangle AEF \sim \triangle ABD$ по 2-м углам - $\angle ABD = \angle AEF$ и

$\angle AFE = 90^\circ = \angle ADB$. Значит
 (по $\uparrow$ сч.)

$$\frac{AF}{AD} = \frac{AE}{AB}$$

Также отсюда следует равенство углов: $\angle FAE = \angle DAB$.

3) $\angle FAD = \angle FAE + \angle EAD$, $\angle EAB = \angle EAD + \angle DAB$.

Отсюда следует, что $\angle FAD = \angle EAB$.

Тогда $\triangle ADC \sim \triangle AEB$ по 2-м углам:

$\angle FAD = \angle EAB$ и $\angle ADC = 90^\circ$, $\angle AEB = 90^\circ$.

Тогда

$$\frac{AC}{AB} = \frac{AE}{AD}$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) В $\triangle AEB$ по Т. Пифагора $AE^2 + BE^2 = AB^2$

Т.е. $AE^2 + 100 = 225 \Rightarrow AE = 5\sqrt{5}$

Тогда $\frac{AF}{AD} = \frac{AE}{AB} = \frac{5\sqrt{5}}{15} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

~~А также $\frac{AC}{AB} = \frac{AE}{AD} = \frac{5\sqrt{5}}{15} = \frac{\sqrt{5}}{3}$~~

~~или $\frac{AC}{AB} = \frac{AE}{AD}$, т.е. $\frac{20}{15} = \frac{5\sqrt{5}}{AD}$~~

~~Отсюда $10AD = 15 \cdot 5\sqrt{5}$
 $4AD$~~

А также $\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD} \Rightarrow \frac{20}{15} = \frac{5\sqrt{5}}{AD}$

Отсюда $3AD = 4 \cdot 5\sqrt{5}$
 $AD = \frac{20\sqrt{5}}{3}$

А тк $\frac{AF}{AD} = \frac{\sqrt{5}}{3}$, то $AF = \frac{\sqrt{5}}{3} AD = \frac{20 \cdot 5}{9} = \frac{100}{9}$

Ответ: $AF = \frac{100}{9}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~5

$$1) x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2 - a^3}{3} = 0$$

Пусть корни этого уравнения - x_1 и x_2 (если они есть)

Тогда по г. Виета:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = a^2 - a \\ x_1 x_2 = \frac{2 - a^3}{3} \end{cases}$$

$$2) 2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$$

$$x^2 - \frac{a^3 - a^2}{2}x - a^6 - 4a - 2 = 0$$

Пусть корни этого уравнения - x_3 и x_4 (если они есть)

Тогда по г. Виета:

$$\begin{cases} x_3 + x_4 = \frac{a^3 - a^2}{2} \\ x_3 x_4 = \frac{-a^6 - 4a - 2}{1} = -a^6 - 4a - 2 \end{cases}$$

Таким образом для x_1, x_2, x_3, x_4 должно выполняться:

$$x_1 = a_0 + 3d, x_2 = a_0 + 4d, x_3 = a_0 + d, x_4 = a_0 + 6d$$

Что значит, что они являются членами некоторой

арифм. прогрессии с первым чл-ном a_0 и разностью

d . Тогда $x_1 + x_2 = 2a_0 + 7d$, $x_3 + x_4 = 2a_0 + 7d$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

То есть $x_1 + x_2 = x_3 + x_4$, а значит $a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{2}$

При $a \neq 0$: сократим на $a^2 - a$

$$(a^2 - a) = \frac{a(a^2 - a)}{2}$$

$$\frac{a(a^2 - a)}{2} - (a^2 - a) = 0$$

$$\frac{a(a^2 - a) - 2(a^2 - a)}{2} = 0$$

$$\frac{(a-2)(a^2-a)}{2} = 0 \Rightarrow a(a-2)(a-1) = 0$$

Тогда корни этого уравнения - $a = 0, 1, 2$

Из этого уравнения a может быть 0, 1 или 2

При $a = 0$:

Уравнение принимает вид 1) $x^2 + \frac{2}{3} = 0$, 2) ~~$x^2 - 2 = 0$~~

У первого уравнения в таком случае корней нет, а значит, $a = 0$ нам не подходит.

