



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В телегре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 & (1) \\ yz = 3x + x^2 & (2) \\ zx = 3y + y^2 & (3) \end{cases}$$

$$(1)-(2): \cancel{xy - yz = 3z + z^2 - 3x - x^2}$$

$$y(x-z) = 3(z-x) + (z-x)(z+x)$$

$\rightarrow (z-x) \cdot (3+y+x+z) = 0$
П.к. x, y, z нецелевые и у системы есть реш., то $x+y+z = -3$

$$(1)+(2)+(3): xy + yz + zx = 3(x+y+z) + x^2 + y^2 + z^2$$

$$(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx = (-3)^2 = 9$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9 - 2(xy + yz + zx)$$

$$\text{По уз } (1)+(2)+(3): xy + yz + zx = 3 \cdot (-3) + 9 - 2(xy + yz + zx)$$

$$3(xy + yz + zx) = 0$$

$$xy + yz + zx = 0$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + \cancel{9} + 6(x+y+z) + 27 =$$

$$= (9 - 2(xy + yz + zx)) + 6 \cdot (-3) + 27 = 9 - 18 + 27 = 18$$

~~Можно:~~

$$\text{Еще возможно } x = 2. (1) \Rightarrow xy = 3x + x^2; x(x+3-y) = 0$$

$$\text{П.к. } x \neq 0, \text{ т.о. } x-y = -3; x = y-3$$

$$\cancel{(2)} \quad (3): x^2 = 3y + y^2 \\ y^2 - 6y + 9 = 3y + y^2; 9y = 9; y = 1$$

$$\text{Тогда } x = -2, z = -2.$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 1^2 + 4^2 + 1^2 = 18.$$

Ответ: 18.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$n = 9 \dots 9 = 10 \quad -1$$

чотыр.

$$n^3 = 10^{120000} - 3 \cdot 10^{80000} + 3 \cdot 10^{40000} - 1 = 9 \dots 9 \quad - 3 \cdot 10^{80000} + 3 \cdot 10^{40000} =$$

720тыс

$$= 9 \cdot 10 + \dots + 9 \cdot 10 + 80001 + 9 \cdot 10^{80000} + \dots + 9 \cdot 10^{40001} + 9 \cdot 10^{40000} + \dots + 9 - 3 \cdot 10^{80000} +$$

$$+ 3 \cdot 10^{40000} = \cancel{9 \cdot 10} \quad 119999 + \dots + 9 \cdot 10^{80001} + 6 \cdot 10^{80000} + \dots + 9 \cdot 10^{40001} + 12 \cdot 10 +$$

+ ... + 9

$$12 \cdot 10^{40000} = 1 \cdot 10^{40001} + 2 \cdot 10^{40000}$$

Эта единица удаёт в след. разряд, т.е. будет $10 \cdot 10^{40001} = 10^{40002} \cdot 1$

Эта единица тоже удаёт в след. разряд

Так будет продолжаться, пока не дойдём до 10^{80000} . У неё будет ин-гель

$$(6+1) \cdot 10^{80000} = 7 \cdot 10^{80000}. \text{ Дальше ничего не изменится.}$$

$$\text{Значит девяток: } (119999 - 80000 + 1) + (39999 - 0 + 1) = 39999 + 40000 =$$

$$= 49999$$

Ответ: 49999.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

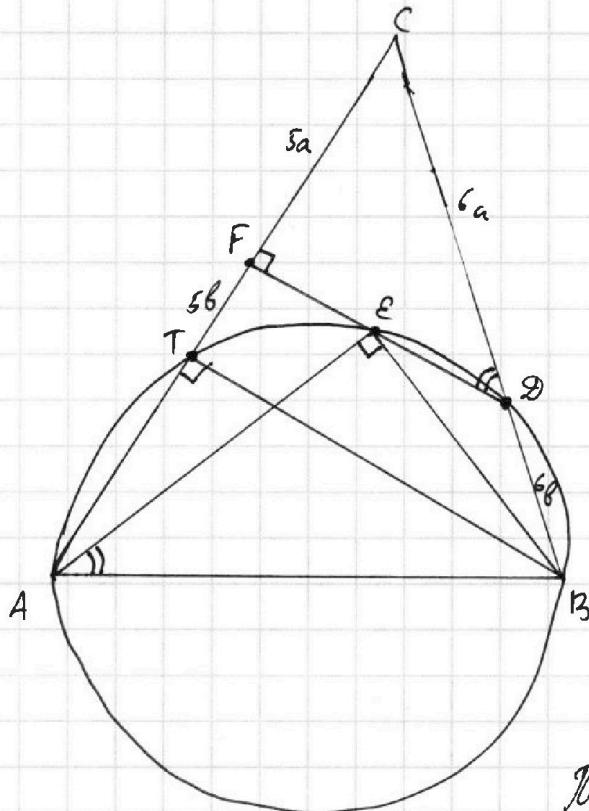
5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $AC \perp AB = T$

Проведем AE, BE, BT .

