МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6

1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3?

3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D. Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω, отличная от D. Найдите AF, если $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$.

4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$ являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.

6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| + \left|x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| \leqslant 4$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M, которое замела фигура Φ при этом повороте.

7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D, для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle BCA = 50^\circ$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц **в решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

① $\begin{cases} xy = -2z + z^2 & (1) \\ yz = -2x + x^2 & (2) \\ zx = -2y + y^2 & (3) \end{cases}$, $x, y, z \neq 0$.

Система имеет хотя бы 1 решение при $x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$.

Найти: $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2$.

$(1)-(2)$: $xy - yz = -2z + z^2 - x^2 + 2x$

$y(x-z) = 2(x-z) + (z-x)(z+x)$

$y(x-z) = 2(x-z) - (x-z)(z+x)$

$y(x-z) = (x-z)(2-z-x)$

если $x \neq y \neq z$, то

$y = -z - x + 2$

подставим в (3):

$zx = -2(-z-x+2) + (-z-x+2)^2$

$zx = 2z + 2x - 4 + (z+x-2)^2$

$zx = \cancel{2z} + \cancel{2x} - \cancel{4} + z^2 + x^2 + \cancel{4} + 2zx - \cancel{2z} - \cancel{2x}$

$z^2 + x^2 + zx = 0$

$z^2 + x^2 = -zx$, $\boxed{zx \leq 0}$

Аналогично $(1)-(3)$ и $(2)-(3)$ получаем

$x = -z - y + 2$, $z = -x - y + 2$

Тогда $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 =$

$(-z-y+2-2)^2 + (-x-z+2-2)^2 + (-x-y+2-2)^2 =$

$(z+y)^2 + (x+z)^2 + (x+y)^2$ ★

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

2) (1)+(2):

$xy+yz = z^2+x^2-2z-2x \quad | +2xz$

$z^2+x^2+\underline{2xz}-xy-yz-2z-2x = \underline{2xz}$

$(z+x)^2-y(z+x)-2(z+x)=2xz$

$(z+x)(z+x-y-2)=2xz,$

$y=-x-z+2$

$(z+x)(z+x-(-x-z+2)-2)=2xz$

$(z+x)(z+x+x+z-2-2)=2xz$

$(z+x)(2z+2x-4)=2xz \quad |:2$

$(z+x)(z+x-2)=xz$

подставим в ■:

$z^2+x^2+(z+x)(z+x-2)=0$

$z^2+x^2+z^2+zx-2z+xz+x^2-2x=0.$

то же самое, не нужно.

Рассмотрим A:

$x^2+2yx+y^2+x^2+2xz+z^2+y^2+2yz+z^2,$

$2xy=-4z+2z^2,\ 2xz=-4y+2y^2,\ 2yz=-4x+2x^2$

$x^2-4z+2z^2+y^2+x^2-4y+2y^2+z^2+y^2-4x+2x^2+z^2=$

$4x^2+4y^2+4z^2-4z-4x-4y=4S,$ S → то, что нужно найти по условию.

~~Пусть~~, тогда $S=x^2+y^2+z^2-z-x-y$

тогда, ~~Если $x=y=z$, то $S=0$~~.

$=x^2+z^2+y^2-(-x-y+2)-x-y=x^2+z^2+y^2-2.$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$n \in N$, $n = \underbrace{9999\ldots99}_{30001 \text{ девятка}}$,

$n = 9\cdot10^0 + 9\cdot10^1 + 9\cdot10^2 + \ldots + 9\cdot10^{29999} + 9\cdot10^{30000}$

$n = 9\left(10^0 + 10^1 + 10^2 + \ldots + 10^{29999} + 10^{30000}\right)$

$\{b_n\}$ в скобках геометрическая прогрессия, $b_1 = 10^0 = 1$, $q = 10$, $p = 30001$ членов

$S_{\{b_n\}} = \frac{b_1\cdot(q^p-1)}{q-1} = \frac{1\cdot(10^{30001}-1)}{10-1} = \frac{1\cdot(10^{30001}-1)}{9}$.

$n = 9\cdot S_{\{b_n\}} = 10^{30001} - 1$.

$n^3 = (10^{30001}-1)^3 = (10^{30001})^3 - 3\cdot(10^{30001})^2\cdot1 + 3\cdot10^{30001}\cdot(1)^2 - (1)^3 =$

$10^{90003}\ (1) - 3\cdot10^{60002}\ (2) + 3\cdot10^{30001}\ (3) - 1$.

1) $10^{90003} = \underbrace{10000\ldots000}_{90003 \text{ нуля}}$, $3\cdot10^{60002} = \underbrace{300000\ldots00}_{60002 \text{ нуля}}$

$10^{90003} - 3\cdot10^{60002} = \underbrace{10000\ldots0000\ldots000}_{30001 \text{ нуль}}$ (60002 нуля)

$-\ 300\ldots000$

$\underbrace{999\ldots99}_{30000 \text{ девяток}}\underbrace{970\ldots000}_{60002 \text{ нуля}}$

2) $(10^{90003} - 3\cdot10^{60002}) - 3\cdot10^{30001}$

$\underbrace{999\ldots99}_{30000\ 9}\underbrace{7000\ldots000\ldots00}_{30001 \text{ нуль}}$

$-\ 30\ldots00$

$\underbrace{999\ldots996}_{30000\ 9}\underbrace{999\ldots970\ldots00}_{30001 \text{ нуль}}$

