



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

+

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?

+

3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$.

+

4. [4 балла] В телесигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шару. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?

+

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$ являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.

+

6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| + \left|x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| \leq 4$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.

7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle BCA = 50^\circ$.

+



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1:



пусть ~~$x, y, z \in \mathbb{Z}$~~ один из $x, y, z = 2$
(не умаляя общности: $x=2$)

$$\Rightarrow x^2 - 2x = yz$$

$0 = yz$, но $y, z \neq 0 \Rightarrow$ - противоречие

$\Rightarrow (x-2), (y-2), (z-2)$ - все ненулевые.

Тогда
$$\begin{cases} xy = z^2 - 2z \\ yz = x^2 - 2x \\ xz = -2y + y^2 \end{cases}$$
 - сложим их $xy + yz + xz = x^2 + y^2 + z^2 - 2(x+y+z)$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 2(x+y+z) + xy + yz + xz \quad (*)$$

перемножим $\begin{cases} xy = z(z-2) \\ yz = x(x-2) \\ xz = y(y-2) \end{cases}$ - перемножим их и разделим на xyz ^{ср. части}
Т.к. $x, y, z, (x-2), (y-2), (z-2) \neq 0$
- так можно.

$$xyz = (x-2)(y-2)(z-2)$$

$$xyz = xyz - 2(xy + yz + xz) + 4(x+y+z) - 8$$

$$\Rightarrow 2(x+y+z) = xy + yz + xz + 4 \quad (**)$$

- подставим в (*): $x^2 + y^2 + z^2 = 2(xy + yz + xz) + 4$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + xz) = 4(xy + yz + xz) + 4$$

$$\Rightarrow (x+y+z)^2 = 4(xy + yz + xz) + 4$$

$$\text{или } (**): (x+y+z) = \frac{xy + yz + xz}{2} + 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4(xy + yz + xz) + 4 = \left(\frac{xy + yz + xz}{2} + 2 \right)^2$$

$$4(xy + yz + xz) + 4 = 4 + 2(xy + yz + xz) + \frac{(xy + yz + xz)^2}{4}$$

$$(xy + yz + xz)^2 = 8(xy + yz + xz)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} xy + yz + xz = 0 \\ xy + yz + xz = 8 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1: Пусть $xy + yz + xz = 0$

$\Rightarrow$ по (XX): $2(x+y+z) = 4$
 $\Rightarrow x+y+z = 2$

по (X): $x^2 + y^2 + z^2 = 2(x+y+z) = 4$
 $\Rightarrow x+y+z = 2$ Так как $x+y+z = 2$
 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$

Пусть $xy + yz + xz = 8$

$\Rightarrow$ по (XX): $2(x+y+z) = 12$
 $\Rightarrow x+y+z = 6$

если $\exists$ ^{нравные} числа среди x, y, z (пусть x, y)

$\Rightarrow xz = -2y + y^2$
 $yz = -2x + x^2$
 $\Rightarrow z(x-y) = 2(x-y) - (x-y)(x+y)$ и $x \neq y \Rightarrow$
 $\Rightarrow z = 2 - x - y$

$\Rightarrow x+y+z = 2$, но $x+y+z = 6$ — противоречие

если таких чисел не нашлось $\Rightarrow x=y=z$ и $x+y+z = 6 \Rightarrow x=y=z=2$

но $xy \neq -2z + z^2$, т.к. $4 \neq 0 \Rightarrow$ такой способ не подходит

$\Rightarrow xy + yz + xz \neq 8$

Тогда $xy + yz + xz = 0$

Но: $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 4(x+y+z) + 12 = 10$
 $= x^2 + y^2 + z^2 - 4(x+y+z) + 12 = x^2 + y^2 + z^2 + 4 - 2(x+y+z) + 12 = 16$
 $= 2(x+y+z) + 4 = 16$

т.к. $xy + yz + xz = 0$, $= 2(x+y+z) + 4 = xy + yz + xz + 4 + 4 = 8$

Так как условие гарантирует, что решение есть
 $\Rightarrow$ пример достигается

Ответ: 8.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2}: n = \overbrace{99 \dots 9}^{30001} = 10^{30001} - 1$$

$$\Rightarrow n^3 = (10^{30001} - 1)^3 = 10^{90003} - 3 \cdot 10^{60002} + 3 \cdot 10^{30001} - 1$$

$$= \overbrace{99 \dots 9}^{90003} - \overbrace{300 \dots 0}^{60002} + \overbrace{300 \dots 0}^{30001} =$$

$$= \overbrace{99 \dots 9}^{30000} \overbrace{69 \dots 9}^{60002} + \overbrace{300 \dots 0}^{30001} =$$

$$= \overbrace{99 \dots 9}^{30000} \overbrace{400 \dots 0}^{30000} \overbrace{299 \dots 9}^{30001}$$

