



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x + 3)^2 + (y + 3)^2 + (z + 3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\begin{cases} xy = 3z + z^2 & 1. \\ yz = 3x + x^2 & 2. \\ xz = 3y + y^2 & 3. \end{cases}$ Решение: ① $x, y, z \neq 0$, аналогично легко заметить, что все равны -3 , иначе $\delta.о.о$ $z = -3$, тогда $xy = 0 \Rightarrow x$ или $y = 0$.
② Тогда поделить 1. на 2.

$$\frac{x}{z} = \frac{z(3+z)}{x(3+x)}$$

$$x^2(3+x) = z^2(3+z) = y^2(3+y)$$

Аналогично с $y^2(3+y)$ \rightarrow

Кроме этого $z = \frac{xy}{3+z}$ из 1.

$$yz = 3x + x^2$$

$$\frac{y^2 x}{3+z} = x(3+x) \quad | : x \neq 0$$

$$y^2 = (3+x)(3+z) = 9 + xz + 3(x+z)$$

Аналогично $x^2 = (3+y)(3+z)$

$$z^2 = (3+x)(3+y)$$

$$\textcircled{3} (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = S$$

$$(x^2 + y^2 + z^2) + 6(x+y+z) + 9 \cdot 3 = S$$

$$9 \cdot 3 + xy + yz + xz + 6(x+y+z) \cdot 2 + 9 \cdot 3 = S$$

$$12(x+y+z) + xy + yz + xz + 2 \cdot 9 \cdot 3 = S$$

$$\textcircled{4} x^2 + y^2 + z^2 = xy - 3z + yz - 3x + xz - 3y$$

(просто выразил из 1, 2, 3.)

тогда $\begin{cases} S = xy + yz + xz + 3(x+y+z) + 9 \cdot 3 \\ S = xy + yz + xz + 12(x+y+z) + 2 \cdot 9 \cdot 3 \end{cases}$

$$9(x+y+z) = 9 \cdot 3$$

$$\textcircled{5} \text{ Тогда } (x+y+z)^2 = 9$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2xz = 9$$

$$3(xy + yz + xz) - 3(x+y+z) = 9$$

$$3(xy + yz + xz) = 9 + 3 \cdot 3 = 18$$

$$xy + yz + xz = 6.$$

$$\textcircled{6} \text{ Тогда вышло } S = 12(x+y+z) + (xy + yz + xz) + 2 \cdot 9 \cdot 3 =$$

$$= 12 \cdot 3 + 6 + 54 = 36 + 60 = 96, \text{ понятно, что другим } S \text{ быть не может.}$$

Ответ: 96.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение: Заметим, что это число $n = 10^{(4 \cdot 10^4)} - 1$, обозначу $4 \cdot 10^4 = t$,

тогда нужно найти кол-во девяток в записи числа $(10^t - 1)^3 =$

$= 10^{3t} - 3 \cdot 10^{2t} + 3 \cdot 10^t - 1$. Посчитаем сначала все, кроме (-1)

$$\begin{array}{r} \begin{array}{r} \underbrace{+} \\ 1 \ 0 \dots 0 \ 0 \dots 0 \ 0 \dots 0 \\ \underbrace{+} \\ \ 3 \ 0 \dots 0 \ 0 \dots 0 \\ \underbrace{+} \\ \ 3 \ 0 \dots 0 \\ \hline 9 \dots 9 \ 7 \ 0 \dots 0 \ 3 \ 0 \dots 0 \\ \underbrace{+} \quad \underbrace{+} \quad \underbrace{+} \\ \end{array} \quad \begin{array}{r} \underbrace{+} \\ 9 \dots 9 \ 7 \ 0 \dots 0 \ 3 \ 0 \dots 0 \\ \underbrace{+} \\ \ 1 \\ \hline 9 \dots 9 \ 7 \ 0 \dots 0 \ 2 \ 9 \dots 9 \\ \underbrace{+} \quad \underbrace{+} \quad \underbrace{+} \\ \end{array} \end{array}$$

Теперь вычитаем 1

Итого, я получил запись числа n^3 и могу явно посчитать количество 9ок в записи этого числа.

Видно, что это $t-1+t = 2t-1 = \cancel{2 \cdot 10^{4+10^4}} - 3 \cdot 4 \cdot 10^4 \cdot 2 - 1 =$

$= 80000 - 1 = 79999$

Ответ: 79999

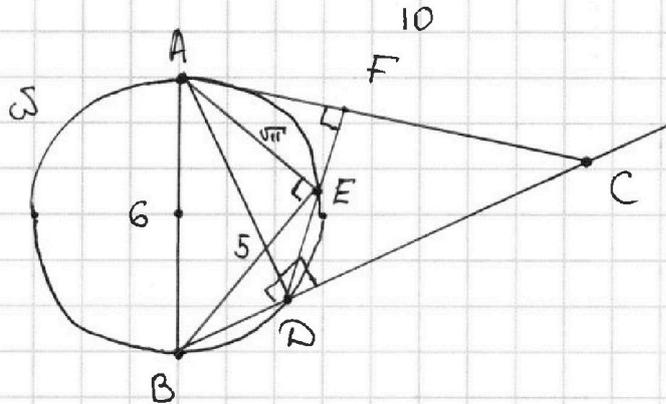


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Решение: ① Проведем AD и AE , заметим, что т.к. AB диаметр окр. ω , то по св-ву диаметра $\angle AEB = \angle ADB = 90^\circ$, значит $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$ как смежные