1 б 7

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

3) $(10^{90003} - 10^{60002} + 10^{30001}) - 1$

$$\begin{array}{l} -\ 999\ldots999\,6999\ldots9700\ldots00 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad 1 \\ \hline 999\ldots999\,6999\ldots96\,99\ldots99 \end{array}$$

30000 и 9 4 30000 и 9 4 30001 и 9 4

тогда девяток в n^3 всего $30000+30000+30001=90001$

Ответ: 90001

Т.к. $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$, то

2) $(10^{90003} - 3\cdot10^{60002}) + 3\cdot10^{30001}$

$$\begin{array}{l} \quad 999\ldots999\,700\ldots000\ldots000 \\ + \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad 300\ldots000 \\ \hline 999\ldots9997\,00\ldots300\ldots000 \end{array}$$

30000 и 9 4 1 и 7 4 30000 нулей 1 и 3 4 30001 нуль

3) $((10^{90003} - 3\cdot10^{60002}) + 3\cdot10^{30001}) - 1$

$$\begin{array}{l} -\ 999\ldots999\,700\ldots00300\ldots000 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad 1 \\ \hline 999\ldots999\,700\ldots00299\ldots999 \end{array}$$

30000 и 9 4 1 и 7 4 30000 и 0 4 1 и 2 4 30001 и 9 4

тогда девяток в n^3 всего $30000+30001=60001$.

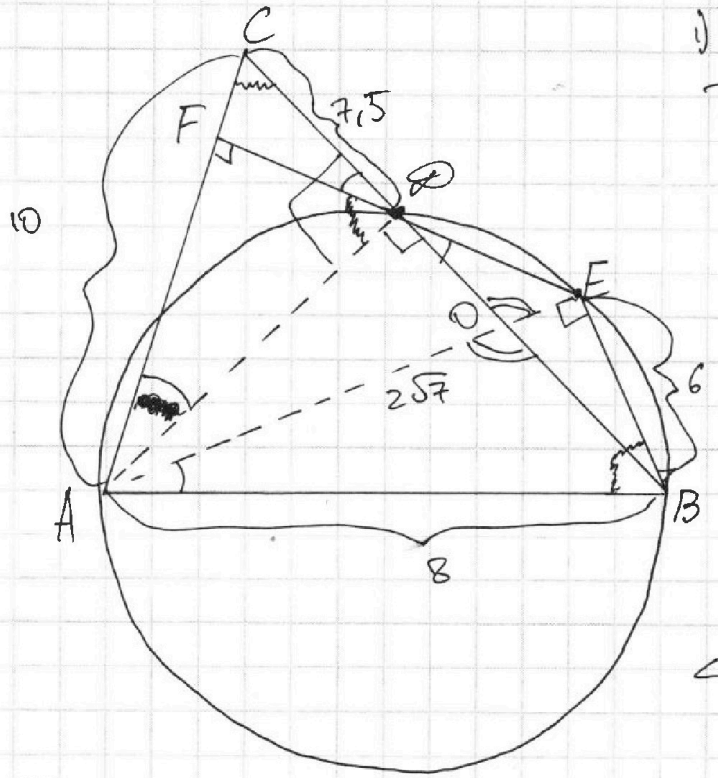
Ответ: 60001

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



1) Проведем AD, AE.

Тогда ADEB - вписанный (все точки лежат на окружности по условию).

$\angle CDF = \angle BDE$ как вертикальные

$\angle BDE = \angle BAE$ - вписанные, опираются на $\cup EB$.

Т.к. AB - диаметр, то $\angle ADB = \angle AEB = 90^\circ$.

Тогда $\triangle AEB \sim \triangle DFC$ по двум углам.

2) По теореме Пифагора в $\triangle AEB$:

$AE^2 = AB^2 - BE^2 = 64 - 36 = 28 \Leftrightarrow AE = 2\sqrt{7}$

пусть $O = AE \cap DB$. Тогда $\triangle AOB \sim \triangle EOD$ по двум углам ($\angle AOB = \angle EOD$ как вертикальные, $\angle EDO = \angle BOA$ (см. п. 1)).

Далее $AC \cap \omega = X$, и AC - не касательная, т.к. в таком случае $\angle CAB = 90^\circ$ (как угол между касательной и радиусом (диаметром)), а по условию $\circ ACB$ - остроугольный.

$\Leftrightarrow \angle ACD = 180^\circ - \angle CAD - \angle CDA = 180^\circ - \angle CAD - 90^\circ = 90^\circ - \angle CAD = \angle FDA = 180^\circ - \angle AFD - \angle FAD = 90^\circ - \angle FAD$,

$\angle CAD = \angle FAD$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Т.е. $\angle ACD = \angle FDA \Rightarrow \angle FAD = \angle FDC$.

$\Rightarrow \triangle AFD \sim \triangle FDC$ по двум углам.

и $\triangle AFD \sim \triangle FDC \sim ADC$, т.к. DF – высота в $\triangle ADC$ – прямоугольный. и т.к. $\triangle AEB \sim \triangle DFC$, то

3) $\Leftrightarrow \triangle ADC \sim \triangle AEB$ по двум углам,

$\Rightarrow \frac{AFC}{AB} = \frac{CD}{EB} \Leftrightarrow CD = \frac{AFC \cdot EB}{AB} = \frac{10 \cdot 6}{8} = \frac{60}{8} = \frac{30}{4} = \frac{15}{2} = 7{,}5.$

4) $\triangle CDF \sim \triangle BAE$ (см. п. 1)

$\Rightarrow \frac{CD}{AB} = \frac{FC}{EB} \Rightarrow FC = \frac{CD \cdot EB}{AB} = \frac{7{,}5 \cdot 6}{8} = \frac{7{,}5 \cdot 3}{4} = \frac{15}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{45}{8}$

тогда $AF = AC - FC = 10 - \frac{45}{8} = \frac{80}{8} - \frac{45}{8} = \frac{35}{8}$.