— итого $30000 + 30001 = 60001$ цифр

Ответ: 60001



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4: Пусть коробки всего n штук. считаем вероятность для 5 коробок:

удачных исходов: $C_{n-3}^2 = C_2^2$ т.к. 3^я коробки должны содержать шарик (т.е. 3 коробки фиксированы какие либо бить не будем)

всего исходов: C_n^5

$$\Rightarrow \text{вероятность} \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{(n-3)(n-4)}{2 \cdot n(n-1)(n-2)} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{1} =$$

$$= \frac{60}{n(n-1)(n-2)}$$

вероятность для 4 коробок:

удачных исходов аналогично $C_{n-3}^{4-3} = C_{n-3}^1$

и всего исходов: C_n^4

$$\Rightarrow \text{вероятность} \frac{C_{n-3}^1}{C_n^4} = \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{4 \cdot 3 \cdot 2} \cdot \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{n(n-1)(n-2)}$$

$$= \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{n(n-1)(n-2)} = \frac{24}{n(n-1)(n-2)}$$

$$\Rightarrow \text{вероятность увеличилась в } \frac{24}{n(n-1)(n-2)} : \frac{60}{n(n-1)(n-2)} = \frac{24}{60} = \frac{2}{5} = 0,4$$

Ответ: 0,4.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 5: пусть x_1, x_2 - корни $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 4 = 0$
 где x_1 - ~~шестой~~ 6 член прогрессии x_2 - седьмой
 x_3, x_4 - корни $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$
 где x_3 - 4 член прогрессии, x_4 - 9 член

пусть d разность прогрессии a_0 - первый член

$$\Rightarrow x_1 = a_0 + 5d \quad x_2 = a_0 + 6d \Rightarrow \frac{x_1 + x_2}{2} = a_0 + 5,5d$$

$$x_3 = a_0 + 3d \quad x_4 = a_0 + 8d \Rightarrow \frac{x_3 + x_4}{2} = a_0 + 5,5d$$

$$a \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{x_3 + x_4}{2}$$

$a \frac{x_1 + x_2}{2} \sim \frac{x_3 + x_4}{2}$ - координаты вершин параболы

$$\Rightarrow x_{b1} = x_{b2} \Rightarrow \frac{a^2 - 2a}{2} = \frac{a^3 - 2a^2}{6}$$

$$\Rightarrow 3a^2 - 6a = a^3 - 2a^2$$

$$a^3 - 5a^2 + 6a = 0$$

$$a(a-2)(a-3) = 0$$

То есть $a = 0/2/3$, подставим и проверим

$$a = 0: x^2 - 4 = 0 \quad \text{и} \quad 3x^2 + 6 = 0 \text{ т.е. } x^2 + 2 = 0$$

~~корни ±2~~ но $x^2 + 2$ не имеет корней
 $\Rightarrow a = 0$ - не подходит



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на страниц. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5: $a=2$: $x^2 - (4-4)x + 4 - 2 - 4 = 0$, т.е. $x^2 - 5 = 0$, $\Rightarrow$ корни $\pm\sqrt{5}$
 $\cup$ $3x^2 + 6 - 32 = 0$, т.е. $3x^2 - 26 = 0 \Rightarrow$ корни $\pm\sqrt{\frac{26}{3}}$

тогда $\begin{cases} x_1 = -\sqrt{5} \\ x_2 = \sqrt{5} \\ x_3 = -\sqrt{\frac{26}{3}} \\ x_4 = \sqrt{\frac{26}{3}} \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 2\sqrt{5} = x_2 - x_1 = d \\ 2\sqrt{\frac{26}{3}} = x_4 - x_3 = 5d \end{cases}$

$\Rightarrow 2\sqrt{\frac{26}{3}} = 5\sqrt{5} \cdot 2$

$\Rightarrow 5 = \sqrt{\frac{26}{15}}$

ноц. угац. противоречие
 $\Rightarrow a=2$ не подходит

(остальные случаи невозможны
 т.к. вариации прогрессии ~~не~~
 не дает членов $\neq 0 < 0 > 0$
 или $< 0 > 0 < 0 > 0$
 в таком порядке)

$a=3$: $x^2 - (9-6)x + 9 - 3 - 4 = 0$, т.е. $x^2 - 3x - 1 = 0$
 $3x^2 - (27-18)x + 6 - 243 = 0$, т.е. $x^2 - 3x - 49 = 0$
 корни: $\frac{3 \pm \sqrt{9+280+36}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{325}}{2} = \frac{3 \pm 5\sqrt{13}}{2}$