При $a = 1$:

Уравнение принимает вид 1) $x^2 + \frac{1}{3} = 0$, 2) $x^2 - 7 = 0$

У первого уравнения опять нет корней $\Rightarrow a = 1$ не подходит.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

При $a=2$:

Ур-ия принимают вид 1) $x^2 - 2x - 2 = 0$

2) $x^2 - 2x - 74 = 0$

У первого ур-ия: $x^2 - 2x - 2 = 0$

$$D = 4 + 4 \cdot 2 = 12$$

~~и корни - это $\frac{2 \pm \sqrt{12}}{2} = 1 \pm \sqrt{3}$~~

Корни такого ур-ия - это $1 + \sqrt{3}$ и $1 - \sqrt{3}$.

У второго:

$$x^2 - 2x - 74 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 74 = 4 \cdot 75 = 4 \cdot 25 \cdot 3$$

Корни этого ур-ия - это $1 + 5\sqrt{3}$ и $1 - 5\sqrt{3}$

Заметим, что ~~все~~ и полученные корни составляют арифметическую прогрессию:

$$a_0 = 1 + \sqrt{3}, d = -2\sqrt{3}.$$

Тогда $a_1 = 1 + 5\sqrt{3}$, ~~a_2~~ $a_3 = 1 + \sqrt{3}$, $a_4 = 1 - \sqrt{3}$,

$$a_6 = 1 - 5\sqrt{3}$$

То есть наши корни являются вторым, четвертым, пятым и седьмым членами арифм. прогр. ~~всех~~ в нулевом нам порядке.
Тогда a может быть 2.

Ответ: 2.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

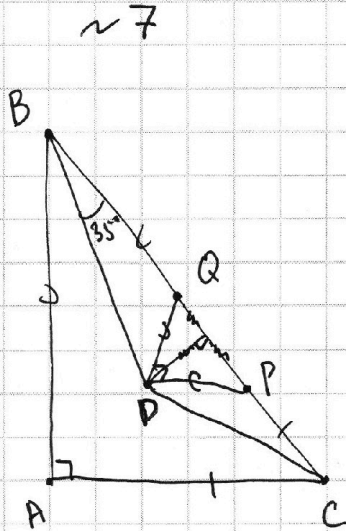
5
☐

6
☐

7
☒

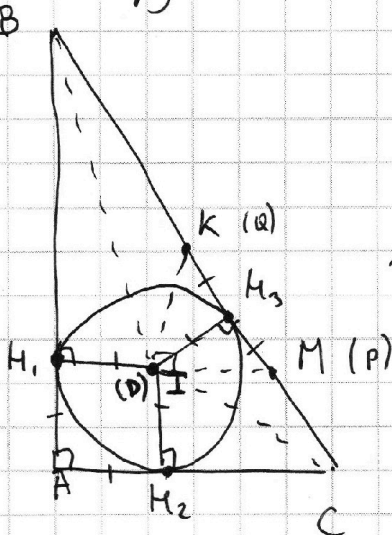
СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Заметим, что D лежит на сев. пер. к QR, т.к. $DQ = DP$ по условию)

Давайте возьмем данный треугольник $\triangle ABC$ и впишем в него окружность.



Пусть центр впис. окр. — I ,

а точки касания — H_1, H_2 и K , соотв.

Тогда заметим, что $AM, IH_1 = IH_2 = AM_2$, т.к. $\triangle ABC$ — равно-

у. Тогда AM, IH_2 — параллелограмм т.к. $IH_2 \perp AH_1$ и тогда $AM, \parallel IH_2$ а также $IH_1 \perp AM_2$, значит $AM, = IH_2$ и $AM_2 = IH_1$, а $IH_1 = IH_2$ равны как радиусы)

Отложим на BC отрезки H_2K и H_2M такие, что они равны радиусу впис. окр.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда заметим, что $AB = BM$, так как $BH_1 = BH_3$ как отрезки касательных, а $AH_1 = H_3M$ по построению. Аналогично, $CK = AC$. Тогда получается, что точки K и M совпадают с точками Q и P соотв., тк на BC может быть только одна такая точка, что $AB = BM$ и $CK = AC$ соотв. Теперь заметим, что I равноудалена от K и M по построению, а также $\angle KIM = 90^\circ$ (тк медиана IH_3 равна KH_3 и MH_3 соотв.)
(опис. окр. вокруг $\triangle KIM$ тогда на диаметре $KM \Rightarrow \angle KIM = 90^\circ$)