Ответ: $\frac{35}{8}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц **в решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Пусть событие B = „Игроку выиграть, открыв 7 коробок" (после разрешения „открыть 7 коробок"

~~Замечание~~. ~~Если на~~ „открыть 7 коробок" значит, что у игрока ~~есть~~ возможность (после изменения правил) открыть 7 коробок. „1

тогда, аналогично $P(B) = \frac{C_3^3 \cdot C_{n-3}^{7-3}}{C_n^7} =$

$$\frac{C_{n-3}^4}{C_n^7} = \frac{\frac{(n-3)!}{4!(n-7)!}}{\frac{n!}{7!\cdot(n-7)!}} = \frac{(n-3)!}{4!\cancel{(n-7)!}} \cdot \frac{7!\cancel{(n-7)!}}{n!} =$$

$$\frac{(n-3)!\cdot 7!}{4!\cdot n!} = \frac{\cancel{7}\cancel{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}\cdot 5\cdot 6\cdot 7}{\cancel{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}\cdot(n-2)(n-1)(n)} = \frac{210}{n(n-1)(n-2)}$$

Разделим $P(B)$ на $P(A)$, чтобы получить, насколько раз вероятность выиграть увеличилась:

$$\frac{P(B)}{P(A)} = \frac{210}{\cancel{n(n-1)(n-2)}} \cdot \frac{\cancel{n(n-1)(n-2)}}{60} = \frac{210}{60} = \frac{70}{20} = \frac{7}{2} = 3{,}5 \text{ раза}$$

Ответ: в 3,5 раза

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

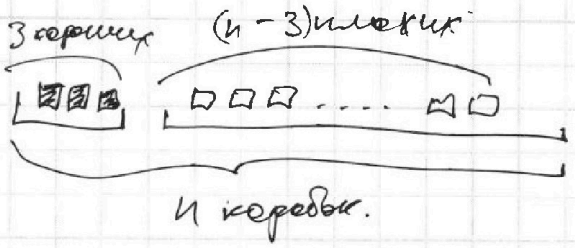
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Пусть всего $n \in N$ коробок.

Назовём коробки „хорошими", если в них есть шарик, и „плохими" – если нет (по условию всего хороших – 3 штуки).



Пусть событие A = „Игрок выиграл, ~~вытянув~~ открыв 5 коробок" (до разрешения игроку открыть 7).

тогда $P(A) = \dfrac{C_3^3 \cdot C_{n-3}^{5-3}}{C_n^5}$, C_3^3 – кол-во сочетаний выбрать 3 хороших, $C_{n-3}^{5-3} = C_{n-3}^2$ – кол-во сочетаний выбрать 2 плохих и C_n^5 – общее количество способов выбрать 5 коробок из n.

тогда $P(A) = \dfrac{\frac{\overset{1}{\cancel{3!}}}{3! \cdot \underset{1}{0!}} \cdot \frac{(n-3)!}{2! \cdot (n-3-2)!}}{\frac{n!}{5! \cdot (n-5)!}} =$

$\dfrac{(n-3)!}{2!(n-3-2)!} \cdot \dfrac{5!(n-5)!}{n!} = \dfrac{(n-3)! \cdot 5!}{2! \cdot n!} = \dfrac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot (n-1)(n-2)n} =$

$\dfrac{60}{(n-2)(n-1)n}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

~~Вс~~

~~Сложим ★ и ★★~~:

★ − ★★: $d - d = (a^2 - 2a - 2a_6) - \left(\frac{a^3 - 2a^2}{3} - 2a_6\right)$

$0 = a^2 - 2a - \cancel{2a_6} - \frac{(a^3 - 2a^2)}{3} + \cancel{2a_6}$

$\frac{a^3 - 2a^2}{3} = a^2 - 2a \quad | \cdot 3$

$a^3 - 2a^2 = 3(a^2 - 2a)$

$a^2(a-2) - 3(a^2 - 2a) = 0$

$a^2(a-2) - 3a(a-2) = 0$

$(a^2 - 3a)(a-2) = 0$

$\left[\begin{array}{l} a^2 - 3a = 0 \iff a(a-3) = 0 \iff a = 0,\ a = 3. \\ a - 2 = 0 \qquad a = 2 \end{array}\right.$

Ответ: $a = 0,\ a = 2,\ a = 3$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

