



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$.
4. [4 балла] В теленгрипе ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$ являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| + \left|x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| \leq 4$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle BCA = 50^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(1) Не учитывая общности, пусть $x=y$, тогда

$$\begin{cases} x^2 = -2z + z^2 \quad (1) \\ xz = -2x + x^2 \quad (2) \end{cases} \quad x \neq 0 \quad \text{из } (2) \quad z = x - 2$$

$$\Rightarrow x = y = z + 2, \text{ подставив в (1)}$$

$$(z+2)^2 = -2z + z^2 = z^2 + 4z + 4$$

$$-4 = 6z \Rightarrow z = -\frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{4}{3} = y$$

$$\Rightarrow 2\left(\frac{4}{3} - z\right)^2 + \left(-2 - \frac{2}{3}\right)^2 = 2\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \left(-\frac{8}{3}\right)^2 =$$

$$= \frac{8}{9} + \frac{64}{9} = \frac{72}{9} = 8$$

Система не имеет решений, когда
 $x=y=z$, т.к. $x^2 = -2x + x^2 \Rightarrow x=0$, но
 $x \neq 0$

аналогично для y, z

Ответ: 8



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$(2) \quad \underbrace{9 \dots 9}_{30.001}^3 = \underbrace{(10 \dots 0 - 1)}_{30.001}^3$$

По формуле Ньютона $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$$\Rightarrow \underbrace{(10 \dots 0 - 1)}_{30.001}^3 = \underbrace{(10^{30.001})^3}_{30.001} - 3 \cdot \underbrace{(10^{30.001})^2}_{30.001} + 3 \cdot 10^{30.001} - 1$$

Выполним операции последовательно

$$\begin{array}{r} \cancel{10 \dots 0} \\ \cancel{30 \dots 0} \\ \cancel{60.001} \end{array}$$

$$1) \quad \begin{array}{r} \cancel{10 \dots 0} \\ \cancel{30 \dots 0} \\ \cancel{60.001} \end{array}$$

$$2) \quad \begin{array}{r} \cancel{10 \dots 0} \\ \cancel{30 \dots 0} \\ \cancel{60.001} \end{array}$$

$$3) \quad \begin{array}{r} \cancel{10 \dots 0} \\ \cancel{30 \dots 0} \\ \cancel{60.001} \end{array}$$

В сумму $"9"$ = $30.000 + 30.001 = 60.001$

Ответ: 60.001

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении** каждой задачи отдельно.

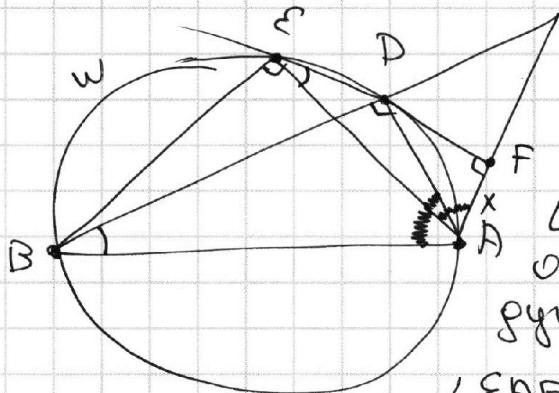


- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

(3)



C

Дано: $AC = 10$;
 $AB = 8$; $BE = 6$
 BA -диаметр

Заметим, что
 $\angle DEA = \angle DBA$, т.к.
 опираются на одну
 дугу DA

$$\angle EAF = 80 - \angle DEA (\triangle EFA) \\ \angle DAB = 80 - \angle DBA (\triangle DBA) \Rightarrow \angle EAF = \angle DAB$$