В таком случае, D совпадает с I (тк D и I обе равноудалены от K и M , а также $\angle KIM = \angle KID = 90^\circ$ (K и Q , P и M совп.). В данной точке A тк на перпендикуляре к $МК$ в данной полуплоскости может быть только одна такая точка, то D совпадает с I)

А в таком случае D - центр опис. впис. окр. $\triangle ABC$, а значит это точка пересечения биссектрис $\triangle ABC \Rightarrow BI$ - бисс.-а $\Rightarrow \angle ABC = 35^\circ \cdot 2 = 70^\circ \Rightarrow \angle BCA = 20^\circ \Rightarrow \angle BCD = 10^\circ$ тк BD - бисс.-а). Ответ: 10°

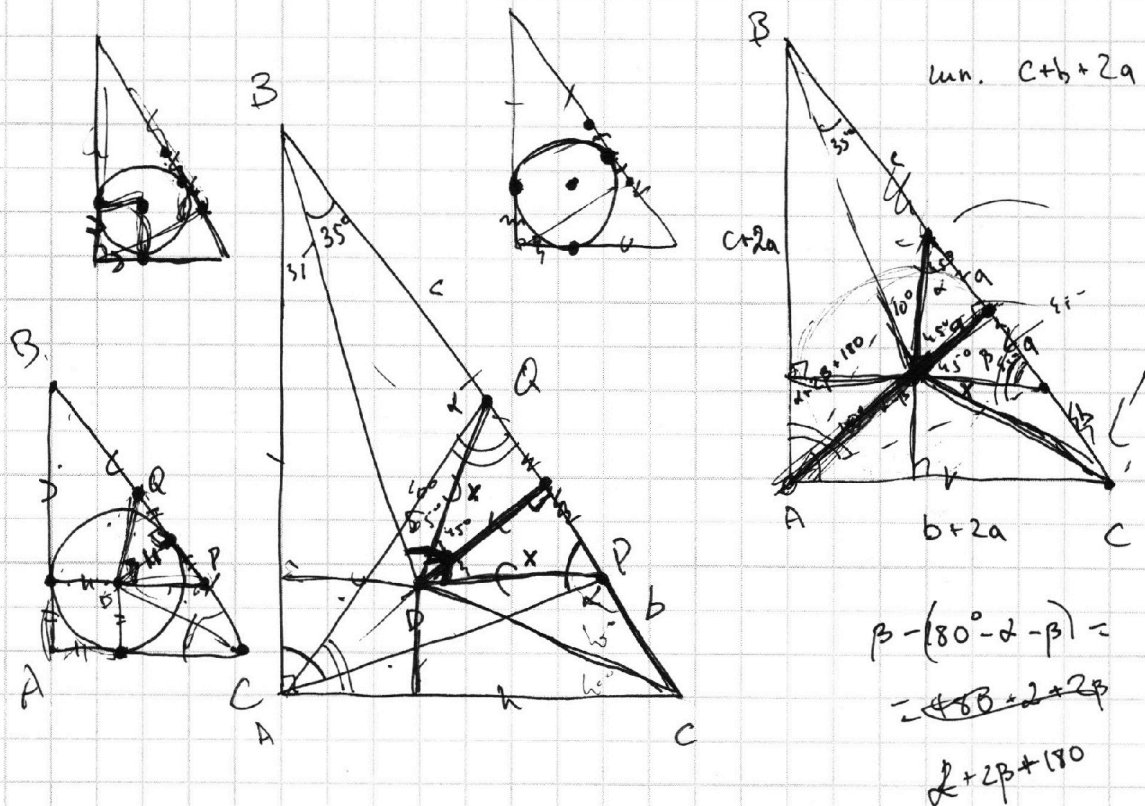


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$BD^2 = c^2 + x^2 - 2xc \cos x$$

$$DC^2 = b^2 + x^2 - 2bx \cos 135^\circ$$

$$\frac{c+2a}{b+2a} = \frac{c+a}{b+a}$$

По т. синусов:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$$

$$\frac{x}{\sin 35^\circ} = \frac{c}{\sin 10^\circ}$$

$$x = \frac{c \cdot \sin 35^\circ}{\sin 10^\circ}$$

$$BD^2 = c^2 + x^2 - 2xc \cdot \cos 135^\circ \cdot a + 2ab = ab + 2ac$$

$$CD^2 = b^2 + x^2 - 2bx \cdot \cos 135^\circ$$

$$\cos 135^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\beta - (80^\circ - \alpha - \beta) =$$