2) Повторим Виета для (2):

$$\begin{cases} a_4 \cdot a_9 = \dfrac{6-a^5}{3} \\ a_4 + a_9 = \dfrac{a^3-2a^2}{3} \end{cases} \Rightarrow 6-a^5 = 3a_4a_9$$

$$a^3-2a^2 = 3a_4+3a_9 = 3(a_4+a_9)$$

$$D = (a^3-2a^2)^2 - \cancel{2\cdot 3\left(\frac{6-a^5}{3}\right)}\ 4\cdot 3\cdot(6-a^5) =$$

$$(3(a_4+a_9))^2 - 12\cdot 3a_4a_9 = 9(a_4^2+2a_4a_9+a_9^2) -$$

$$-36a_4a_9 = 9a_4^2+18a_4a_9+9a_9^2-36a_4a_9 =$$

$$9a_4^2-18a_4a_9+9a_9^2 = (3a_4-3a_9)^2$$

Раз прогрессия возрастает ($a_7 > a_6$), то и $a_9 > a_4$

$$a_4 = \frac{a^3-2a^2+3a_4-3a_9}{6}, \quad a_9 = \frac{a^3-2a^2+3a_9-3a_4}{6},$$

$$a_4+5d = a_9,$$

$$a_4 = \frac{a^3-2a^2+3a_4-3(a_4+5d)}{6} \Leftrightarrow a_4 = \frac{a^3-2a^2-15d}{6} \quad /\cdot 6$$

$$6a_4 = a^3-2a^2-15d$$

$$\cancel{6a_4 = a^3-2a^2 =}$$

$$\boxed{15d = a^3-2a^2-6a_4}, \quad a_4 = a_6-2d.$$

$$15d = a^3-2a^2-6(a_6-2d)$$

$$15d = a^3-2a^2-6a_6+12d$$

$$\cancel{3d = a^3-2a^2-6a_6} \quad /:3$$

$$d = \frac{a^3-2a^2}{3} - 2a_6$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

(1) $x^2-(a^2-2a)x+a^2-a-7=0$, $x_1=a_6$, $x_2=a_7$

(2) $3x^2-(a^3-2a^2)x+6-a^5=0$, $x_3=a_4$, $x_4=a_9$,

где $\{a_n\}$ - арифметическая прогрессия, a_n - целые, $n\in N$.

1) По теореме Виета для (1):

$$\begin{cases} a_6\cdot a_7=a^2-a-7 \\ a_6+a_7=a^2-2a. \end{cases}$$

$D=(a^2-2a)^2-4\cdot(a^2-a-7)=$ ~~a^4+4a^2-4~~

$(a_6+a_7)^2-4a_6a_7=a_6^2+a_7^2+2a_6a_7-4a_6a_7=$

$a_6^2+a_7^2-2a_6a_7=(a_6-a_7)^2.$

~~$x_1=\frac{a^2-2a+a_6-a_7}{}$~~

1) если $a_7>a_6$, то

$a_6=\frac{a^2-2a+a_6-a_7}{2}$, $a_7=\frac{a^2-2a+a_7-a_6}{2}$

$a_7=a_6+d$, d - разность $\{a_n\}$, $a_6=a_7-d$

$a_6=\frac{a^2-2a+a_6-a_6-d}{2}$, $a_7=\frac{a^2-2a+a_7-(a_7-d)}{2}$

$a_6=\frac{a^2-2a-d}{2}$ $a_7=\frac{a^2-2a+d}{2}$

верно.

~~Тогда~~ $2a_6=a^2-2a-d$

$d=a^2-2a-2a_6$ *

2) если $a_7<a_6$, то $a_6=\frac{a^2-2a+a_6-a_7}{2}$, ~~$a_7=\frac{a^2-2a+a_6}{}$~~

$a_7=\frac{a^2-2a+a_7-a_6}{2}$ → абсолютно идентично п. 1

Без ограничения общности будем считать, что $a_7>a_6$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$= \cancel{180^\circ - 70^\circ -} 50^\circ$

$\angle APC = 180^\circ - \angle APQ = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$ по свойству смежных углов

тогда $\angle PAC = 180^\circ - \angle APC - \angle ACP = 180^\circ - 110^\circ - 50^\circ = 20^\circ$.

$\angle CAQ = 65^\circ = \angle QAP + \angle PAC = 20^\circ + \angle QAP$

$\Rightarrow \angle QAP = 65^\circ - 20^\circ = 45^\circ$.

Тогда $\angle BAQ = \angle BAP - \angle QAP = 70^\circ - 45^\circ = 25^\circ$

4) Пусть $O = AQ \cap BD$.

$\angle BQO = 180^\circ - \angle OQP = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$

Проведу DC и DA и отразим D отн. QP (M - середина QP)

Тогда: 1) $DQD'P$ - квадрат (т.к. $QP \perp DD'$ и $\angle QDP = \angle QD'P = 90^\circ$.

~~2) вписан~~

2) $\angle \cancel{ADC} = \angle MDP = 45^\circ = \frac{1}{2} \angle QDP$

тогда $\angle ADP = 180^\circ - \angle BAP = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$.

Заметим, что $\angle ADP = \angle APC = 110^\circ$ (см. п.3) $\Leftrightarrow$ тогда по признаку $ADPC$ - вписанный и $\angle CDP = \angle CAP = 20^\circ$ (опир. на $\cup AD$)

5) Аналогично $\angle ADP = \angle BQA = 115^\circ$ и $BQDA$ - вписанный. Тогда $\angle BDQ = \angle BAQ = 25^\circ$ (см. п.3) (опираются на $\cup AQ$)

$\Rightarrow \angle DBQ = 180^\circ - \angle BQD - \angle BDQ = 180^\circ - 135^\circ - 25^\circ = 20^\circ$ (см. п.3)

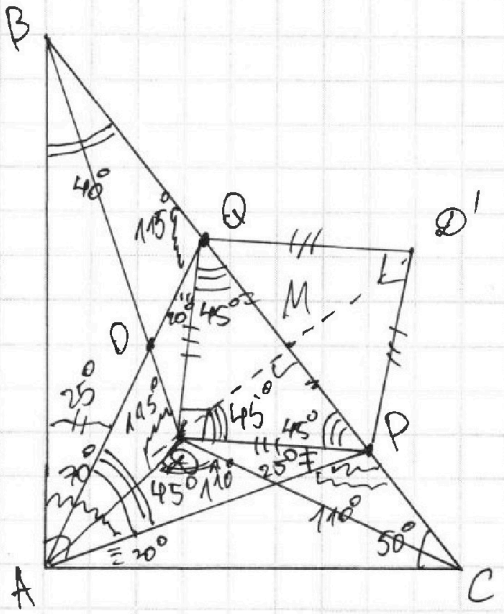
Ответ: 20°

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$AB = BP$, $AC = CQ$.

