



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [4 балла] Ненулевые числа  $x, y, z$  удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения  $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2$ , если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа  $n$  состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа  $n^3$ ?
3. [5 баллов] Окружность  $\omega$  с диаметром  $AB$  пересекает сторону  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  в точке  $D$ . Точка  $F$  выбрана на отрезке  $AC$  так, что  $DF \perp AC$ , а  $E$  — точка пересечения отрезка  $DF$  с окружностью  $\omega$ , отличная от  $D$ . Найдите  $AF$ , если  $AC = 10$ ,  $AB = 8$ ,  $BE = 6$ .
4. [4 балла] В теленгра ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых корни уравнения  $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$  являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения  $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$  являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура  $\Phi$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют неравенству  $\left| x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| + \left| x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| \leq 4$ . Фигуру  $\Phi$  непрерывно повернули вокруг начала координат на угол  $\pi$  по часовой стрелке. Найдите площадь множества  $M$ , которое замела фигура  $\Phi$  при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбраны точки  $P$  и  $Q$  так, что  $AB = BP$ ,  $AC = CQ$ . Внутри треугольника  $ABC$  выбрана точка  $D$ , для которой  $DP = DQ$ , а  $\angle P D Q = 90^\circ$ . Найдите  $\angle DBC$ , если известно, что  $\angle BCA = 50^\circ$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \\ \textcircled{3} \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} xy = -2z + z^2 \\ yz = -2x + x^2 \\ zx = -2y + y^2 \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 &= \\ &= x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 4z + 12 \end{aligned}$$

Важные из 1-ого 2-ое:

$$y(x-z) = 2(x-z) + (z-x)(z+x)$$

$$(x-z)(y-2+x+z) = 0 \Rightarrow \begin{array}{l} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \end{array} \quad x=z \text{ или } x+y+z=2.$$

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \end{array} \quad x=z \Rightarrow \begin{array}{l} 1. xy = -2x + x^2 \\ 2. x^2 = -2y + y^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1. x=0 \text{ или } y=x-2 \quad \leftarrow \text{из 1} \\ 2. x^2 = -2x + 4 + x^2 - 4x + 4 \end{array}$$

$$-2y + y^2 \leq 0 \text{ не верн.}$$

$$y(y-2) \geq 0$$

$$y=0 \text{ или } y=2$$

$$(x; y; z) = (0; 0; 0)$$

$$(x-y)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 12$$

$$\textcircled{7} \quad x+y+z=2$$

$$\textcircled{2} \quad x+y+z=2$$

$$(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2xy + 2xz + 2yz = 4 - x^2 - y^2 - z^2.$$

и решив  $\textcircled{1}, \textcircled{2}$  и  $\textcircled{3}$  получим  $x+y+z = x^2 + y^2 + z^2 - 4 \Rightarrow$

$$6x = 8 \\ x = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \Rightarrow y = -\frac{2}{3} \text{ и } z = \frac{4}{3}$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 =$$

$$= \frac{4}{9} + \frac{16}{9} + \frac{4}{9} = \frac{24}{9} = \frac{8}{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

N1 (проверка)

$$\Leftrightarrow (2xy + y^2 + z^2) - 2(xy + yz + zx) = (x^2 - y^2 - z^2) - 2(x^2 + y^2 + z^2)$$

$$\Leftrightarrow 3(x^2 + y^2 + z^2) = 12 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 4 \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 4 - 4 \cdot 2 + 12 = 6.$$

Ответ:  $\frac{8}{3}$  или 8



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
11 ИЗ 11

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2.

$$n = \underbrace{99\dots9}_{30001}$$

Заметим, что  $n^3 = (n+1)^3 - 3n^2 - 3n - 1 (=)$

$$n^3$$

$$(n+1)^3 - 3n^2 - 3n - 1$$

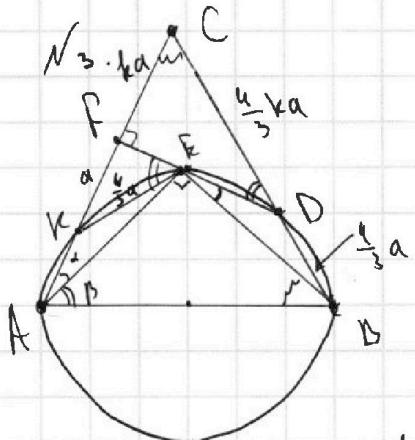


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle AEB = 90^\circ \text{ (угол при диам.)}$$

