



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$.
4. [4 балла] В теленгре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$ являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 6$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замысла фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DBC = 35^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2 & (1) \\ yz = 4x + x^2 & (2) \\ zx = 4y + y^2 & (3) \end{cases}$$

$$(1)(2)(3): x^2y^2z^2 = xyz(4+x)(4+y)(4+z)$$

$$xy^2z = xy^2 + 4xy + 4xz + 4yz + 16x + 16y + 16z + 64$$

$$(xy+yz+zx) + 4(x+y+z) = -16 \quad (4)$$

$$(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = \left(x^2 + y^2 + z^2\right) + 3(x+y+z) + 48 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow (x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 \geq 0$$

$$(1)+(2)+(3): xy+yz+zx = x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 4y + 4z \quad \text{или} \quad xy+yz+zx + 4(x+y+z) + 48$$

$$\text{из } (4): xy+yz+zx + 4(x+y+z) + 48 = 48 - 16 = 32 \quad \text{в условии гарантировано,}$$

что решение системы существует в целочисленных числах

Ответ: 32



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \underbrace{9 \dots 9}_{25000}$$

$$n^3 = \left(10^{25000} - 1\right)^3 = 10^{75000} - 3 \cdot 10^{50000} + 3 \cdot 10^{25000} - 1$$

$$\begin{array}{r} \overbrace{10 \dots 0}^{25.00010} \overbrace{0 \dots 0}^{50.000} \\ - \quad \quad \quad 30 \dots 0 \\ \hline \overbrace{9 \dots 9}^{25.000-1} 70 \dots 0 \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overbrace{9 \dots 9}^{24.999} \overbrace{70 \dots 0}^{25.000} \\ + \quad \quad \quad 30 \dots 0 \\ \hline 9 \dots 970.030 \dots 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overbrace{9 \dots 970 \dots 030}^{24.999} \overbrace{00}^{25.000} \\ - \quad \quad \quad 1 \\ \hline \overbrace{9 \dots 970 \dots 02}^{24.999} \overbrace{9}^{25.000} \end{array}$$

