МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8

1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3?

3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D. Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω, отличная от D. Найдите AF, если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.

4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.

6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leqslant 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M, которое замела фигура Φ при этом повороте.

7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D, для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 [X] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№1

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 \\ yz = -6x + x^2 \\ zx = -6y + y^2 \end{cases}$$

~~Поделим~~ Умножим первое на второе

$x^2y^2z = (-6z + z^2)(-6x + x^2)$

$x^2y^2z = z(z-6)x(x-6)$

$y^2 = (z-6)(x-6)$ т.к. ненулевые числа

$y^2 = zx - 6(z+x) + 36$ - подставим 3

$y^2 = -6y + y^2 - 6(z+x) + 36$

$0 = -6(z+x+y) + 36$

$z+x+y = 6$

$z = 6 - x - y$ - подставим во 2)

$y(6-x-y) = -6x + x^2$

$y^2 - yx + 6y = -6x + x^2$ - подставим 1 уравнение

$-y^2 + 6z - z^2 + 6y = -6x + x^2$

$6(z+x+y) = x^2 + y^2 + z^2$

$36 = x^2 + y^2 + z^2$

Тогда

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц **в решении каждой задачи отдельно**.

1 [X] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

СТРАНИЦА 1 ~~14~~ ИЗ ~~14~~ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = \cancel{x^2 - 12x + 36 + y^2 - 12y} -$

$x^2 - 12x + 36 + y^2 - 12y + 36 + z^2 - 12z + 36 =$

$= x^2 + y^2 + z^2 - 12(x+y+z) + 36 = 36 - 12 \cdot 6 + 36 =$

$= 72 - 72 = 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц **в решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№2

$n = 10^{20001} - 1$

$n^3 = (10^{20001} - 1)^3 = 10^{60003} - 3 \cdot 10^{40002} + 3 \cdot 10^{20001} -$

$- 1 = \underbrace{99999999}_{20000} \underbrace{7000000}_{40002} + 2\underbrace{999\ldots9}_{20000} =$

$= \underbrace{99\ldots9}_{20000} 7 \underbrace{00\ldots0}_{20000} 2 \underbrace{999\ldots9}_{20000}$

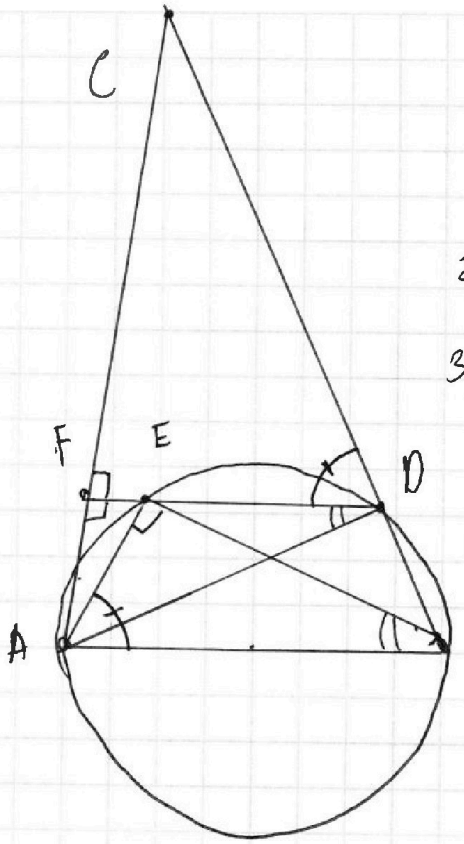
Значит ответ $20000 + 20099 = 40000$.

Ответ: 40000

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



1) $\angle ABE = \angle ADE$, т.к. они опираются на одну дугу

2) $\angle AEB = 90^\circ$ т.к. AB - диаметр

3) $\triangle AFD \approx \triangle AEB$ по 2 углам ($\angle AEB = \angle AFD = 90^\circ$ - по усл и 2) $\angle ADF = \angle ABE$ по 1))

4) из 3) $\Rightarrow \frac{AE}{AF} = \frac{EB}{FD} \Rightarrow FD = AF \cdot \frac{EB}{AE}$

5) $\angle EAB = \angle CDF$ по вписанности $\triangle AEDB$ в окр

6) $\triangle AEB \approx \triangle DFC$ по 2 углам ($\angle EAB = \angle CDF$ - по 5) $\angle BEA = \angle CFD = 90^\circ$ - по усл и 2))

7) из 6) $\Rightarrow \frac{FC}{EB} = \frac{DF}{AE} \Rightarrow$

$\Rightarrow FD = FC \cdot \frac{AE}{BE}$

8) $FC \cdot \frac{AE}{BE} \underset{\text{из 7)}}{=} FD \underset{\text{из 4)}}{=} FA \cdot \frac{EB}{AE}$