$$= 48^\circ + 2 + 2\beta$$

$$2 + 2\beta + 180$$

$$(b+a)(c+2a) = (b+2a)(c+a)$$

$$bc + ac + 2ab + 2a^2 = bc + ab + 2a^2 + 2ac$$

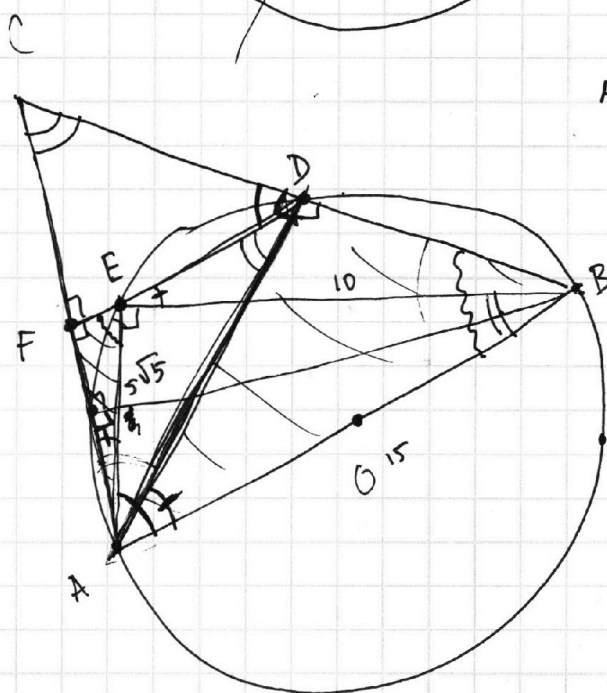
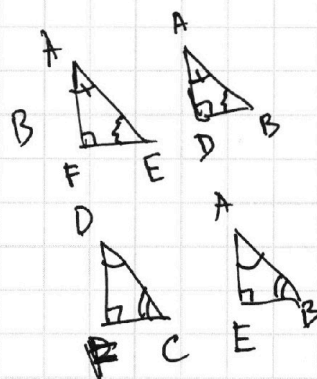
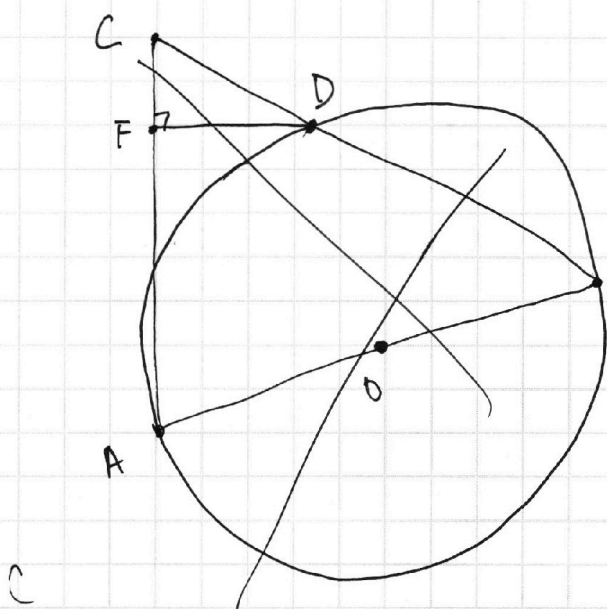


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$AF = ?$ $AC = 20, AB = 15$
 $BE = 10$

3×5

225

$$225 = 10^2 + x^2$$

$$x^2 = 125$$

$$x = 5\sqrt{5}$$

$$5 \times 4 = 20$$

Пусть $AF = x$, тогда $FC = 20 - x$

$\triangle DFC \sim \triangle ABE$:

$$\frac{DF}{AE} = \frac{DC}{AB} = \frac{FC}{BE}$$

$$\frac{DF}{5\sqrt{5}} = \frac{DC}{15} =$$

$\triangle AFE \sim \triangle ADB$:

$$\frac{AF}{AD} = \frac{FE}{DB} = \frac{AE}{AB} = \frac{5\sqrt{5}}{15} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\frac{x}{AD} = \frac{AE}{AB} = \frac{5\sqrt{5}}{15}$$

$$\frac{AE}{AB} = \frac{DF}{DC} =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐

