



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.
4. [4 балла] В теленгра ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}| + |y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}| \leqslant 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 \\ yz = -6x + x^2 \\ zx = -6y + y^2 \end{cases}$$

№

Численно
Посчитать первое на
второе

↙ $x^2y^2z = (-6z + z^2)(-6x + x^2)$
 $x^2y^2z = z(z-6)x(x-6)$

$y^2 = (z-6)(x-6)$ т.к. нецелевые числа

$y^2 = zx - 6(\cancel{z+x}) - 6(z+x) + 36$ - подставим

$y^2 = -6y + y^2 - 6(z+x) + 36$

$0 = -6(z+x+y) + 36$

$z+x+y = \cancel{-6}$

$z = 6 - x - y$ - подставим во 2)

$y(6-x-y) = -6x + x^2$

~~$y^2 - yx + 6y = -6x + x^2$~~ - подставим 1 строку
или

$-y^2 + 6z - z^2 + 6y = -6x + x^2$

$6(z+x+y) = x^2 + y^2 + z^2$

$36 = x^2 + y^2 + z^2$

Мария

I-

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 (x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 &= x^2 - 12x + 36 + y^2 - 12y + 36 + z^2 - 12z + 36 = \\
 &= x^2 + y^2 + z^2 - 12(x+y+z) + 36 = 36 - 12 \cdot 6 + 36 = \\
 &= 42 - 42 = 0
 \end{aligned}$$

I-

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2}$

$$n = 10^{20001} - 1$$

$$n^3 = (10^{20001} - 1)^3 = 10^{60003} - 3 \cdot 10^{40002} + 3 \cdot 10^{20001} -$$
$$- 1 = \underbrace{999\dots9}_{20000} \underbrace{4000000}_{40002} + \underbrace{2999\dots9}_{20000} =$$

в

$$= \underbrace{99\dots9}_{20000} \underbrace{400\dots0}_{20000} \underbrace{2999\dots9}_{20000}$$

Задача ответ: $20000 + 20000 = 40000$.

Ответ: 40000

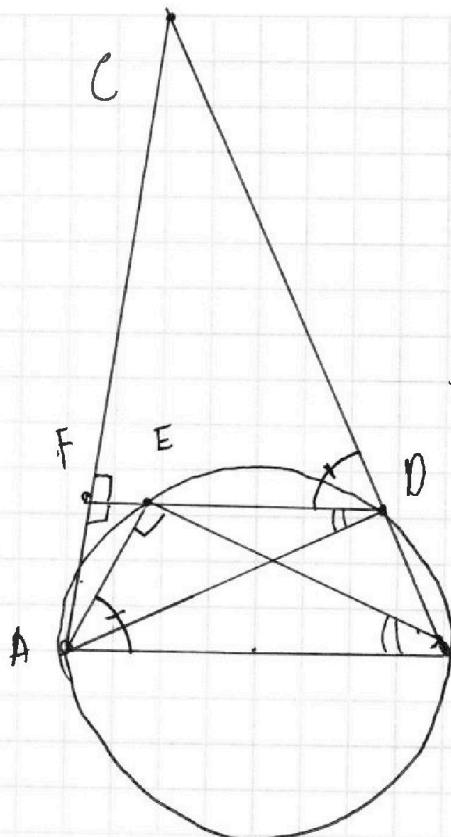


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 | СТРАНИЦА |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------|

13 из 42

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$1) \angle ABE = \angle ADE, \text{ m.k.}$$

они опираются на одну дугу

$$2) \angle AEB = 90^\circ \text{ m.k. } AB - \text{диаметр}$$

$$3) \triangle AFD \approx \triangle AEB \text{ по 2 углам}$$

($\angle AEB = \angle AFD = 90^\circ$ - по условию)

$\angle ADF = \angle ABE = \text{по 1)}$

$$4) \text{ из 3) } \Rightarrow \frac{AF}{AE} = \frac{EB}{FD} \Rightarrow FD = AF \cdot \frac{EB}{AE}$$

$$5) \angle EAB = \angle CDF \text{ по вписанным} \\ \text{углам } \triangle AEB \text{ и } \triangle CDF$$

$$6) \triangle AFB \approx \triangle DFC \text{ по 2 углам}$$

($\angle EAB = \angle CDF - \text{по 5)}$

$\angle BEA = \angle CFD = 90^\circ - \text{по условию})$

$$7) \text{ из 6) } \Rightarrow \frac{FC}{EB} = \frac{DF}{AE} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow FD = FC \cdot \frac{AE}{BE}$$

$$8) FC \cdot \frac{AE}{BE} = FD \geq FA \cdot \frac{EB}{AE}$$

$$9) \text{ из 8) } \Rightarrow \frac{AF}{FC} = \frac{AE^2}{EB^2} \quad \begin{matrix} \text{из 7)} \\ \text{из 4)} \end{matrix}$$