тогда если $x_1 = \frac{3-\sqrt{13}}{2}$ $x_2 = \frac{3+\sqrt{13}}{2}$
 $x_3 = \frac{3-5\sqrt{13}}{2}$ $x_4 = \frac{3+5\sqrt{13}}{2}$

$4d = \sqrt{13}$, то $x_3 + 2d = \frac{3-\sqrt{13}}{2} = x_1$ $x_2 + 2d = \frac{3+5\sqrt{13}}{2} = x_4$
 Ответ: $a=3$. $x_1 + d = \frac{3+\sqrt{13}}{2} = x_2$ $x_3 + d = \frac{3-3\sqrt{13}}{2} = x_4$
 (4, 6, 13, 5 членов в.п.г.)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

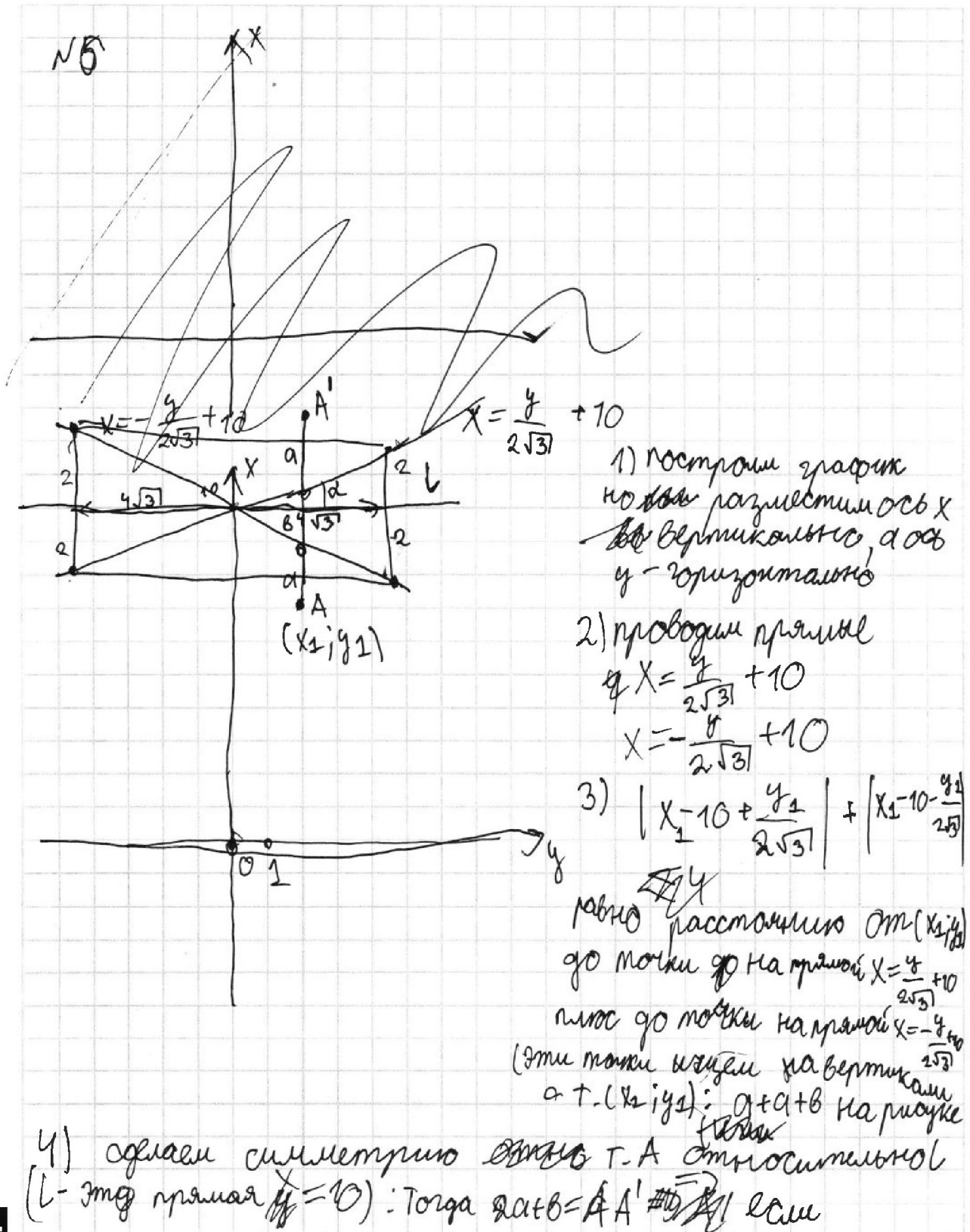
5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left| x_1 - 10 + \frac{y_1}{2\sqrt{3}} \right| + \left| x_1 - 10 - \frac{y_1}{2\sqrt{3}} \right| \leq 4$$

