



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E – точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В теленгра ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \Rightarrow y = \frac{zx}{y+3}, y \neq -3, m.k., z \neq 0 \text{ и } x \neq 0 \end{cases}$$

$$yz = 3x + x^2$$

$$\frac{zx}{y+3} z = x(x+3)$$

$$z^2 = (x+3)(y+3)$$

$$xy = 3z + z^2$$

$$xy = 3z + (x+3)(y+3)$$

$$0 = 3z + 3x + 3y + 9$$

$$x + y + z = -3$$

$$x^3 + 3x^2 = x(x^2 - 3)$$

$$\begin{cases} xy = z^2(z+3) \\ yz = x^2(x+3) \Rightarrow \\ xy = y^2(y+3) \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2(x+3) = y^2(y+3) = z^2(z+3)$$

Пусть не удал. общность x и y целиком один и тот же знак (все 3 числа не могут иметь различные знаки)

$$f(t) = t^2(t+3), \text{ тогда:}$$

$$f(x) = f(y) = f(z) \Rightarrow x = y$$

$$2x + z = -3; \quad \cancel{z = 3x + x^2 \Rightarrow x+3 = z}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Число состоит из 40000 девяток. Заменили
его в виде: $n = 10^{40000} - 1$

$$n^3 = (10^{40000} - 1)^3 = 10^{120000} - 3 \cdot 10^{80000} + 3 \cdot 10^{40000} - 1 = \\ = 10^{120000} + 3 \cdot 10^{40000} - 3 \cdot 10^{80000} - 1$$

Рассмотрим вычитание в столбик:

$$\begin{array}{r} 120001 & 80000 & 10000 & 21 \\ -1 \dots 0 \dots & 3 \dots 00 \\ \hline 3 \dots 0 \dots 01 \\ \hline 9 \dots 940 \dots 029 \dots 99 \end{array}$$

Пронумеруем разряды: единицы — 1
девятки — 2, сотни — 3 и так далее

Проверяя на 1, 2, ..., 40000 разряде числа n^3 будет стоять 9, на 40000 — 2, на 40001 — 1, на 40002, 40003, ..., 40000 — 9

Следовательно: с 1го 40000 и с 80002 до 120000 девяток \Rightarrow всего девяток: $40000 - 1 + 1 + 120000 - 80002 + 1 = 160001 - 80002 = 49999$

Ответ: 49999

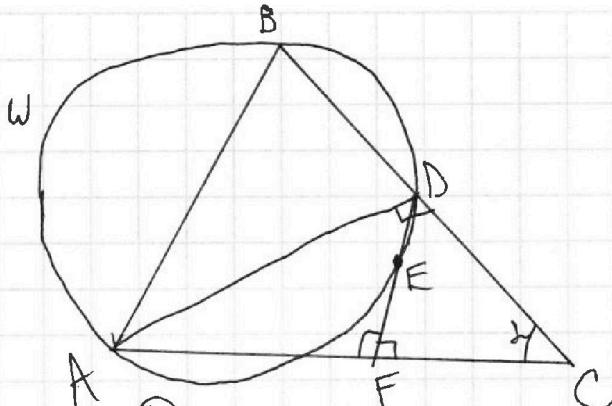


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}AC &= 10 \\AB &= 6 \\BE &= 5\end{aligned}$$

Решение:

$$1) \angle ACB = \angle$$

2) $\angle ADB = 90^\circ$, как вмс. омнр. на диаметре

$$3) \angle ADF = 90^\circ - \angle FDC = 90^\circ - (90^\circ - \angle ACB) = \angle ACB =$$

$$4) \angle ABE = \angle ADE = \angle, \text{ как вмс. омнр. на } AE$$

$$5) \angle AEB = 90^\circ, \text{ как вмс. омнр. на диаметре} \Rightarrow \triangle AEB - \text{треуг.:} \cos \angle = \cos \angle ABE (n. 4) = \frac{BE}{AB} = \frac{5}{6}$$