9) из 8) $\Rightarrow \frac{AF}{FC} = \frac{AE^2}{EB^2}$

10) посчитаем AE по теореме Пифагора

$AE = \sqrt{AB^2 - EB^2}$

11) $\frac{AF}{FC} = \frac{AB^2 - EB^2}{EB^2}$, и $AF + FC = AC \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{AF}{AC - AF} = \frac{AB^2 - EB^2}{EB^2} \Rightarrow \frac{AC - AF}{AF} = \frac{EB^2}{AB^2 - EB^2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{AC}{AF} - 1 = \frac{EB^2}{AB^2 - EB^2}$$

$$\frac{AC}{AF} = \frac{AB^2}{AB^2 - EB^2}$$

$$AF = \frac{AC \cdot (AB^2 - EB^2)}{AB^2} = \frac{20 \cdot (10^2 - 9^2)}{10^2} =$$

$$= \frac{20 \cdot (100 - 81)}{100} = \frac{2 \cdot 19}{10} = 3{,}8$$

Ответ: 3,8

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ~~2~~ ~~3~~ ИЗ 1~~2~~

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№4

~~Заметим, что~~ Скажем, что коробок x, тогда вариантов выбрать 9 и 5 коробок равны C_x^9 и C_x^5. ~~Из них по~~ Давайте посчитаем выигрышные для 9 и 5 варианты их всего (3 коробки фиксированные из остальных мы выбираем) C_{x-3}^6 и C_{x-3}^2. Тогда посчитаем вероятности:

$$\frac{C_{x-3}^6}{C_x^9} \text{ и } \frac{C_{x-3}^2}{C_x^5} \Rightarrow$$ из условия надо найти x в следующем уравнении $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{C_{x-3}^6}{C_x^9} = k \cdot \frac{C_{x-3}^2}{C_x^5}$$

$$\frac{\frac{(x-3)!}{(x-9)!\,6!}}{\frac{x!}{(x-9)!\,9!}} = \frac{\frac{(x-3)!}{(x-5)!\cdot 2!}}{\frac{x!}{(x-5)!\cdot 5!}} \cdot k$$

$$\frac{9!\cdot(x-9)!\,(x-3)!}{x!\cdot(x-9)!\,6!} = \frac{(x-3)!\cdot(x-5)!\cdot 5!}{2!\cdot(x-5)!\,x!} \cdot k$$

$$9\cdot 8\cdot 7\cdot(x)(x-1)(x-2) = 5\cdot 4\cdot 3\,(x)(x-1)(x-2)\cdot k \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k = \frac{9\cdot 8\cdot 7}{5\cdot 4\cdot 3} = \frac{6\cdot 7}{5} = 8{,}4$$

Ответ: 8,4 раз

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц **в решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Тогда $= \sqrt{D_2} = 3\sqrt{D_1}$

Тогда $d = 2\sqrt{D_1}$

$x_1 = x_4$

$x_1 + 3d = x_4$ $\quad -\frac{\sqrt{D_2}+5}{2} + 3\sqrt{D_1} = \frac{\sqrt{D_2}+5}{2}$

$x_1 + 2d = x_3$ $\quad -\frac{\sqrt{D_2}+5}{2} + 2\sqrt{D_1} = \frac{\sqrt{D_1}+5}{2}$

$x_1 + d = x_2$ $\quad -\frac{\sqrt{D_2}+5}{2} + \sqrt{D_1} = -\frac{\sqrt{D_1}+5}{2}$

$-\frac{3\sqrt{D_1}+5}{2} + 3\sqrt{D_1} = \frac{3\sqrt{D_1}+5}{2} = \frac{\sqrt{D_2}+5}{2}$ –

– подходит

$-\frac{3\sqrt{D_2}+5}{2} + 2\sqrt{D_1} = \frac{\sqrt{D_1}+5}{2}$ – подходит

$-\frac{3\sqrt{D_1}+5}{2} + \sqrt{D_1} = -\frac{\sqrt{D_1}+5}{2}$ – подходит

Значит ответ $a = 5$

Ответ: $a = 5$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно.**

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ~~2~~ ИЗ ~~2~~ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№5

1) $x^2-(a^2-4a)x+a^2-6a+4=0$

2) $5x^2-(a^3-4a^2)x-2a^3-6a-15=0$

Пусть корни первого x_2 и x_3, а корни второго x_1; x_4. Пусть $x_4 \geq x_3 \geq x_2 \geq x_1$. Тогда из усл ~~$x_3=x_4+d$~~ $x_2=x_1+d$

$x_3=x_1+2d$,

$x_4=x_1+3d$.

Заметим, что

$$x_1+x_4=x_2+x_3$$

$$x_1+(x_1+3d)=(x_1+d)+(x_1+2d)$$

$$2x_1+3d=2x_1+3d.$$

Запишем теорему Виета: в двух уравнениях

$$x_2+x_3=-\frac{(-a^2+4a)}{5}$$

$$x_1+x_4=-\frac{(-a^3+4a^2)}{5}$$

Тогда:

$$\frac{a^3-4a^2}{5}=a^2-4a \quad \Big| \cdot$$ Пусть $a \neq 0$. Тогда

$$\frac{a(a^2-4a)}{5}=a^2-4(a-4)$$

$$\frac{a^2-4a}{5}=a-4$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 ~~5~~ ИЗ ~~14~~ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$a^2-4a=5a-20$

$a^2-9a+20=0$

$(a-5)(a-4)=0$

Отсюда $a=5$ или $a=4$. Значит у нас 3 варианта $a=5$, $a=4$ и $a=0$. Давайте подставим каждый и и проверим