② Рассмотрим $\triangle ADC$, $\angle ADC = 90^\circ$, DF - высота из прямого угла. Используем св-во такого треугольника, а именно $AC \cdot AF = AD^2$. В частности это следует из подобия $\triangle ADC$ и $\triangle ADF$, т.к. оба прямые и имеют общий угол $\angle DAF \Rightarrow \frac{AD}{AF} = \frac{AC}{AD}$, а это то, что и требуется.

③ Рассм. $\triangle AEB$. $\angle AEB = 90^\circ$, запишем т. Пифагора: $AB^2 = BE^2 + AE^2$, т.к. $AE > 0$, то $AE = \sqrt{36 - BE^2} = \sqrt{11}$;

④ четырехугол. $ABDE$ впис. в ω , з.к. $\angle AEF = \angle ABD \Rightarrow$ т.к. $\angle ADB = \angle AFE = 90^\circ$, то $\triangle ADB \sim \triangle AFE \Rightarrow \frac{AD}{AF} = \frac{AB}{AE} = \frac{6}{\sqrt{11}} \Rightarrow AD = \frac{6AF}{\sqrt{11}}$

⑤ Подставлю в формулу из п.2, получу $AC \cdot AF = \frac{36AF^2}{11}$, $AF \neq 0 \Rightarrow$ поделю на него

$$AC = \frac{36}{11}AF, AC = 10$$

$$10 \cdot 11 = 36AF \Rightarrow AF = \frac{10 \cdot 11}{36} = \frac{55}{18}$$

Ответ: $\frac{55}{18}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение: ① Пусть всего было x коробок.

② Посчитаем вероятность выигрыша чирка, когда ему разрешается открыть 5 коробок. Назову эту вероятность P_1 , тогда

$$P_1 = \frac{S_x}{S_6}, \text{ где } S_x - \text{выигрыш кол-во выигрышных эл-ментов событий, а } S_6 - \text{количество всех событий.}$$

Тогда $S_x = C_{(x-3)}^2$, так как в "хорошем" исходе (ком. выигрыш.)

выбор содержит три коробки с шариками и содержит любые две другие различные коробки, а $S_6 = C_x^5$, т.к. выбрать 5 различ. любых коробок из общ. кол-ва и есть количество всех событий выбора чирка.

$$\text{Тогда } P_1 = \frac{C_{(x-3)}^2}{C_x^5} = \frac{(x-3)(x-4) \cdot 5!}{2 \cdot x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{x(x-1)(x-2)}$$

③ Аналогично посчитаем P_2 - вер-ть выигрыша, когда чирок открывает 6 коробок.

В данном случае $P_2 = \frac{S'_x}{S'_6}$ (обозначения такие, только со штрихом),

тогда $S'_x = C_{(x-3)}^3$, т.к. кроме эл. шар. выбран еще 3 любых др. различ.

$S'_6 = C_x^6$, т.к. в это раз выбираем 6 различ. любых.

$$\text{Тогда } P_2 = \frac{C_{(x-3)}^3}{C_x^6} = \frac{(x-3)(x-4)(x-5) \cdot 6!}{3! \cdot x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{x(x-1)(x-2)}$$

$$\text{По усл. нужно найти отношение } \frac{P_2}{P_1} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot x(x-1)(x-2)}{x(x-1)(x-2) \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{6}{3} = 2,$$

это и будет ответом, т.к. требуется найти во сколько раз увели. вероятность выигрыша.

Ответ: 2.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

III $a=4$

$$\begin{cases} x^2 - (16-4)x - 1 = 0 \\ 4x^2 - (64-16)x + 2 \cdot 4^4 + 2 \cdot 4^2 - 4^6 - 4 = 0 \end{cases} \quad \textcircled{2}$$

$$\begin{cases} x^2 - 12x - 1 = 0 \quad \textcircled{1} \\ x_3 = 6 + 5\sqrt{37} \\ x_4 = 6 - 5\sqrt{37} \end{cases}$$

Итого $x_1 = 6 + \sqrt{37}$
 $x_2 = 6 - \sqrt{37}$
 $x_3 = 6 + 5\sqrt{37}$
 $x_4 = 6 - 5\sqrt{37}$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & 4x^2 - 48x + 4^4 + 2 + 2 \cdot 4^2 - 4^6 - 4 = 0 \quad | :4 \\ & x^2 - 12x + 64 \cdot 2 + 8 - 4^5 - 1 = 0 \\ & x^2 - 12x - 64(16-2) + 7 = 0 \\ & x^2 - 12x - 64 \cdot 14 + 7 = 0 \\ D_1 &= 36 + 64 \cdot 14 - 4 = 925 = \\ &= 5^2 \cdot 37 \\ x_3 &= 6 + 5\sqrt{37} \\ x_4 &= 6 - 5\sqrt{37} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & x^2 - 12x - 1 \\ D_1 &= 36 + 1 = 37 \\ x &= \frac{6 + \sqrt{37}}{1} = 6 + \sqrt{37} \\ x &= 6 - \sqrt{37} \end{aligned}$$