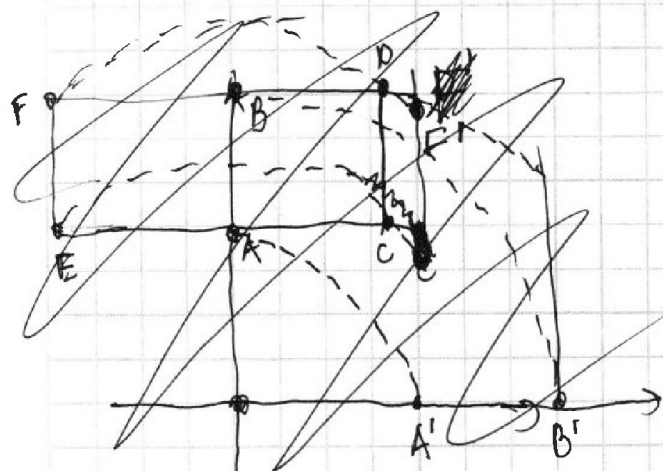
то $AA' \leq 4$ (А если A лежит между параллельными вертикальными отрезками $AA' \leq 4$)

$\Rightarrow A \in$ прямоугольнику AA'

$y = \pm 4\sqrt{3}$, $x = 8$, $x = 12$ т.к. $\tan \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$

$\Rightarrow$ но м.к. $\tan \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$

то этот прямоугольник имеет другую сторону $\frac{4}{\tan \alpha} = 8\sqrt{3}$



теперь мы его крутим;

A, B лежат на четвертях окружностей

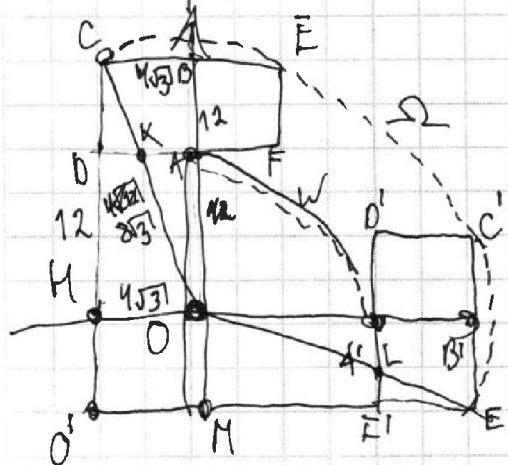
т.к. прямоугольники касаются сторон DF окр (O, R) с.в. O и радиус OA

и вершины стороны вершины O и E лежат на окр

с.в. O и радиусом

$\Rightarrow$ пр-ки лежат между этими окр.

$\Rightarrow$ полученная фигура: $CE'F'DA'D$ где CE' — дуга и DF





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☒☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

т.е. площадь это площадь $CO'E'$, где CE' -дуга

минус $S_{OAA'F'O'D}$

Или. Заметим, что $\angle COB = 30^\circ$

$$\text{т.к. } CB = 4\sqrt{3} \quad OB = 12 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} COB = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow S_{CO'E} = \frac{450}{360} \cdot \pi \cdot 12^2 \cdot \frac{1}{3} + 48\sqrt{3} + 48$$

$$S_{OAA'F'O'D} = \frac{1}{4} \cdot 8^2 \cdot \pi + 96\sqrt{3} + 48$$

$$\Rightarrow S_{CO'E} - S_{OAA'F'O'D} = 8^2 \pi - 48\sqrt{3} = 64\pi - 48\sqrt{3}$$

$$\text{Ответ: } 64\pi - 48\sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

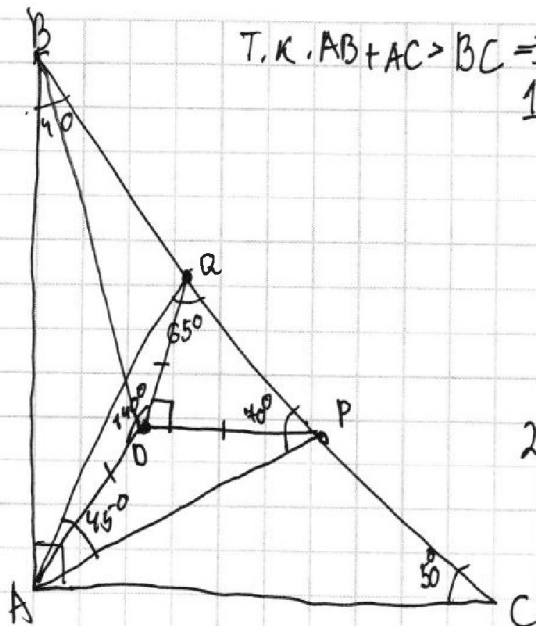
6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№7:



Т.к. $AB + AC > BC \Rightarrow Q, P$ располагаются так как на рис.