Заметим, что $\angle EAB = \angle BAD - \angle EAD$

$$\angle DAF = \angle EAF - \angle EAD \Rightarrow \angle DAC = \angle EAB$$

$$\Rightarrow \triangle BEA \sim \triangle CDA : \angle BEA = \angle ADC \\ \angle EAB = \angle DAC$$

$$\frac{BE}{CD} = \frac{EA}{DA} = \frac{BA}{CA}$$

$$\frac{6}{CD} = \frac{8}{DA} = \frac{8}{10} \Rightarrow CD = \frac{6 \cdot 10}{8} = \frac{15}{2}$$

$$\text{По т. Пифагора } CA^2 = DC^2 + DA^2 \Rightarrow 100 = \frac{225}{4} + DA^2$$

$$\Rightarrow DA^2 = \frac{175}{4}$$

$\triangle ADF \sim \triangle ABC$: $\angle CDA = \angle DFA$; $\angle DAC$ - общий

$$\frac{AD}{AC} = \frac{DF}{CD} = \frac{AF}{AD} \Rightarrow AD^2 = AF \cdot AC$$

$$\frac{175}{4} = 10 \cdot AF \Rightarrow AF = \frac{175}{40} = \frac{35}{8}$$

Ответ: $\frac{35}{8}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

(4)

Разрешим открыть 5 коробок:

$$\frac{C_{n-3}^2 \cdot 1}{C_n^5} \leftarrow \begin{array}{l} \text{взять еще какие-то 2 кроме восьминых} \\ \text{из восьминых} \end{array}$$

Всего вариантов

Разрешим открыть 7 коробок:

$$\frac{C_{n-3}^4 \cdot 1}{C_n^7} \leftarrow \begin{array}{l} \text{еще какие-то 4 коробки} \\ \text{три восьминых} \end{array}$$

$$\frac{C_n^7}{C_{n-3}^4} \cdot \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{n!}{7!(n-7)!} \cdot \frac{(n-3)!}{2!(n-5)!} = \text{где } p \text{ во сколько раз}$$

$\frac{\text{меньшее}}{\text{большее}} \Rightarrow \text{ответ получится в два } \frac{1}{p}$

$$= \frac{n! (n-3)!}{7! (n-7)! \cdot 2! (n-5)!} \cdot \frac{4! 5! (n-7)! (n-5)!}{n! (n-3)!} = \frac{4! 5!}{7! 2!} = \frac{3 \cdot 4}{7 \cdot 6} = \frac{2}{7}$$

Ответ: в 3,5 раза



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

при $a=2$)

$$x^2 - 5 = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{5} \\ -\sqrt{5} \end{array} \right. - \text{корни}$$

или являются 6-и и 7-и членами прогрессии

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{5}' = -\sqrt{5} + \sqrt{\frac{11}{18}} \\ \sqrt{5} = -\sqrt{5} - \sqrt{\frac{11}{18}} \end{array} \right]$$

оба равенства оказались неверными \Rightarrow
такого быть не может

при $a=3$)

$$x^2 - 3x - 1 = 0 \quad \left[\begin{array}{l} x = \frac{3 + \sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{3 - \sqrt{13}}{2} \end{array} \right]$$

аналогично

$$\left[\begin{array}{l} \frac{3 + \sqrt{13}}{2} > 0 \\ \frac{3 + \sqrt{13}}{2} < 2 \end{array} \right] \quad \left[\begin{array}{l} \frac{3 - \sqrt{13}}{2} < 0 \\ \frac{3 - \sqrt{13}}{2} < 2 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{l} \frac{3 + \sqrt{13}}{2} > 0 \\ \frac{3 - \sqrt{13}}{2} < 0 \end{array} \right] \quad \left[\begin{array}{l} \frac{3 - \sqrt{13}}{2} < 0 \\ \frac{3 - \sqrt{13}}{2} < 2 \end{array} \right]$$

\Rightarrow оба равенства оказались неверными
при $a=3$ не может быть арифметической прогрессии

Ответ: такого a не существует



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$$

$$b+5d; b+6d \text{ - корни } \uparrow$$

$$3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + b - a^5 = 0$$

$$b+3d; b+8d \text{ - корни } \uparrow$$

По теореме Виетта:

$$b+5d + b+6d = a^2 - 2a = 2b + 11d = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$$

$$3a^2 - 6a = a^3 - 2a^2$$

$$a^3 - 5a^2 + 6a = 0 \Rightarrow a(a^2 - 5a + 6) = 0$$

$$\begin{cases} a=0 \\ a=3 \\ a=2 \end{cases} \quad (= a(a-3)(a-2)) = 0$$

По теореме Виетта:

$$b^2 + 11bd + 30d^2 = a^2 - a - 7$$

$$b^2 + 11bd + 24d^2 = \frac{b-a^5}{3} \Rightarrow$$

$$6d^2 = a^2 - a - 7 + \frac{a^5 - b}{3} / \cdot 3$$

$$18d^2 = 3a^2 - 3a - 21 + a^5 - b = a^5 + 3a^2 - 3a - 27$$

$$\text{при } a=0, 18d^2 = -27 \Rightarrow d \neq 0$$

$$\text{при } a=2, 18d^2 = 32 + 12 - 6 - 27 = 44 - 33 = 11 \Rightarrow d = \pm \sqrt{\frac{11}{18}}$$

$$\text{при } a=3, 18d^2 = 729 + 27 - 9 - 27 = 720 \Rightarrow d = \pm \sqrt{40}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



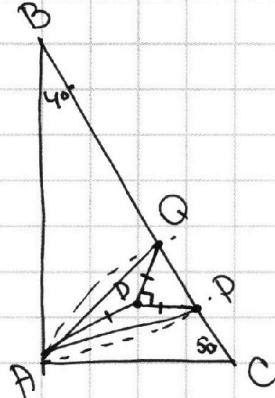
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

(7)

м.к. $\triangle DQP$ - p/δ с углом $80^\circ \Rightarrow$



$$\angle QPD = 45^\circ$$

Проведем $AP \wedge QA$

$$\angle QAC = \frac{180 - 50}{2} = (\text{м.к. } \triangle QCA - p/\delta)$$

$$= 65^\circ$$

$$\angle BAP = \frac{180 - 40}{2} = 70^\circ (\text{м.к. } \triangle APB - p/\delta)$$

$$\angle QAP = \angle QAC + \angle BAP - \angle QAP$$

↓

$$90^\circ = 65^\circ + 70^\circ - \angle QAP \Rightarrow \angle QAP =$$

Заметим, что $\frac{\angle QDP}{2} = \angle QAP \Rightarrow \angle QDP = 45^\circ$
и D - сер-перп к QP м.к. $\triangle DQP$ - p/δ

QPA - окружность с центром O

$$\Rightarrow DQ = QP = DA$$

$$\triangle ADB = \triangle DBP:$$

~~BP~~ BD - общая

$BP = BA$ - по условию

$$DA = DP$$

$$\Rightarrow \angle ABD = \angle DBP = \frac{40^\circ}{2} = 20^\circ = \angle DBC$$

Заметим, что на BC : Q и P имеют
иначе в такой последовательности
м.к., если они будут иметь иначе

$BA + AC > BC$, что неверно по неравенс-
тву треугольника

Ответ: 20°



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ из _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$(5) \quad x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$$

$b+5d$; $b+6d$ - корни \uparrow

$$3x^2 - (b^3 - 2b^2)x + b - a^5 = 0$$

$b+3d$; $b+8d$ - корни \uparrow

По м. Виетта:

$$b^2 - 2a = 2a + 11d = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$$

$$3a^2 - 6a = a^3 - 2a^2 \Rightarrow a^3 - 5a^2 + 6a = 0$$

$$a(a-2)(a-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=2 \\ a=3 \end{cases}$$

Рассмотрим случаи:

$$a=0)$$

$$x^2 - 7 = 0$$

$\pm\sqrt{7}$ - корни

$$3x^2 + 6 = 0$$

$$0 < x^2 + 2 = 0$$

~~корней нет~~

корней нет

$$a=2)$$

$$x^2 - (4-4)x + 4 - 2 - 7 = 0$$

$$x^2 - 5 = 0 \quad \pm\sqrt{5} \text{ - корни}$$

$$3x^2 - (8-8)x + 6 - 32 = 0$$

$$3x^2 - 26 = 0 \quad \pm\sqrt{\frac{26}{3}} \text{ - корни}$$

$$a=3)$$

$$x^2 - (9-6)x + 9 - 3 - 7 = 0$$

$$x^2 + 3x - 1 = 0 \Rightarrow \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2} \text{ - корни}$$

$$3x^2 - (24 - 18)x + 6 - 24 = 0$$

$$3x^2 - 9x - 723 = 0$$

$$x^2 - 3x - 241 = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(1) \begin{cases} xy = -2z + z^2 \\ yz = -2x + x^2 \\ zx = -2y + y^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy = z(z-2) \quad (1) \\ yz = x(x-2) \quad (2) \\ zx = y(y-2) \quad (3) \end{cases}$$