Отсюда получаем, что в числе n^3

$\underbrace{24.999 + 25.000}_{49.999}$ девять

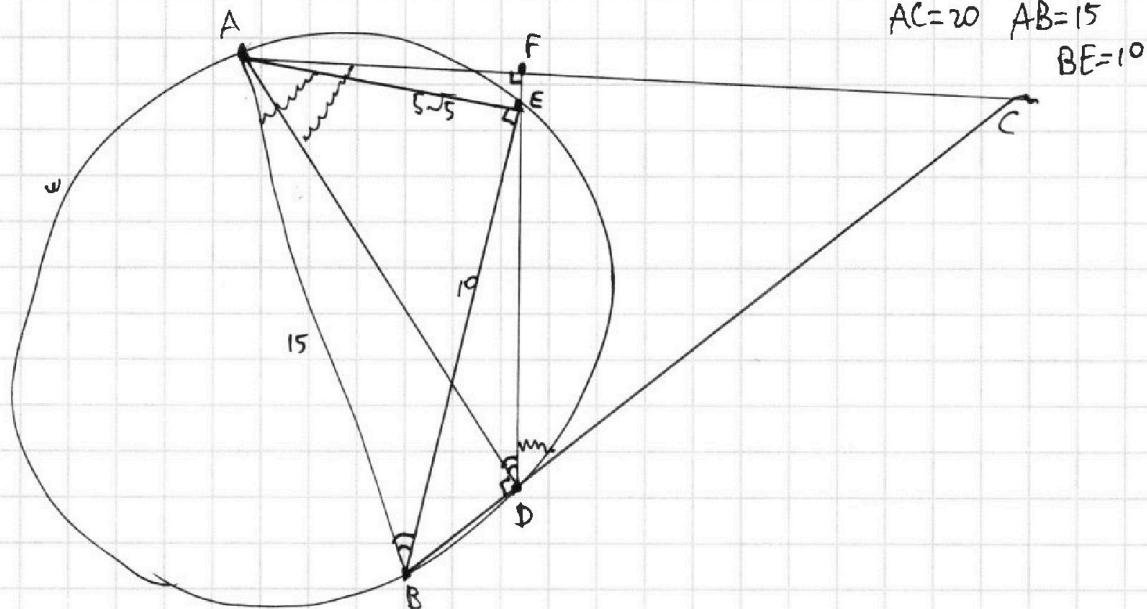
Ответ: 49.999

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Рассмотрим $AF=x$; $FC=20-x$. Докажем $AE \perp AD$. $\angle AEB = 90^\circ$, т.к. AB -диаметр,
 $\angle ABE = \angle ADE \Rightarrow \angle BAE = \angle DAF$ из сущности угла между треугольников $\triangle ABE$ и $\triangle ADF$. Значит

$\triangle ABE \sim \triangle ADF$ (1). $\angle ADB = 90^\circ$ (AB -диаметр) $\Rightarrow \angle FDC = 180 - 90 - \angle ADF = \angle DAF$;

$\angle DFC = 90^\circ$, т.к. $DF \perp AC$ по условию $\Rightarrow \triangle DAF \sim \triangle DFC$ (2)

(1) и (2) $\Rightarrow \triangle AEB \sim \triangle DFC$ (3)

$$AB=15; BE=10 \Rightarrow AE=\sqrt{15^2-10^2} \quad (\text{по т. Пифагора}) \quad AE=5\sqrt{5}$$

из (1): $\frac{AF}{FD} = \frac{AE}{EB}; \frac{x}{FD} = \frac{5\sqrt{5}}{10} \Rightarrow FD = \frac{10x}{5\sqrt{5}} = \frac{2x\sqrt{5}}{5}$

из (3): ~~$\frac{AF}{FD} = \frac{AE}{EB}; \frac{x}{FD} = \frac{5\sqrt{5}}{10} \Rightarrow FD = \frac{10x}{5\sqrt{5}} = \frac{2x\sqrt{5}}{5}$~~ $\frac{FC}{FD} = \frac{BE}{EA}; \frac{20-x}{FD} = \frac{10}{5\sqrt{5}}; FD = \frac{(20-x)5\sqrt{5}}{10} = \frac{(20-x)\sqrt{5}}{2}$
 $\frac{2x\sqrt{5}}{5} = \frac{(20-x)\sqrt{5}}{2}; 4x = 100 - 5x; x = \frac{100}{9} = 11\frac{1}{9} = AF$

Ответ: $AF = 11\frac{1}{9}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Раньше было n коробок, тогда в них шарик вероятность выпадения

была:

$$\frac{\binom{n}{n-3}}{\binom{n}{n}} = P_1$$

все возможные
варианты нах
выбрать 5 коробок

из коробок выше выбрали - с шариком и из оставшихся
выбираются $\binom{5}{2} = 10$ коробок, все такие варианты
как подходят (и только такие)

а стала:

$$\frac{\binom{n}{n-3}}{\binom{n}{8}} \text{ (аналогично)} = P_2$$

$$P_1 = \frac{\binom{n}{n-3}}{\binom{n}{n}} = \frac{(n-3)! (n-5)! 5!}{n! (n-5)! 2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{n(n-1)(n-2)}$$

$$P_2 = \frac{\binom{n}{n-3}}{\binom{n}{8}} = \frac{(n-3)! (n-8)! 8!}{n! (n-8)! 5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{n(n-1)(n-2)}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{5 \cdot 4 \cdot 3}^2 = \frac{28}{5} = \frac{56}{10} = 5,6$$

Ответ: В 5,6 раз

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отмьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$$

$$2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a^4 - 4 = 0$$

Решите корни первого уравнения y и $y+5d$, ~~и второго~~ y второе $y+2d$ и $y+3d$.