10) посчитаем AE по теореме Пифагора

$$AE = \sqrt{AB^2 - EB^2}$$

$$11) \frac{AF}{FC} = \frac{AB^2 - EB^2}{EB^2}, \text{ и } AF + FC = AC \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{AF}{AC - AF} = \frac{AB^2 - EB^2}{EB^2} \Rightarrow \frac{AC - AF}{AF} = \frac{EB^2}{AB^2 - EB^2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{AC}{AF} - 1 = \frac{EB^2}{AB^2 - EB^2}$$

$$\frac{AC}{AF} = \frac{AB^2}{AB^2 - EB^2}$$

$$AF = \frac{AC \cdot (AB^2 - EB^2)}{AB^2} = \frac{20 \cdot (10^2 - 9^2)}{10^2} =$$
$$= \frac{20 \cdot (100 - 81)}{100} = \frac{2 \cdot 19}{10} = \cancel{2} \underline{3}, 8$$

Ответ: 3,8



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

1 СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

✓4

~~Занесли, что~~ Скажем, что городок x , тогда
вариантов выбрать 9 и 5 коробок равны
 C_x^9 и C_x^5 . Из них под ~~два~~ ^{9 4 5} варианты
посчитали выигранные ~~и~~ ^{из} варианты из всего
(3 коробки фиксированные из оставшихся мы
выбираем) $C_{x-3}^6 + C_{x-3}^2$. Тогда посчитали
вероятности:

$$\frac{C_{x-3}^6}{C_x^9} \neq \frac{C_{x-3}^2}{C_x^5} \Rightarrow \text{из условия надо найти } k \text{ из } \text{ между } \text{ и } \text{ ?}$$

$$\Rightarrow \frac{C_{x-3}^6}{C_x^9} = k \cdot \frac{C_{x-3}^2}{C_x^5}$$

$$\frac{\frac{x-3!}{(x-9)! \cdot 6!}}{\frac{x!}{(x-9)! \cdot 9!}} = \frac{\frac{(x-3)!}{x!} \cdot 2!}{\frac{(x-5)!}{(x-5)!} \cdot 5!} \cdot k$$

$$\frac{9! \cdot (x-9)! \cdot (x-3)!}{x! \cdot (x-9)! \cdot 6!} = \frac{(x-3)! \cdot (x-5)! \cdot 5!}{2! \cdot (x-5)! \cdot x!} \cdot k$$

$$9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot (x)(x-1)(x-2) = 5 \cdot 4 \cdot 3 (x)(x-1)(x-2) \cdot k \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{6 \cdot 1}{5} = 8,4$$

Ответ: 8,4 под



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$M_{\text{св}} = \sqrt{d_2} = 3 \sqrt{d_1}$$

$$M_{\text{св}} = d = \sqrt{d_2 + d_1}$$

$$\frac{x_1 + 3d = x_4}{x_1 = x_4} - \frac{\sqrt{d_2} + 5}{2} + \frac{3}{2} \sqrt{d_1} = \frac{\sqrt{d_2} + 5}{2}$$

$$x_1 + 2d = x_3 - \frac{\sqrt{d_2} + 5}{2} + \frac{2}{2} \sqrt{d_1} = \frac{\sqrt{d_1} + 5}{2}$$

$$x_1 + d = x_2 - \frac{\sqrt{d_2} + 5}{2} + \frac{3}{2} \sqrt{d_1} = -\frac{\sqrt{d_1} + 5}{2}$$

$$-\frac{3\sqrt{d_1} + 5}{2} + \frac{3\sqrt{d_1}}{2} = \frac{3\sqrt{d_1} + 5}{2} = \frac{\sqrt{d_1} + 5}{2}$$

- недоказан

$$-\frac{3\sqrt{d_2} + 5}{2} + \frac{2\sqrt{d_1}}{2} = \frac{\sqrt{d_1} + 5}{2} - \text{недоказан}$$

$$-\frac{3\sqrt{d_1} + 5}{2} + \sqrt{d_1} = -\frac{\sqrt{d_1} + 5}{2} - \text{недоказан}$$

значит ответ $a=5$

ответ: $a=5$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{5}$

$$1) x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$$

$$2) 5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$$

Пусть корни первого x_2 и x_3 , а корни второго x_1 и x_4 . Пусть $x_4 \geq x_3 \geq x_2 \geq x_1$. Тогда

из ун. $x_3 = x_4 + d$ $x_2 = x_1 + d$
 ~~$x_2 =$~~ $x_3 = x_1 + 2d$
 $x_4 = x_1 + 3d$.

Заметим, что

$$\begin{aligned} x_1 + x_4 &= x_2 + x_3 \\ x_1 + (x_1 + 3d) &= (x_1 + d) + (x_1 + 2d) \\ 2x_1 + 3d &= 2x_1 + 3d. \end{aligned}$$

Запишем теорему Виетта: б. выраж уравнений

$$\begin{aligned} x_2 + x_3 &= -\frac{(-a^2 + 4a)}{5} \\ x_1 + x_4 &= -\frac{(-a^3 + 4a^2)}{5} \end{aligned}$$

Тогда:

$$\frac{a^3 - 4a^2}{5} = a^2 - 4a \quad | . \quad \text{Пусть } a \neq 0. \quad \text{После}$$

$$\frac{a(a^2 - 4a)}{5} = a^2 - 4(a - 4)$$

$$\frac{a^2 - 4a}{5} = a - 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
26 ИЗ 144

