



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



- 1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

+

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

- 2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
- 3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$.
- 4. [4 балла] В телегаме ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
- A 5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$ являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
- 6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}| + |x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}| \leq 4$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
- 7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle BCA = 50^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1:

пусть $x, y, z \geq 2$ означает $x, y, z = 2$

[не единичная общность: $x=2$]

$$\Rightarrow x-2=y-2$$

$0=y-2$, но $y-2 \neq 0$ — противоречие

$\Rightarrow (x-2), (y-2), (z-2)$ — все нетривиальные.

Теперь

$$\begin{cases} xy = z^2 - 2z \\ yz = x^2 - 2x \\ xz = -2y + y^2 \end{cases}$$

- сложим их $xy + yz + xz = x^2 + y^2 + z^2 - 2(xy + yz + xz)$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 2(xy + yz + xz) + xy + yz + xz \quad (*)$$

предположим что $\begin{cases} xy = z(z-2) \\ yz = x(x-2) \\ xz = y(y-2) \end{cases}$

- перенесем все в разделим на xyz
т.к. $x, y, z, (x-2), (y-2), (z-2) \neq 0$
— так можно.

$$xyz = (x-2)(y-2)(z-2)$$

$$xyz = xy - 2(xy + yz + xz) + 4(xy + yz + xz) - 8$$

$$\Rightarrow 2(xy + yz + xz) = xy + yz + xz + 4 \quad (**)$$

последовательно в (*): $x^2 + y^2 + z^2 = 2(xy + yz + xz) + 4$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + xz) = 4(xy + yz + xz) + 4$$

$$\Rightarrow (xy + yz + xz)^2 = 4(xy + yz + xz) + 4$$

или (**): $(xy + yz + xz) = \frac{(xy + yz + xz)}{2} + 2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 4(xy + yz + xz) + 4 = \left(\frac{xy + yz + xz}{2} + 2 \right)^2$$

$$4(xy + yz + xz) + 4 = 4 + 2(xy + yz + xz) + \frac{(xy + yz + xz)^2}{4}$$

$$(xy + yz + xz)^2 = 8(xy + yz + xz)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} xy + yz + xz = 0 \\ xy + yz + xz = 8 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1; Пусть $xy + yz + zx = 0$

$$\Rightarrow \text{no}(\text{**}), 2(x+y+z) = 4 \\ \Rightarrow xy + yz + zx = 2$$

$$\text{no}(*): x^2 + y^2 + z^2 = 2(x+y+z) = 4 \\ \Rightarrow x+y+z=2 \quad \text{так как } xy + yz + zx = 2 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 4$$

Пусть $xy + yz + zx = 8$

$$\Rightarrow \text{no}(\text{**}): 2(x+y+z) = 16 \\ \text{нечётные} \Rightarrow x+y+z=0$$

если \exists 2 чётных среди x, y, z (пусть x, y)

$$\Rightarrow \begin{cases} xz = -2y + y^2 \\ yz = -2x + x^2 \end{cases} \Rightarrow z(x-y) = 2(x-y) - (x-y)(x+y) \text{ и } x \neq y \Rightarrow \\ \Rightarrow z = 2-x-y \Rightarrow x+y+z=2, \text{ но } x+y+z=6 - \text{ противоречие}$$

если таких чётных нет никаких $\Rightarrow x=y=z$ и $x+y+z=6 \Rightarrow x=y=z=2$

но $xy \neq -2z + z^2$, т.к. $y \neq 0 \Rightarrow$ такой случай исключён

$\Rightarrow xy + yz + zx \neq 8$

~~Для~~ Тогда $xy + yz + zx = 0$

$$\text{Po: } (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 4(x+y+z) + 12 \stackrel{\text{no}(\text{**})}{=} \\ = x^2 + y^2 + z^2 - 4(x+y+z) + 12 = x^2 + y^2 + z^2 + 4 \cancel{- 4(x+y+z)} + (xy + yz + zx) + 4 = \\ \cancel{= 2(x+y+z)} - 3(xy + yz + zx) + 12 \stackrel{\text{no}(\text{**})}{=} 16 - 3(xy + yz + zx) = 16$$

$$\text{т.к. } xy + yz + zx = 0, \quad = 2(x+y+z) + 4 \stackrel{\text{**}}{=} xy + yz + zx + 4 + 4 = 8$$

так как условие гарантирует, что решение есть
 \Rightarrow пример достигается

Ответ: 8.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{№2: } n = \underbrace{99\dots9}_{30001} = 10^{30001} - 1$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow n^3 &= (10^{30001} - 1)^3 = 10^{90003} - 3 \cdot 10^{60002} + 3 \cdot 10^{30001} - 1 \\ &= \underbrace{\cancel{99\dots9}}_{90003} - \underbrace{\cancel{300\dots0}}_{60002} + \underbrace{\cancel{300\dots0}}_{30001} = \\ &= \underbrace{\cancel{99\dots9} \cancel{69\dots9}}_{30000} + \underbrace{3 \cancel{00\dots0}}_{30001} = \\ &= \underbrace{\cancel{99\dots9} \cancel{400\dots2} \cancel{99\dots9}}_{30000} - \text{итого } 30000 + 30001 = \\ &\quad = 60001 \text{ единиц} \end{aligned}$$