6) по Т. косинусов $\triangle ABC$:

$$AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2 \cos \angle \cdot BC \cdot AC$$

$$36 = BC^2 + 100 - \frac{5}{3} \cdot 10 \cdot BC$$

$$BC^2 - \frac{50}{3} BC + 64 = 0$$

$$D = \left(\frac{50}{3}\right)^2 - 4 \cdot 64 = \frac{2500 - 4 \cdot 9 \cdot 64}{9} = \frac{196}{9}$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{\frac{196}{9}} = \frac{\sqrt{4.49}}{3} = \frac{14}{3}$$

$$BC = \frac{\pm \sqrt{D} + \frac{50}{3}}{2} = \pm \frac{14}{6} + \frac{50}{6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\overline{ABC} = 6$$

$$\overline{ABC} = \frac{32}{3}$$

$$\text{I) } BC = 6:$$

но т. косинусов $\triangle ABC$:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cos \angle BAC \cdot AB \cdot BC$$

$$2 \cdot 8 = -2 \cos \angle BAC \cdot 8 \cdot 6 \Rightarrow \cos \angle BAC < 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow \angle BAC > 90^\circ \Rightarrow \triangle ABC$ — не остроугольный

$$\text{II) } BC = \frac{32}{3}$$

4) но т. косинусов $\triangle ABD$ и $\triangle ADC$ со общ.:

$$AD^2 = AB^2 - BD^2 \Rightarrow AB^2 - BD^2 = AC^2 - DC^2$$

$$AD^2 = AC^2 - DC^2 \Rightarrow DC^2 - BD^2 = 100 - 36$$

$$(DC - BD)(DC + BD) = 64$$

$$DC - BD = \frac{64 \cdot 3}{32}$$

$$DC - BD = 6 \Rightarrow DC = BD + 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2BD + 6 = \frac{32}{3}$$

$$BD = \frac{16}{3} - 3 = \frac{4}{3} \Rightarrow DC = BD + 6 = \frac{25}{3}$$

$$AD^2 = AB^2 - BD^2 = 36 - \frac{49}{9} = \frac{245}{9}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

8) Рассл. $\triangle ADF \sim \triangle ADC$:

$$\begin{aligned} \angle ADF &= \angle PCA = \angle (n, 3) \\ \angle ADC &= \angle DFA = 90^\circ \end{aligned} \Rightarrow \triangle ADF \sim \triangle ACD \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AF}{AD} \Rightarrow AF = \frac{AD^2}{AC} = \frac{245}{9 \cdot 10} = \frac{55}{18}$$

Ответ: $\frac{55}{18}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Посчитали вероятность бояла у ~~нашего~~ на ~~нашем~~ 6 коробок.

Быстро всего у нас n коробок.

Бояла n -ко способов взять 6 кор. = C_n^6

Кол-во способов взять три нужных ~~коробки~~ ~~коробки~~ и ~~три~~ ~~ненужные~~ ~~коробки~~ = C_{n-3}^3

$$\Rightarrow \text{вероятность} = \frac{C_{n-3}^3}{C_n^6}$$

аналогично для 5: $\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$

Бояла b $\frac{\frac{C_{n-3}^3}{C_n^6}}{\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}}$ увелич. вероятность

$$\frac{\frac{C_{n-3}^3}{C_n^6}}{\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}} = \frac{C_{n-3}^3}{C_{n-3}^2} \cdot \frac{C_n^5}{C_n^6} = \frac{(n-3)! \cdot (n-5)!}{(n-6)! \cdot 3!} \cdot \frac{\frac{(n-3)!}{(n-3)!} \cdot \frac{n!}{(n-5)! \cdot 5!}}{\frac{(n-5)! \cdot 2!}{(n-5)! \cdot 3!}} = \frac{(n-3)!}{(n-6)! \cdot 3!} \cdot \frac{n!}{(n-5)! \cdot 5!} = \frac{(n-3)!}{(n-6)! \cdot 3!} \cdot \frac{n!}{(n-5)! \cdot 5!}$$

$$= \frac{(n-5)! \cdot 2!}{(n-6)! \cdot 3!} \cdot \frac{(n-6)! \cdot 6!}{(n-5)! \cdot 5!} = \frac{1}{3} \cdot 6 = 2$$

Ответ: 2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

I $a=0:$

$$1) x^2 - 5 = 0 \quad \text{корни}$$

$$2) 4x^2 - 4 = 0$$

Корни (1) — $\{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\} \Rightarrow$