точки D внутри $\triangle ABC$ расположены единственным образом, т.к. чтобы $DP = DQ$, т. D должна лежать на серединном перпендикуляре к QP, причем $\angle PDQ = 90°$ (такие точки D будут 2 → ~~одна~~ по разные стороны от QP).

1) Т.к. $\angle BCA = 50°$, то $\angle ABC = 90° - \angle BCA = 40°$, т.к. $\triangle ABC$ — прямоугольный.

Т.к. $\triangle QDP$ прямоугольный и равнобедренный, то $\angle DQP = \angle DPQ = 45°$

2) Соединим AP. Т.к. $AB = BP$, то $\triangle ABP$ — равнобедренный и $\angle BAP = \frac{180° - \angle ABP}{2}$, т.к. $\angle BAP = \angle BPA$

$\angle BAP = \frac{180° - 40°}{2} = \frac{140°}{2} = 70° = \angle BPA$.

тогда $\angle APD = \angle BPA - \angle QPD = 70° - 45° = 25°$

3) Соединим AQ. Т.к. $AC = CQ$, то $\triangle ACQ$ — равнобедренный и $\angle CAQ = \angle AQC = \frac{180° - \angle BCA}{2} = \frac{180° - 50°}{2} = \frac{130°}{2} = 65°$. Тогда: $\angle AQD = \angle AQC - \angle DQP = 65° - 45° = 20°$, ~~т.к. $\angle PAC = 180° - \angle APQ - \angle PCA =$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

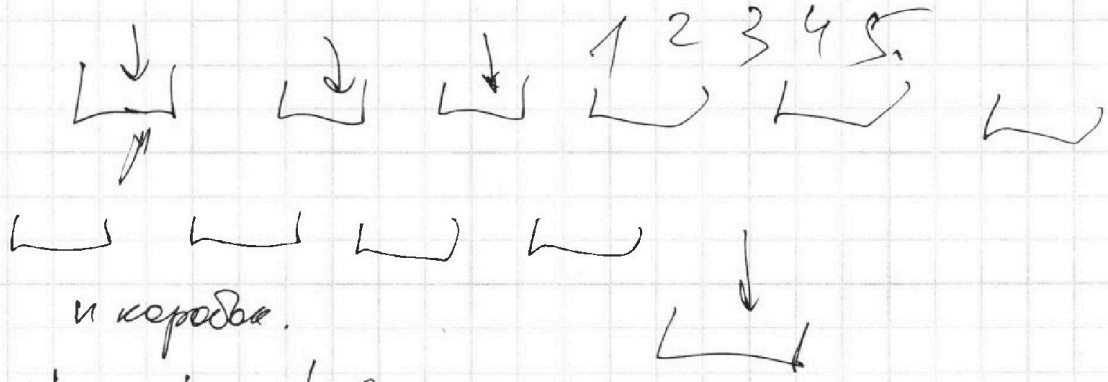
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

(4).



и коробки.

~~$P(A)\ \frac{4}{n}\cdot\frac{4}{n-1}\cdot\frac{1}{n-2}$ → попал.~~

то $P(A) = \frac{3}{n}$ – вынуть в этой коробке 1 шарик

$P(B)$ → вытянуть за 5 ходов.

$1-\frac{3}{n}$ – P проиграть.

$\frac{3}{n}$

$C_n^{\cancel{n}}$ → кол-во способов вытянуть всего.

$$\frac{C_3^3\cdot C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{1\cdot\frac{(n-3)!}{2!\cdot(n-5)!}}{\frac{n!}{5!(n-5)!}} =$$

$$C_3^3\cdot C_{n-3}^4$$

$$\frac{(n-3)!}{2!\cdot\cancel{(n-5)!}}\cdot\frac{5!\cancel{(n-5)!}}{n!} = \frac{5!}{2!\cdot n\cdot(n-1)\cdot(n-2)}.$$

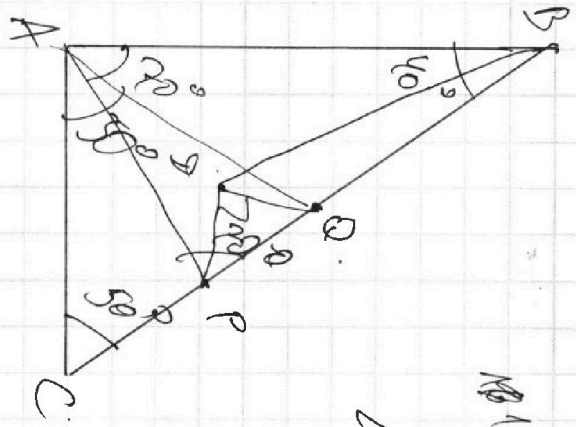
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц **в решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА ___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Поля QR-кода недопустимы!