☐

☐

☐

☐

☐

☐

СТРАНИЦА

___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x_1 = a_0 + d, x_2 = a_0 + 4d$$

$$2a_0 + 7d = a^2 - a$$

$$(a_0 + 3d)(a_0 + 4d) = \frac{2 - a^3}{3}$$

$$2a_0 + 7d = \frac{a^3 - a^2}{2} \quad x_3 = a_0 + d, x_4 = a_0 + 6d$$

То есть $a^2 - a = \frac{a(a^2 - a)}{2} \quad a^2 - a \neq 0$

$$\frac{a^2 - a}{2} = \frac{a(a^2 - a)}{2} \quad \text{Далее}$$

$$a \neq 2$$

$$x_1 = a_0 + 3d, x_2 = a_0 + 4d, x_3 = a_0 + d, x_4 = a_0 + 6d$$

То есть $a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{2}$

$$1 = \frac{a}{2}$$

$$a = 2$$

Если $a \neq 0$

$$x^2 - \frac{a^3 - a^2}{2} - (a^6 + 4a + 2) = 0$$

Тогда:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = \frac{2 - 8}{3} = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_3 + x_4 = \frac{8 - 4}{2} = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_3 x_4 = -\frac{2^7 + 8 \cdot 2 + 4}{2} = -\frac{128 + 16 + 4}{2} = -(64 + 8 + 2) = -74 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1-е ур-ие; $a d = 2\sqrt{3}$
 a и $a_1 = a_0 + 2\sqrt{3}$

$x^2 - 4x + x^2 - 2x - 2 = 0$
 $D = 4 + 8 = 12$
 $D = 12$
 $x_1 = \frac{2 + \sqrt{12}}{2} = x_2 = \frac{2 - \sqrt{12}}{2} = 1 - \sqrt{3}$
 $= 1 + \sqrt{3}$

$1 + 5\sqrt{3}$ - 6-й
 $1 + 3\sqrt{3}$ - 5-й
 $1 + \sqrt{3}$ - четв.
 $1 - \sqrt{3}$ - нег.
 $1 - 3\sqrt{3}$ - не четв.
 $1 - 5\sqrt{3}$

Есть: $1 - \sqrt{3}, 1 + \sqrt{3}$ 3-й. $(2\sqrt{3})?$

2-е:
 $x^2 - 4x - 74 = 0$
 $D = 16 + 4 \cdot 74 = 312$
 $x_1 = \frac{4 + \sqrt{312}}{2} = 2 + 2\sqrt{3 \cdot 26} = 1 + \sqrt{78}$
 $x_2 = 2 - 2\sqrt{3 \cdot 26} = 1 - \sqrt{78}$

$312 = 4 \cdot 78$
 $104 : 4 = 26$
 $26 = 2 \cdot 13$

$a^3 - a^2$
 $2^3 - a^2 = 8 - 4 = 4$
 $\frac{1}{2} = 2$
 $-a^6 - 4a - 2 =$
 $= -64 - 8 - 2 =$

$\frac{2 + 10\sqrt{3}}{2} = 1 + 5\sqrt{3}$
 Второе $1 - 5\sqrt{3}$, не
 $1 + \sqrt{3}$ - четв., $1 - \sqrt{3}$ - нег. -
 разность $2\sqrt{3}$
 Тогда