Ответ: 60001



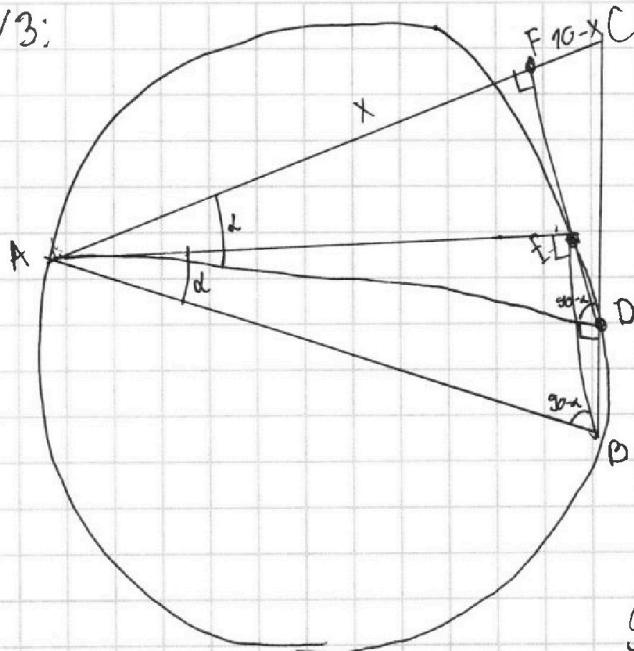
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3:



Решение:

1) пусть $AF = x$

$$\Rightarrow FC = AC - AF = 10 - x$$

2) $\angle ADB = 90^\circ$, (вписаный
угол на диаметр)
 $\angle AFB = 90^\circ$ - вписаный
угол на диаметр

3) пусть ~~sin~~ $\angle EAB = \alpha$

$$\Rightarrow \angle EBA = 180^\circ - 90^\circ - \angle EAB = 90^\circ - \alpha$$

$90^\circ - \angle EBA = \angle EDA$ - вписаный угол $\angle AED$

$$\Rightarrow \angle EDA = 90^\circ - \alpha$$

4) $\angle FAD = 180^\circ - \angle AFD - \angle FDA =$

$$= 180^\circ - 90^\circ - (90^\circ - \alpha) = \alpha$$

(т.к. $\angle FAD + \angle AFD = 90^\circ$)

5) ~~sin~~ $\angle EAB$ - прямой угл.

$$\sin \alpha = \frac{EB}{AB} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

6) $\angle EDA$ - прямой угл. (т.к. $\angle ADC = 90^\circ$)

$$\sin \alpha = \frac{CD}{AC} = \frac{CD}{10}$$

$$\Rightarrow \text{из п. 5, 6: } \frac{CD}{10} = \frac{3}{4} \Rightarrow CD = \frac{15}{4}$$

7) $\angle AFD = 90^\circ$, $\angle ADB = 90^\circ$ (из п. 2) $\Rightarrow BC$ касается окружности (AFO) в точке D

(т.к. вписаный угол $\angle ADB$ равен сумме $\angle AFD + \angle ADB$)

8) Тогда CD -касательная к (AFO): CA - секущая

$$\Rightarrow CF \cdot CA = CD^2 \text{ (по теореме кас. и секущей), } CD = \frac{15}{4} (\text{п. 6})$$

$$100 - 10x = \left(\frac{15}{4}\right)^2 \Rightarrow 10x = 100 - \frac{225}{4} = \frac{175}{4} = 43,75$$

$$\Rightarrow x = 9,375 \text{ (округл. 9,375)}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№4: ~~поэтому вероятность для 5 коробок:~~ ^{посчитали вероятность для 5 коробок:}

удачных исходов: C_{n-3}^3 ^{бесцветные} т.к. ³ коробки должны ^{быть на виду} содержать шарик (т.е. 3 коробки фиксируются ^{такие мыши} мыши не видны)

всего исходов: C_n^5

$$\Rightarrow \text{вероятность } \frac{C_{n-3}^3}{C_n^5} = \frac{(n-3)(n-4)}{2 \cdot n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)} \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 =$$

$$\geq \frac{60}{n(n-1)(n-2)}$$

вероятность для 4 коробок:

удачных исходов аналогично $C_{n-3}^{4-3} = C_{n-3}^4$

всего исходов: C_n^{4+3}

$$\Rightarrow \text{вероятность } \frac{C_{n-3}^4}{C_n^{4+3}} = \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{4 \cdot 3 \cdot 2} \cdot \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)} =$$

$$= \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{n(n-1)(n-2)} = \frac{24}{n(n-1)(n-2)}$$

\Rightarrow вероятность увеличилась в $\frac{24}{n(n-1)(n-2)}$: $\frac{60}{n(n-1)(n-2)} \approx$

$$= \frac{24}{60} = \frac{4}{10} = 3,5$$

Ответ: 3,5.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Границы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 5: пусть x_1, x_2 - корни $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 4 = 0$,
 где x_1 - четвертый член прогрессии, x_2 - седьмой.
 x_3, x_4 - корни $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$,
 где x_3 - четырехчлен прогрессии, x_4 - девятый.