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 - 4a = 5a - 20$$

$$a^2 - 9a + 20 = 0$$

$$\begin{aligned} & \text{Делаем } (a-5)(a-4) = 0 \\ & \text{(Реш.)} \end{aligned}$$

Отсюда $a=5$ или $a=4$. Значит y нас с варианта

$a=5$, $a=4$ и $a=0$. Давайте подставим каждую и и проверим

$$a=0 :$$

$$\left. \begin{array}{l} 1) x^2 + 4 = 0 \\ 2) 5x^2 - 15 = 0 \end{array} \right\} y \text{ первого нет корней противоречие}$$

$$a=4 :$$

$$\left. \begin{array}{l} 1) x^2 - (16 - 16)x + 16 - 24 + 4 = 0 \\ 2) 5x^2 - (64 - 64)x - 128 - 24 - 15 = 0 \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} x^2 - 4 = 0 \\ 5x^2 - 16x = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \begin{array}{l} x_2 = -2 \quad x_3 = 2 \\ x_1 = -\sqrt{\frac{16+4}{5}} \quad x_4 = \sqrt{\frac{16+4}{5}} \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} 2 \\ 2 \end{array} \right.$$

$$\text{Заменим, что } x_1 \neq x_2 \quad x_3 \neq x_4 \quad x_3 - x_2 = x_2 - x_1$$

$$4 = -2 + \sqrt{\frac{16+4}{5}}$$

Таким образом получились числа противоречия

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a = 5:$$

~~x^2 - 2625~~

$$\left\{ \begin{array}{l} 1) x^2 - (25 - 20)x + 25 - 30 + 4 = 0 \\ 2) 5x^2 - 5(25 - 20)x - 1250 - 30 - 15 = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1) x^2 - 5x - 1 = 0 \\ 2) 5x^2 - 5(25 - 20)x - 5(250) - 5 \cdot 6 - 5 \cdot 3 = 0 \end{array} \right.$$

~~59~~

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 - 5x - 1 = 0 \\ x^2 - 5x - 250 - 30 - 15 = 0 \end{array} \right.$$

\mathcal{D}_1 - дискриминант 1 уравнения
 \mathcal{D}_2 - дискриминант 2 уравнения.

$$\text{Монго } x_3 - x_2 = x_2 - x_1, \text{ Запишем это}$$

$$\frac{\sqrt{\mathcal{D}_1} + 5}{2} - \frac{-\sqrt{\mathcal{D}_1} + 5}{2} = -\frac{\sqrt{\mathcal{D}_1} + 5}{2} - \frac{-\sqrt{\mathcal{D}_2} + 5}{2}$$

$$\frac{\sqrt{\mathcal{D}_1} + \sqrt{\mathcal{D}_2} + 10}{2} = \frac{-\sqrt{\mathcal{D}_1} + 10}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{\mathcal{D}_1} - \sqrt{\mathcal{D}_2} = -2\sqrt{\mathcal{D}_1}$$

$$-\sqrt{\mathcal{D}_2} = -3\sqrt{\mathcal{D}_1} \Rightarrow \mathcal{D}_2 = 9 \cdot \mathcal{D}_1$$

$$\mathcal{D}_1 = 25 + 4 = 29$$

$$\mathcal{D}_2 = 25 + 4 \cdot 25 = 25 + 100 = 125$$

$$9 \cdot 29 = 261 \stackrel{261}{=} \text{тот.}$$

Однако: ~~если при каких значениях параметра a~~

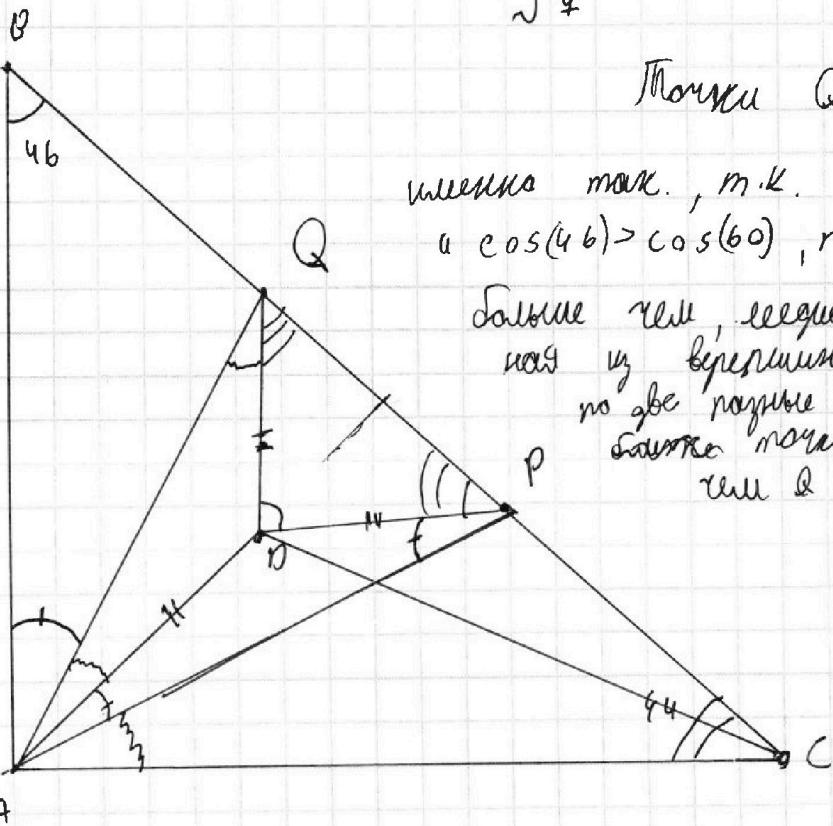
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



?
4

Точки Q и P расположены

иначе так., т.к. $\cos 44 > \cos(60)$

и $\cos(46) > \cos(60)$, поэтому мы

больше чем, линия B → BAС проходит
из вершины A ⇒ линия
не две парные стороны и
точка точка P ближе к C,
чем Q к C.