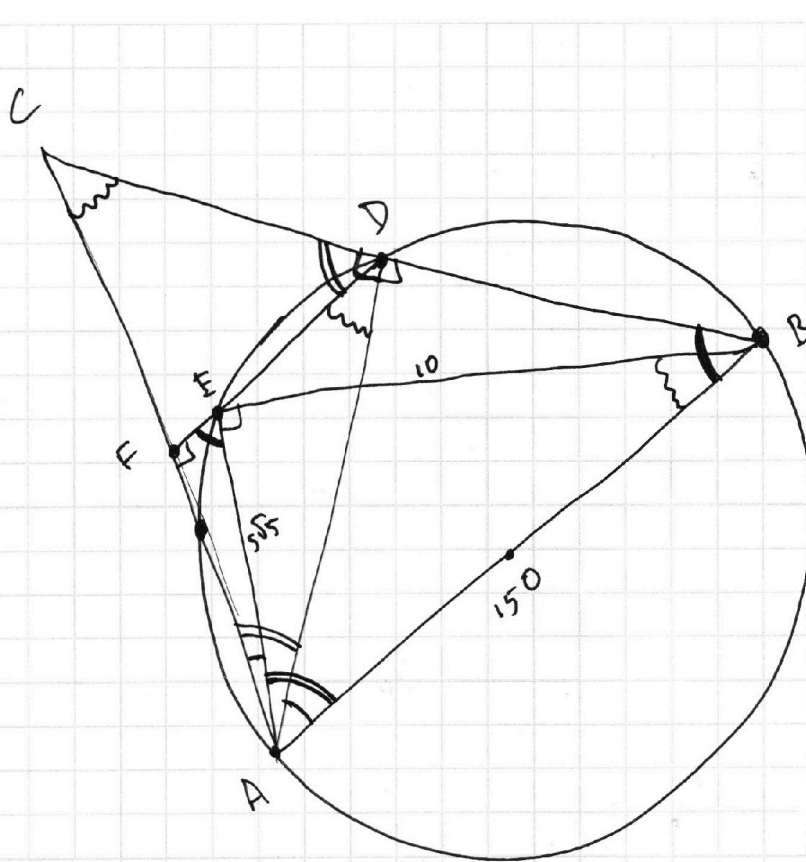


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

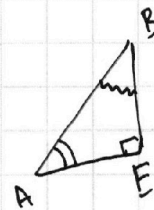
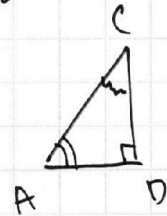
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AF}{AD} = \frac{AE}{AB} = \frac{55}{10}$$



$$\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{DC} = \frac{AE}{AD}$$

$$\frac{15}{20} = \frac{5\sqrt{5}}{AD}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{5\sqrt{5}}{AD}$$

$$AD = \frac{20\sqrt{5}}{3}$$

$$\frac{AF}{AD} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$3AF = \frac{\sqrt{5} \cdot 20\sqrt{5}}{3}$$

$$AF = \frac{20 \cdot 5}{9} = \frac{100}{9}$$

$$x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2 - a^3}{3} = 0$$

$$\cancel{f(x_1 + x_2) = a}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = a^2 - a \\ x_1 x_2 = \frac{2 - a^3}{3} \end{cases}$$

$$2x^2 - (a^3 - a^2)x - (2a^6 + 8a + 4) = 0$$

$$\begin{cases} x_3 + x_4 = \frac{a^3 - a^2}{2} \\ x_3 x_4 = -\frac{2a^6 + 8a + 4}{2} = -a^6 - a - 2 \end{cases}$$

$$AF = \frac{20.5}{9}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~88888~~

~~88888~~

~~88888~~

~~88888~~

~~88888~~

$$9^3 = 81 \cdot 9 = 729 - 1 \text{ го класса}$$

$$\begin{array}{r} 1 \text{ го класса} \\ 3 \text{ го} \\ 3 \text{ го} \\ \times 9391 \\ \hline 9391 \\ 39391 \\ 39391 \\ + 84519 \\ 28173 \\ 84519 \\ \hline 90881 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1^3 = 1 \\ 2^3 = 8 \\ 3^3 = 27 \\ 4^3 = 64 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1^3 = 1 \\ 2^3 = 8 \\ 3^3 = 27 \\ 4^3 = 64 \\ 5^3 = 125 \\ 6^3 = 216 \\ 7^3 = 343 \\ 8^3 = 512 \\ 9^3 = 729 \end{array}$$

10

$$\begin{array}{r} \times 36 \\ 6 \\ \hline 180 + 36 = 216 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 49 \\ 9 \\ \hline 280 + 63 = 343 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 64 \\ 8 \\ \hline 32 + 480 = 512 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \text{ го} \\ 3 \text{ го} \\ \times 93 \\ \hline 279 \\ 837 \\ \hline 8649 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \text{ го} \\ 4 \text{ го} \\ 1 \text{ го} \\ 1 \text{ го} \\ \times 8649 \\ \hline 125947 \\ 77841 \\ \hline 804357 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Что такое $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 8y + 8z + 48$

Из этой системы: $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 4y + 4z = xy + yz + xz$

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2 \\ yz = 4x + x^2 \\ zx = 4y + y^2 \end{cases}$$

То есть $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = xy + yz + zx + 8x + 8y + 8z + 48$