нужно доказать, что разность прогрессии a_0 - первый член

$$\Rightarrow x_1 = a_0 + 5d \quad x_2 = a_0 + 6d \Rightarrow \frac{x_1 + x_2}{2} = a_0 + 5,5d$$

$$x_3 = a_0 + 3d \quad x_4 = a_0 + 8d \Rightarrow \frac{x_3 + x_4}{2} = a_0 + 5,5d$$

~~$$a \sqrt{\frac{x_1 + x_2}{2}} \Rightarrow \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{x_3 + x_4}{2}$$~~

$a \sqrt{\frac{x_1 + x_2}{2}}$ и $\sqrt{\frac{x_3 + x_4}{2}}$ - координаты вершин парабол

$$\Rightarrow x_{6,1} = x_{6,2} \Rightarrow \frac{a^2 - 2a}{2} = \frac{a^3 - 2a^2}{6}$$

$$\Rightarrow 3a^2 - 6a = a^3 - 2a^2$$

$$a^3 - 5a^2 + 6a = 0$$

$$a(a-2)(a-3) = 0$$

То есть $a = 0 / 2 / 3$, подставим и проверим

$$a=0: \quad x^2 - 4 = 0 \quad \text{и} \quad 3x^2 + 6 = 0 \text{ F. l. } x^2 = 0$$

~~Корни есть~~ но $x^2 = 2$ - не имеет корней
 $\Rightarrow a=0$ - не подходит



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \text{№5: } a=2: & x^2 - (4-4)x + 4 - 2 - 4 = 0, \text{ т.е. } x^2 - 5 = 0 \\ & \Rightarrow \text{Корни } \pm \sqrt{5} \\ \text{И } & 3x^2 + 6 - 32 = 0, \text{ т.е. } 3x^2 - 26 = 0 \Rightarrow \text{Корни } \pm \sqrt{\frac{26}{3}} \end{aligned}$$

тогда имеем

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = -\sqrt{5} \\ x_2 = \sqrt{5} \\ x_3 = -\sqrt{\frac{26}{3}} \\ x_4 = \sqrt{\frac{26}{3}} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \begin{array}{l} 2\sqrt{5} \\ 2\sqrt{\frac{26}{3}} \end{array} = x_2 - x_1 = d$$

$$2\sqrt{\frac{26}{3}} = x_4 - x_3 = 5d$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{\frac{26}{3}} = 5\sqrt{5} \cdot 2$$

$$\Rightarrow 5 = \sqrt{\frac{26}{15}}$$

знач. чуж.

противоречие

$$\Rightarrow a=2 - \text{не подходит}$$

(остальные случаи невозможны
т.к. варианты
пропускаются
не добавляется членов: $\pm 0 < 0 > 0$
или $< 0 > 0 > 0$
в таком порядке)

$$a=3: x^2 - (9-6)x + 9 - 3 - 4 = 0, \text{ т.е. } x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$3x^2 - (27-18)x + 6 - 243 = 0, \text{ т.е. } x^2 - 3x + 279 - 79 = 0$$

Корни: $\frac{3 \pm \sqrt{9+280+36}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{325}}{2} = \frac{3 \pm 5\sqrt{13}}{2}$

тогда имеем $x_1 = \frac{3-\sqrt{13}}{2}$ $x_2 = \frac{3+\sqrt{13}}{2}$ $x_3 = \frac{3-5\sqrt{13}}{2}$ $x_4 = \frac{3+5\sqrt{13}}{2}$

$$4d = \sqrt{13}, \text{ т.о. } x_3 + 2d = \frac{3-\sqrt{13}}{2} = x_1$$

$$x_2 + 2d = \frac{3+5\sqrt{13}}{2} = x_4$$

Однако: $a=3$, $x_1 + d = \frac{3+\sqrt{13}}{2} = x_2$ $\Rightarrow x_3, x_4, x_1, x_2$ $\xrightarrow{4d=7\sqrt{13}}$ не подходит ч.н.п.г.