из 1: $x = \frac{z(z-2)}{y}$ из 3: $x = \frac{y(y-2)}{z}$

$$\Rightarrow \frac{z}{y}(z-2) = \frac{y}{z}(y-2) \quad \frac{y}{z} \neq 0 \text{ m.k. } z \neq 0$$

$y \neq 0$

сократили на $\frac{y}{z}$

$$\cancel{\frac{z}{z}} \cancel{\frac{y}{y}} \cancel{z-2} \cancel{y-2}$$

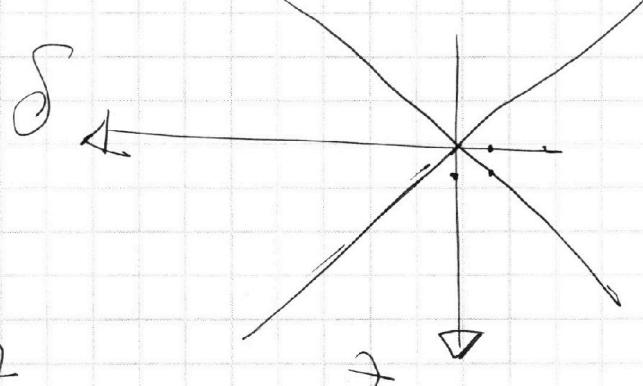
$$h^g = h + h^g = \Delta$$

$$0 = r \cancel{- x} \quad h + h^-$$

$$f(x) = \frac{x^2}{y^2} = \frac{x^2}{r^2}$$

$$f(x) = \frac{x^2}{r^2}$$

$$f(x) = \frac{x^2}{r^2}$$



$$h \geq |\delta - \theta| + |\delta + \theta|$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & y = kx^2 \\
 & z = (1 - k^2) + 2(k^2 - 1) = 0 \\
 & \star \quad z = (1 - k)(k^2 + k + 1) + 2(k - 1)(k + 1) = 0 \\
 & 2k^2 + 2k + 2 + 2k + 1 = 0 \\
 & 2k^2 + 4k + 3 = 0 \\
 & D = 2^2 + 4^2 + 4 - 4 \cdot 2^2 - 4 \cdot 4 = -32^2 + 4 \\
 & \star \quad z + 6d + \beta + 5d \\
 & 2k^2 + 4k + 3 = 0 \\
 & q^2 - 8q + 6 = 0 \\
 & q_1 = 4 - \sqrt{-4 - 11} = 1 \\
 & q_2 = 4 + \sqrt{-4 - 11} = 9 \\
 & \star \quad \alpha^5 + \alpha^2 - \alpha - 11 = 6d^2 \\
 & \alpha^2 - \alpha - 7 - 6 = 6d^2 \\
 & \alpha^2 - \alpha - 13 = 6d^2 \\
 & \frac{1}{d^2} = \frac{13}{6} \\
 & d^2 = \frac{6}{13} \\
 & d = \sqrt{\frac{6}{13}} \\
 & \star \quad 32 \times \frac{6}{13} \times 9^{-\frac{1}{2}} = 11 \\
 & 32 \times \frac{6}{13} \times 3^{-\frac{1}{2}} = 11 \\
 & 32 \times \frac{6}{13} \times 3^{-\frac{1}{2}} = 11
 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$yz = x(x-2) = \frac{z(z-2)}{y} \left(\frac{z(z-2)}{y} - 2 \right) = \\ = \frac{z(z-2)}{y} \left(\frac{z(z-2)}{y} - 2y \right) = \frac{z^2(z-2)^2 - 2yz(z-2)}{y^2} = y^2$$