корни (2) — $\{-1; 1\} \text{ не}$

\Rightarrow модуль разности ар. прогрессии $|d| = \sqrt{5}$

$$|d| = |\sqrt{5} - (-\sqrt{5})| = 2\sqrt{5} \Rightarrow |x_8 - x_3| = |5d| = 10\sqrt{5}, \text{ но}$$

$|x_8 - x_3| = 2 \quad \text{— противоречие} \Rightarrow a=0 \text{ — не подходит}$

II $a=1:$

$$1) x^2 - 4 = 0$$

$$2) 4x^2 - 1 = 0$$

Корни (1) — $\{-2; 2\} \Rightarrow$

Корни (2) — $\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\}$

\Rightarrow модуль разности ар. прогрессии

$$|d| = |2 - (-2)| = 4 \Rightarrow |x_8 - x_3| = |5d| = 20, \text{ но}$$

$$|x_8 - x_3| = \left| \frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2} \right) \right| = 1 \Rightarrow a = 1 \text{ — не подходит}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{III } a=4$$

$$1) x^2 - 12x - 1 = 0$$

$$2) 4x^2 - 48x - 4456 = 0$$

$$x^2 - 12x - 1114 = 0$$

$$\text{корни } (1) = \pm \sqrt{37} + 6 \Rightarrow$$

$$\text{корни } (2) = \pm \sqrt{118} + 6$$

$$\Rightarrow |x_8 - x_3| = 12 \Rightarrow |x_8 - x_3| = 50 = 60, \text{ но}$$

$$|x_8 - x_3| = 12 \Rightarrow a = 4 - \text{не могу}\text{-}\text{соглас}$$

Ответ: \emptyset

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$$

$$2) 4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$

Пусть x_5 и x_6 — корни 1 ур-ия, кот. являются 5 и 6 сртв. Члены ар. прогрессии, а x_3 и x_8 — корни 2 ур-ия, кот. являются 3 и 8 соответственно членами ар. прогрессии.

Пусть $x_3 = b$, а d — разность ар. прогрессии, тогда $x_5 = b + 2d$, $x_8 = b + 3d$, $x_6 = b + 5d$

$$\text{тогда } 2b + 5d = x_3 + \frac{x_8}{2} \Rightarrow x_3 + x_8 = x_5 + x_6 \\ 2b + 5d = \frac{2b + 3d + 2b + 7d}{2}$$

$$\text{По Т. Виета } x_5 + x_6 = \frac{a^2 - a}{1} \Rightarrow \\ x_3 + x_8 = \frac{a^3 - a^2}{4} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{a^3 - a^2}{4} = a^2 - a$$

$$\cancel{\begin{aligned} & a^3 - a^2 \neq a^2 - a \\ & a^3 - 5a^2 + 4a = 0 \\ & a(a^2 - 5a + 4) = 0 \\ & a(a-1)(a-4) = 0 \end{aligned}}$$