$a=0$:

$\left.\begin{array}{l}1)\ x^2+4=0\\ 2)\ 5x^2-15=0\end{array}\right\}$ у первого нет корней противоречие

$a=4$:

$\begin{cases}1)\ x^2-(16-16)x+16-24+4=0\\ 2)\ 5x^2-(64-64)x-128-24-15=0\end{cases}$

$\begin{cases}x^2-4=0\\ 5x^2-167=0\end{cases} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}x_2=-2\quad x_3=2\\ x_1=-\sqrt{\frac{167}{5}}\quad x_4=\sqrt{\frac{167}{5}}\end{array}\right\}$

Заметим, что ~~$x_1-x_3=x$~~ $x_3-x_2=x_2-x_1$

$4=-2+\sqrt{\frac{167}{5}}$ а это рациональные числа противоречие

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$a = 5$:

$$\begin{cases} 1)\ x^2 - (25-20)x + 25 - 30 + 4 = 0 \\ 2)\ 5x^2 - 5(25-20)x - 1250 - 30 - 15 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1)\ x^2 - 5x - 1 = 0 \\ 2)\ 5x^2 - 5(25-20)x - 5(250) - 5\cdot 6 - 5\cdot 3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 5x - 1 = 0 \\ x^2 - 5x - 28 = 0 \end{cases}$$

D_1 – дискриминант 1 урав

D_2 – дискриминант 2 урав.

Тогда $x_3 - x_2 = x_2 - x_1$. Запишем это

$$\frac{\sqrt{D_1}+5}{2} - \frac{-\sqrt{D_1}+5}{2} = \frac{-\sqrt{D_1}+5}{2} - \frac{-\sqrt{D_2}+5}{2}$$

$$\frac{\sqrt{D_1}+\sqrt{D_2}+10}{2} = \frac{-2\sqrt{D_1}+10}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{D_1} - \sqrt{D_2} = -2\sqrt{D_1}$$

$$-\sqrt{D_2} = -3\sqrt{D_1} \Rightarrow D_2 = 9\cdot D_1$$

$D_1 = 25 + 4 = 29$

$D_2 = 25 + 4\cdot 259 = 25 + 4\cdot 236 = 261$

$9\cdot 29 = 261$. ~~Проверочные значит~~

~~Ответ: на при каких значениях параметра a~~

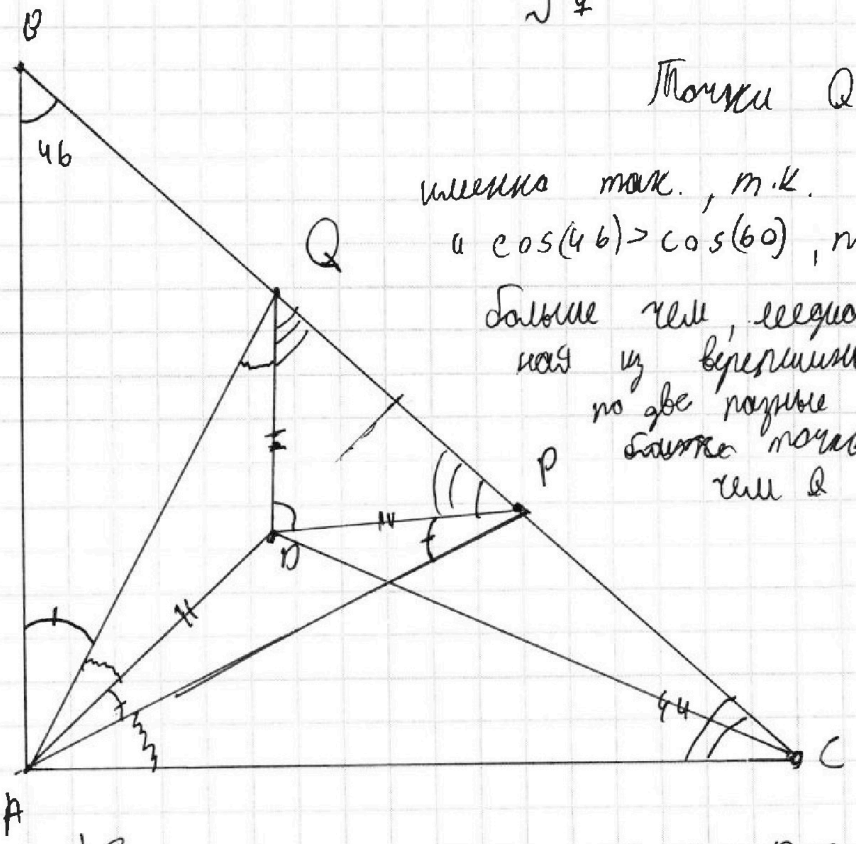
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно.**

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА 1 ~~2~~ ИЗ ~~12~~ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№7



Точки Q и P расположены именно так, т.к. $\cos 44 > \cos(60)$ и $\cos(46) > \cos(60)$, поэтому они больше чем, медиана в △BAC проведенная из вершины A ⇒ лежат по две разные стороны и ~~больше~~ точка P ближе к C, чем Q к C.

1) Заметим, что т.к. $QD = DP$ и $\angle QDP = 90°$, то $\angle DQP = \angle DPQ = 45°$.