№ 140 120



$\angle ABC, \angle BCA = 50^\circ$

$\angle ABO = \alpha, \angle OBQ = 40^\circ - \alpha.$

$\angle AOB = 180^\circ - \alpha - 25^\circ = 155^\circ - \alpha$

$\angle BOQ = 180^\circ - 105^\circ - 40^\circ + \alpha =$

$180^\circ - 145^\circ + \alpha$

$\angle AOB = 180^\circ - 25^\circ - (40 - \alpha) =$

$155^\circ - 40^\circ + \alpha = 115^\circ + \alpha$

$180^\circ - \alpha - 115^\circ = 65^\circ - \alpha$

$115^\circ + \alpha.$

$\frac{BP}{PC} = \frac{BQ}{QC} = \frac{8}{9} = \frac{8}{9 \cdot 01}$

$\frac{AB}{BE} = \frac{AC}{CD} = \frac{AC \cdot EB}{BE \cdot AB} = CD$

$AB^2 + AC^2 = BC^2 = (BQ + QP)^2 =$

$AB^2 + \cancel{AC^2} = BQ^2 + \cancel{QP^2} - 2BQQP$

$AB^2 = BQ^2 - 2BQ \cdot QP.$

$\frac{8}{5} = \frac{8 \cdot 01}{5 \cdot 8} = \frac{8}{5} = 01 = AC$

$\frac{8}{5} = \frac{8}{\frac{5}{2} \cdot 2} = \frac{AB}{BE} = \frac{CD \cdot EB}{AC} = EC \Rightarrow \frac{CD}{AB} = \frac{EC}{EB}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

② $n \in N$. 30001 девятка. n^3 – ?

$9^3 = 729$

$n = \underbrace{999\ldots99}_{30001}$

$99 \times 99 = 9801$

$9801 \times 99 = 99\,01$

$n^3 = n \cdot n \cdot n$

$\underbrace{999\ldots99}_{30001} = \cancel{9 \cdot 9 \cdot 9}$

$9 \cdot 10^{30001} + 9 \cdot 10^{30000} + \ldots + 9 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 = 9 \cdot 10^0$

$9(10^{30000} + 10^{29999} + \ldots + 10^2 + 10^1) + 10^0$

~~сколько получится единиц?~~

$b_1 = 1,\ q = 10$

$\frac{b_1 \cdot q^{n-1}}{q-1} = \frac{1 \cdot q^{30001}}{10-1} = \frac{1 \cdot 10^{30001}}{9}$

$1 + 10 + 100 + 1000 + \ldots + 10^{30000}$

$b_1 = 1,\ q = 10$

$\frac{b_1 \cdot q^{n-1}}{q-1} = \frac{1 \cdot 10^{30000}}{10-1} = \frac{1 \cdot 10^{30000}}{9}$

$\frac{1 \cdot 10^{30000}}{9^3} \cdot 9^3 = 1 \cdot 10^{30000}$

$1111 \times 1111 = 1234321$

$1234321 \times 1111 = 1371330631$

1234567890

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$2xy = -4z + 2z^2$

$\cancel{x^2 - 4z + 2z^2 + y^2 - 4x + 2x^2 + z^2 +}$

$2yz = -4x + 2x^2$

$\cancel{x^2 - 4z + 2z^2 + y^2} \; \cancel{+y^2 - 4x + 2x^2 + z^2} \; \cancel{+z^2 - 4y + y^2 + x^2}$

$= 4x^2 + 4z^2 + 4y^2 - 4z - 4x - 4y =$

$\cancel{4(x^2+y^2+z^2) - 4(x+y+z) =}$

4. S, $S = x^2 + z^2 + y^2 - z - x - y =$

$\cancel{x^2 - x + z^2 - z + y^2 - y = x(x-1) + z(z-1) + y(y-1)}$

$x^2 + z^2 + y^2 - (x - y + 2) - x - y =$

$x^2 + z^2 + y^2 + \cancel{x + y} - 2 \cancel{- x - y} =$

$x^2 + z^2 + y^2 - 2$

$(-y - z + 2)^2 + z^2 + y^2 = (y + z - 2)^2 + z^2 + y^2 =$

$y^2 + z^2 + 4 + 2yz - 2z - 2y + z^2 + y^2 =$

$2y^2 + 2z^2 - 2yz - 2z - 2y + 4 = 0. \quad | + 6yz$

$\cancel{2y(2y - z) + z(2z - y)}$

$2y^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2yz - 2(z + y) + 4 - 6yz = 0$

$2y(y + z) + 2z(z + y) - 2(z + y) + 4 - 6yz = 0$

$(y + z)(2y + 2z - 2) + 4 - 6yz = 0.$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -2z^2+z^2 \\ yz = -2x^2+x^2 \\ zx = -2y+y^2 \end{cases}$$

Найти: $(x-2)^2+(y-2)^2+(z-2)^2$, если система имеет хотя бы 1 решение в $x,y,z\neq 0$.

$\cancel{z^2 = xy - 2z}$

$$\begin{cases} z^2 = xy+2z \\ x^2 = yz+2x \\ y^2 = zx+2y \end{cases}$$

$(x-2)^2 = x^2-4x+4$

$(y-2)^2 = y^2-4y+4$

$(z-2)^2 = z^2-4z+4$

т.к. $x,y,z\neq 0$.