$$\angle BED$$

$$\cancel{\angle BEF} = 180 - 90 - \angle FED =$$

$$= 90 - (90 - \angle FAE) = \angle PAE$$

$$\angle EAB = \angle FED = \frac{1}{2}(\sqrt{ED} + \sqrt{BD})^2$$

$$= \frac{1}{2}(\sqrt{ED} + \sqrt{KE}) \quad (\sim KE = \sqrt{BD})$$

$$\angle EAB = \angle CDF = \frac{1}{2}(\sqrt{ED} + \sqrt{BD}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \triangle AEB \sim \triangle KFE \sim \triangle FCD \text{ (по 2-му ул.)}$$

Пусть  $KF = a$  и  $F (= ka)$  м.н.  $\sin \beta = \frac{EF}{AB} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{KF}{KE} = \sin \beta \Rightarrow KE = \frac{KF}{\sin \beta} = \frac{4}{3}a \Rightarrow$  Тогда из подобия

$$\triangle KFE \text{ и } \triangle FCD: CD = K \cdot KE = \frac{4}{3}ka$$

$\sim KE = \sqrt{BD} \Rightarrow KE = BD = \frac{4}{3}a \Rightarrow$  Их степень матки:

$$(ka + a) \cdot AC = \left(\frac{4}{3}ka\right) \cdot \left(\frac{4}{3}ka + \frac{4}{3}a\right)$$

$$a(ka + 1) \cdot 10 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \cdot ka^2 (k + 1)$$

$$10 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 = ka \Rightarrow ka = \frac{10 \cdot 9}{16} = \frac{45}{8}$$

Тогда заменим, что из теор. Тир. для  $\triangle KFE$ :  $FE = \sqrt{\left(\frac{4}{3}a\right)^2 - a^2}$

И из теор. Тир. для  $\triangle FCD$ :  $FD = \sqrt{\left(\frac{4}{3}ka\right)^2 - (ka)^2}$  (2)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
3 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3 (найди - л)

( $\Rightarrow$ ) Из смеж. точки F:  $a \cdot AF = PE \cdot PD \Rightarrow$

$$\Rightarrow a \cdot AF = a \cdot \sqrt{\frac{16}{9} - 1} \cdot ka \cdot \sqrt{\frac{16}{9} - 1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AF = \left(\frac{16}{9} - 1\right) \cdot \frac{45}{8} = \frac{7}{9} \cdot \frac{45}{8} = \frac{315}{72} = \frac{35}{8}$$

Ответ:  $AF = \frac{35}{8}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 10

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

14.

1. Пусть было  $n$  кораблей. В 3-х шарах, тогда трех выиграем, если возьмем 3 корабли с маринадами и еще 2 любые. Всего способов выбрать

$$5 \text{ кораблей} - C_n^5. \text{ А выигранных будет} - C_{n-3}^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \text{шанс выигрыша} - \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$$

2 Второе шаре было выбрано 7 способов -  $C_7^1$ , а выигранных -  $C_{n-3}^4 \Rightarrow$  шанс выигрыша -  $\frac{C_{n-3}^4}{C_7^1} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{\frac{C_{n-3}^4}{C_7^1}}{\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}} = \frac{C_{n-3}^4 \cdot C_n^5}{C_7^1 \cdot C_{n-3}^2} = \frac{\frac{(n-3)!}{3! \cdot (n-7)!} \cdot \frac{n!}{(n-5)! \cdot 5!}}{\frac{n!}{(n-7)! \cdot 7!} \cdot \frac{(n-3)!}{(n-5)! \cdot 2!}} =$$

$$= \frac{(n-3)! \cdot n! \cdot (n-7)! \cdot (n-5)! \cdot 7! \cdot 2!}{(n-3)! \cdot n! \cdot (n-7)! \cdot (n-5)! \cdot 3! \cdot 5!} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} =$$

= 14.  $\Rightarrow$  Ответ: увеличился в 14 раз.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5.  $x_6, x_7, x_4, x_9$  - Числа природы простые, в которых 1-ий цифра это а, и мал-б.