2) ~~Посчита~~ $\angle APB = \angle PAB = \frac{180° - \angle ABP}{2} =$ (т.к. $AB = BP$)

$= \frac{180 - 46}{2} = 67°$

3) $\angle AQP = \angle QAC = \frac{180° - 44°}{2} = 68°$. (т.к. $AC = CQ$)

4) $\angle BQA = 180 - \angle AQP = 180° - 68 = 112°$

5) $\angle APC = 180° - \angle APQ = 180° - 67° = 113°$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА 2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

6) $\angle PAC = 180^\circ - \angle PCA - \angle APC = 180^\circ - 44 - 113^\circ =$
$= 23^\circ$

7) $\angle QAB = 180^\circ - \angle QBA - \angle BQA = 180^\circ - 46^\circ - 112 =$
$= 22^\circ$.

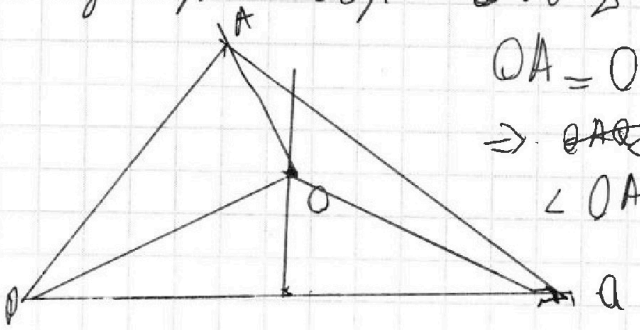
8) $\angle QAP = \angle BAC - \angle QAB - \angle PAC = 90^\circ - 23^\circ - 22^\circ =$
$= 45^\circ$.

9) $\angle PPA = \angle QPA - \angle DPQ = 67 - 45 =$
$= 22^\circ$

10) $\angle DQA = \angle PQA - \angle PQD = 68 - 45 = 23^\circ$.

11) Тогда заметим, что ~~$\angle AQP$ - острый~~ ~~$\angle A$~~ точка D лежит на сер. перп к QP и $\angle AQD + \angle APD = \angle QAP = 22 + 23 = 46^\circ$.

~~Назвем другую точку~~ Заметим, что если взять центр окр. о. в $\triangle APQ$, то $OA = OP$ и $OQ = OA \Rightarrow$
$\Rightarrow$ ~~OAQ~~ $\angle OAP = \angle OPA$ и $\angle OAQ = \angle OQA \Rightarrow$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА 3 ~~2~~ ИЗ ~~14~~ ~~5~~ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$\Rightarrow \angle PAQ = \angle OAQ + \angle OAP = \angle OPA + \angle OQA$.

Тогда, заметим, что если мы начнем двигать точку O (внутри треугольника) по окр перу то углы ($\angle OPA$ и $\angle OQA$) начинают либо ~~увеличиваться~~ ~~и~~ уменьшаются (двигая вверх) либо возрастают (двигая вниз), но заметим что треугольник остроугольный (значит точка O лежит внутри треугольника), тогда заметим что если оба угла уменьш. сумма углов уменьш., и если оба угла возрастут то и сумма углов возрастет, это значит что внутри треугольника только если точка O на окружке будет выполняться равенство значит точка D - это центр окр. $\triangle APQ$. Тогда

12) из 11) $\Rightarrow$ $PA = DQ = DP$

13) $\angle PAD = \angle APD$ т.к. $AP = DP$ по 11)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА 4 ~~1~~ ИЗ ~~1~~ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

14) $\angle DAC = \angle DAP + \angle PAC = \angle DPA + \angle PAC =$ (по 9) и 6)

$= 22^\circ + 23^\circ = 45^\circ$

15) $\angle PPC = \angle APD + \angle APC = 22 + 113 = 135^\circ$ (по 9) и 5)

16) $\square APPC$ - вписанный т.к. сумма противоположных углов $180^\circ = \angle PPC + \angle DAC = 45^\circ + 135^\circ$ (по 14) и 15)

17) ~~$\angle DCP$~~ $\angle DCP = \angle DAP = 22^\circ$ т.к. опирается на одну дугу $\square APPC$ - вписанный.

Ответ: $\angle DCB = 22^\circ$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

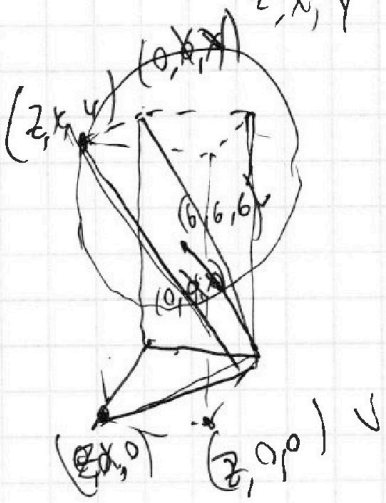
$(x-b)^2 + (z-b)^2 + (y-b)^2$ $\quad y^2 = (z-b)(x-b)$

$(0,x,0)$

z, x, y $\quad z$

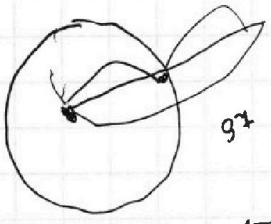
8.4

8, 4



(z,x)