- I $a=0$
 II $a=1$
 III $a=4$

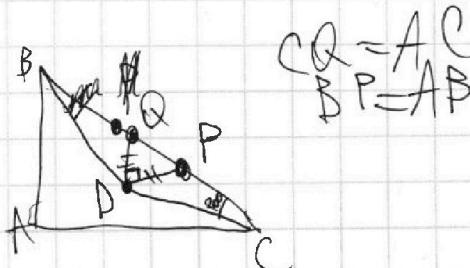


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

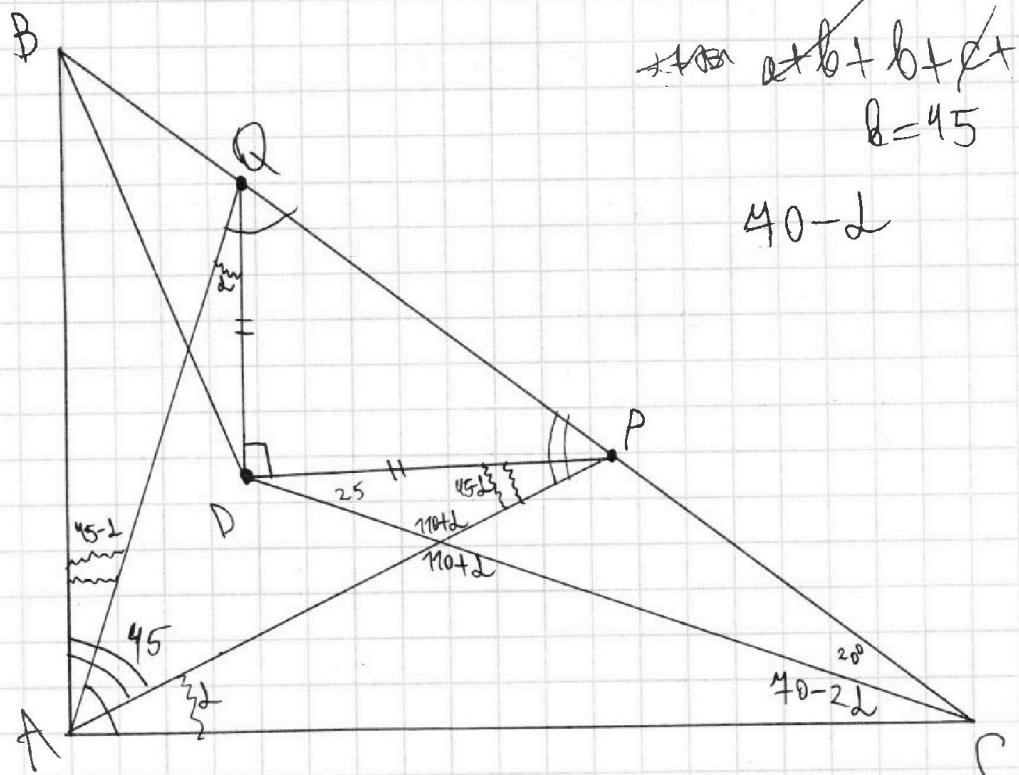


$$CQ = AC \\ B P = AB$$

$$AB + C = 90$$

$$\cancel{A} + \cancel{B} + \cancel{B} + \cancel{C} + \cancel{B} = 360 \\ B = 45$$

$$40 - l$$



1) $\angle BAQ = x, \angle QAP = y, \angle PAC = z$, тогда $x + y + z = 90^\circ$

$\angle BPA = \angle BAC = x + y$, но cb -бы $\angle BPA = \angle BAC$

$\angle AQC = \angle QAC = y + z$, но cb -бы $\angle AQC = \angle QAC$

2) Но т. о. сумм. угл. $\triangle AQP$:

$$y + (x + y) + (y + z) = 180^\circ \\ 2y = 90^\circ \Rightarrow y = 45^\circ \Rightarrow \angle QAP = 45^\circ$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} xy &= z(z+3) \\ yz &= x(x+3) \\ zx &= y(y+3) \end{aligned}$$

$$z+3 = \frac{xy}{z}$$

$$x+3 = \frac{yz}{x}$$

$$y+3 = \frac{xz}{y}$$

$$\begin{aligned} \frac{x^2}{z^2} + \frac{y^2}{x^2} + \frac{z^2}{y^2} &= \\ = \frac{x^2y^2 + y^2z^2 + x^2z^2}{x^2y^2z^2} & \end{aligned}$$

$$\frac{3}{2}y(z+3) = x(x+3)$$

$$\frac{zx}{y+3} z = x(x+3)$$

$$z = y+3$$

$$\frac{z^2}{y+3} = x+3$$

$$z^2 = (x+3)(y+3)$$

$$\begin{aligned} xy + yz &= \\ &= y(-3-y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} xy &= 3z + z^2 \\ yz &= 3x + x^2 \\ zx &= 3y + y^2 \\ (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 &= \\ &= yz + z(x+xy) + 3x + 3y + 3z + \\ &\quad + 24 = \\ &= 2(yz + 2x + xy) - x^2 - y^2 - z^2 + \\ &\quad + 24 \end{aligned}$$

$$x^2 + y^2 + z^2$$

$$\begin{aligned} xy &= 6(x+3)(y+3) + 3z \\ 0 &= 3x + 3y + 9 + 3z \end{aligned}$$