$\frac{xy}{yz} = \frac{z(-2+z)}{x(-2+x)}$

$\frac{x}{z} = \frac{z(-2+z)}{x(-2+x)}$

$x^2 = \frac{z^2(z-2)}{x-2}$

$x^2(x-2) = z^2(z-2)$

$z-2 = \frac{x^2(x-2)}{z^2}$

$(z-2)^2 = \frac{x^4(x-2)}{z^4}$

$\frac{y}{x} = \frac{x(x-2)}{y(y-2)}$

$y^2(y-2) = x^2(x-2)$

$y^2(y-2) = z^2(z-2)$

$(y-2)^2 = \frac{x^4(x-2)^4}{y^4}$

$x^2(x-2)^2 = \frac{y^2(y-2)^2}{x^4} = \frac{x^4(x-2)^2}{x^4} =$

$(x-2)^2+(y-2)^2+(z-2)^2$.

$10^2 = 100$

$10^2 = 100$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 2xy = -yz + 2z^2 \end{cases}$$

$\cancel{xy+yz = z^2-2z-2x+x^2}$

$xy - yz = z^2 - 2z + 2x - x^2$

$y(x-z) = (z^2-x^2) \cancel{-2(z-x)} + 2(x-z)$

$y(x-z) = (z-x)(z+x) + 2(x-z)$

$xy - yz = z^2 - 2z - x^2 + 2x$

$y(x-z) = \underline{z^2-x^2} + 2(x-z)$

$y(x-z) = (z-x)(z+x) + 2(x-z)$

$y(x-z) = (x-z)(-z-x) + 2(x-z)$

$y(x-z) = (x-z)(-z-x+2)$, $x \neq z$

$y = -z-x+2 \iff -x = y+z-2$

$x = -y-z+2$

$(a-b)^3 =$

$(a-b)(a-b)^2 =$

$(a^2-2ab+b^2)(a-b) =$

$a^3 - a^2b - 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 - b^3$

$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$yz - zx = x^2 - 2x - y^2 + 2y$

$z(y-x) = (x-y)(x+y) + 2(y-x)$

$z(y-x) = (y-x)(-x-y) + 2(y-x)$

$z(y-x) = (y-x)(-x-y+2)$, $y \neq x$

$z = -x-y+2$

$x = -y-z+2$

$2{,}5 \cdot 3 \mid 4$

$7{,}5 = 7 + \frac{1}{2}$

$(x-2)^2 = (-y-z+2-2)^2 = (y+z)^2 + (-x-y+2-2)^2 = \frac{15}{2}$

$(x+y)^2 + (y+z)^2 + (x+z)^2 =$

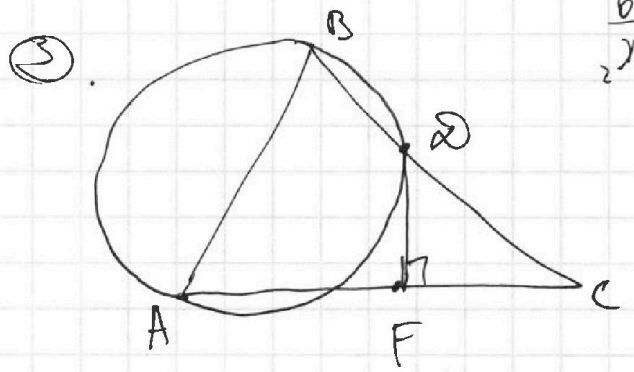
$x^2 + 2xy + y^2 + y^2 + 2yz + z^2 + x^2 + 2xz + z^2$

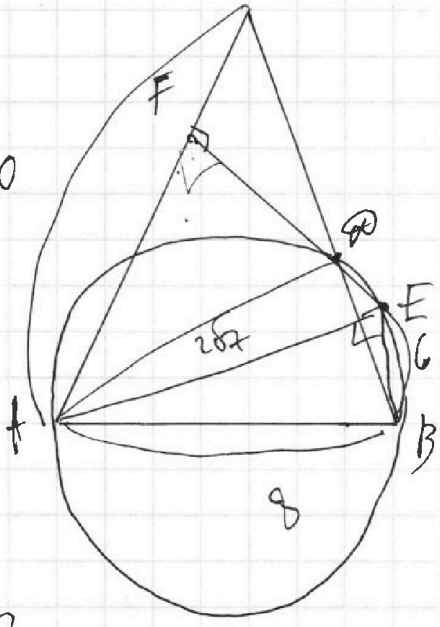
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

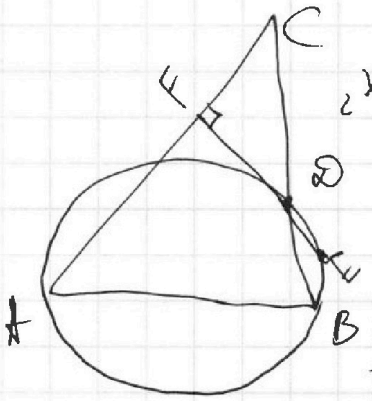
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