1) $CQ = AC \Rightarrow \triangle ACQ$ т.к.

$\Rightarrow \angle QAC = \angle AQC$ т.

$\Rightarrow 2\angle AQC + \angle QCA = 180^\circ$

$2\angle AQC = 130^\circ$

$\angle AQC = 65^\circ$

2) Аналогично в $\triangle ABP$:

$2\angle BPA + \angle ABC = 180^\circ$

$\angle ABC = 180^\circ - \angle BCA - \angle BAC = 40^\circ$

$\Rightarrow \angle APB = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$

3) $\angle QAP = 180^\circ - \angle AQP - \angle QPA = 180^\circ - 70^\circ - 65^\circ = 45^\circ$

4) Тогда в $\triangle QAP$: $\angle QAP = 45^\circ$ и т.д.: $\angle QDP = 90^\circ = 2\angle QAP$
и $DQ = DP$

$\Rightarrow D$ - центр описанной окружности $\triangle APQ$

5) $\angle QPA = 70^\circ$, $\angle QDA = 2\angle QPA = 140^\circ$ (т.к. $\angle APQ$ - центральный, $\angle AQA$ - впис. на AA)

6) Тогда $\angle A$ и $AD = DQ$ (радиусы) $\triangle ADQ$ - впис. по признаку $\Rightarrow$
 $\angle ADQ + \angle ADAQ = 140^\circ + 40^\circ = 180^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle DBQ = \angle ABD$ - вписанные на равные дуги $\Rightarrow$

$\angle DBQ + \angle ABD = \angle ABQ$

$\Rightarrow \angle DBQ = \frac{\angle ABQ}{2} = 20^\circ$

$\angle DBC = \angle PBQ = 20^\circ$ и тот же угол

Ответ: 20° .



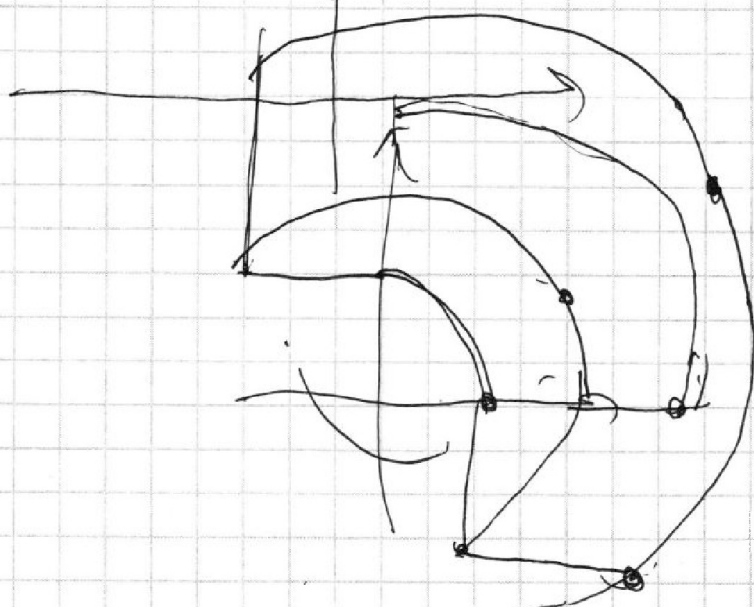
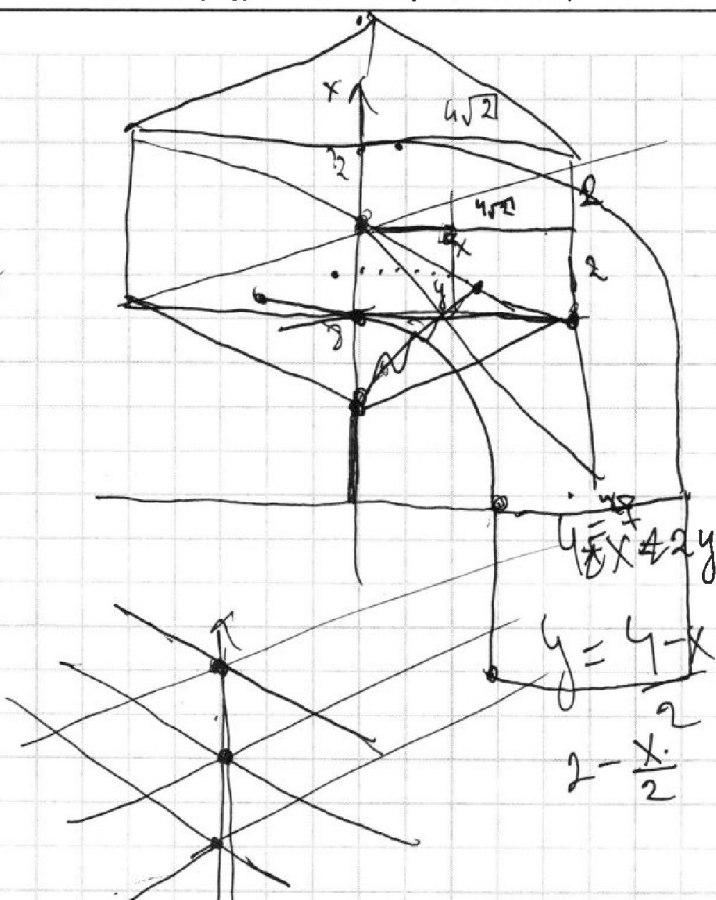
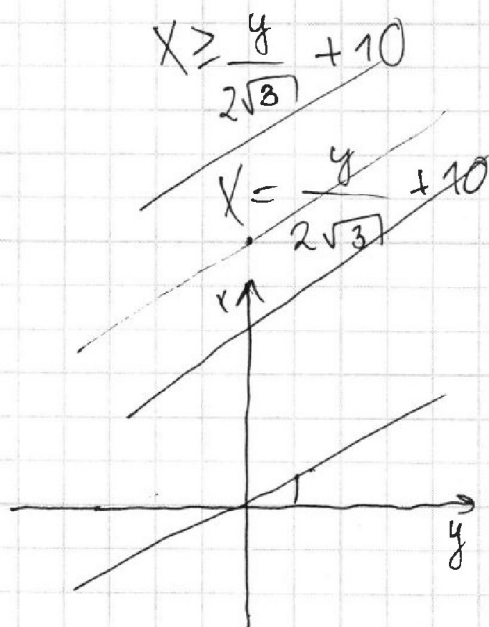
На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