$z\cdot(z-b)$



C_{x-2}

$3\ 2\ 5 \cdot 4.3$

$\frac{9\cdot 8\cdot 7}{5\cdot 4\cdot 3}$

$\frac{8\cdot 7}{5} = \frac{42}{5}$

$$\frac{C^6_{x-3}}{C^9_x} = \frac{C^2_{x-3}}{C^5_{x-3}}$$

$$\frac{\frac{(x-3)(x-4)\ldots(x-8)}{6!}}{\frac{x(x-1)(x-2)\ldots(x-8)}{9!}} = \frac{\frac{(x-3)(x-4)}{2!}}{\frac{x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}{5!}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

99×99

$9 \times 9 = 81$

$81 \times 9 = 729$

89.9999991

$80.999999 19$

$(1000000 - 1)^3 = 1000000^3 - 3 \cdot 1000000^2 + 3 \cdot 1000000 - 1$

$z \geq x \geq y$

9999999

$xy = -6z + z^2$

$(x-6)^2$

$yz = -6x + x^2$

$zx = -6y + y^2$

$x^2yz = zy(-6+z)(y-6)$

$x^2 = (z-6)(y-6)$

$z^2 = (x-6)(y-6)$

$y^2 = (z-6)(x-6)$

$\frac{y^2}{(x-6)} = \frac{x^2}{(y-6)}$

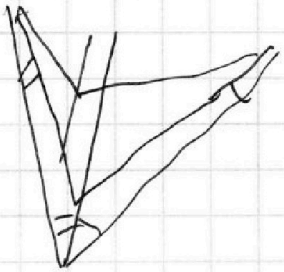
$\frac{3}{5} = 1,8$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$xy = -6z + z^2$

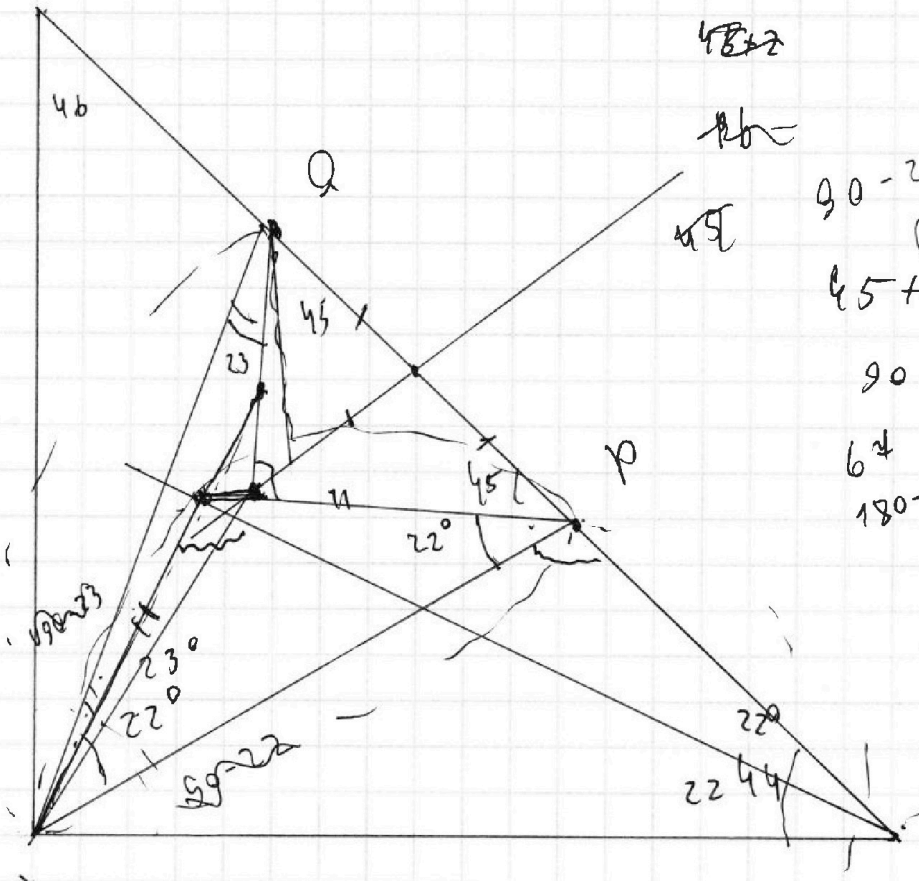
$z, x^2 = (z-6)(y-t$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