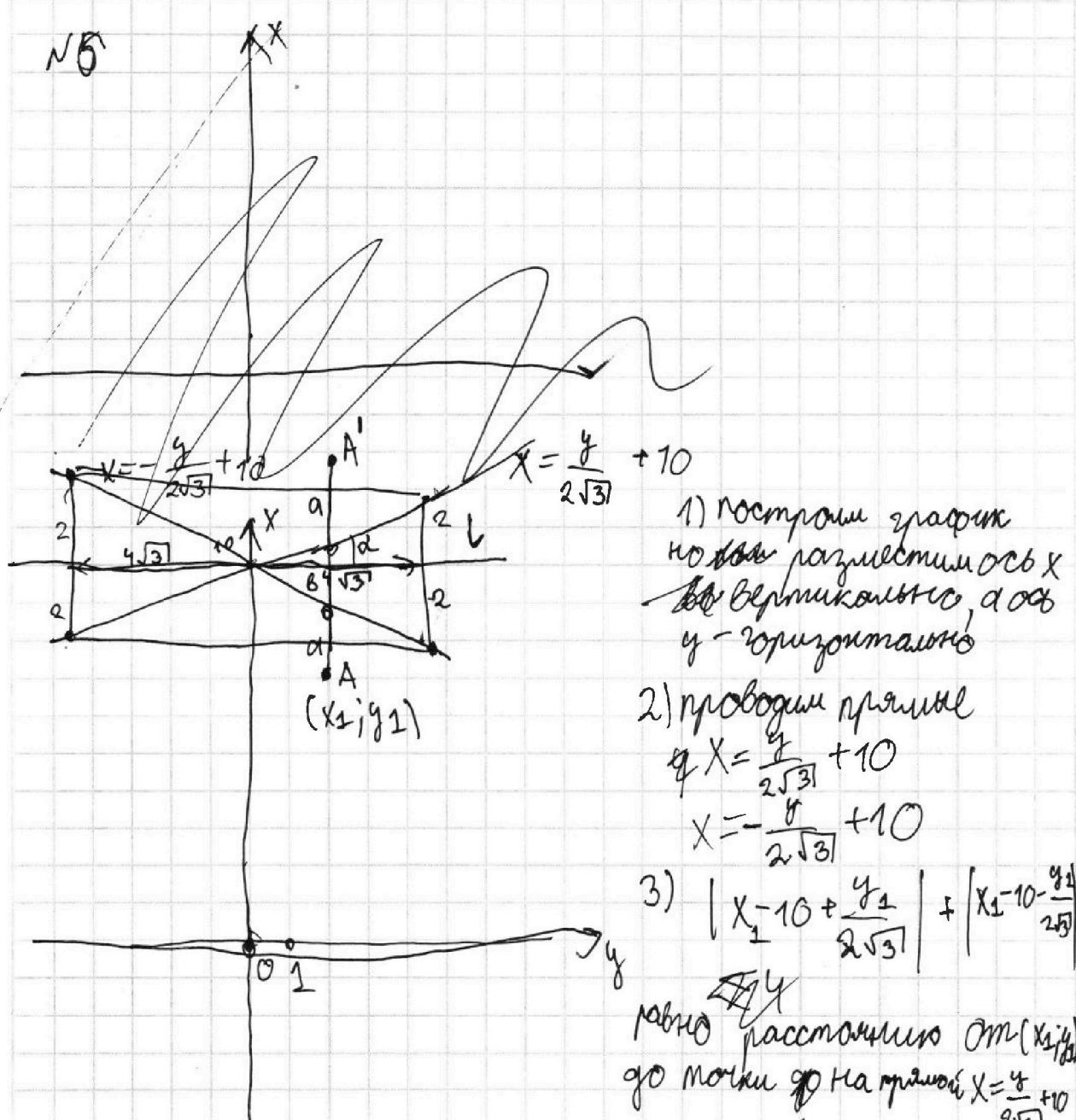


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



4) сделаем симметрию относительно т. А относительно оси
($-$ это прямая $y = 0$): Тогда $a + b = A' A$ если



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left| x_1 - 10 + \frac{y_1}{2\sqrt{3}} \right| + \left| x_1 - 10 - \frac{y_1}{2\sqrt{3}} \right| \leq 4$$

то $AA' \leq 4$ (если A лежат на прямой $x = \frac{-x_1 + 10}{2\sqrt{3}}$ верхний отрезок до вершины $x \leq 4$)

$\Rightarrow A \in \text{прямоугольнику со сторонами } \pm 4\sqrt{3}$

треугольник $y = \pm 4\sqrt{3}$, $x = 8, x = 12$ т.к. $\tan \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$

но м.к. $\tan \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$

то этот прямоугольник имеет другую сторону $\frac{4}{\tan \alpha} = 8\sqrt{3}$

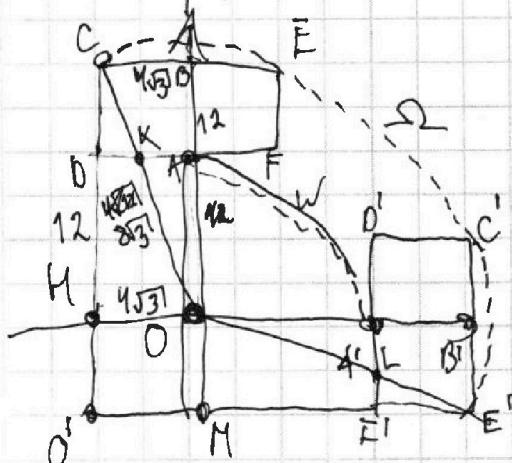
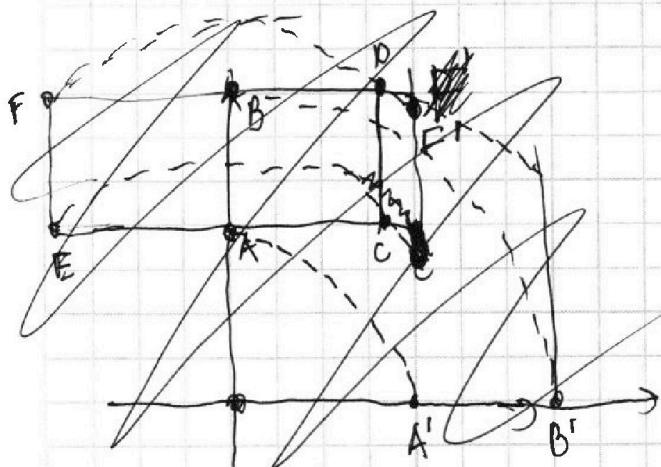
теперь мы его вращаем:
 A, B лежат на четвертых окружности

т.к. прямоугольники касаются стороны DF
окр (O, OA) с ц. в O и радиусом OA

и верхние стороны вершины C и E лежат на окр с ц. в O и радиусом OC

\Rightarrow при вращении между этими окр.