Аналогично расположу:

$$\begin{matrix} 3i & 5i & 6i & 8i \\ 6 - 5\sqrt{37} & 6 - \sqrt{37} & 6 + \sqrt{37} & 6 + 5\sqrt{37} \end{matrix}$$

Пусть b_i начинается с $b = 6 - 9\sqrt{37}$, а $d = 2\sqrt{37}$,

тогда $3i$ член. $6 - 9\sqrt{37} + 4\sqrt{37} = 6 - 5\sqrt{37} = x_4$

$8i$ член. $6 - 9\sqrt{37} + 14\sqrt{37} = 6 + 5\sqrt{37} = x_3$

$5i$ член. $6 - 9\sqrt{37} + 8\sqrt{37} = 6 - \sqrt{37} = x_2$

$6i$ член. $6 - 9\sqrt{37} + 10\sqrt{37} = 6 + \sqrt{37} = x_1$, видно, что такая d

подойдет. (явно привел пример арифм. прогр.) и достигал корки при a . Ясно, что при других a не будет выполняться равенство, рассм. в $\textcircled{1.3}$, а знаешь кроме проверенных, другие a подойти и не могли.

Ответ: $a=4$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$

Решение: (1) Пусть это непрерыв. арифм. прогрессия $v, v+d, \dots$,

где $d \neq 0$. (2) Тогда назову v_i - i -ый член прогрессии, тогда $v_i = v_j \Leftrightarrow i=j$, т.к. $d \neq 0$, тогда назову корни 1го ур-я x_1, x_2 , 2го x_3, x_4 ,

тогда т.к. они различны и если D этих ур-я > 0 от x , тогда можно записать т. Виетта, однако согласно условию задачи $\delta.о.о$ (можно менять $x_1 \leftrightarrow x_2, x_3 \leftrightarrow x_4$)

$$x_1 = v + 4d; x_2 = v + 5d; x_3 = v + 2d; x_4 = v + 4d;$$

Замечу, что $x_1 + x_2 = x_3 + x_4$, значит при существов. этих корней по т. Виетта коэф. при x у этих уравнений равны, где \neq коэф. при x^2 .

$$(3) \text{ Тогда } a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$\Leftrightarrow 4a^2 - 4a = a^3 - a^2$$

Отдельно проверю $a=0$, иначе могу на a поделить.

$$\begin{aligned} \text{Получу } 4a - 4 &= a^2 - a \\ a^2 - 5a + 4 &= 0 \\ D = 9 \Rightarrow a &= \frac{5 \pm 3}{2} = 4 \\ a &= \frac{5 - 3}{2} = 1 \end{aligned}$$

(4) Остаток проверить, подходят ли $a=0, a=1, a=4$.

$$\text{I } a=0 \begin{cases} x^2 = 5 & x_1 = \sqrt{5}; x_2 = -\sqrt{5} \\ 4x^2 = 4 & x_3 = 1; x_4 = -1 \end{cases}$$

Так как арифм. прогр. либо монотонно убывает (спуска), либо возрастает, то x_1, x_2, x_3, x_4 в прогр. располагаются там в порядке до переверота: $-\sqrt{5}; -1, 1, \sqrt{5}$; тогда т.к. $-\sqrt{5}$ и $\sqrt{5}$ соседние (т.е. в члене прогр.), то между ними не может быть членов прогрессии, а они есть, противоречие, значит $a=0$ не подходит.

$$\text{II } a=1 \begin{cases} x^2 = 4 & x_1 = 2, x_2 = -2 \\ 4x^2 + 2x - 1 = 0 & x_3 = \frac{1}{2}, x_4 = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \text{тогда аналогично } a=0$$

расположу $-2, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 2$; однако -2 и 2 соседние члены, значит такое невозможно (т.к. между ними появились другие члены прогрессии).

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3.$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0 & y \geq 6\sqrt{3} \left(x - \frac{15}{2} \right) \\ x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0 & y \leq 6\sqrt{3} \left(\frac{15}{2} - x \right) \end{cases} \quad 6\sqrt{3} \left(x - \frac{15}{2} \right) \leq y \leq 6\sqrt{3} \left(\frac{15}{2} - x \right)$$