$$x+y+z+3=0$$

$$z = -3 - x - y$$

$$xy = (-3 - x - y)(-x - y)$$

$$xy = (x+y)^2 + 3(x+y)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~B~~

$$\begin{array}{r} -80000 \\ -40000 \\ \hline 399999 \end{array}$$

$$\cancel{\text{1}} \quad (10^{\frac{40000}{40000}} - 1)^3 = 10^{\frac{80000}{40000}} - 2 \cdot 10^{\frac{40000}{40000}} + 1$$

$$xy = 3z + z^2$$

$$yz = 3x + x^2$$

$$zx = 3y + y^2$$

$$\cancel{\text{2}} \quad y = \frac{2x}{y+3}$$

$$\frac{2x}{y+3} z = 3x + x^2$$

$$\frac{z^2}{y+3} = x + 3$$

$$z^2 = (x+3)(y+3)$$

$$xy = 3z + (x+3)(y+3)$$

$$0 = 3z + 3x + 3y + 9$$

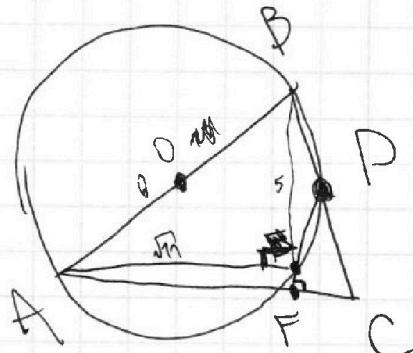
$$x + y + z = -3$$

~~3~~ ~~4~~ ~~5~~ ~~6~~ ~~7~~

$$\frac{x^2 + y^2 + z^2 + 9}{y+3} - ?$$

$$= \frac{y+3}{y+3}$$

$$\sqrt{36 - 25} = \sqrt{11}$$



$DF \perp AC$

$$AC = 10$$

$$AB = 6$$

$$BE = 5$$

~~8~~ ~~9~~ ~~10~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}xy &= 3z + z^2 \\y^2 &= 3xz + x^2 \\xz &= 3y + y^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cancel{x} \cancel{y} \cancel{z} (x+3) \\ \cancel{x} \cancel{y} \cancel{z} \\ x = \frac{y^2}{x+3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cancel{x} \cancel{z}^2 = \cancel{y}(y+3) \\ z^2 = (x+3)(y+3)\end{aligned}$$

$$xy = 3z + \cancel{xy} + 3x + 3y + 9$$

$$\begin{aligned}x+y+z &= -3 \\(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 &= \\&= x^2 + y^2 + z^2 + 9\end{aligned}$$

ДА

~~старые~~~~старые~~

$$\begin{array}{r} 542 \\ \underline{-324} \\ \hline 218 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 328 \\ \underline{-16} \\ \hline 162 \end{array}$$

$$V - \frac{0.1 \cdot 3}{40000} + \frac{0.1 \cdot 3}{80000} - \frac{0.1}{120000} = \left(- \frac{1}{40000}, 0.2 \right)$$

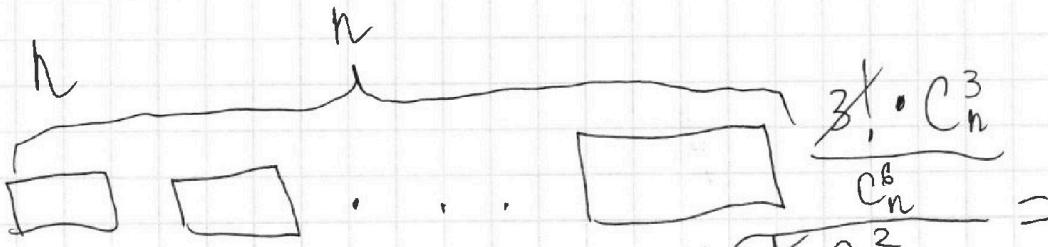


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



5 корн.