$$-(a^2 - a) = -(y + y + 5d); 2y + 5d = a^2 - a$$

$$-\frac{(a^3 - a^2)}{2} \equiv -(y + 2d + y + 3d); 2y + 5d = \frac{a^3 - a^2}{2}$$

$$2a^2 - 2a = a^3 - a^2; a^3 - 3a^2 - 2a = 0$$

$$a(a-1)(a-2) = 0$$

$$a=0: x^2 - \frac{2-a^3}{3} = 0 \quad x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0 \quad x^2 + \frac{2}{3} = 0; x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 + \frac{2}{3} > 0$$

$$a=1: x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0 \quad x^2 + \frac{1}{3} = 0 \quad x^2 \geq 0; x^2 + \frac{1}{3} > 0$$

$$a=2: x^2 - (4-2)x + \frac{2-8}{3} = 0; x^2 - 2x - 2 = 0; D = 4 + 4 \cdot 2 = 12$$

$$x_1 = \frac{2+2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} + 1$$

$$x_2 = \frac{2-2\sqrt{3}}{2} = 1 - \sqrt{3}$$

$$2x^2 - (8-4)x - 128 - 16 - 4 = 0; x^2 - 2x - 74 = 0; D = 4 + 4 \cdot 74 = 4 \cdot 25 = 300$$

$$x_3 = \frac{2+10\sqrt{3}}{2} = 1 + 5\sqrt{3}$$

$$x_4 = \frac{2-10\sqrt{3}}{2} = 1 - 5\sqrt{3}$$

$1 - 5\sqrt{3}$ - второй корень

$1 + 5\sqrt{3}$ - четвёртый корень

$1 + \sqrt{3}$ - третий корень

$1 + 5\sqrt{3}$ - второй корень

арифметическая прогрессия с разностью $2\sqrt{3}$

Ответ: $a = 2$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

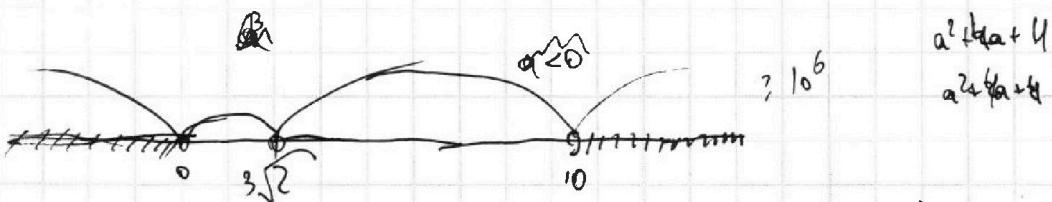
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Ничто QR-кода недопустимо!

$$3a^4(a-1)^2 + 18(a^6 + 4a^4 + 2) = 300a^2(a-1)^2 + 400(2 - a^3)$$

$$3a^2(a-1)^2(a^2 - 100) + 18(a^6 + 4a^4 + 2) + 400(2 - a^3) = 0$$



$$400(2 - a^3) \geq 400(-a^3) \geq 1000(-a^3)$$

$$a^6 \geq 1000a^3 \quad a^3 \geq 1000$$

$$x \leq a+3d \quad x+5d$$

$$a^2 - 2a + 1$$

$$(a^4 - 2a^3 + a^2)(a^2 - 100)$$

$$\begin{cases} 2x+5d \\ 2x+5d \end{cases}$$

$$3(a^6 - 2a^5 + a^4 - 100a^4 + 200a^3 - 100a^2) = 3a^6 - 6a^5 - 297a^4 + 60a^3 - 300a^2$$

$$51a^6 - 6a^5 - 297a^4 + 200a^3 - 300a^2 + 12a + 96 = 0$$

$$\frac{a^3 - a^2}{2} = a^2 - a$$

$$3a^5(x+3d)$$

$$\begin{array}{r} 2973 \\ -2298 \\ \hline 65 \end{array}$$

$$3a^4(12a^2 - 2a - 99)$$

$$x \quad x+5d$$

$$\begin{cases} x+5d = -a^6 - 4a^5 - 2 \\ 2x+5d = \frac{a^3 - a^2}{2} \end{cases}$$