\Rightarrow полученная фигура: $C'E'F'D'A'D$
 $\angle C'E'F'$ - дуга и $D'A'D$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Составляю это выражение $S_{CO'E}$, где $CE = 8$

минус ~~один~~ минус $S_{DAA'F'O'D}$

Н.к. Заметим, что $\angle COB = 30^\circ$

$$\text{т.к. } CB = 4\sqrt{3} \quad OB = 12 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} \angle COB = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow S_{CO'E} = \frac{150}{360} \cdot \pi \cdot 12^2 + 48\sqrt{3} + 48$$

$$S_{DAA'F'O'D} = \frac{1}{4} \cdot 8^2 \cdot \pi + 96\sqrt{3} + 48$$

$$\Rightarrow S_{CO'E} - S_{DAA'F'O'D} = 8^2 \pi - 48\sqrt{3} =$$

$$= 64\pi - 48\sqrt{3}$$

Ответ: $64\pi - 48\sqrt{3}$

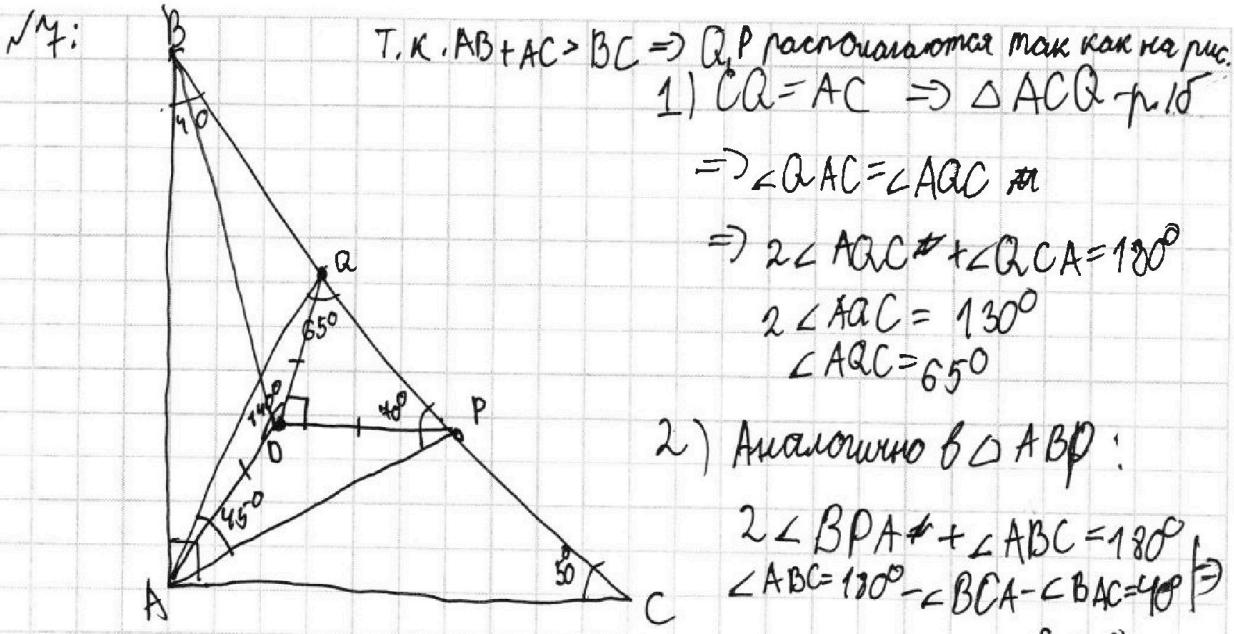


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



2) Аналогично в $\triangle ABP$:

$$2\angle BPA + \angle ABC = 180^\circ$$
 $\angle ABC = 130^\circ - \angle BCA - \angle BAC = 40^\circ$
 $\Rightarrow \angle APB = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$

3) $\angle QAP = 180^\circ - \angle AQP - \angle QPA = 180^\circ - 70^\circ - 65^\circ = 45^\circ$

4) Тогда в $\triangle QAP$: $\angle QAP = 45^\circ$ и т.д.: $\angle QDP = 90^\circ = 2\angle QAP$
 $\angle DQ = DP$

$\Rightarrow D$ -центр описанной окружности $\triangle APQ$

5) $\angle QPA = 70^\circ$, $\angle QDA = \angle QPA = 70^\circ$ (т.к. $\angle APQ$ -декартанка)

~~6) Тогда $\angle QDA = 70^\circ$ и $AD = DQ$ (радиусы) $\angle ADQ = 140^\circ$ (радиусы) $\angle ADQ + \angle ABQ = 140^\circ + 40^\circ = 180^\circ \Rightarrow$ $\angle ABQ = 40^\circ$ (радиусы) $\angle ABQ = 20^\circ$ по признаку~~

$\Rightarrow \angle DBQ = \angle ABD$ - вписаные на равные дуги

~~7) $\angle DAB + \angle ABD = \angle ABQ$~~

$$\Rightarrow \angle DBQ = \frac{\angle ABQ}{2} = 20^\circ$$

$\angle DBQ = 20^\circ$ значит там все углы

Ответ: 20° .