$$\frac{C_n^3 \cdot C_n^2}{C_5^5} = 10^{16}$$

$$C_n^3 \cdot C_n^2$$

~~$$\frac{3! \cdot C_n^3}{C_n^6}$$~~

~~$$\frac{3! \cdot C_n^3}{C_n^6} =$$~~

$$D = 1485 \quad D = 2 \cdot 1485 + 12 = 3084$$

$$\frac{\cancel{C_n^3} \cdot \cancel{C_n^2}}{\cancel{C_5^5}} = \frac{C_n^3 \cdot C_n^5}{C_n^2 \cdot C_n^6} =$$

$$\frac{3! \cdot 5! (n-3)! (n-5)!}{1} = \frac{2! \cdot 6! (n-2)! (n-6)!}{3! 5! (n-3)! (n-5)!} =$$

$$= \frac{8(n-2)}{3(n-5)} = \frac{2(n-2)}{n-5}$$

$$\frac{4096 - 4096}{1024} = 0$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + a - 5 = 0 \quad x_5, x_6$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0 \quad x_3, x_4$$

$$x_5 + x_6 = a^2 - a$$

$$x_5 x_6 = a - 5$$

$$a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$x_3 = a$$

$$x_5 = a + 2d$$

$$x_6 = a + 3d$$

$$x_8 = a + 5d$$

$$\begin{array}{l} 3000 \\ 5000 \\ 5000 \\ \hline 10000 \end{array}$$

$$x_3 + x_8 = x_5 + x_6$$

$$4a - 4 = a^2 - a \quad a - 1 = \frac{a^2 - a}{4}$$

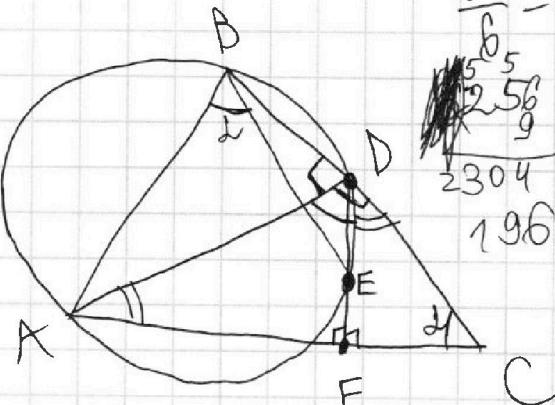


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{64}{6} = \frac{32}{3} = 11 \frac{2}{3}$$

$$\begin{matrix} 5 \\ 2 \\ 2 \\ 56 \\ 9 \\ 2304 \\ 196 \end{matrix}$$

$$AC = 10$$

$$\begin{matrix} 5 \\ 2 \\ 56 \\ 9 \\ 2304 \\ 196 \end{matrix}$$

$$AF = ?$$

$$\begin{matrix} 6,6,70 \\ 6 \\ 6 \\ 10 \\ 36 \\ 100 = 42 - 2 \cos \alpha \cdot \frac{5}{3} \cdot 10 \\ 3 \\ 100 - 36 = 64 \end{matrix}$$

$$AD = ?$$

$$EF^2 + AF^2 = 11$$

$$\begin{matrix} 5 \\ 2 \\ 56 \\ 9 \\ 2304 \\ 50-14=36 \end{matrix} \cos \alpha = \frac{BE}{AB} = \frac{5}{6} \quad \frac{AF}{AD} = \frac{AD}{AC}$$

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2 \cos \alpha \cdot AC \cdot BC$$

$$6^{12} \quad 36 = 100 + BC^2 - \frac{50}{3} BC$$

$$BD + DC = BC$$

$$BC^2 - \frac{50}{3} BC + 64 = 0$$

$$\begin{matrix} 100+BD^2=100+DC^2 \\ 100+BD^2=100+DC^2 \end{matrix}$$

$$(BD - DC) \cdot BC = 36$$

$$BD = DC + \frac{36}{BC}$$

$$2500 - 64 \cdot 4 \cdot 9$$

$$\frac{2500}{9} - \frac{2304}{9}$$

$$\frac{14}{3} + \frac{50}{3}$$

$$\frac{2}{2}$$

$$\frac{5}{6}$$

$$D = \frac{196}{9}$$

$$AD^2 = BD^2 + 36$$

$$AF = \frac{AD^2}{AC}$$

$$36 = 100 + BC^2 - \frac{5}{3} \cdot 10 \cdot BC$$

$$\sqrt{D} = \frac{196}{3}$$