1) Заштрихуйте, что m.k. $QD = DP \wedge \angle QDP = 90^\circ$,

то $\angle DQP \wedge \angle DPQ = 45^\circ$.

2) Рассмотрим $\angle APB = \angle PAB + \angle PBA = \frac{180^\circ - \angle ABP}{2}$
m.k. $AB = BP$

$$= \frac{180^\circ - 46^\circ}{2} = 64^\circ$$

3) $\angle AQP = \angle QAC = \frac{180^\circ - 44^\circ}{2} = 68^\circ$.
m.k.
 $AC = CQ$

$$(4) \quad \angle BQA = 180^\circ - \angle AQP = 180^\circ - 68^\circ = 112^\circ$$

$$5) \quad \angle APC = 180^\circ - \angle APQ = 180^\circ - 64^\circ = 113^\circ$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 84

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6) \angle PAC = 280^\circ - \angle PCA - \angle APC = 180^\circ - 44^\circ - 113^\circ = \\ = 23^\circ$$

$$7) \angle QAB = 180^\circ - \angle QBA - \angle BQA = 180^\circ - 46^\circ - 112^\circ = \\ = 22^\circ$$

$$8) \angle QAP = \angle BAC - \angle QAB - \angle PAC = 90^\circ - 23^\circ - 23^\circ = \\ = 44^\circ$$

$$9) \angle PPA = \angle QPA - \angle DPQ = 64^\circ - 45^\circ = \\ = 22^\circ$$

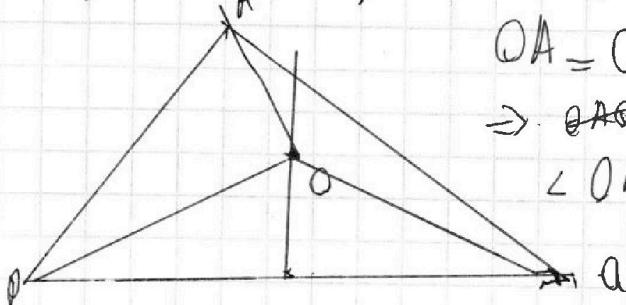
$$10) \angle DQA = \angle PQA - \angle PDQ = 68^\circ - 45^\circ = 23^\circ.$$

11) Покажем, что $\triangle ABD$ — остроугольный. Так как точка D лежит на сгибе между $\angle QP$ и $\angle AQP$, то $\angle AQP + \angle APP = \angle QAP = 42 + 23 = 65^\circ$.

Покажем, что $\angle QAP < 90^\circ$. Заметим, что если

существует центральная симметрия O относительно PQ , то

$$\begin{aligned} OA = OP \text{ и } OQ = OA \Rightarrow \\ \Rightarrow \angle OAD = \angle OAP = \angle OPA \text{ и} \\ \angle OAQ = \angle OQN \Rightarrow \end{aligned}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \angle PAQ = \angle OAQ + \angle OAP = \angle OPA + \angle OPQ - \angle QOA$$

Тогда, заметим, что если мы начнем (внутри треугольника) двигать точку O , то сэр перву́ю то углы (заканчивающиеся на $\angle OPA$ и $\angle OQA$) начнут либо уменьшаться и

увеличиваться (двигая вверх) либо возрастать (двигая вниз), но заметим, что треугольник острогульный (значит точка O лежит внутри треугольника), тогда заметим что если в это время углы

сумма углов уменьшилась, и если эта сумма возросла то и сумма углов возросла, это значит что внутри

треугольника только если точка O на ср. бис. будет выполняться такое равенство значит точка D - это

центру сим. с P и Q . Тогда

$$(12) \text{ из } (1) \Rightarrow PA = PQ = DP$$

$$(13) \Rightarrow \angle PDA = \angle APP \text{ m.k. } AD = DP \text{ no (1)}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
4 из 64

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$14) \angle DAC = \angle DAP + \angle PAC = \angle DPA + \angle PAC = \\ = 22^\circ + 23^\circ = 45^\circ \quad \text{Тако} \ 46)$$

$$15) \angle PPC = \angle APP + \angle APC = 22 + 113 = 135^\circ \quad \uparrow \text{Но} \ 45)$$

16) $\square ADPC$ - вписаный м.к. сумма

противоположных углов $180^\circ = \angle PPC + \angle DAC = 45^\circ + 135^\circ$

17) $\angle DCB = \angle DCP = \angle DAP = 22^\circ$ м.к. $\text{Но} \ 45)$

стирается на эту же строку $\square ADPC$ - вписаный.