⇓

$$\text{Тогда } 2x - 15 \leq 3 \quad x - \frac{15}{2} \leq \frac{15}{2} - x$$

$$x \leq 9. \quad x \leq 7,5.$$

⇓

$$x \leq 7,5$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0 & y \geq 6\sqrt{3} \left(x - \frac{15}{2} \right) \\ x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 0 & y \geq 6\sqrt{3} \left(x - \frac{15}{2} \right) \end{cases}$$

$$\frac{y}{3\sqrt{3}} \leq 3 \Rightarrow y \leq 9\sqrt{3}. \quad 6\sqrt{3} \left(x - \frac{15}{2} \right) \leq y \leq 9\sqrt{3}$$

$$6 \left(x - \frac{15}{2} \right) \leq 9$$

$$y \geq 6x - 45$$

$$6\sqrt{3} \left(\frac{15}{2} - x \right) \leq 9\sqrt{3}$$

$$6x - 45 \leq 9$$

$$6x \leq 9 \cdot 6$$

$$x \leq 9$$

Тогда $y \geq 3 \cdot \frac{3}{2} = 9\sqrt{3}$, $y = 9\sqrt{3}$,

Зн. тут только точка $(9, 9\sqrt{3})$

$$\textcircled{3} \begin{cases} x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 0 \\ x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0 \end{cases}$$

$$y \geq 9\sqrt{3}$$

$$9\sqrt{3} \leq y \leq 6\sqrt{3} \left(x - \frac{15}{2} \right)$$

$$3 \leq x - \frac{15}{2}$$

$$x \geq \frac{21}{2}$$

Зн. тут только

$$\left(\frac{21}{2}, 9\sqrt{3} \right).$$

$$9\sqrt{3} \leq y \leq 6\sqrt{3} \left(\frac{15}{2} - x \right) \Rightarrow 3 \leq \frac{15}{2} - x$$

$$x \leq \frac{21}{2} \Rightarrow x = \frac{21}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{4} \left\{ \begin{array}{l} x - \frac{17}{2} + \frac{4}{6\sqrt{3}} \leq 0 \\ x - \frac{17}{2} - \frac{4}{6\sqrt{3}} \leq 0 \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} y \leq 6\sqrt{3} \left(x - \frac{17}{2} \right) \\ y \geq 6\sqrt{3} \left(x - \frac{17}{2} \right) \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 6\sqrt{3} \left(x - \frac{17}{2} \right), \text{ но}$$

$$-2x + 17 \leq 3$$

$$2x \geq 12$$

$$x \geq 6.$$

⑤ Заметь, что при повороте на π отн. центра координат будет просто симметрия фигуры отн. центра.

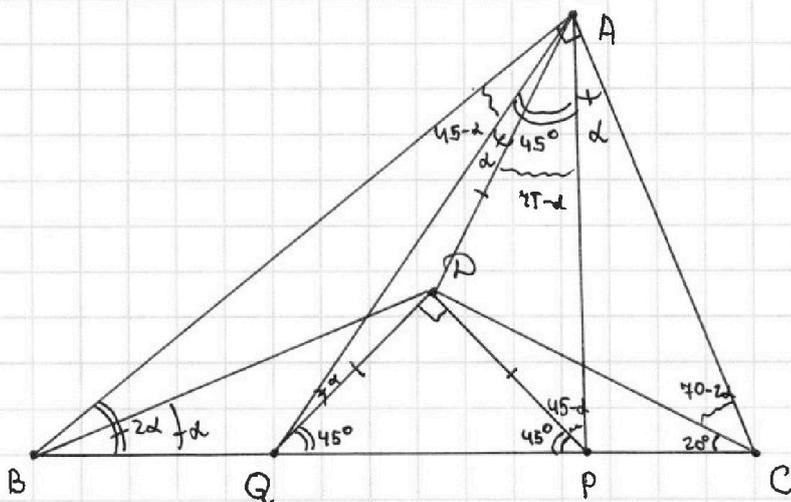
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Решение: ① Построю AD, BQ, AP . $DP=DQ$, з.и. т.к. $\angle PDQ=90^\circ$,
то $\angle DPQ=\angle DQP=45^\circ$. Пусть $\angle AQP=\alpha$, з.и. т.к. по усл. $CQ=AC$,
то $\triangle CQA$ равнобедр., а з.и. $\angle AQC=\angle QAC=\alpha+45^\circ$, тогда по сумме углов
в $\triangle CQA$ получаем $\angle ACQ=180-\angle CQ-2\angle AQC=180-20-2(\alpha+45)=40-2\alpha$,
тогда получаем $\angle ABC$ в $\triangle ABC$ ($\angle A=90^\circ, \angle ACB=90-2\alpha$), з.и.
 $\angle ABC=2\alpha$, тогда т.к. $AB=BP$, то $\triangle ABP$ равноб., з.и. $\angle BAP=\angle APB=$
 $=\frac{180-\angle ABP}{2}=90-\alpha$, тогда $\angle DPA=\angle BPA-\angle DPQ=45-\alpha$,

Заметим, что т.к. $\angle BAC=90^\circ$, а $\angle QAC=\alpha+45^\circ$, то $\angle BAQ=45-\alpha$,
аналогично т.к. $\angle BAP=90-\alpha$, а $\angle BAC=90^\circ$, то $\angle PAC=\alpha$, тогда
т.к. $\angle BAQ+\angle PAC=45^\circ$, то $\angle QAP=45^\circ$.

② т.к. $DQ=DP$, то D лежит на середине к QP , рассмотрим $\angle QDP$ и
 $\angle QAP$, заметим, что т.к. $\angle QDP=2\angle QAP$, а также D лежит на середине
к QP , то D — центр. опис. окр. $\triangle AQP$ (ну или же центр AQP лежит
на окр, постро. на QP как на диаметре т.к. $\angle QAP=45^\circ$, причем центр такой,
что равноуд. от Q и P , значит это D).