__ ИЗ __

Если отмечено болес одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





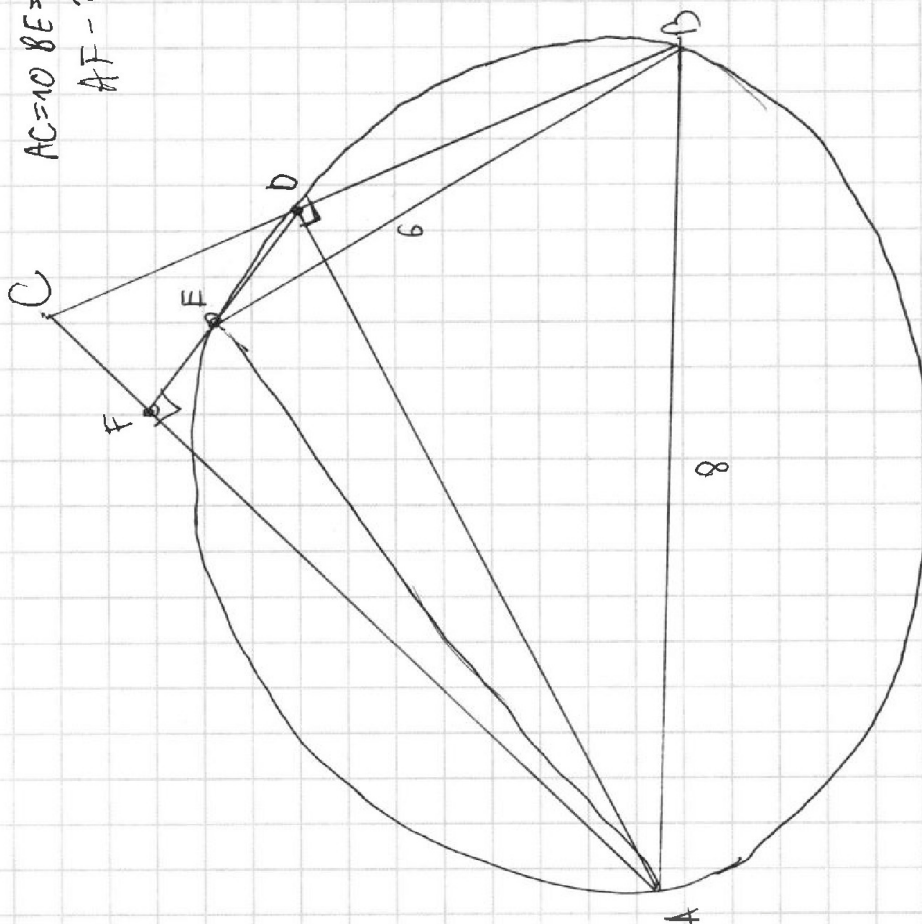
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