$$a^3 - a^2 = 2a^2 - 2a$$

$$\begin{cases} 2x+5d = a^2 - a \\ 2x+5d = a^2 - a \end{cases}$$

$$a^3 - 3a^2 + 2a = 0$$

$$a^2 - 3a + 2 = 0$$

$$(a-2)(a-1)=0$$

$$x^2 + 5x + d = -a^6 - 4a^5 - 2$$

$$a=1: \quad a=2:$$

$$x+5d+x = \frac{a^3 - a^2}{2}$$

$$\begin{array}{l} a_1 = 2 \\ a_2 = 1 \end{array}$$

$$x+4d$$

$$x^2 + \frac{1}{3} = 0$$

$$x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 2 = 12$$

$$\begin{array}{l} x_1 = 2 + \sqrt{12} \\ x_2 = 2 - \sqrt{12} \end{array}$$

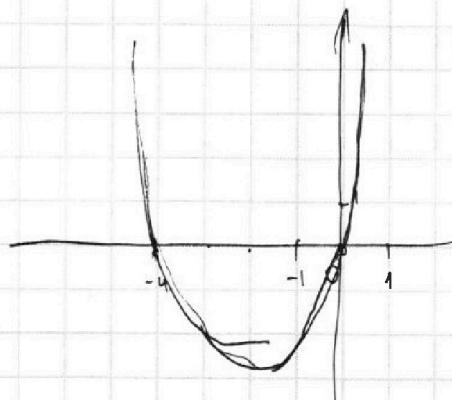
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$(2+4)x=xy$$

$$12x + 16y$$

$$\left(\frac{xy}{x}\right)^2 + \left(\frac{y^2}{x}\right)^2 + \left(\frac{x^2}{y}\right)^2$$

$$x^2 - 2x + 1 - 2 = 0$$

$$4.75$$

$$D = 4 + 4 \cdot 2 = 12$$

$$2x^2 - 4x - 14 = 0$$

$$x_1 = \frac{2 + 2\sqrt{3}}{2} = 1 + \sqrt{3}$$

$$x^2 - 2x - 24 = 0$$

$$32$$

$$D = 4 + 4 \cdot 74 = 300$$

$$1 - 5\sqrt{3}$$

$$\frac{15 + 6\sqrt{3}}{6\sqrt{3}}$$

$$1 + 5\sqrt{3}$$

$$3(xy + yz + zx) = 4(x+y+z) + (x+y+z)^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2(4x + 4y + 4z) + 48 = 1 - 5\sqrt{3} + 1 - 5\sqrt{3} + 1 + 5\sqrt{3} + 1 + 5\sqrt{3}$$

$$xy + yz + zx + 4(x+y+z) = -16$$

$$\frac{3}{24}$$

$$x^2 - a(a-1)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$$

$$a^2(a-1)^2 > \frac{4}{3}(2-a)$$

$$\frac{3}{592}$$

$$2x^2 - a^2(a-1) - 2(a^6 + 4a^3 + 2) = 0 \quad a^4(a-1)^2 > -8(a^6 + 4a^3 + 2)$$

$$x_1 = \frac{a(a-1) + \sqrt{D_1}}{2}$$

$$x_2 = \frac{a(a-1) - \sqrt{D_1}}{2}$$

$$\sqrt{D_1} = d$$

$$\frac{D_2}{D_1} = 100$$

$$x_3 = \frac{a^2(a-1) - \sqrt{D_2}}{4}$$

$$x_4 = \frac{a^2(a-1) + \sqrt{D_2}}{4}$$

$$\frac{\sqrt{D_2}}{2} = 5d$$

$$\sqrt{D_2} = 10d$$

$$3a^4(a-1)^2 + 10(a^6 + 4a^3 + 2) = 300a^2(a-1)^2 + 400(2-a^3)$$

$$\frac{400}{3}$$

$$\frac{400}{3} - 300$$

$$100 - 300$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} y = 4x + z^2 \Rightarrow z(2x) = y \\ yz = 4xz + x^2 \\ z^2 = 4y + xy \end{cases}$$