Тогда $DQ=DP=DA$ как радиусы, значит $\angle AQP=\angle QAP=\alpha$,
т.к. $\triangle QDA$ р/б ($DQ=DA$), тогда заметим, что $\angle BQD=45^\circ$, причем
 $\angle DQP=45^\circ$, значит по признач. впис. четырехугол. $ABQD$ вписанный,
значит $\angle QAD=\angle QBQ=\alpha$

③ $\angle DAP=\angle QAP-\angle QAD=45-\alpha$, $\angle DAC=\angle DAP+\angle PAC=45+\alpha-\alpha=45^\circ$,
т.к. $\angle DAC=\angle DPQ=45^\circ$, то аналогично вышесказанному $ACPD$ вписанный четырехугол.,
Тогда $\angle DAP=\angle DCP \Rightarrow 45-\alpha=20 \Rightarrow \alpha=25^\circ$, тогда т.к. $\angle DBC=\alpha=25^\circ$, то
это и есть то, что требуется найти. Ответ: 25°



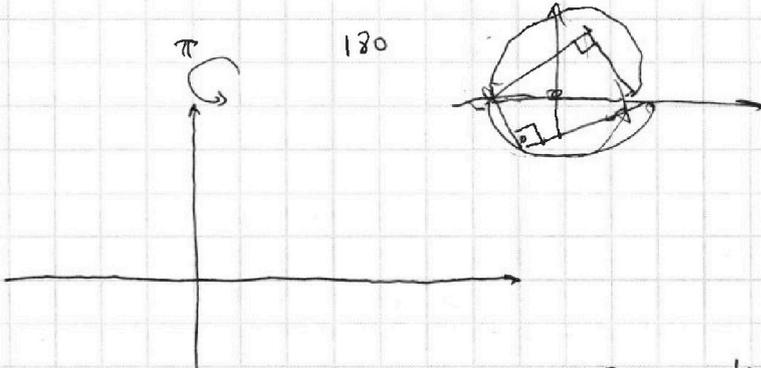
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3$$



$$\left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3$$

$$2x - 15 \leq 3$$

$$2x \leq 18$$

$$x \leq 9$$

$$\frac{2y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$y \leq 9\sqrt{3}$$

$$\frac{2}{3}x - y$$

$$y \geq 9\sqrt{3}$$

$$\frac{2}{3} \left(x - \frac{15}{2} \right) \leq \frac{15}{2} - y$$

$$x - \frac{15}{2} \leq 15 - 2y$$

$$x \leq 15 - 2y$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0$$

$$\frac{y}{6\sqrt{3}} \geq \frac{15}{2} - x$$

$$y \geq \frac{3 \cdot 6\sqrt{3} \cdot 15}{2} - 6\sqrt{3}x = 6\sqrt{3} \left(\frac{15}{2} - x \right)$$

$$x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0$$

$$\frac{y}{6\sqrt{3}} \leq x - \frac{15}{2}$$

$$y \leq 6\sqrt{3} \left(x - \frac{15}{2} \right)$$

9

728

$$\begin{array}{r} 1000000 \\ - 30000 \\ + \quad 300 \\ \hline 970300 \\ 970299 \end{array}$$

$$y \geq 6\sqrt{3} \left(\frac{15}{2} - x \right)$$

$$y \leq 6\sqrt{3} \left(x - \frac{15}{2} \right)$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a-b)(a-b)(a-b)$$

$$728 \quad (10^3 - 1)^3 = 10^6 - 1 - 3 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^2 =$$

$$= 10^6 - 1 - 3 \cdot 10^2 (10^2 + 1)$$

$$\begin{array}{r} 999999 \\ 29700 \\ \hline 970299 \\ 881 \\ \hline 792 \end{array} \quad \begin{array}{l} 3 \\ 1881 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ 99 \\ \hline 881 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \dots 9 \\ 29700 \\ 482199 \\ \hline 693 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 99 \\ 3 \\ \hline 27 \\ 27 \\ \hline 294 \quad 8 \\ 8 \\ \hline 99 \\ 99 \\ \hline 198 \end{array}$$

181

$$881 \overline{) 99}$$

99

(100-)

$$\begin{array}{r} 999999 \\ 30000 \\ \hline 969999 \\ 300 \\ \hline 970299 \\ 970298 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 881 \\ 10801 \\ \hline 99 \\ 97209 \\ 97209 \\ \hline 1069298 \quad \overline{) 99} \\ 99 \\ \hline 792 \end{array}$$