AC=10 BE=6
AF=? AB=8



$$\frac{CD}{10} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$CD = \frac{15}{2}$$

$$4,375$$

$$\left(\frac{15}{2}\right)^2 = 100 - x^2$$

$$56,25$$

$$x^2 = 100 - \frac{225}{4} = 43,75$$

$$175$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 4 + 2(x^2 + y^2 + z^2)$$

$$(x^2 + y^2 + z^2) = 4 + 4q \quad \frac{5}{2} \sqrt{7}$$

$$x = 4 \quad \frac{3}{8}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 2(x^2 + y^2 + z^2) + y^2 + z^2 + x^2$$

$$12 - 4(x^2 + y^2 + z^2) + 2(x^2 + y^2 + z^2)$$

$$16 - 2(x^2 + y^2 + z^2)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 2 + \frac{9}{2} \quad a=8$$

$$y + \frac{9}{4} + 2a = y + 4a$$

$$2a$$

$$4(x^2 + y^2 + z^2) = 2 + 2(x^2 + y^2 + z^2)$$

$$2(x^2 + y^2 + z^2) = 4 + x^2 + y^2 + z^2 + x^2$$

$$2(2-2) = xy \quad \frac{xy^2}{2}$$

$$(x-2)(2-x)(y-z) = xyz$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 + z^2 = 2(x+y+z) + xy + yz + zx = 2(xy + yz + zx) + y$$

$$xy + yz + zx = x^2 + y^2 + z^2$$

$$2(xy + yz + zx) = (x + y + z)^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 4$$

$$(x + y + z)^2 = 4$$

$$x + y + z = 2$$

$$x = 2 - y - z$$

$$2y - y^2 - y^2 = 2z + z^2$$

$$2y - 2z - yz = y^2 + z^2$$

$$18 - 2(xy + yz + zx) =$$

$$65 + 65 + 50 = 180$$

$$x(y - z) = yz - 2(y - z)(y - z)$$

$$\left(\frac{5}{3}\right)^2 \cdot 3 = 2 \dots 2$$

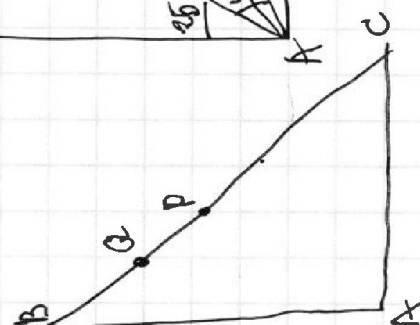
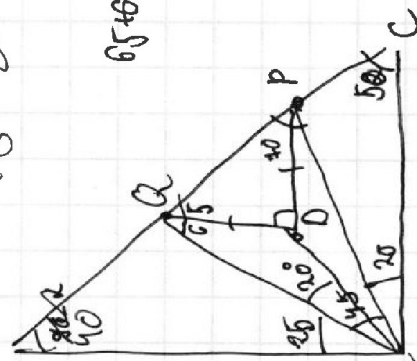
$$\frac{a^2}{9} + 2a + 4 = 4a + 4$$

$$(x + y + z)^2 = \left(\frac{a}{2} + 2\right)^2$$

$$(x + y + z)^2 = 4a + 4$$

$$2(x + y + z) = (y + yz + xz) + y$$

$$xy + yz + zx - 2(xy + yz + xz) - 8 = xy + z$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(10^{30001} - 1)^3$$

$$10^{60002} - 2 \cdot 10^{30001} + 1$$

$$10^{90003} - 3 \cdot 10^{60002} + 3 \cdot 10^{30001} - 1$$

$$\underbrace{99 \dots 9}_{90003} - \underbrace{300 \dots 0}_{60002} + 3 \cdot \underbrace{100 \dots 0}_{30001}$$

$$\underbrace{99 \dots 9}_{30000} + \underbrace{69 \dots 9}_{60002} + \underbrace{30 \dots 0}_{30001}$$

$$\underbrace{99 \dots 9}_{30001} + 3$$

$$20 - 2(xy + yz + xz)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4(xy + yz)$$

$$2(z-2) = xy$$

$$x \geq y \geq z$$

$$(z-2) = \frac{xy}{2}$$

$$(x-2)(y-2)(z-2) = xyz$$

$$4(x+y+z) = 2(xy+yz+xz) + 8$$

$$2(x+y+z) = xy+yz+xz+8$$

$$4(x+y+z) - 2(xy+yz+xz) = 8$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2(xy+yz+xz) = -8$$