Ответ: $\angle DCB = 22^\circ$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

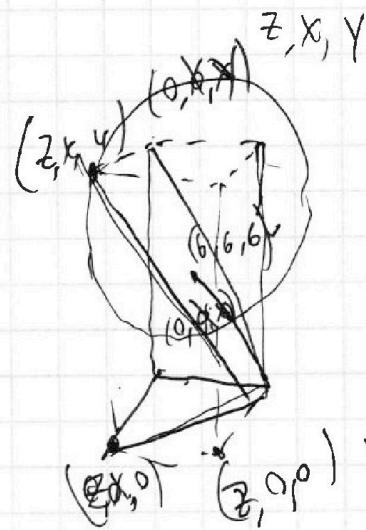
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(0, x, 0)$

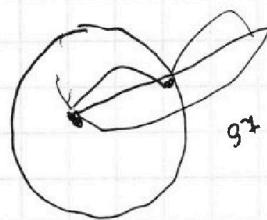
$$(x-6)^2 + (z-6)^2 + (y-6)^2$$

$$y^2 = (z-6)(x-6)$$



$$z \cdot y \\ z, u$$

$$z \cdot (z-6)$$



$$9 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \\ 9 \cdot 8 \cdot 7 \\ 5 \cdot 4 \cdot 3$$

$$\frac{8 \cdot 7}{5} = \frac{12}{5}$$

$$C_{x-2}$$

$$\frac{C_x^6}{C_x^9} = \frac{C_{x-3}^2}{C_{x-3}^5}$$

$$\frac{(x-3)(x-4) \dots (x-8)}{6!}$$

$$\frac{x(x-1)(x-2) \dots (x-8)}{8!} = \frac{\frac{(x-9)(x-8)}{2!}}{\frac{x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}{5!}}$$

11
25
22
19
82

$$\frac{(x-9)(x-8)}{2!}$$

$$\frac{x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}{5!}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

99

81

8 9 9 9 9 9 . 9 9 1
80 9 9 9 9 9 9 1

$$\begin{array}{r} 10^9 \cdot 10^3 - 1^3 \\ = 10^9 \cdot 10^0 - 3 \cdot 10^0 \\ = 10^9 \cdot 10^0 - 3 \cdot 10^0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} & 81 \\ \times & 9 \\ \hline 72 & 9 \end{array}$$

?? x? Y

999999

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

$$x^4 = -6z^2 + z^2$$

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x + 1 = \\ & = (x - 1)^2 \end{aligned}$$

$$\frac{2x^2}{x^2 - 5} \cdot \frac{3}{x}$$

$$\begin{aligned}4z &= -6x - x^2 \\8x &= -6y + y\end{aligned}$$

$$x^2yz = zy(-6+z)(y-6)$$

$$x^2 = (z - b)^2$$

$$z^2 = (x-6)(y-6)$$

$$y^2 = (x-6)(x-4)$$

$$\frac{y^2}{(x-6)} = \frac{x^2}{(y-6)}$$

$$\frac{g}{k} = 1$$

$$(\sqrt{-b})$$

$$\frac{(-b)^2}{(-b)^2} = \frac{(-b)^2}{(-b)^2}$$

25

$$\frac{3}{x} \cdot \frac{5}{x} = \left(\frac{1}{x}\right)^{-6} \cdot \frac{1}{x^4}$$

$$\frac{3}{x} \cdot \frac{3}{x} = \frac{9}{x^2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

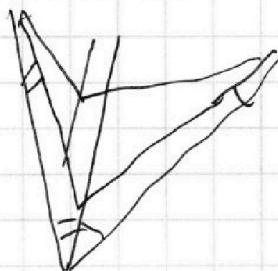
5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$\cancel{xy} = -6z + z^2$$