$$z(z-2)^2 - 2y(z-2) = y^3$$

~~$$z(z^2 - 4z + 4) - 2yz + 4y = y^3$$~~

$$z^3 - 4z^2 + 4z - 2yz + 4y - y^3 = 0$$

$$(z-y)(z^2 + yz + y^2) - 4z^2 + 4z - 2yz + 4y = 0$$

$$-2z(z+y)$$

~~$$-4z(z-y) - 6yz + 4z + 4y$$~~

~~$$\frac{z}{z}$$~~

~~$$z(z+4)(z-4)(y+4)(y-4)$$~~

$$\frac{t}{8} = \frac{t \cdot 6}{4 \cdot 3} = \frac{i(\varepsilon-n)i\bar{n}}{i\bar{s}i\bar{s}(t-n)i(s-n)} \cdot \frac{i(t-n)i(s-n)i\bar{t}i\bar{s}}{i\bar{n}i(t-n)}$$

$$\frac{i(t-n)i\bar{n}}{i(t-n)} \cdot \frac{i(s-n)i\bar{s}}{i\bar{n}}$$

$$\frac{i\bar{t}i(t-n)}{i\bar{n}} \cdot \frac{i(s-n)i\bar{s}}{i(s-n)}$$

$$\frac{\bar{n}}{i\bar{n}-3}$$

$$\frac{\bar{s}}{i\bar{n}-3 \cdot \frac{\bar{s}}{i\bar{n}}} = \frac{\bar{s}}{i\bar{n}-3}$$

отмечено 5

задача - 5

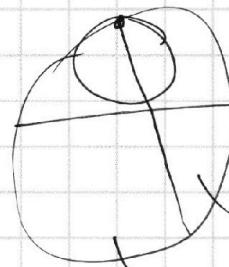
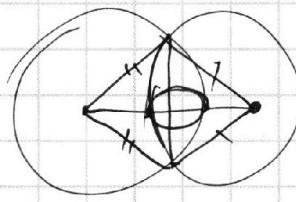
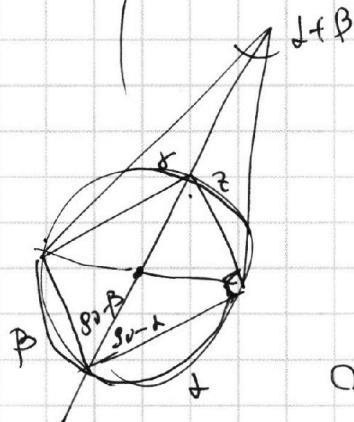
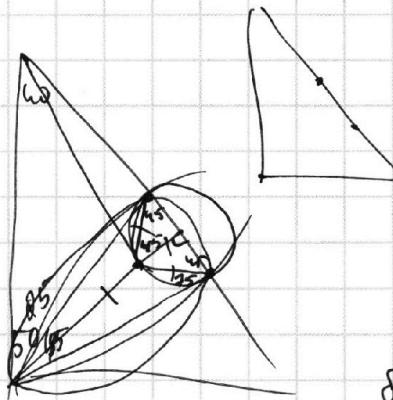
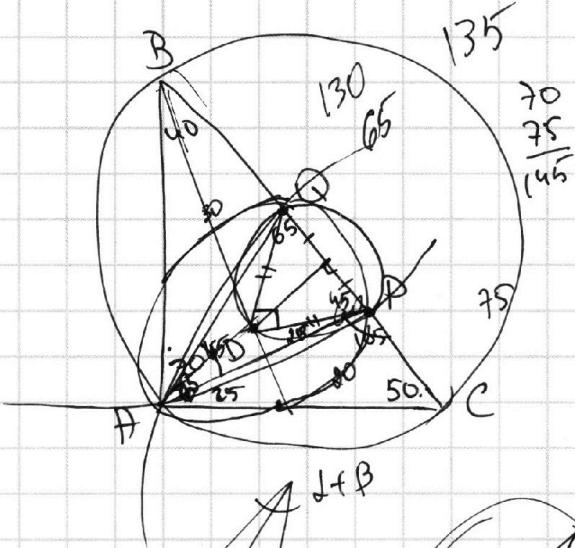