181



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$xy = 3z + z^2$$

$$yz = 3x + x^2$$

$y \neq 0$

$$xy = z(3+z)$$

$$yz = x(3+x)$$

$$zx = y(3+y)$$

$$\left(\frac{xy}{z}\right)^2 + \left(\frac{yz}{x}\right)^2 + \left(\frac{zx}{y}\right)^2 =$$

$$= \frac{(xy)^2}{z^2} + \frac{(yz)^2}{x^2} + \frac{(zx)^2}{y^2} =$$

$$= \frac{(xy)^4 + (yz)^4 + (zx)^4}{(xyz)^2} =$$

$$= \frac{8}{x^2} = 1.$$

$$\frac{x}{z} = \frac{3z + z^2}{3x + x^2}$$

$$\frac{x}{z} = \frac{z}{x} \left(\frac{3+z}{3+x} \right)$$

$$x^2 = z^2 \frac{(3+z)}{3+x}$$

$$(3+x)x^2 = z^2(3+z)$$

$$(3+x)x^2 = y^2(3+y)$$

$$\frac{3+x}{3+y} = \left(\frac{z}{x}\right)^2$$

$$\geq 3\sqrt[3]{(xyz)^2}$$

№2

$$\underbrace{9 \dots 9}_{4 \cdot 10^4}$$

n^3

$$9^3 = 729$$

$$\frac{81}{729}$$

$$\frac{3+x}{3+y} = \left(\frac{y}{x}\right)^2$$

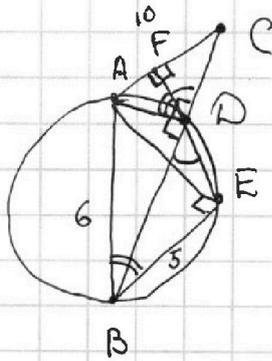
$$999 \quad 1000$$

$$\frac{kx^2}{z^2}$$

$$\frac{3+x}{3+z} = \left(\frac{z}{x}\right)^2$$

$$\left((10)^{40000} - 1\right)^3 = 10^{3+} - 3 \cdot 10^{2+} + 3 \cdot 10^{1+} - 1 = (10^{3+} - 1) + 3 \cdot 10^{1+} (1 - 10^{+})$$

№3



$$\frac{36}{25}$$

$$\sqrt{11}$$

$$AC \cdot AF = AD^2$$

$$\sqrt{10AF} = AD$$

$$\frac{AD}{5} = \frac{AF}{\sqrt{11}}$$

$$\frac{\sqrt{10AF}}{5} = \frac{AF}{\sqrt{11}}$$

$$\sqrt{110} \cdot \sqrt{AF} = 5AF$$

$$110 \cdot AF = 25AF^2$$

$$22AF = 5AF^2$$

$$AF = \frac{22}{5}$$

$$\left(\frac{kx^2}{z^2}\right)^2 + k^2 +$$

$$(3+x)x^2 = y^2(3+y) = z^2(3+z)$$

$$xy = x^2(3+x)$$

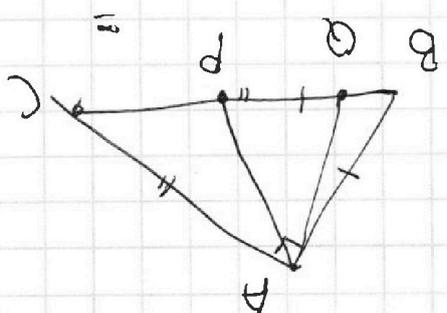
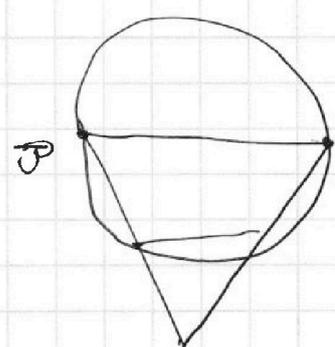
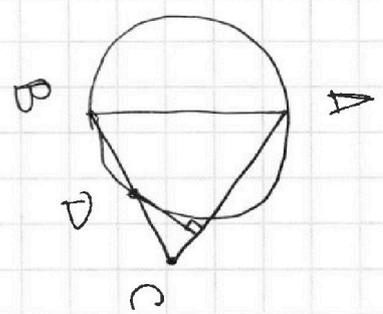
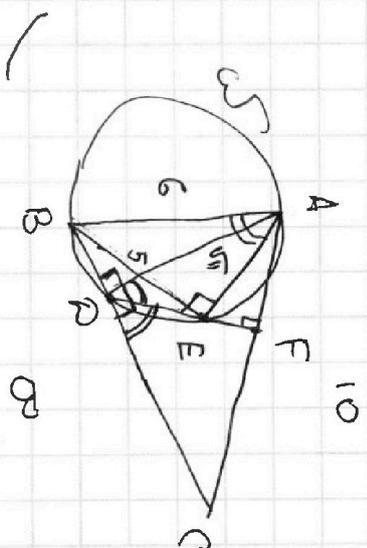
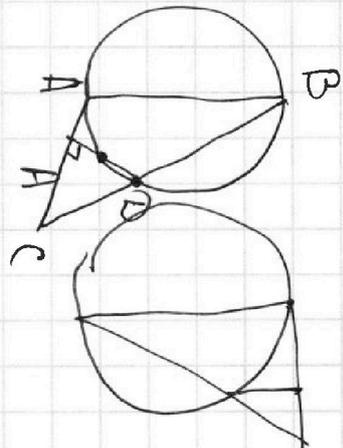
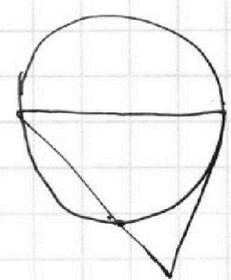