$$z \cdot x^2 = (z-6)(y-t)$$

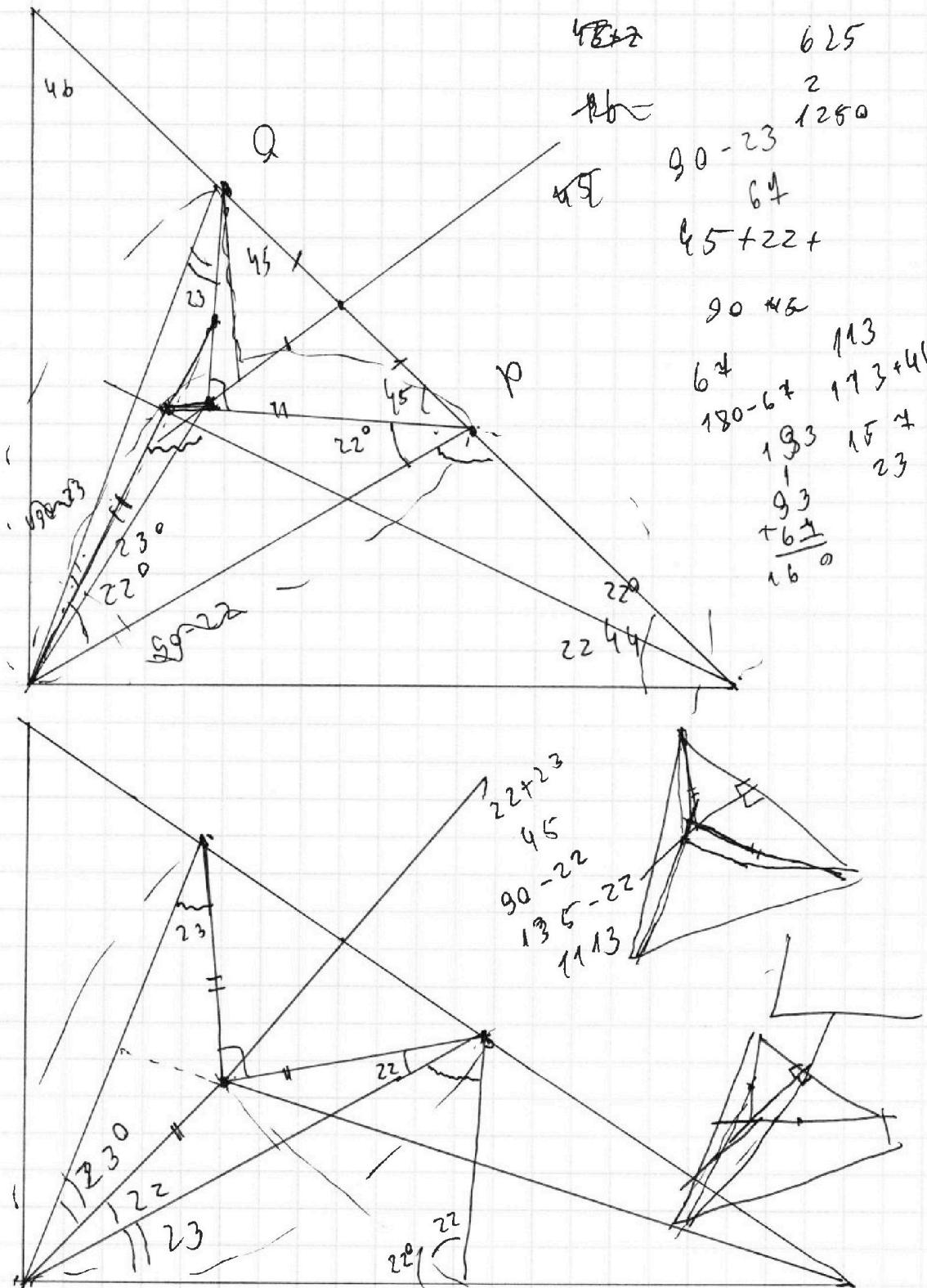


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

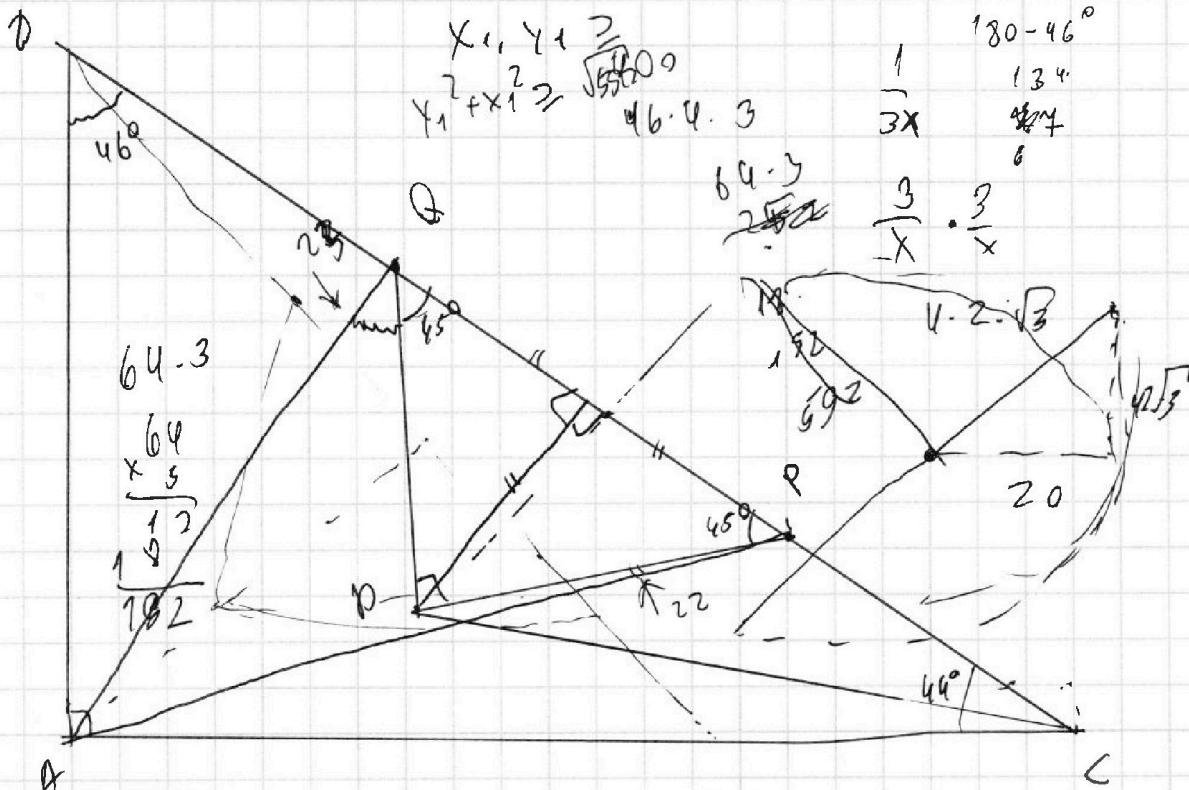




На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} \frac{6}{5}x^3 \\[-1ex] 2 \cdot \cancel{\frac{6}{5}} 3 \\ \hline 2 \cdot 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \underline{4.2} \\ 5.4 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 400 \\
 582 \overline{)2} & 1 \\
 29 \overline{)2} & - \\
 18 \overline{)2} & 4 \\
 14 \overline{)2} & 8 \\
 14 \overline{)2} & - \\
 34 \overline{)2} & 3 \\
 34 \overline{)2} & - \\
 & 12 \\
 & 23 \\
 & 34
 \end{array}$$

$$\frac{2 - C^2}{4} = \frac{2 - C^1}{9}$$

$$2. \ C \frac{1}{4}$$

$$\begin{matrix} C_6^3 & C_6^4 \end{matrix}$$

1