Также из системы:

$$\begin{aligned} (xyz)^2 &= (x^2 + 4x)(y^2 + 4y)(z^2 + 4z) = x^2 y^2 z^2 + 4x^2 y z^2 + \\ &+ 16x^2 y z + 4x y^2 z^2 + 16x y^2 z + 64x^2 y z + \\ &= x^2 y^2 z^2 + 4x^2 y z^2 + 4x^2 y z^2 + 4x 16x^2 y z + \\ &+ 4x y^2 z^2 + 4x y^2 16x z y^2 + 64x y z^2 + 16x y z^2 = \\ &= (xyz)^2 + 4xyz(xy + xz + yz) + 16x^3(y + x + z) + 64xyz = 0 \\ &xyz(4(xy + xz + yz) + 16(x + y + z) + 64) = 0 \\ &xy + xz + yz + 4(x + y + z) + 16 = 0 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2 \\ yz = 4x + x^2 \\ zx = 4y + y^2 \end{cases}$$

$$\frac{x}{z} = \frac{z(z+4)}{x(x+4)} \quad \frac{x}{y} = \frac{y(y+4)}{x(x+4)}$$

$$\frac{y}{z} = \frac{z(z+4)}{y(y+4)}$$

$$y^2(y+4) = z^2(z+4) = x^2(x+4)$$

$$\begin{aligned} (x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 &= x^2 + 8x + 16 + y^2 + 8y + 16 + z^2 + 8z + 16 = \\ &= x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 8y + 8z + 48 = xy + yz + zx + 4(x+y+z) + 48 \end{aligned}$$

$$z^2(z+4) = y^2(y+4) = x^2(x+4) \quad (x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx +$$

25000000

1/4
n коробок

Для того, чтобы выиграть, нужно ~~каждый~~ попасть 3 из 5 раз

Вероятность, что попадет первый раз $\leftarrow \frac{3}{n}$

1-я коробка - $\frac{3}{n}$

$$yz + xy + xz + 4x + 4y + 4z + 16 = 0$$

То есть -16

$$\begin{aligned} x+y, (xyz)^2 &= (z^2+4z)(x^2+4x)(y^2+4y) = (xyz)^2 \\ &= (z^2x^2 + 4xz^2 + 4zx^2 + 16xz)(y^2+4y) = (xyz)^2 + 4y^2z^2x + 4y^2x^2z + \\ &+ 16xyz^2 + 16y^2xz^2 + 16x^2yz^2 + 16xy^2z^2 + 16y^2xz^2 + 16x^2yz^2 \end{aligned}$$

$$4xyz(yz+xy+xz) + 16xyz(x+y+z) + 64xyz = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда теперь умножим число $800 \dots 1$