Лучше

$$(xy + yz + zx) + 4(x + y + z) + 16 \cdot 3$$

$$x^2 + 8x + 16$$

$$\left(\frac{xy}{z}\right)^2 + \left(\frac{yz}{x}\right)^2 + \left(\frac{xz}{y}\right)^2$$

$$n = \frac{3}{\sqrt[3]{25000}}$$

$$xyz = (4+x)(4+y)(4+z)$$

$$\frac{3xyz}{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\frac{3}{\frac{10^3 - 1000}{10^3 + 1000}} = \frac{3 \cdot 10^3}{10^3 + 1000}$$

$$\frac{t}{x} = \frac{6}{x} \left(\frac{2+4}{2+4} \right)$$

210

0/н

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{3} + \frac{z}{3}$$

$$4 \approx -8$$

$$x^2 + 4x - 8y = 0$$

$$D = 16 + 4xy$$

99

$$x_1 = \frac{-4 + \sqrt{16 + 4xy}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-4 - \sqrt{16 + 4xy}}{2}$$

$$\begin{pmatrix} 25.000 \\ 100 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \times 2$$

$$= \begin{pmatrix} 50.000 \\ 100 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \times 1000000$$

$$100303000$$

$$\begin{array}{r} 1000000 \\ 30000 \\ \hline 700000 \end{array}$$

$$10^{75} - 10^{50} + 10^{25} + 10^{75} - 10^{50} + 10^{25}$$

$$\begin{array}{r} 300000 \\ 1000000 \\ 30000 \\ \hline 970000 \end{array}$$

$$10^{75} - 3 \cdot 10^{50} + 3 \cdot 10^{25} - 1$$

$$\begin{array}{r} 1000000 \\ 30000 \\ \hline 700000 \end{array}$$

$$9 \dots 970 \dots 0 \dots 0$$

на 6

30 \dots 0

$$9 \dots 970 \dots 030 \dots 0$$

$$29 \dots 9$$

$$30 \dots 10$$

D - - - - -

$$-\frac{310}{3}a^2 + \frac{640}{3}a$$

$$-\frac{448}{3}a + \frac{896}{3}$$

$$-\frac{448}{3}a + \frac{896}{3}$$

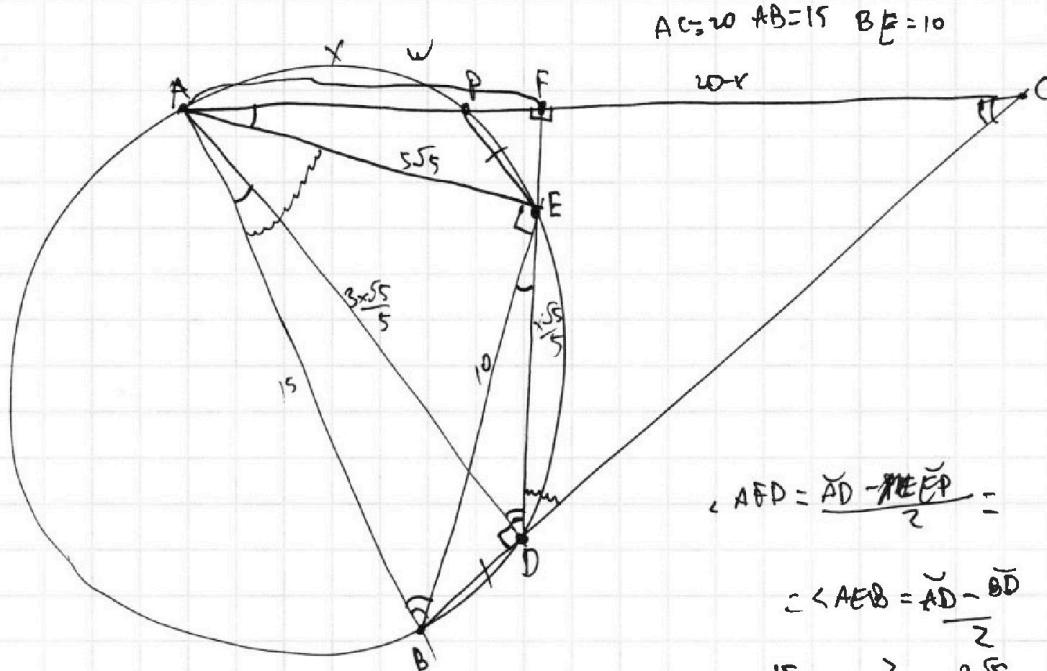
$$-\frac{448}{3}a + \frac{896}{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$$AD^2 + DB^2 = AB^2$$