$$4(xy+yz+xz) = (x+y+z)^2$$

$$x+y+z = 8$$

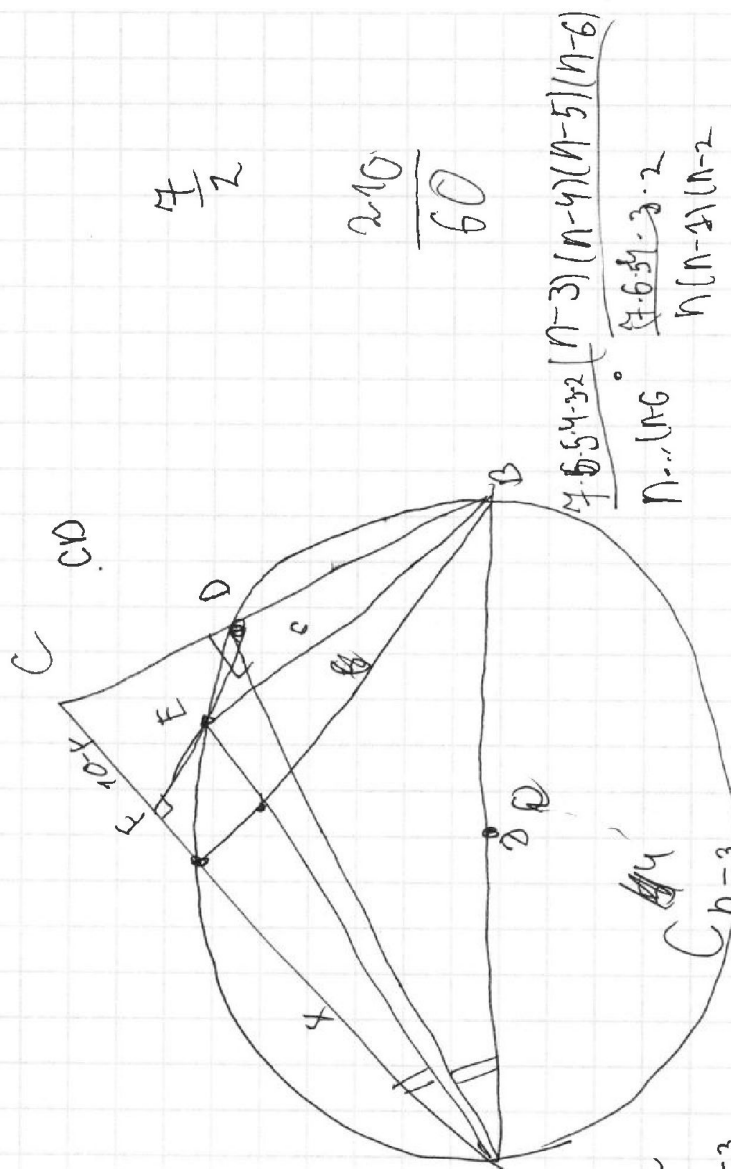


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$7/2$$

$$\frac{210}{60}$$

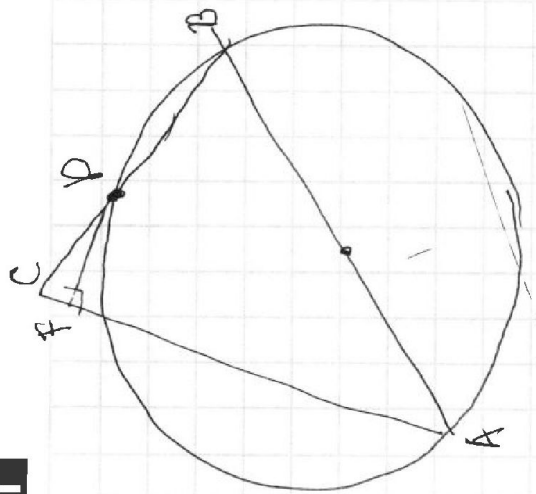
$$\frac{1}{4} \frac{6.54 \cdot 32}{n \cdot (n-1)} \cdot \frac{6.54 \cdot 3.2}{n(n-1)(n-2)}$$

$$\frac{(n-3)(n-4)}{2} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{n(n-1)(n-2)} = \frac{66}{n(n-1)(n-2)}$$

$$a^3 - 5a^2 + 6a = 0$$

$$a^3 - 2a^2 = 3a^2 - 6a$$

$$\frac{a^2 - 2a}{2} = \frac{a^2 - 2a}{2}$$



$$\frac{C_{n-3}}{C_n^5}$$

$$a^4 - 4a^3 + 4a^2 - 4a^2 + 4a + 28$$
$$= a^4 - 4a^3 + 4a + 28 = 5f.$$

$3.7^3 +$

$$5a^6 + 19a^4 + 4a^2 \frac{a^2 - 2a \pm \sqrt{17}}{2} - 88a = 0$$

$$\sqrt{D_1} = 5\sqrt{D_2}$$

$$5a^6 + 16a^4 - 60$$