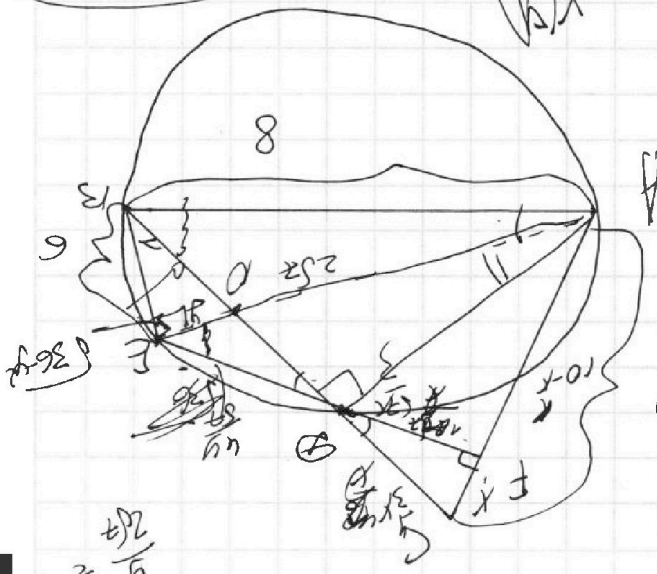


$AE^2 = 64 - 36 = 28$

$AE = 2\sqrt{7}$

$AF^2 + FE^2 = AE^2$

$FE - ?$



$CD^2 = (10-x)^2 + FD^2$

$FE = \sqrt{28 - x^2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$1+10+100+1000=1111$

$b_1=1,\ q=10,\ n=4$

$\frac{b_1\cdot q^{n-1}}{q-1}=$

$1+10+100=111$

$b_1=1,\ q=10,\ n=3$

$\frac{b_1\cdot q^{n-1}}{q-1}=\frac{1\cdot 10^2}{10-1}=\frac{1\cdot 10^2}{9}$

$1+10 \quad n=2$

$q=10$

$(a-b)(a-b)=$

$(a^2-2ab+b^2)(a-b)$

$\frac{b_1\cdot(q^n-1)}{q-1}$

$\cancel{1+10}$ $\cancel{100}$

$\cancel{9}$ $\frac{1\cdot(10^2-1)}{9}=$

$(a-b)^3=a^3+b^3-3a^2b-3ab^2$

$\frac{1\cdot 99}{9}=\frac{1\cdot 9}{9}=11.$

$\frac{1\cdot(10^{30001}-1)}{10-1}=\left(\frac{1\cdot(10^{30001}-1)}{9}\right)^3=$

$10^{90003}+1-3\cdot 10^{60002}-3\cdot 10^{30001}$

$100000\ldots000$

$(a-b)(a-b)=a^2-ab-ab+b^2=(a^2-2ab+b^2)(a-b)=$

$a^3-a^2b-2a^2b+2ab^2+b^2a-b^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

$10^{90003}-3\cdot 10^{60002}\cdot 1+3\cdot 10^{30001}\cdot 1-1$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

(6)

$x-10+\frac{y}{2\sqrt{3}}=a \mid \cdot 2\sqrt{3}$, $x-10-\frac{y}{2\sqrt{3}}=b$

$2\sqrt{3}x-20\sqrt{3}+y=a2\sqrt{3}a$

$y=2\sqrt{3}x-20\sqrt{3}-2\sqrt{3}a$

$y=-2\sqrt{3}x+20\sqrt{3}+2\sqrt{3}a$

$y-z=-x-z+2-z$

$-x-z=$

$x^2-2x+4+$

$y=-x-z+2$

$z^2+x^2-xy-yz-2z-2x=0$

$z^2+x^2-y(x+z)-2(z+x)=0$

$(z+x)^2-y(z+x)-2(z+x)=2xz$

$(z+x)(z+x-y-2)=2xz$

$-y(z+x)=2xz$

$z^2+x^2+4+2x-2z-2xz$

$z^2+x^2+4+2xz-2z-2x$

$z^2+x^2+4+2xz-2z-2x=0$

$z^2+x^2+4+2xz-2z-2x=0$

$z^2+x^2+4+2xz-2z-2x=0

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

5. $x^2-(a^2-2a)x+a^2-a-7$. корни являются a_6 и a_7

$3x^2-(a^3-2a^2)x+6-a^5=0$ $\quad a_4$ и a_5

$D=(a^2-2a)^2-4\cdot(a^2-a-7)=a^4+4a^2-4a^3-4a^2+4a+28=$

$a^4-4a^3+4a+28$

$\begin{cases} a_6\cdot a_7=a^2-a-7. \\ a_6+a_7=(a^2-2a) \end{cases}$ $\quad \begin{cases} a_4\cdot a_5=\dfrac{6-a^5}{3} \\ a_4+a_5=\dfrac{a^3-2a^2}{3} \end{cases}$

$D=(a_6+a_7)^2-4\cdot a_6\cdot a_7=$

$a_6^2+a_7^2+2a_6a_7-4a_6a_7=$

$a_6^2+a_7^2-2a_6a_7$

$a_7=a_6+d$

$2a_6+d=a^2-2a$

$a_5=a_4+5d$

$2a_4+5d=\dfrac{a^3-2a^2}{3}$

$d=a^2-2a-2a_6$

$d=\dfrac{a^3-2a^2}{15}-\dfrac{2a_4}{5}$

$a^2-2a-2a_6=\dfrac{a^3-2a^2}{15}-\dfrac{2a_4}{5}\ \Big|\cdot 15 \quad \dfrac{2}{5}\cdot 5\cdot 3a_6$

$15a^3-30a-30a_6=a^3-2a^2-6a_4$

$2a_4+$

$a^4+4a^2-4a^3+2a^2-2a-2\cdot 7=$

a^4+6a^2

$D=(a_6-a_7)^2$

$a_6=\dfrac{a^2-2a+a_6-a_7}{2}=a_6+d$

$a_6=\dfrac{a^2-2a-d}{2}\ \Big|\cdot 2$

$a_6=\dfrac{a^2-2a+a_6-a_6-d}{2}$

$2a_6=a^2-2a-d$

$d=a^2-2a-2a_6$