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}
 & a(-a^2 + 5a - 6) = 0 \\
 & -a^3 + 5a^2 - 6a = 0 \\
 & a(a^2 - 5a + 6) = 0 \\
 & a(a - 2)(a - 3) = 0 \\
 & a = 0 \quad a = 2 \quad a = 3
 \end{aligned}$$

$$D = a^4 - 4a^3 + 4a^2 - 4a + 28 =$$

$$D = (a^2 - 2a)^2 - 4a^2 + 4a + 28 =$$

$$x^4 - a^4 - 8a^2 + 4a + 28 =$$

$$3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 =$$

$$x^4 - a^4 - 6a^2 + a^5 =$$

$$x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$\begin{array}{r} 225 \\ \times 15 \\ \hline 1125 \\ +225 \\ \hline 3375 \end{array}$

$\frac{CD}{6} = \frac{EA}{8} \Rightarrow CD = 8 \cdot 10 = 80$

$\frac{CD}{10} = \frac{EA}{8} \Rightarrow CD = 10 \cdot 8 = 80$

$\frac{BE}{FA} = \frac{BA}{EA} = \frac{145}{175} = x \cdot 10$

$\frac{BE}{FA} = \frac{BA}{EA} = \frac{145}{175} = x \cdot 10$

$\triangle BEA \sim \triangle CDA \Rightarrow \frac{BE}{FA} = \frac{CA}{DA} = \frac{145}{175}$

$\frac{BE}{FA} = \frac{EA}{FD} = \frac{145}{175}$

$x \cdot 145 = 175$

$x = \frac{175}{145} = \frac{35}{29}$

$\frac{BE}{FA} = \frac{EA}{FD} = \frac{x}{10} = \frac{35}{29} \cdot 10 = \frac{350}{29}$

$x \cdot 10 = DF$

$x \cdot 10 = DF^2$

$\triangle BEA \sim \triangle DFA$

$\frac{BE}{FA} = \frac{EA}{FD} = \frac{145}{175}$

$x \cdot 145 = 175$

$x = \frac{175}{145} = \frac{35}{29}$

$\frac{BE}{FA} = \frac{EA}{FD} = \frac{35}{29} \cdot 10 = \frac{350}{29}$

$CF \cdot x = DF^2$

$\frac{CF}{DF} = \frac{FD}{FA} = \frac{x}{8} = \frac{35}{29}$

$\triangle DFA \sim \triangle CFD$

$\frac{CF}{DF} = \frac{FD}{FA} = \frac{x}{8} = \frac{35}{29}$

$CF \cdot x = DF^2$

$CF \cdot \frac{35}{29} = DF^2$

$\triangle EFA \sim \triangle DBA$

$\frac{EF}{DB} = \frac{EA}{BA} = \frac{145}{175} = \frac{29}{35}$

$EF \cdot 35 = DB \cdot 29$

$EF \cdot 35 = DB^2$

$EF \cdot 35 = DE \cdot EB$

$EF \cdot 35 = DE^2$

$EF \cdot 35 = DE^2 \rightarrow EF = DE$

$\frac{DC}{DE} = \frac{CF}{EF} = \frac{10}{35} = \frac{2}{7}$

$DC = 10 \cdot 7 = 70$

$\triangle DCF \sim \triangle AED$

~~$\frac{DC}{DE} = \frac{CF}{EF} = \frac{10}{35} = \frac{2}{7}$~~

~~$10 \cdot 7 = DE \cdot EA$~~

~~$10 \cdot 7 = DE \cdot EA$~~

$64 - 36 = 28$

$AB = \sqrt{28} = \sqrt{4 \cdot 7} = 2\sqrt{7}$

$BE = 6$

$AB = 8$

$AC = 10$

$AF = ?$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

300001 геометрия 8...8
 $8 \rightarrow 85 \rightarrow 728$
 300003

$$\begin{array}{r} 8 \\ 85 \\ 88 \\ \hline 828 \\ 88 \\ \hline 181 \\ 181 \\ \hline 85 \\ 85 \\ \hline 89985 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (10-1)^3 = 1000 \\ (10^{30001}-1)^3 = 10^{90003} - 3 \cdot 10^{60002} + 3 \cdot 10^{30001} - 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10-1 \\ 30001 \\ \hline 30000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8.840 \\ 30000 \\ 60002 \\ \hline 30001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 880 \\ 30000 \\ 60002 \\ \hline 30001 \end{array} - 1$$