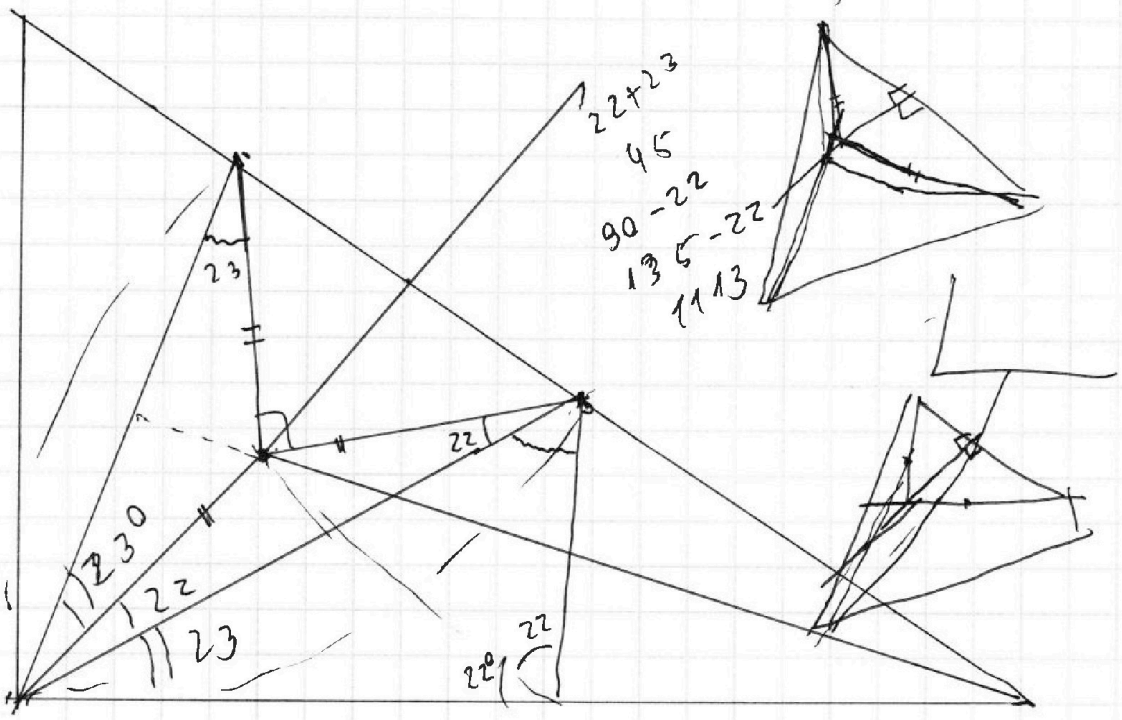
625
2
1250

90 - 23
67
45 + 22 +

90 46

113
113 + 44
157
23

67
180 - 67
193
1
93
+67
160



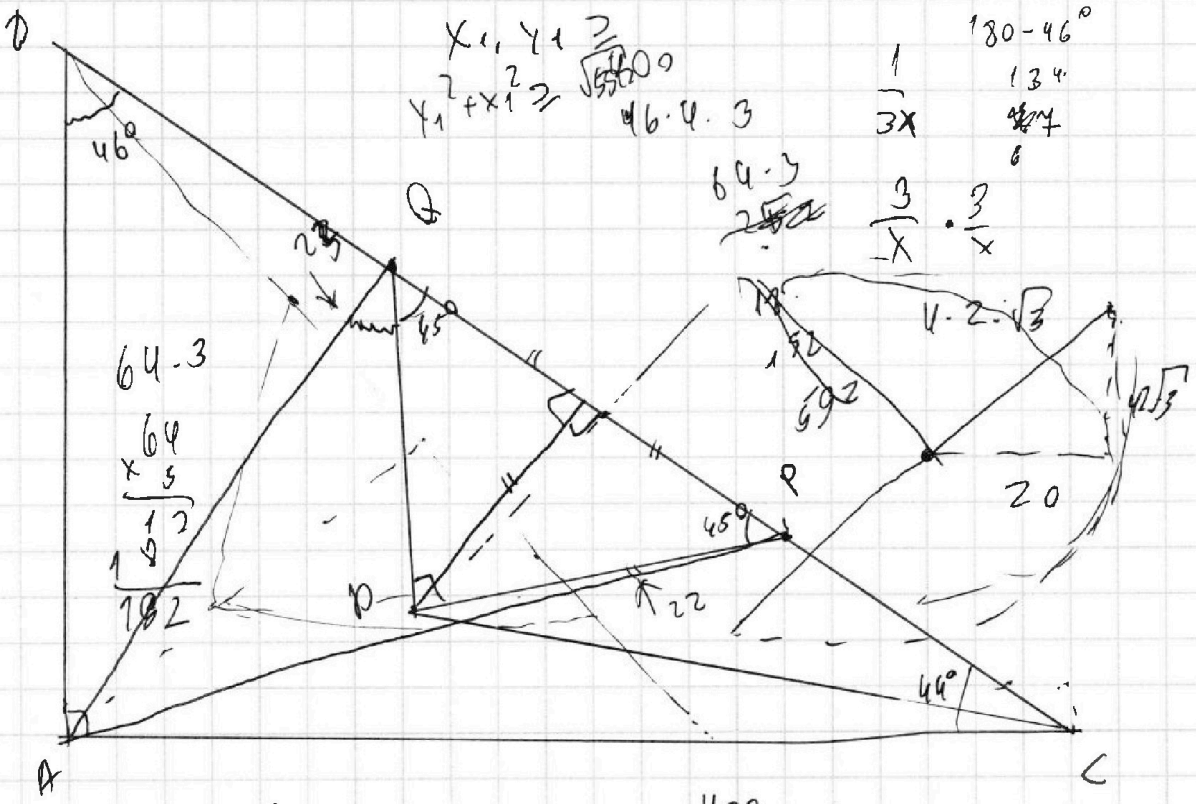
22 + 23
45
90 - 22
135 - 22
113

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$x_1, y_1 \geq$

$y_1^2 + x_1^2 \geq \sqrt{5500}$

$46 \cdot 4 \cdot 3$

$180 - 46°$

134

$64 \cdot 3$

$\frac{1}{3x}$

$\frac{3}{x} \cdot \frac{3}{x}$

$4 \cdot 2 \cdot \sqrt{3}$

$64 \cdot 3$

$\times 64$