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

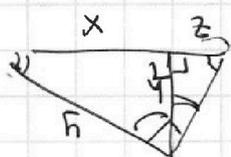


$$\frac{(x-3)(x-4) \cdot 5!}{2! (x)(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} = 5!$$

$$\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{x(x-1)(x-2)}$$

$$5^2 = x(x+2)$$

$$\frac{x}{5} = \frac{5}{x+2}$$



$$\frac{(x-3)(x-4)(x-5) \cdot 6!}{3! (x)(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)} = 6!$$

$$\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{11} \cdot 10 = \frac{36}{11} \cdot \left(\frac{5^5}{18}\right)$$

$$\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{x(x-1)(x-2)}$$

$$10 = \frac{36}{11} AF$$

$$\frac{10 \cdot 11}{36} = AF$$

$$\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{5 \cdot 4 \cdot 3} = 2$$

$$\frac{36}{11} \cdot \frac{5^5}{18} =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - a)x + (a - 3) = 0 \quad \text{корни резн.}$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0.$$

$b, b+d \dots$

$2a: b+4d; b+6d. -60a.$

$3a: b+2d; b+7d. -80a.$

$d \neq 0$

Тогда $\begin{cases} x_1 x_2 = (b+4d)(b+6d) = a-3 \\ x_1 + x_2 = a^2 - a = b+4d + b+6d = 2b+12d \end{cases}$

$$\begin{cases} (b+2d)(b+7d) = \frac{2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4}{4} \\ 2b+12d = \frac{a^3 - a^2}{4} \end{cases}$$

$$a^3 - a^2 = a^2 - a.$$

$a \neq 0$ - указать расст.

$$a^2 - a = a - 1$$

$$a^2 - 2a + 1 = 0$$

$$a = 1$$

$$a = -1.$$

3457

Проверим $a=0$

> 0 < 0

5 6 < 0

3 8

> 0

$$-\sqrt{5}; -1; \sqrt{5}; 1.$$

$$\left| \left(x - \left(\frac{15}{2} - \frac{4}{6\sqrt{3}} \right) \right) \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{4}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3.$$

$$\left| \left(x - \frac{15}{2} \right) + \frac{4}{6\sqrt{3}} \right| + \left| \left(x - \frac{15}{2} \right) - \frac{4}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3.$$

$$(x+y+z)(x+y+z)$$

$$\sqrt{5} \quad \sqrt{5}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 14 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \\ 36 \\ \hline 932 \end{array}$$

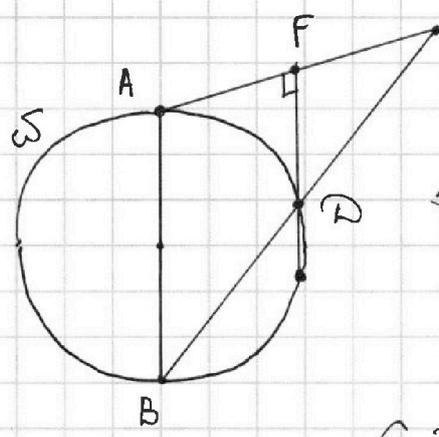


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

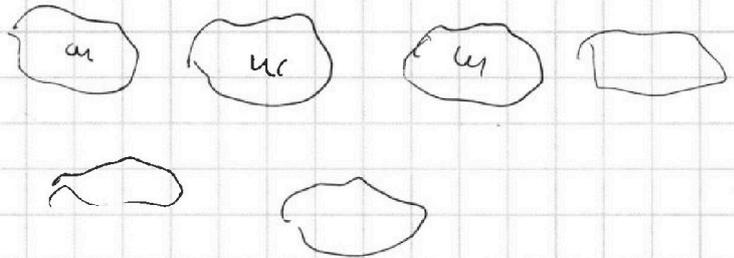
- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА ___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



x коробок.



$$\frac{C_2^{(x-3)} C_5^{(x-3)} C_2^{(x-3)}}{C_5^{(x-3)}} = P_3$$

$$\frac{C_3^{(x-3)} C_6^{(x-3)}}{C_5^{(x-3)}} = P_2$$

$$\frac{(x-3)(x-4) \cdot 2!}{2! \cdot (x-3)(x-4)}$$

$$\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{(x-5)(x-6)(x-7)}$$

$$2x + 90 + 20 + x = 180$$

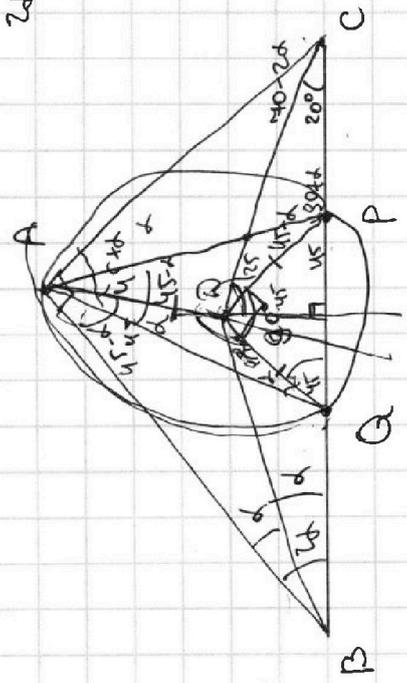
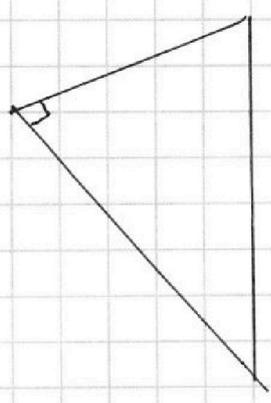
$$x + 2x = 70$$