$$\underbrace{9 \dots 9}_{k-1} 8 \underbrace{00 \dots 1}_k$$

на число из k девяток

Получим

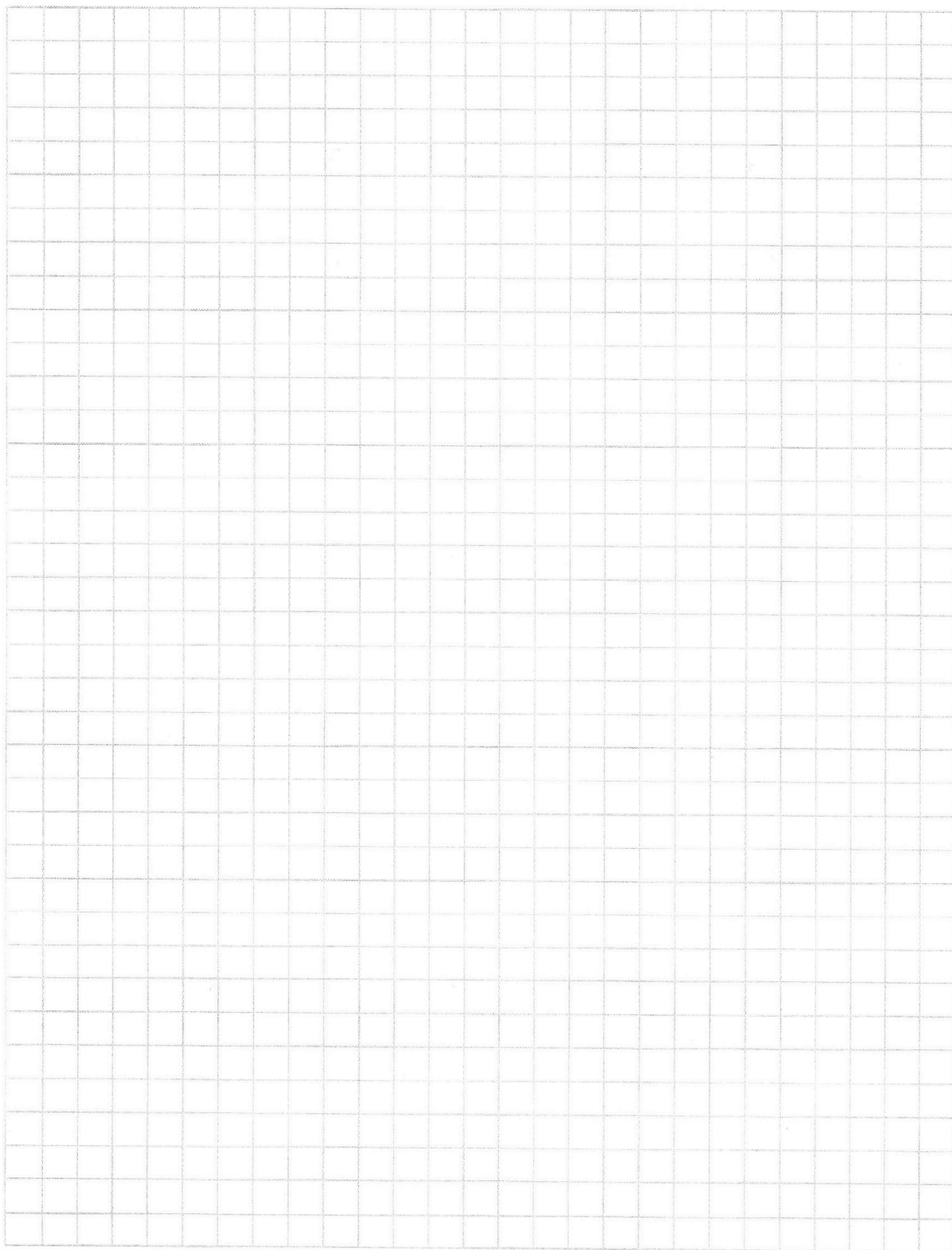


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

☐ 5

☐ 6

☐ 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~2

Рассмотрим умножение числа вида $\dots 9999$ на

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times \dots 999 \\ \hline 8 \dots 991 \end{array}$$

Заметим, что всегда получается

число вида $8 \dots 91$ (где k -кач.во 9 в числе.

(Т.к. $9 \cdot 9 = 81$, 8 переносим, дальше получаем 89, опять переносим 8 и т.д. И так же при послед. умнож.

Запишем 89 в начало числа)

Тогда при возведении в квадрат числа будет складываться k раз числа: вот так:

$$\begin{array}{r} + 819 \dots 991 \\ 89 \dots 91 \\ \hline \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} + 819 \dots 991 \\ 89 \dots 91 \end{array}} \right\} k \text{ столбцов}$$

+ 8 $\dots$ 91 $\leftarrow$ последнее число, 1 будет "лиш" столбцом

из 9-к. Тогда до этого столбца включительно

будет хвост вида 0001 (т.к. в каждом столбце

+1 ~~каждый~~ ~~каждое~~ +1 к числу которое переносит, дальше.

После этого будет $8 \dots 98$ (00...1)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 88 \\ \times 8991 \\ \hline 1199 \\ + 81919 \\ \hline 81919 \\ \hline 900009 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 888 \\ \times 8991 \\ \hline 888 \\ + 8881 \\ \hline 16919 \\ + 16919 \\ \hline 33838 \\ \hline 33838 \\ \hline 99676 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 88 \\ \times 8991 \\ \hline 1199 \\ + 24919 \\ \hline 24919 \\ \hline 009 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 888 \\ \times 8991 \\ \hline 999 \\ \hline 1919 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 888 \\ \times 8991 \\ \hline 999 \\ + 8991 \\ \hline 8991 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 381 \\ \times 8991 \\ \hline 38991 \\ + 89991 \\ \hline 89991 \\ \hline 999980001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8991 \\ + 8991 \\ \hline 8991 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 87 \\ \times 998001 \\ \hline 21999 \\ + 8982009 \\ \hline 18982009 \\ + 8982009 \\ \hline 997002999 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8991 \\ \times 8991 \\ \hline 8991 \\ \hline 9801 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 9801 \\ \hline 1 \\ + 88209 \\ \hline 88209 \\ \hline 970299 \end{array}$$