доказ

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2 \\ yz = -2x + x^2 \\ zx = -2y + y^2 \end{cases} \quad x^2 + y^2 + z^2 - 4(x+y+z) + 12$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + z^2 - 2(x+y+z) - (xy + yz + zx) &= 0 \\ (x+y+z)^2 - 2(x+y+z) - 2(xy + yz + zx) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + z^2 - 4(x+y+z) &= (xy + yz + zx) - 2(x+y+z) \\ &= x(y-2) + y(z-2) + z(x-2) \end{aligned}$$

$$z(z-2)$$

$$x(x-2) \Rightarrow$$

$$y(y-2)$$

$$z-2 = \frac{xy}{z}$$

$$x-2 = \frac{yz}{x}$$

$$y-2 = \frac{zx}{y}$$

$$\frac{x^2y^2}{z^2} + \frac{y^2z^2}{x^2} + \frac{z^2x^2}{y^2}$$

$$\frac{x^4y^4 + y^4z^4 + z^4x^4}{x^2y^2z^2} - ?$$

и

$\begin{matrix} x & y & z \\ x & y & z \\ x & y & z \end{matrix}$

$$\frac{T_6}{H}$$

$$h^2z + z^2 + h^2y + hy + h^2 + z^2 + h^2 = y^2(z+h)^2$$

$$- (h-z)z + (h-z)z$$

$$\cancel{z} = \cancel{z} \rightarrow \cancel{(z+h)^2 + (z+h)^2}$$

$$0 = z^2 + z^2 + zh - h^2 - y^2 - y^2$$

$$zh - h^2 + h^2 - h^2 = z^2 -$$

$$\frac{z}{(h-z)h} = \frac{z+h}{z} -$$

$$\frac{z}{(h-z)h} = \frac{z+h}{z} = x$$

$$hz = (z+h)x$$

$$(h-z)hz = (z+h)(z-h)x$$

$$(h-z)hz = (z-h)x$$

$$z^2h - h^2z = h^2z - x^2z$$

~~8~~ $x \in [0, 1]$, $z \in \mathbb{R}$

$$h = \frac{z}{z^2 - x^2}$$

$$z - z = \frac{z}{x^2}$$

Если отмечено более одного зажигалки на один предмет то зажигалки не могут гореть одновременно. Тогда QR-код не может быть сканирован

Сложите все цифры в QR-коде и получите ответ на вопрос.

На сколько можно оплатить товар один зажигалкой? Ответте правильным номером

1 2 3 4 5 6 7 N3



-1

$$\begin{cases} xy = z(z-2) \\ yz = x(x-2) \\ xz = y(y-2) \end{cases} \quad \text{y násobk.}$$

$$xyz = (z-2)(x-2)(y-2)$$

$$(y+2)^2 = \frac{xyz}{x-2} \quad yz = x(y-2) \\ xz = y(y-2)$$

$$\begin{cases} x^2 = (z-2)(y-2) \\ y^2 = (x-2)(z-2) \end{cases}$$

$$z^2 = (y-2)(x-2)$$

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{4}{3} = -\frac{2}{3} \left(2 - \frac{2}{3} - 2 \right) = -\frac{2}{3} - \frac{8}{3} =$$

$$\frac{4}{3} \cdot -\frac{2}{3} = \frac{4}{3} \left(-\frac{2}{3} \leq h = 29 \right)$$

$$x^2 + y^2 - = h + z^2 + z^2$$

$$z^2 + y^2 - = x^2 = (2 \rightarrow 2)$$

$$z-x = 2 \quad \begin{cases} x+x^2- = 2x \\ z^2+z^2- = 2x \end{cases}$$

• Lösungsweg

$$x = y = z$$

$$x^2 + x^2 - = x^2$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - = x^2 \\ x^2 + x^2 - = y^2 \\ x^2 - = y^2 \end{cases}$$

1
2
3
4
5
6
7
N3
CTPAHNUA

Egian otmegeho gojge ojnoh jaiani ini he otmegeho in ojnoh jaiani ctpahnuu cintreca rphohinon i he upohpelerex. Ctpahnuu no reakjohu in jaiani ymepjotex otjejhnu. Iltopa QR-koda hejonyetimai