$$\textcircled{1} \quad x^2 - (a^2 - 2a)x + (a^2 - a - 4) = 0.$$

$$\textcircled{2} \quad 3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + (6 - a^5) = 0.$$

$$\text{По м. Виета из 1-ого } x_6 + x_7 = \frac{a^2 - 2a}{1} = a^2 - 2a$$

$$\text{из 2-ого: } x_4 + x_9 = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$$

$$x_6 + x_7 = (a_0 + 5b) + (a_0 + 6b) = 2a_0 + 11b \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} =$$

$$x_4 + x_9 = (a_0 + 3b) + (a_0 + 8b) = 2a_0 + 11b \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} =$$

$$\Rightarrow a^2 - 2a = \frac{a^2 - 2a^2}{3} \Rightarrow \frac{3(a^2 - 2a) - (a^3 - 2a^2)}{3} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a(a-2)(3-a) = 0 \Rightarrow a=0 \text{ или } a=2 \text{ или } a=3$$

1. Если  $a=0 \Rightarrow \textcircled{1} x^2 - 7 = 0$  и  $\textcircled{2} 3x^2 + 6 = 0$ .  
 $x^2 + 2 = 0$ . ← невозможно  $\Rightarrow a \neq 0$ .

2. Если  $a=2 \Rightarrow \textcircled{1} x^2 - 5 = 0$ . и  $\textcircled{2} 3x^2 - 26 = 0$ .

$$x = \pm \sqrt{5}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{26}{3}} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$  Есть  $b > 0$ , но  $x_6 = -\sqrt{5}$ , а  $x_7 = \sqrt{5}$  и  $b = 2\sqrt{5} \Rightarrow$

$\Rightarrow a_0 = \frac{\sqrt{5}(-\sqrt{5}) - 11 - 2\sqrt{5}}{2} = -11\sqrt{5}$ , но тогда  $x_4$  и  $x_9 \neq \pm \sqrt{\frac{26}{3}} \Rightarrow$

$\Rightarrow a \neq 2$ . (аналогично при  $b < 0$  тоже невозможно).



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
1 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{5}$  (найд.-с)

$$3. a=3 \text{ в) } \begin{cases} x^2 - 3x - 1 = 0 & \text{и} \\ 3x^2 - 9x + 0 - 23 = 0. \end{cases}$$

$$\Delta = 9 + 4 = 13$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$x^2 - 3x - 7 = 0.$$

$$\Delta = 9 + 4 - 7 = 9 = 3^2 \Rightarrow 5^2 - 13$$

$$x = \frac{3 \pm 5\sqrt{13}}{2}$$

$$\boxed{\begin{aligned} x_4 &= \frac{3 - 5\sqrt{13}}{2} \\ x_5 &= \frac{3 + \sqrt{13}}{2} \\ x_6 &= \frac{3 + 5\sqrt{13}}{2} \\ x_7 &= \frac{3 - 5\sqrt{13}}{2} \end{aligned}}$$

$$\text{и } a_0 = \frac{3 - 11\sqrt{13}}{2} \Rightarrow$$

$$b = \sqrt{13}$$

$\Rightarrow a = 3$  подходит

Ответ:  $a = 3$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \left| x-10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| + \left| x-10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| \leq 4.$$

① Пусть оба выражения под модулем  $\geq 0$   $\Rightarrow$

$$\Leftrightarrow x-10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \geq 0 \quad \text{и} \quad x-10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \geq 0.$$

~~усл. 1).~~ и из 1).  $2x-20 \leq 4$   
~~усл. 2).~~  $x \leq 12.$

② Пусть оба выражения под модулем  $< 0$   $\Rightarrow$

$$\Leftrightarrow x-10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} < 0 \quad \text{и} \quad x-10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} < 0$$

$$\text{и} \quad -2x+20 < 4 \Leftrightarrow 2x \geq 16 \Rightarrow x \geq 8.$$

③ 1-ое выражение  $\geq 0$ , а 2-ое  $\leq 0$ .  $\Rightarrow$

$$\Leftrightarrow x-10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} - x+10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4.$$

$$\frac{y}{\sqrt{3}} \leq 4 \Leftrightarrow y \leq 4\sqrt{3}$$

④ 1-ое выражение  $\leq 0$ , а 2-ое  $\geq 0$   $\Rightarrow$

$$\Leftrightarrow -x+10 \geq \frac{y}{2\sqrt{3}} + x-10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \Leftrightarrow -\frac{y}{\sqrt{3}} \leq 4 \Leftrightarrow y \geq -4\sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
12 из 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заменили, что коорд. точек B и C по ОУ равны  $\sqrt{3}$  (очев. провер. из упр-й). И коорд. точек A и D равны  $-\sqrt{3}$  (очев. провер. из упр-й).