$$AF^2 + FD^2 = AD^2$$

$$AF^2 + FE^2 = AE^2$$

၅၁၄

$$\frac{DB}{FE} = \frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AF} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

$$C_D \cdot C_B = C^P \cdot C_A$$

$$\frac{5\sqrt{5}}{10} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

፭፻፷፯

$$\frac{AF}{FD} = \frac{PD}{DC}$$

$$\frac{555}{10} = \frac{x}{50}$$

$$AD = \frac{x}{40} = \frac{5\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

$$AD = \frac{15\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{5}$$

$$\frac{10}{5\sqrt{5}} = \frac{2}{\cancel{5}} = \frac{\cancel{2}}{1}$$

$$\frac{BC}{FD} = \frac{BE}{FE}$$

$$\frac{20\text{~N}}{\tilde{F}D} = \frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{100}{2}$$

$$100 - 5x = 4x$$

$$\frac{20-x}{2} = \frac{2k}{5}$$

$$\frac{x}{FD} = \frac{FD}{20-x} \geq \frac{AD}{DC}$$

$$20x - x^2 \propto \frac{10^0}{x}$$

$$F_D = \frac{6x}{35} = \frac{Cx}{35} =$$

$$\approx 2 \times \frac{50}{49} = \frac{100}{49}$$

$$\frac{-(x)\sqrt{5}}{102} = \frac{(20-x)\sqrt{5}}{2} = \frac{x\sqrt{55}}{e}$$

$$100 - 5x = 2x$$

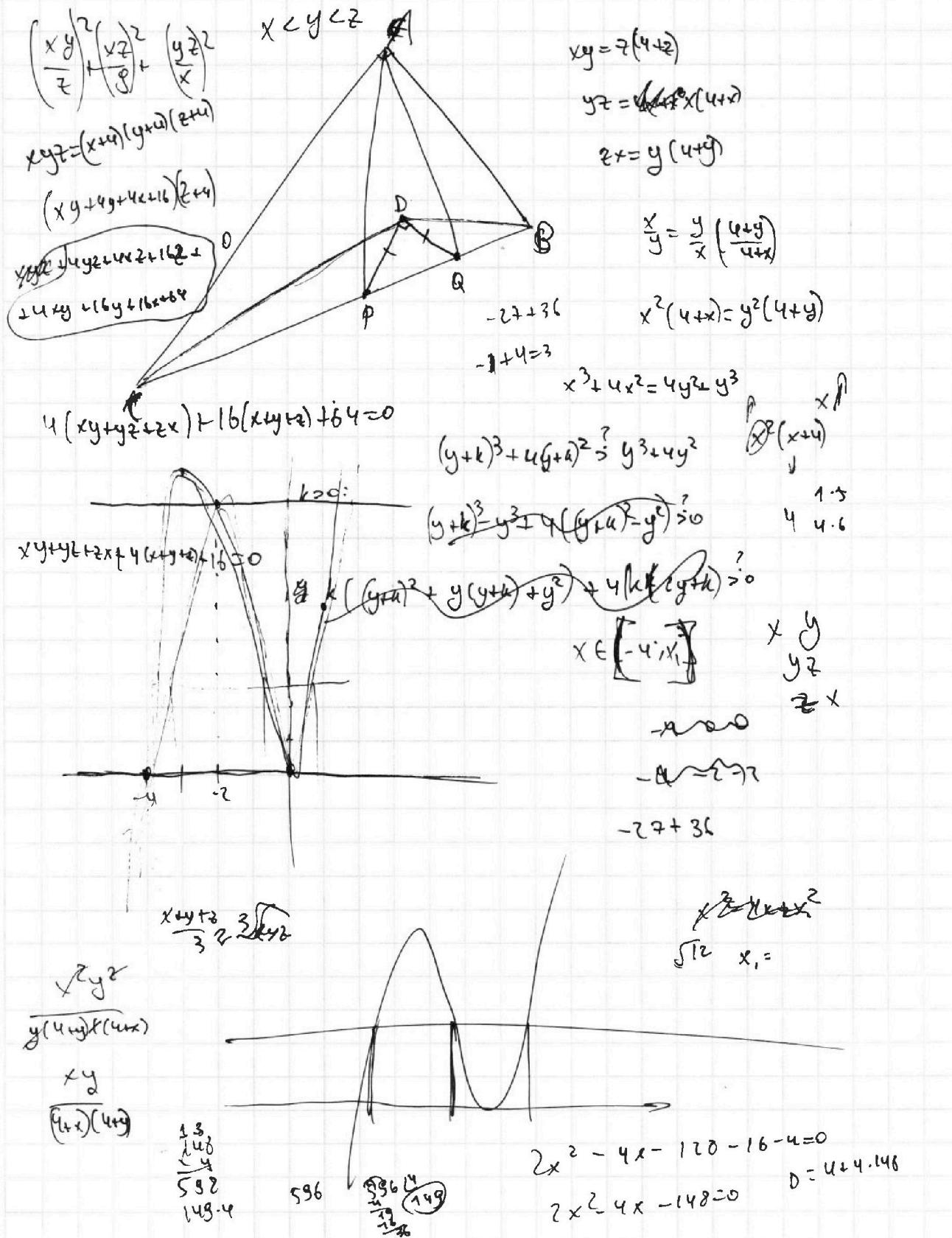


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{C_{n-2}^2}{C_n^5} = \frac{\frac{(n-2)!}{2!(n-4)!}}{\frac{n!}{(n-5)!5!}} = \frac{(n-3)(n-2)5!}{2(n-4)(n-1)n} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{(n-4)(n-1)n}$$

$(n-5)(n-4)(n-3)(n-2)(n-1)n$