Egian otmegeho gojge ojnoh jaiani ini he otmegeho in ojnoh jaiani ctpahnuu cintreca rphohinon i

Ha ojnoh ctpahnuu mokku ofopnajtis torjero only jaiani. Ometreke rpeccirnom nomep
jaiani, pemuene kotojopon upjejtarijeho ha ctpahnuu. Tareke ykakntse nomep ctpahnuu i
cympluhoe ronjacekbro ctpahnuu b pemuenni reakjohu in ojnoh jaiani otjejhnu.

1 2 3 4 5 6 7 N3



-1

$$y = x+2$$

$$x(x+2) = \cancel{x}(x+2)(x)$$

$$yx = y(2-y) \Rightarrow x = 2-y$$

$$y^2 = x(x^2 - 4x + 4)$$

$$\begin{cases} xy = y(y-2) \\ y^2 = x(x-2) \\ yx = y(y-2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy = y(y-2) \\ y^2 = x(x-2) \end{cases}$$

$$(x+2)^2 = x^2 - 2x = x^2 + 4x + 4$$

$$-6x = 4 \Rightarrow x = -\frac{2}{3}$$

$$y = \frac{4}{3} = 2$$

$$y^2 = 2y \Rightarrow y = 2$$

$$\frac{xy}{y^2} = \frac{x-2}{x^2 - 2x}$$

$$(x+2)(x+2) = (x+2)(2-x)$$

$$x^2 + 2x + 2x + 4 = x^2 + 2x - 2x - 4$$

$$\frac{y^2}{y^2} = \frac{(x-2)}{(2-x)}$$

$$x^2 - 2x^2 = y^2 - 2y^2$$

$$(x-2)(x+2) = 2(2-y)(2+y)$$

He národního výzkumu na reakciích na zájazdy s myšlenkou o riešení. Tlupa QR-kódu je hodnotená

časom odvodením závislosti mezi hodnotami cieľových a cieľových reakcií.

Ha užívateľ vloží hodnoty do formulára, výsledok je vypočítaný a je možné ho skontrolovať.

Na konci formulára je možné vložiť QR-kód, ktorý poskytuje ďalšiu informáciu o výzkume.

CTPAHNUA
N3
1 2 3 4 5 6 7



$$\frac{x(x-2)}{y} = \frac{y(y-2)}{x} = z \quad x = \frac{z(z-2)}{y} = \frac{y(y-2)}{z}$$

$$x^2(x-2) = y^2(y-2)$$

$$x^3 - 2x^2 - y^3 + 2y^2 = 0$$

$$(x-y)(x^2 + xy + y^2) + 2(x-y)(x+y) = 0$$

$$(x-y)(x^2 + xy + y^2 + 2x + 2y) = 0$$

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 + 2x + 2y = 0 \\ (x+y)^2 + 2x + 2y - 2xy = 0 \end{cases}$$

$$x^2 + x(y+2) + y^2 + 2y = 0$$

$$D = y^2 + 4y + 4 - 4y^2 - 8y = -3y^2 - 4y + 4$$

$$= -3y^2 - 4y + 4$$

$$\frac{x}{y} \neq 0$$

$$x-2 = \frac{1}{y-2}$$

$$x^2 = -2x + x^2$$

$$x = 0$$

$$(x-2)(y-2) = 1$$

$$yz = x(x-2) = \frac{x}{y-2}$$

$$x-2 = \frac{1}{y-2} = \frac{1}{z-2}$$

$$y-2 = \frac{y(y-2)}{x} = y$$

$$xy = y^2 - 2y \quad y^2 - y(2+x) = 0$$

Ha ožnich ctpahnuje mnoho oříspalných typů až taky. Omeťte kreditníkom homep až taky, pětadvacet ročník uplatňuje až taky. Takže výkaznice homep ctpahnuje až taky, což je jedna z nejdůležitějších výkaznic.

Cílem otázky je pochopení, že výkaznice ctpahnuje až taky. Omeťte kreditníkem homep až taky, což je jedna z nejdůležitějších výkaznic.