③ Тогда ③- область „ниже“  $\boxed{1}$  и „ниже“  $\boxed{2}$  и „ниже“ прямой  $y = \sqrt{3}$

④ Тогда ④- область „ниже“  $\boxed{1}$  и „ниже“  $\boxed{2}$  и „ниже“ прямой  $y = -\sqrt{3}$

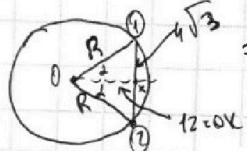
2). При повороте получившейся прям-ки на угол  $\pi$  по часовой стрелке получим: фигуру сим.  
представляет линейчатую поверхность

Из  $\sqrt{3}$   $\angle$  между окружностями. окр-тий радиусами  $r=8$  и  $R=8\sqrt{3}$

②  $\sqrt{r^2 + (4\sqrt{3})^2} = \sqrt{144 + 16 \cdot 3} = \sqrt{192} = 8\sqrt{3}$ , 2-укл половиков прям-ки и 2-укл сечениях окр-тий радиусами  $R=8\sqrt{3}$ )

$$\Rightarrow S = \left( \frac{\pi R^2}{2} - \frac{\pi r^2}{2} \right) + 4\sqrt{3} \cdot (12-8) \cdot 2 + 2S'$$

этих сечений. Заменили, что эти „гаситки“ пишут  $S'$  равны  $\pi r^2$  и  $\pi R^2$  это:



$$\Rightarrow \pi r^2 = \frac{4\sqrt{3}}{R} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2 = 30^\circ \Rightarrow S$$

$$\text{меньшему радиусом } \text{④} \text{ радиусом } \text{②} \text{ радиус } \frac{2 \cdot 2}{360^\circ} \cdot \pi R^2 = \frac{\pi R^2}{6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 16 (зад - е)

На графике система прямых  $x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} = 0$

(1)

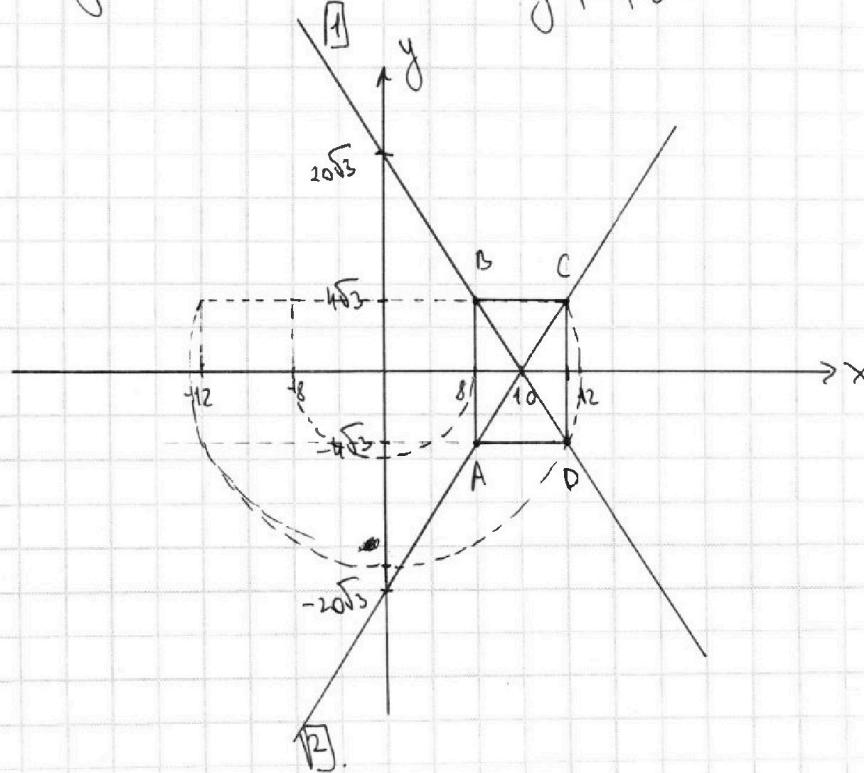
$$\cancel{x} - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} = 0$$

(1)  $y = 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3}$

(2)  $y = 2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3}$

$$\begin{array}{r|rr} x & 0 & 10 \\ \hline y & 20\sqrt{3} & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rr} x & 0 & 10 \\ \hline y & -20\sqrt{3} & 0 \end{array}$$



① Тогда ① - область „вне“ (1), но „внутрь“ (2) и „левее“ прямой  $x=12$ . (см рис.).