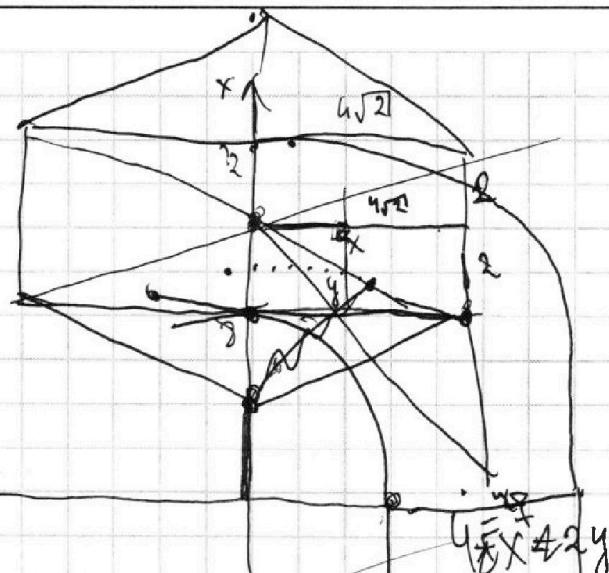
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1
 - 2
 - 3
 - 4
 - 5
 - 6
 - 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

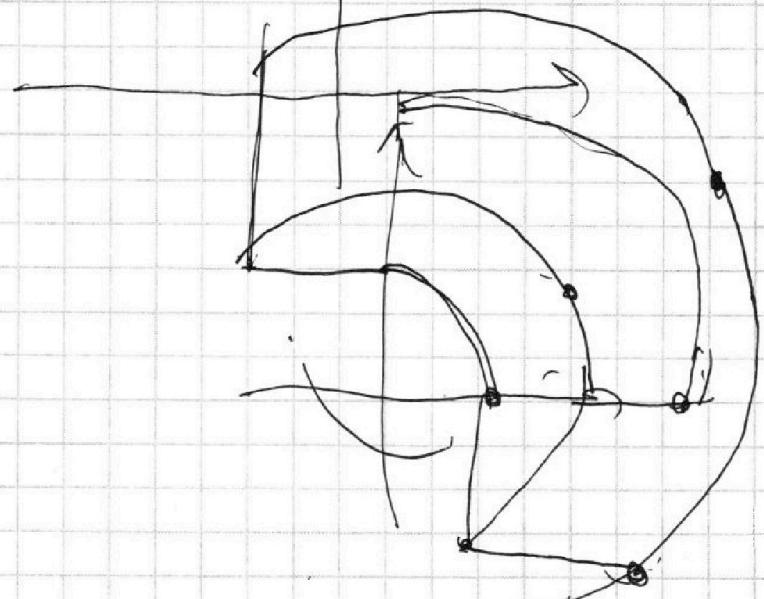
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

The figure shows a Cartesian coordinate system with a horizontal x-axis and a vertical y-axis. Two parallel lines are plotted. The upper line has a positive slope and intersects the y-axis at 10. The lower line is parallel to it and intersects the y-axis at -10. A dashed line connects the points where these two lines intersect the y-axis.



The figure shows a system of three linear equations plotted on a coordinate plane. The lines intersect at three distinct points. Arrows point from the equations to the lines they represent:

- $y = 4 - x$ points to the line passing through approximately (0, 4) and (4, 0).
- $y = 2 - \frac{x}{2}$ points to the line passing through approximately (0, 2) and (4, 0).
- $y = 2x$ points to the line passing through the origin (0, 0) and approximately (1, 2).





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1
 - 2
 - 3
 - 4
 - 5
 - 6
 - 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{225}{4} = 100 - \cancel{100}$$

$$\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\left(\frac{15}{20}\right)^2 = 100 - x^2$$

$$Y = 100 - \frac{225}{4} = 43.75$$

145

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2(2+4)$$

$$y' = y + q$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2(xy + yz + zx) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz - 2zx$$

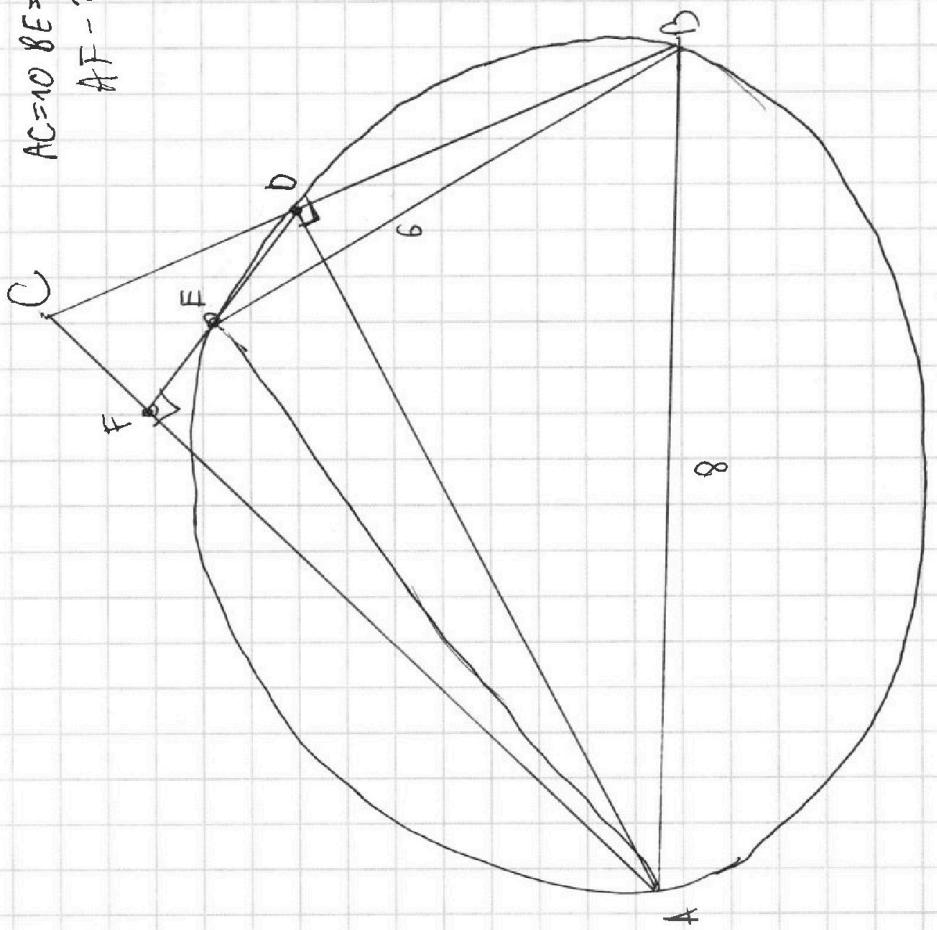
$$12 - 4(y_1 + y_2 + y_3) + 2(y_1 + 2) + y_1 + y_2 + y_3$$