$$\frac{C_{n-5}^5}{C_n^8} = \frac{\frac{(n-5)!}{5!(n-10)!}}{\frac{n!}{(n-8)!8!}} = \frac{(n-5)(n-6)(n-7)(n-8)(n-9)8!6 \cdot 7 \cdot 8}{5!(n-9)(n-8)(n-7)(n-6)(n-5)(n-4)(n-3)(n-2)(n-1)n}$$

$$\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{\frac{(n-3)!5!(n-5)!}{2!(n-5)!n!}}{\frac{(n-2)(n-1)4!}{n(n-1)(n-2)}} = \frac{(n-3)(n-2)4!}{n(n-1)(n-2)} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 3}{5 \cdot 4 \cdot 3}$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{5 \cdot 4 \cdot 3} = 0,8 \cdot 7 = 5,6$$

$$\frac{C_{n-3}^5}{C_n^8} = \frac{\frac{(n-3)!(n-8)!8!}{5!(n-8)!n!}}{\frac{n(n-1)(n-2)}{n(n-1)(n-2)}} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{n(n-1)(n-2)}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$$

$$D_1 = a^4 - 2a^3 + a^2 - \frac{4}{3}(2-a^3)$$

$$x_1 = \frac{a^2 - a + \sqrt{D_1}}{2}$$

$$x_2 = \frac{a^2 - a - \sqrt{D_1}}{2}$$

$$D_1 = a^4 - 2a^3 + a^2 - \frac{4}{3}(2-a^3)$$

$$x_4 = \frac{2(a^2 - a - \sqrt{D_1})}{4} = -\frac{6}{3}$$

$$x_5 = \frac{2(a^2 - a + \sqrt{D_1})}{4}$$

-3; -1

~~$D_2 = a^6 - 2a^5 + a^4 + 8(2a^6 + 8a^4)$~~

~~$a^2 - a + \sqrt{D_1} - a^2 + a + \sqrt{D_1}$~~

$$x_6 = \frac{a^3 - a^2 - \sqrt{D_2}}{4}$$

~~$\sqrt{D_1} = d$~~

$$x_7 = \frac{a^3 - a^2 + \sqrt{D_2}}{4}$$

~~$\sqrt{D_2} = d$~~

$$\frac{D_2}{D_1} = 100$$

$$\frac{2}{9}$$

$$\frac{1}{64} \times \frac{3}{192}$$

$$\frac{a^3 - a^2 + \sqrt{D_2} - a^3 + a^2 + \sqrt{D_2}}{4} = -\frac{6}{3} - \frac{4}{3}$$