② Тогда ② - область „вне“ (2), но „внутрь“ (1) и „правее“ прямой  $x=8$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{6}(\text{негл-}l)$$

А между тем угол между радиусами:  $\left(\frac{\sqrt{3}-12}{2}\right) \cdot 2 = \sqrt{3}-12 \Rightarrow 48\sqrt{3} \Rightarrow$

$$\Rightarrow S = \frac{\pi}{2}(R^2 - r^2) + 32\sqrt{3} + \left(\frac{\pi R^2}{6} - 48\sqrt{3}\right)$$

$$R^2 - r^2 = 64 \cdot 3 - 64 = 64 \cdot 2 \Rightarrow S = 64\pi + 32\sqrt{3} + 32\pi - 48\sqrt{3} =$$

$$= 96\pi - 16\sqrt{3}.$$

Ответ:  $96\pi - 16\sqrt{3}$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.



СТРАНИЦА  
15 ИЗ 16

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & x^2 - (a^2 - 2a)x + (a^2 - a - 7) = 0 \\
 & x_1 \cdot x_2 = 7 + a - a^2 \\
 & x_1 + x_2 = \frac{a^2 - 2a}{1} = a^2 - 2a \\
 & d_6 + 3b - \frac{3 - \sqrt{13}}{2} d_6 + d_7 = a^2 - 2a = a(a-2) \\
 & d_6 \cdot d_7 = 7 + a - a^2 \\
 & + 3 + b \quad \frac{3}{4} \\
 & \frac{325}{a_4 + a_9} = \frac{a^2(a-2)}{3} \\
 & a_4 \cdot a_9 = \frac{6-a^5}{3} \\
 & 325 \quad 5 \\
 & 65 \quad 5 \\
 & 13 \\
 & x^2 - (a^2 - 2a^2) x + 6 - a^5 = 0. \\
 & x_3 + x_4 = \frac{a^2 - 2a^2}{3} = \frac{a^2(a-2)}{3} = 0 \\
 & x_3 \cdot x_4 = \frac{6 - a^5}{3} \\
 & a_0 = \frac{3 - \sqrt{13}}{2} \\
 & j^5 = 5^{2+1} \cdot 3^{-3} \cdot 7^{-2} \cdot 13^{-1} \\
 & 6 - 245 = -257 \\
 & -\frac{32}{6} \\
 & 2a_0 + 11b = a(a-2) \\
 & 2a_0 + 11b = \frac{a^2(a-2)}{3} \\
 & a_0^2 + 11a_0b + 30b^2 = 7 + a - a^2 \\
 & a_0^2 + 11a_0b + 30b^2 = \frac{6 - a^5}{3} \\
 & 3(a(a-2) - a^2(a-2)) = 0. \\
 & a(a-2)(3-a) = 0. \\
 & a=0 \quad a=2 \quad \text{and} \quad a=3.
 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 16

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Diagram showing a circle with center O. Points A, B, C, D, E, F are on the circumference. Chords AF, AC, AB, BE, and BC are drawn. Angles and side lengths are labeled:  $\angle A = 40^\circ$ ,  $\angle B = 50^\circ$ ,  $\angle C = 45^\circ$ ,  $\angle D = 25^\circ$ ,  $\angle E = 25^\circ$ ,  $\angle F = 25^\circ$ . Chords  $AF = 7$ ,  $AC = 10$ ,  $AB = 8$ ,  $BE = 6$ . Distances from O to chords are  $OA = 4$ ,  $OB = 4$ ,  $OC = 4$ ,  $OD = 3$ ,  $OE = 3$ ,  $OF = 3$ .

Equations derived:

$$n^3 = (n+1)^3 - 3n^2 - 3n + 1$$

$$(n+1)^3 - 3(n+1)^2 + 3(n+1) - 1 = n^3 + 3n^2 + 3n + 1$$

$$(n+1) \cdot 10 = \frac{4}{3}ka \cdot \left(\frac{4}{3}ka + \frac{4}{3}a\right)$$

$$(n+1) \cdot 10 = \frac{4^2}{3}ka \left(\frac{4}{3}a + 1\right)$$

$$a(n+1) \cdot 10 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \cdot n \cdot a^2 \cdot (n+1)$$

$$ka = 10 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{10 \cdot 9}{16} = \frac{90}{16} = \frac{45}{8}$$

$$a \cdot AF = \sqrt{\left(\frac{4}{3}a\right)^2 - a^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{4}{3}ka\right)^2 - (ka)^2}$$

$$a \cdot AF = a \cdot \sqrt{\frac{16}{9} - 1} \cdot \sqrt{\left(\frac{4}{3} \cdot \frac{45}{8}\right)^2 - \left(\frac{45}{8}\right)^2}$$

$$n^3 = (n+1)^3 - 3(n+1)^2 + 3(n+1) - 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА  
13 из 16