$$(4-2)(2-2)(y_{-2}) = x y_2$$

$$x(y+xy+yz) = y + 2(xy+yz+xz)$$

Page 5 of 29

$$AC=10 \quad AF=? \quad A$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & x^4y^2z^2 - 2(xy+yz+zx)^2 + xy + yz + zx = 2(xy+yz+zx) + 4 \\
 & xy^2 + y(x-y-z)(z-x) = xy^2 + 4x^2y^2z^2 - 2(xy+yz+zx)^2 + 4 \\
 & xy^2 + 4x^2y^2z^2 - 2(xy+yz+zx)^2 = (xy+yz+zx)^2
 \end{aligned}$$

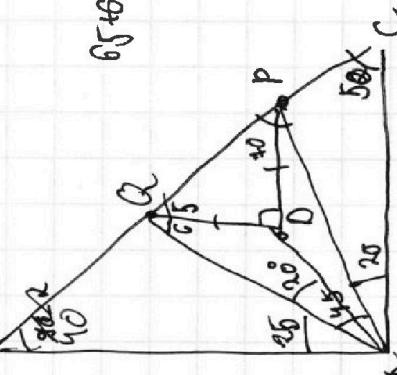
$$\begin{aligned} (xy+2)^2 &= ya + y \\ (xy+2) - \left(\frac{y}{2} + 2\right) &= ya + y \\ \frac{y^2}{4} + 2x + 2 - \frac{y}{2} - 2 &= ya + y \\ \frac{y^2}{4} + 2x - \frac{y}{2} &= ya + y \\ \frac{y^2}{4} - \frac{y}{2} &= ya + y \\ \frac{y(y-2)}{4} &= ya + y \\ y(y-2) &= 4a + 4 \\ y^2 - 2y - 4a - 4 &= 0 \\ y^2 - 2y - 4(a+1) &= 0 \\ y^2 - 2y - 4 &= 0 \\ y^2 - 2y + 1 - 1 - 4 &= 0 \\ (y-1)^2 - 5 &= 0 \\ (y-1)^2 &= 5 \\ y-1 &= \pm \sqrt{5} \\ y &= 1 \pm \sqrt{5} \end{aligned}$$

$$65 + 65 + 50 = 180$$

$\times (y-2) = (y-2) 2(y-2) = (y-2)^3$

$$\left(\frac{5}{3}\right)^2 \cdot 3 =$$

$$2 \dots 2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(10^{30001} - 1)^3$$

$$10^{60002} - 2 \cdot 10^{30001} + 1$$

$$10^{90003} - 3 \cdot 10^{60002} + 3 \cdot 10^{30001} - 1$$

$$\underbrace{99\dots9}_{90003} - \underbrace{300\dots0}_{60002} + 3 \cdot \underbrace{100\dots0}_{30001}$$

$$\underbrace{\frac{99\dots9}{30000}}_{30000} - \underbrace{\frac{6}{60002}}_{60002} + \underbrace{\frac{300\dots0}{30001}}_{30001}$$

$$\underbrace{\frac{99\dots9}{30001}}_{30001} + 3$$

$$20 - 2(xy + yz + zx)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4(xy + yz +$$

$$z(z-x) = xy$$

$$(z-x) = \underline{xy}$$

$$x \geq y \geq z$$

$$(x-x)(y-x)(z-x) = xyz$$

$$y(x+y+z) = 2(xy+yz+xz)+8$$

$$y(x+y+z) - 2(xy+yz+xz) = 6$$

$$2(x+y+z)^2 = xy+yz+xz+8$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 2(xy + yz + xz)$$

$$y(xy + yz + xz) = (x+y+z)^2$$

$$x+y+z = 8$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$12 \quad -4(x+y+z) + x^2+y^2+z^2 = 16 - 4(x+y+z)$$

$$16 - 4(x+y+z)$$

 $\frac{4}{2}$ $\frac{2 \cdot 10}{60}$

$$\frac{4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot (n-3) \cdot (n-4) \cdot (n-5) \cdot (n-6)}{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)}$$

$$\frac{(n-3) \cdot (n-4)}{2} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{(n-1) \cdot (n-2)} = \frac{60}{n(n-1)(n-2)}$$