192

20

$\frac{6x \cdot 3}{5}$

$\frac{4 \cdot 2 \cdot 6}{5 \cdot 4}$

$\frac{2 \cdot 6 \cdot 3}{2 \cdot 5}$

$\frac{2}{5}$

$\frac{1}{4}$

$\frac{2}{4} =$

400

$592 \mid 2$

$296 \mid 2$

$148 \mid 2$

$74 \mid 2$

$37 \mid 37$

C_x^5

$C_6^3 \quad C_6^4$

$2 \cdot C_6^1$

$2 \cdot C_4^2$

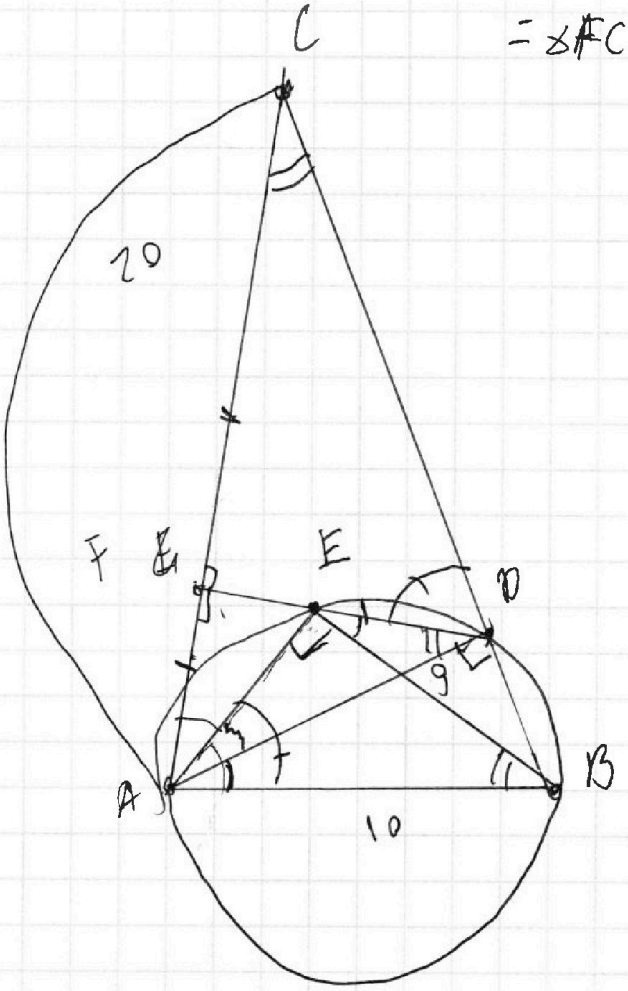
$\frac{2 \cdot C_4^2}{C_6^4} = \frac{2 C_4^1}{C_6^3}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$\triangle AEB = \triangle AFD =$