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

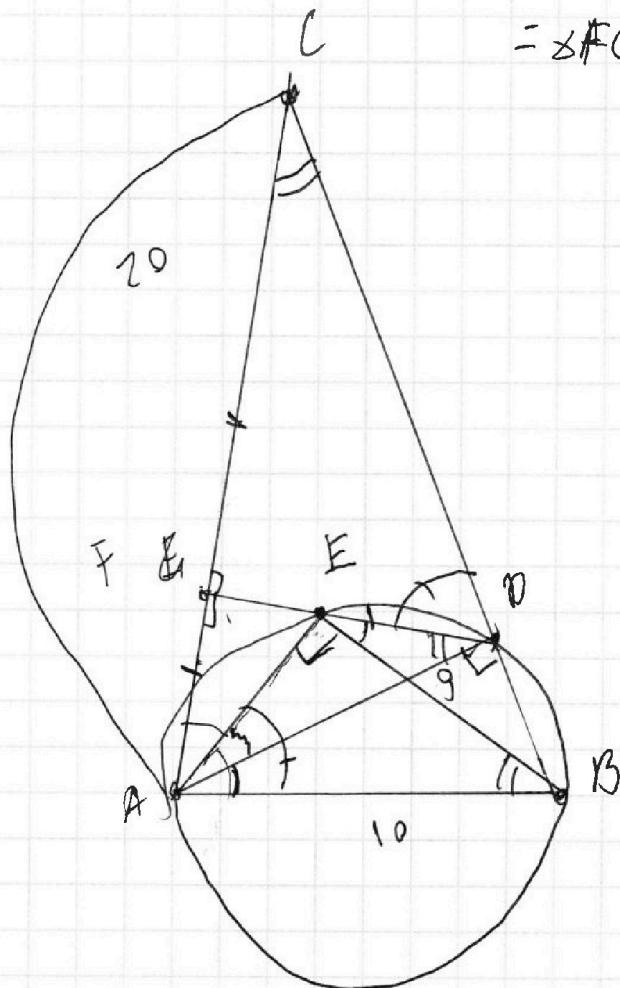
5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\triangle AEB \sim \triangle AFD$$

$$\sim \triangle ACD$$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AE} = \frac{FD}{EB}$$

$$\frac{FC}{EB} = \frac{FD}{AE} = \frac{CD}{AB}$$

$$\frac{FD}{AF} = \frac{FC}{FD} = \frac{CD}{AD}$$

$$FD^2 = AF \cdot FC$$

$$FD = \frac{FC \cdot AE}{EB}$$

$$\frac{EB}{AE} \cdot AF = FD$$

$$AF \neq FD$$

$$\frac{AF}{FC} = \frac{AE^2}{EB^2}$$

$$\begin{aligned} 10^3 & - 3 \cdot 10^1 \\ 1000 - 3 &= 997 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 10^2 & \\ 100 & \\ \frac{19}{81} & \\ 20 & \\ 1,9 & \\ 2,8 & \\ 14 & \\ 16,2 & \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