$$a^3 - 5a^2 + 6a = 0$$

$$a^3 - 2a^2 = 3a^2 - 6a$$

$$\frac{a^2 - 2a}{a^2 - 2a} = \frac{-93 - 2a^2}{6}$$

$$\frac{n \cdot (n-1)}{6}$$

$$a^4 - 4a^3 + 4a^2 - 4a^2 + 4a + 28$$

$$a^4 - 4a^3 + 4a + 28 = 5,$$

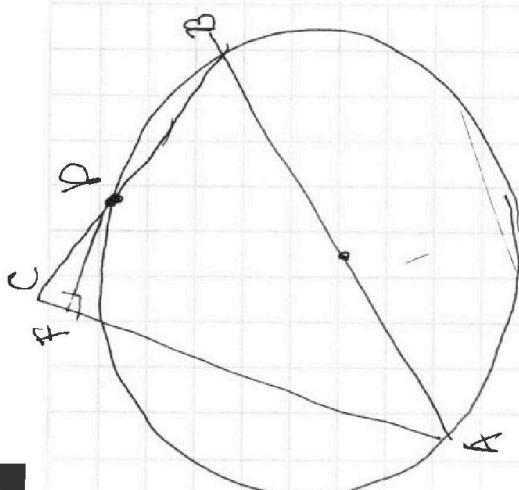
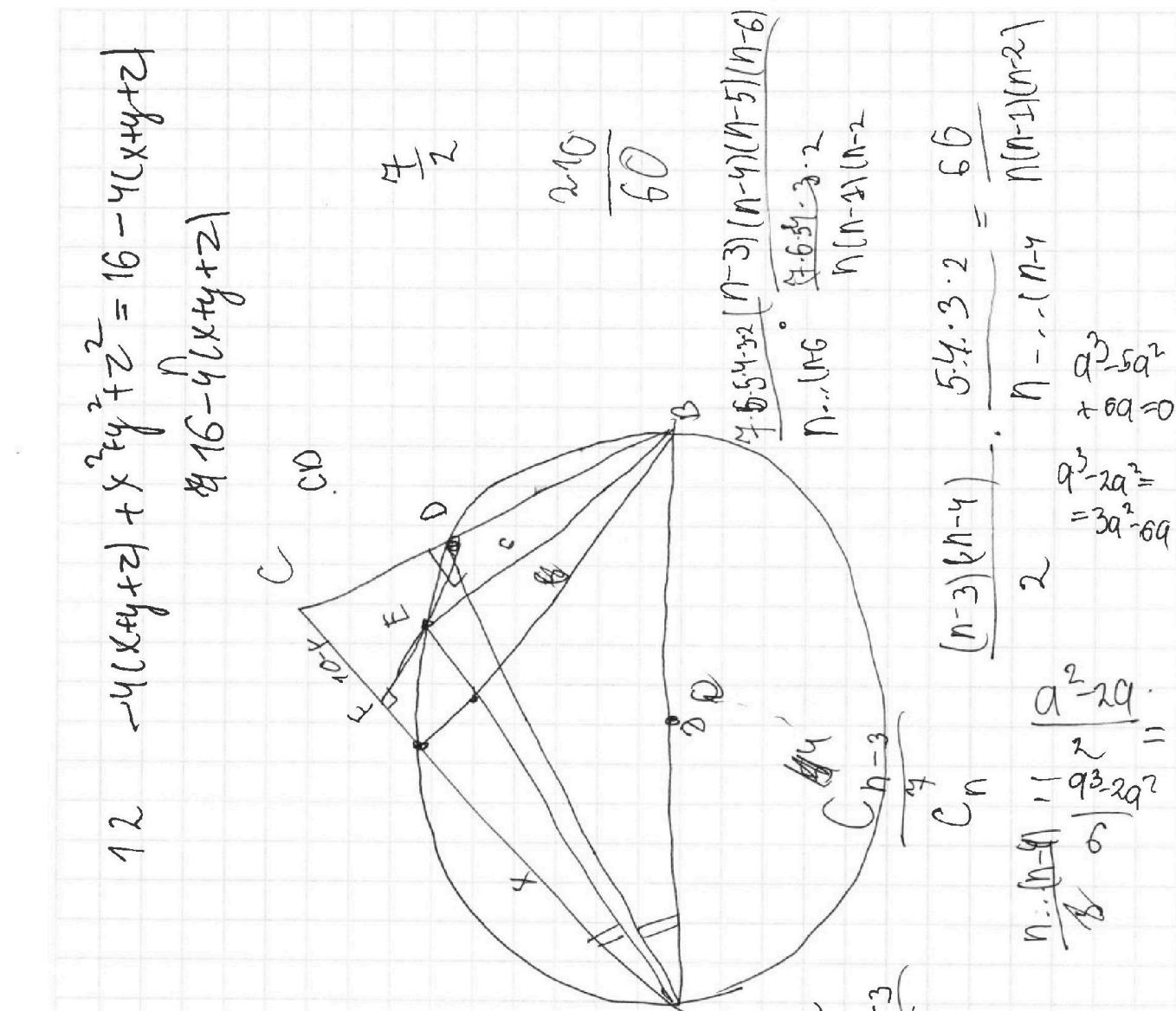
$$5a^6 + 19a^4 + 4a^2 \quad \frac{a^2 - 2a \pm \sqrt{\Delta}}{a^2 - 2a}$$

$$\sqrt{\Delta} = 5\sqrt{2}$$

$$5a^6 + 19a^4 + 4a^2 - 88 = 0$$

$$5a^6 + 19a^4 + 4a^2 - 60$$

$$a^6 - 4a^5 + 4a^4 + 4a^5 - 12$$

 MW