$$x = 70 - 2x$$

$$90 - x = 110$$

$$\frac{45}{155}$$

$$P_2 = \frac{90 - 2x + 70 + 90 + x}{3!} = 360$$



$$= \frac{(x-3)(x-4)(x-5)}{3!} = \frac{(x-3)(x-4)(x-5)}{(x-6)(x-7)(x-8)}$$

$$= \frac{6!}{3! (x-6)(x-7)(x-8)}$$

$$= \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{(x-6)(x-7)(x-8)}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$xy = z(3+z)$$

$$yz = x(3+x)$$

$$zx = y(3+y)$$

$$z = \frac{xy}{3+z}$$

~~x~~
~~z~~

$$\frac{x}{z} = \frac{z}{x} \frac{(3+z)}{(3+x)}$$

$$\frac{y^2 x}{(3+z)} = x(3+x)$$

$$x^2 = z^2 \left(\frac{3+z}{3+x} \right)$$

$$y^2 = (3+x)(3+z)$$

$$(3+x)x^2 = z^2(3+z) =$$

$$= (y+3)y^2$$

$$z = \frac{xy}{3+z}$$

$$yz = \frac{y^2 x}{3+z} = x(3+x)$$

$$\frac{y}{z} = \frac{3+z}{3+x}$$

$$y^2 = (3+x)(3+z)$$

$$\frac{y^2}{z} = \frac{z}{y} \frac{(3+z)}{(3+x)}$$

$$(3+x)x^2 = y^2(3+y)$$

$$x^2(3+x) = (3+x)(3+z)(3+y)$$

$$z^2 = (3+x)(3+y)$$

$$(3+x)(x+3)^2 =$$

$$xy + yz + xz - 6(x+y+z) = 9$$

$$= x^2 + 6x + 9 = (3+z)(3+y) + 6\sqrt{(3+z)(3+y)} + 9$$

$$3+z = \frac{xy}{z}$$

$$\frac{xy}{z} \cdot \frac{xz}{y} = x^2$$

$$6(x+y+z) + (x^2 + y^2 + z^2) + 9 \cdot 3 = 9$$

$$3(x+y+z) + xy + yz + zx + 9 \cdot 3 = 9$$

$$2(xy + yz + zx) = 6(x+y+z) + 2(x^2 + y^2 + z^2)$$

$$2(xy + yz + zx) - (x^2 + y^2 + z^2) + 9 \cdot 3 = 9$$

$$3 \cdot 9 + xz + 6(x+y+z) + yz + xz$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

22 26

$$\begin{cases} xy = z(3+z) \\ yz = x(3+x) \\ zx = y(3+y) \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = xy - 3z + yz - 3x + zx - 3y$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = S$$

$$(x^2 + y^2 + z^2) + 9 \cdot 3 + 6(x+y+z) = S$$

$$xy + yz + xz + 3(x+y+z) + 9 \cdot 3 = S$$

$$x(3+y) + y(3+z) + z(3+x) + 9 \cdot 3 = S$$

$$x \cdot \frac{xz}{y} + y \cdot \frac{xy}{z} + z \cdot \frac{yz}{x} + 9 \cdot 3 = S$$

$$\frac{x^2z}{y} + \frac{y^2x}{z} + \frac{z^2y}{x} + 9 \cdot 3 = S$$

$$\frac{x^3z^2 + y^3x^2 + z^3y^2}{xyz} + 9 \cdot 3 = S$$

$$y = \frac{3z+z^2}{x}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 0$$

$$3(x^2 + y^2 + z^2) + 2xy + 2yz + 2zx = 0$$

$$6(x+y+z) = 2(x^2 + y^2 + z^2) - 2(x^2 + y^2 + z^2)$$

$$2(xy + yz + xz) - x^2 - y^2 - z^2 + 0 \cdot z = S$$

$$x^2 = (3+y)(3+z)$$

$$9 + xz + 3y + 3z$$

$$9 + xz + 3z$$

$$9 \cdot 3 + yz + xz + xy + 6(x+y+z) + 9 \cdot 3 = S$$

$$yz + xy + xz + 3(x+y+z) + 9 \cdot 3 = S$$

$$9 \cdot 3 + 3(x+y+z) = 0$$

$$(x+y+z) = -9$$

$$(x+y+z)z + z^2 = xy$$

$$z^2 + xz + yz + z^2 = xy$$