$$\frac{\sqrt{D_2}}{2} = 5d$$

$$D_2 = 100 D_1$$

$$\sqrt{D_2} = 10d$$

$$17a^6 - 2a^5 + a^4 + 64a^3 + 32 = 100 \left(a^4 - \frac{10}{3}a^3 + a^2 - \frac{8}{3} \right)$$

384

$$51a^6 - 6a^5 + 3a^4 + 192a^3 + 96 = 300a^4 - 1000a^3 + 300a^2 - 800$$

$$51a^6 - 6a^5 - 297a^4 + 1000a^3 - 300a^2 + 192a + 896 = 0$$

$$-11130 + 8000$$

$$51 - 6 - 297 + 1000 - 300 + 192 + 896$$

$$-3130$$

$$18182L 32 (102-6)$$

$$192$$

$$200 \quad \begin{array}{r} 105 \\ \times 16 \\ \hline 630 \end{array}$$

$$96 \cdot 32 - 237 \cdot 16$$

$$16 \left(192 - 237 \right)$$

$$\begin{array}{r} 105 \\ \times 13 \\ \hline 1130 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$D_1 = a^2(a-1)^2 + 4\left(\frac{a^{3-2}}{3}\right)$$

$$D_2 = a^4(a-1)^2 + 16(a^6+4a+2)$$

$$100a^2(a-1)^2 + 400\left(\frac{a^{3-2}}{3}\right) = a^4(a-1)^2 + 16(a^6+4a+2)$$

$$a^2(a-1)$$

$$(a-1)^2(a^2(a^4-10)(a+10)) = 400\left(\frac{a^{3-2}}{3}\right) - 16(a^6+4a+2)$$

$$\begin{array}{r} \cancel{a^2} \\ 37 \\ \cancel{a^2} \\ \cancel{-24} \\ \hline \cancel{476} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{4(-96)} \\ 4(-96) \\ \cancel{400} \cdot 2 - 16(64+8+2) = 800 - 16 \cdot 74 \\ \hline 112 \\ \hline 1184 \end{array}$$

$$(a^2-2a+1)a^7(a^2-100)$$

$$(a^4-2a^3+a^2)(a^2-100) = a^6-2a^5+94 \cdot 100a^4+20a^3-100a^2$$

$$\begin{array}{r} \cancel{64} \\ \times \cancel{3} \\ \hline \cancel{192} \end{array}$$

$$17a^6 - 2a^5 - 99a^4 + \frac{400}{3}a^3 - 100a^2 + 64a + \frac{896}{3} = 0$$

$$\begin{array}{r} \cancel{32(34-2)} \\ \cancel{32(34-2)} = 32^2 - 32 \cdot 16 \\ \hline 448 \end{array}$$

$$(64-32) \cdot 16$$

$$35$$

$$7600 + 896$$

$$\begin{array}{r} \cancel{560} \\ -128 \\ \hline \cancel{832} \end{array} - 832$$

$$\begin{array}{r} 17a^6 - 2a^5 - 99a^4 + \frac{200}{3}a^3 - 100a^2 + 64a + \frac{896}{3} \\ \hline -17a^6 - 34a^5 \end{array}$$

$$32a^5 - 99a^4 + \dots$$

$$\begin{array}{r} -32a^5 - 64a^4 \\ \hline -35a^4 + \frac{200}{3}a^3 \end{array}$$

$$-35a^4 + 70a^3$$

$$\begin{array}{r} 17a^5 + 32a^4 - 35a^3 - \frac{10}{3}a^2 - \frac{320}{3}a \\ \hline Q-2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{332} \\ \times 3 \\ \hline \cancel{2496} \\ -448 \\ \hline 3 \end{array}$$