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

1+  
2      30 001.

$$n^3 = (n+1)^3 - \left( (n+1)^3 - n^3 \right) = (n+1)^3 - \left( (n+1)^2 + n(n+1) + n^2 \right)$$

$$\begin{array}{r}
 118 \\
 -32 \\
 \hline
 86 \\
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 91 \\
 +1 \\
 \hline
 92 \\
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 75801 \\
 +99 \\
 \hline
 76799 \\
 \end{array}$$

$$\frac{\delta}{y} = \frac{\beta}{z}$$

$$\frac{16}{9} = \frac{4}{3} + \frac{4}{9} = \frac{16}{9}$$

$$\begin{array}{r}
 999 \\
 88 \\
 + 999 \\
 \hline
 8941 \\
 8991 \\
 \hline
 19980
 \end{array}$$

998001

87  
498000  
8982009

68

81  
44800 +  
998

8982009

388002999

4

999... 8,002.0 1  
X X

$$\begin{array}{r} \sqrt[3]{3} \cdot 8 \\ \sqrt[3]{?} \cdot 2 \\ \hline \sqrt[3]{?} \cdot 22 \\ \downarrow \\ \sqrt[3]{?} \cdot 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 192 \\ \times 2 \\ \hline 384 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отмьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
14 из 16

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} = 0$$

$$x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} = 0$$

$$y = (10 - x) - 2\sqrt{3}$$

$$y = -2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3}$$

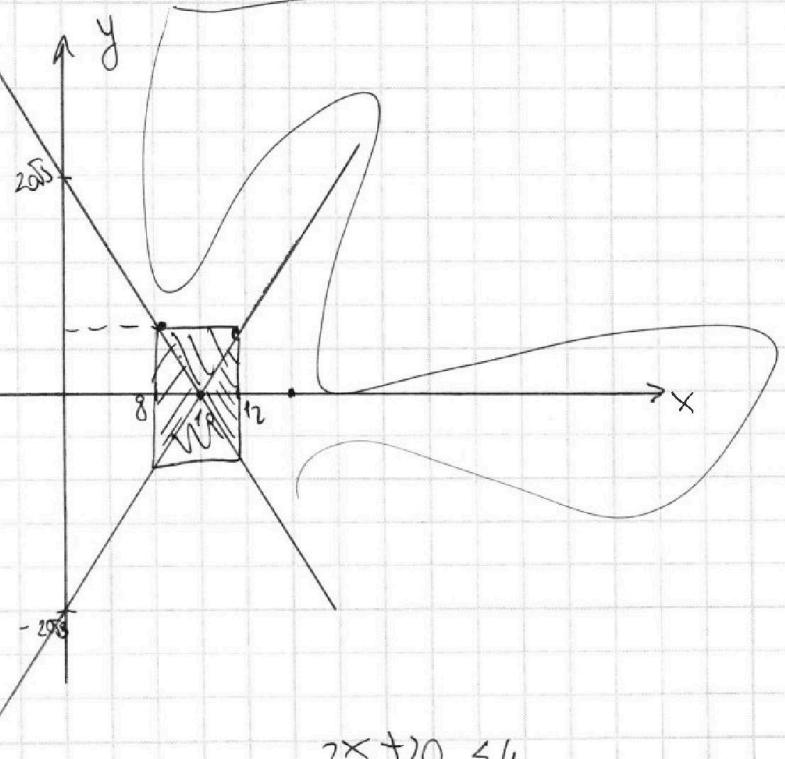
$$y = 2\sqrt{3}x - x - 20\sqrt{3}$$

$$(n+1)^3 - n^3 = 1$$

$$(n+1)^3 = n^3 + 3n^2 + 3n + 1$$

$$n^3 = (n+1)^3 -$$

$$(n+1)(n^2 -$$



$$-2x + 20 \leq 4$$

$$2x \geq 16$$

$$x \geq 8$$

$$x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} = 0$$

$$y = 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3}$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline x & y \\ \hline 10 & 0 \\ \hline 0 & -20\sqrt{3} \\ \hline \end{array}$$