$= \triangle FCD$

$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AE} = \frac{FD}{EB}$

$\frac{FC}{EB} = \frac{FD}{AE} = \frac{CD}{AB}$

$\frac{FD}{AF} = \frac{FC}{FD} = \frac{CD}{AD}$

$FD^2 = AF \cdot FC$

$FD = \frac{FC\,AE}{EB}$

$\frac{EB}{AE} \cdot AF = FD$

$\frac{AF}{FC} = \frac{AE^2}{EB^2}$

$10^3 - 3 \cdot 10^1$

$100 - 3 = 97$

10^2

19^2

81

20

1,9

2,8

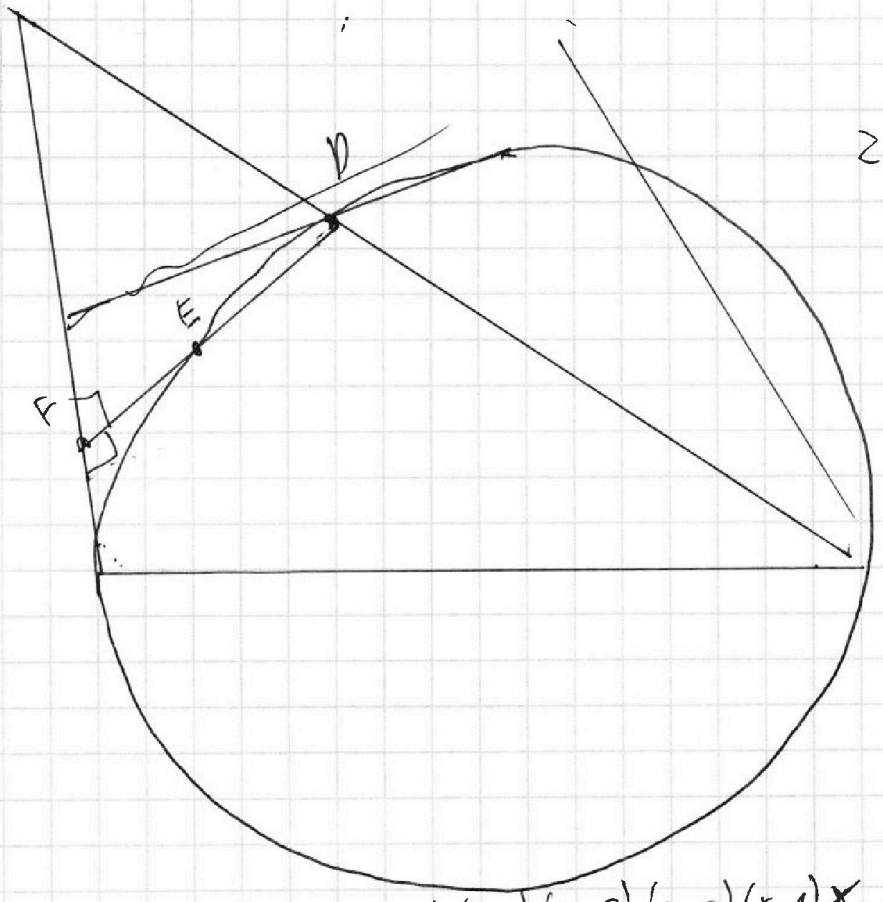
16,2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



2 3 4 5

$\frac{6}{10} = \frac{3}{10}$

$\frac{C_x^6 \cdot 13}{C_x^9}$ и $\frac{C_x^7 \cdot 13}{C_x^5}$

$\frac{(x-5)(x-4)(x-3)(x-2)(x-1)x \cdot 9!}{(x-8)(x-7)(x-6)(x-5) \cdot 6!} = \frac{(x-1)x \cdot 5!}{(x-5)(x-4)(x-3)(x-2) \cdot 2!}$

x

$\frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{(x-8)(x-7)(x-6)} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{(x-4)(x-3)(x-2)}$

$100 \cdot 99 \cdot 98$

$3 \cdot 2 \cdot 1$

$\frac{C_{100}^{99}}{C_{100}^{99}}$

$\frac{}{100}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

6 + 4

$x^2 - (a^2-4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$

$5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$

$\frac{a^3-4a^2}{5} = a^2 - 4a$

$x^2 = (y-6)(z-6)$

$x+y+z = -6$

$a = 1$

$x^2 = yz - 6(z+y) - 36$

$x^2 = -6x + x^2$

$\frac{a^2-4a}{5} = a - 4$

$a = 0$

$a = 4$

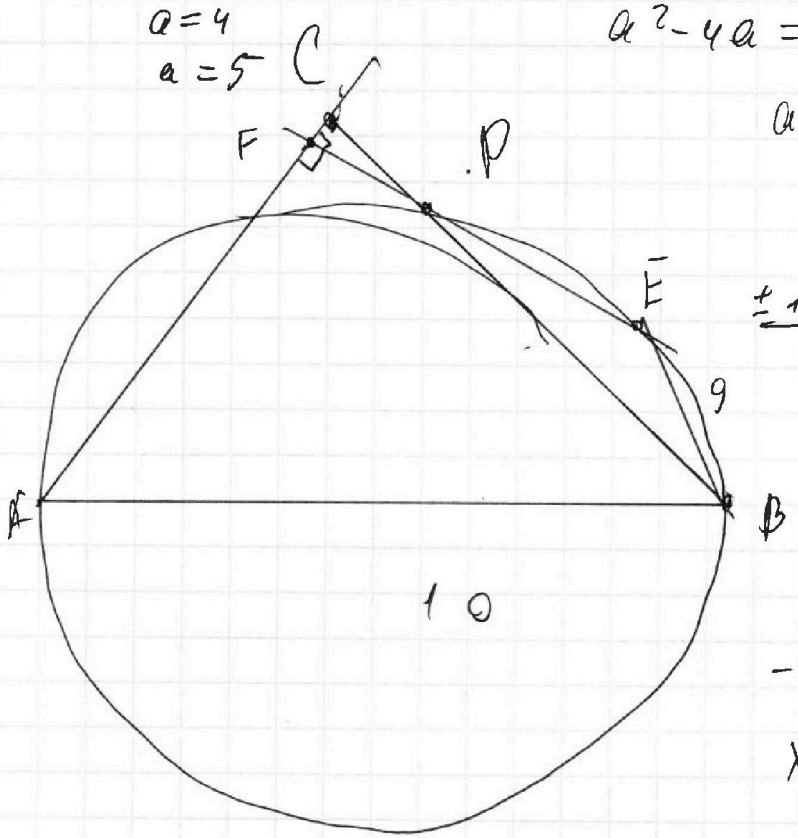
$a = 5$

$a^2 - 4a = 5a - 20$

$a^2 - 9a + 20 = 0$

$81 - 4 \cdot 20 = 1$

$\frac{\pm 1 + 9}{2} = 4, 5$



$-6(x+y+z) - 36 = 0$

$x+y+z = -6$