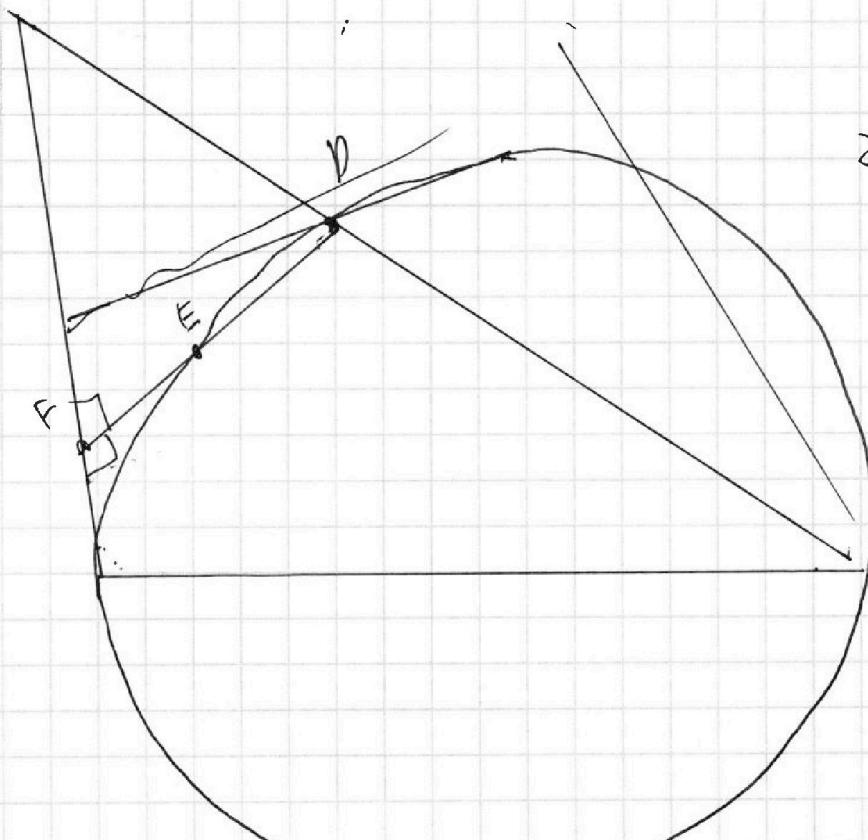
5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



2 3 4 5

$$\frac{1}{10} = \frac{3}{70}$$

$$\frac{C_x^6}{C_x^9} \text{ из } \frac{C_x^7}{C_x^5}$$

$$\frac{(x-5)(x-4)(x-3)(x-2)(x-1)x + 9!}{(x-8)(x-7)(x-6)(x-5) \cdot 6!} = \frac{(x-1)x + 5 \cdot 6}{(x-5)(x-4)(x-3)(x-2) \cdot 2!}$$

X

$$\frac{5 \cdot 8 \cdot 4}{(x-8)(x-4)(x-6)} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{(x-4)(x-3)(x-2)}$$

100, 99, 98

3 · 2 · 1

$$\frac{E_{100}^{9+}}{C_{100}^{98}}$$

 $\overline{t_{100}}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$$

6 + 4

$$5x^2 - (a^2 - 4a)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$$

$$x+y+z = -6$$

$$\frac{a^3 - 4a^2}{5} \approx a^2 - 4a \quad x^2(y-4)(z-6)$$

$$a = 4$$

$$x^2 = yz - 6(z+y) - 36$$

$$\frac{a^3 - 4a^2}{5} = 4 - 4 \quad x^2 = -6x + x^2$$

$$a_1 = 0$$

$$a = 4$$

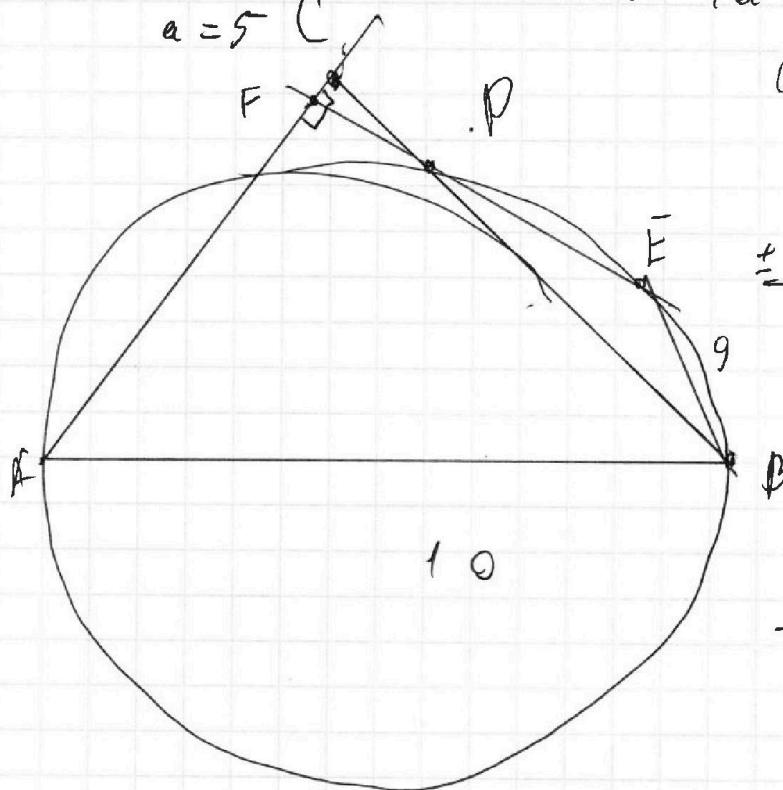
$$a = 5$$

$$a^2 - 4a = 5a - 20$$

$$a^2 - 9a + 20 = 0$$

$$81 - 4 \cdot 20 = 1$$

$$\frac{1+9}{2} = 4,5$$



$$-6(x+y+z) - 36 = 0$$

$$x+y+z = -6$$

Л