Из к. AB -диаметр, то $\angle AEB = 90^\circ$

Пусть $\angle EAB = \alpha$.

Из $\triangle AEB$: $\sin \alpha = \frac{BE}{BA} = \frac{5}{6}$

Из к. $AEFB$ вписан, то $\angle EFB = 180^\circ - \alpha$

Значит, $\angle CBF = 180^\circ - \angle EFB = \alpha$

Из к. $DF \perp AC$, то из $\triangle CFD$:

$$\sin \alpha = \frac{CF}{CD} = \frac{5}{6}$$

Из к. AB -диаметр, то $\angle ATB = 90^\circ$

Значит, $DF \parallel BT$

Из к. $DF \parallel BT$, то $\frac{CF}{CD} = \frac{FT}{DB} = \frac{5}{6}$.

Пусть $CF = 5a, CD = 6a, FT = 5b, DB = 6b$.

$CT \cdot CA = CD \cdot CB$ (т. о произвд. отрезков секущей)

$$(5a + 5b) \cdot 10 = 6a \cdot (6a + 6b) \quad | : (a+b)$$

$$50 = 36a \Rightarrow a = \frac{25}{18}. \text{ Значит } CF = 5a = \frac{125}{18}$$

$$\text{Значит } AF = AC - CF = 10 - \frac{125}{18} = \frac{55}{18}$$

Ответ: $\frac{55}{18}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

У вас есть n коробок.

Посчитали кол-во способов выбрать 5 коробок, в 3-х из которых будут шарики. Задфиксирован 3 коробки, в которых лежат шарики. Потом есть C_{n-3}^2 вариантов, взять ещё 2 коробки из $(n-3)$ оставшихся. Это и будет кол-во способов выбрать 5 коробок, в 3-х из которых будут шарики. Всего способов выбрать ~~выбрать~~ 5 коробок это C_n^5 .

$$P_1 = P(\text{выигрыш}, \text{выбирая 5 коробок}) = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$$

Аналогично посчитали для 6 коробок.

C_{n-3}^3 - кол-во способов взять ещё 3 коробки ~~выбрать~~ к 3 коробкам с шариками.

C_n^6 - всего кол-во способов взять 6 коробок.

$$P(\text{выигрыш}, \text{выбирая 6 коробок}) = P_2 = \frac{C_{n-3}^3}{C_n^6}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\frac{C_{n-3}^2 \cdot C_n^3}{C_n^5 \cdot C_{n-3}^3}}{\frac{(n-4)(n-3)}{2} \cdot \frac{(n-5)(n-4)(n-3)(n-2)(n-1)n}{6!}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6!}}{\frac{1}{5!} \cdot \frac{1}{6}} = \frac{5! \cdot 6}{2 \cdot 6!}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{C_{n-3}^3 \cdot C_n^5}{C_n^6 \cdot C_{n-3}^2}}{\frac{(n-5)(n-4)(n-3)}{6!} \cdot \frac{(n-4)(n-3)(n-2)(n-1)n}{5!}} = \frac{\frac{1}{6 \cdot 5!}}{\frac{1}{6!} \cdot \frac{2}{2}} = \frac{6! \cdot 2}{6 \cdot 5!} = 2$$

Ответ: 1 увеличилась в 2 раза.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$$

Пусть корни $x_1 = b_5, x_2 = b_6$

По т. Виета:

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = a - 5 & \textcircled{1} \\ x_1 + x_2 = a^2 - a & \textcircled{2} \end{cases}$$

$$x_1 = b_5 = b_3 + 2d$$

$$x_2 = b_6 = b_3 + 3d$$

$$x_3 = b_3$$

$$x_4 = b_8 = b_3 + 5d$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x^4 + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$

Пусть корни $x_3 = b_3, x_4 = b_8$

b_3 -ий член ар. прогрессии из условия

$$\begin{aligned} \text{По т. Виета:} \\ \begin{cases} x_3 \cdot x_4 = \frac{-a^6 + 2a^4 + 2a^2 - 4}{4} & \textcircled{3} \\ x_3 + x_4 = \frac{a^3 - a^2}{4} & \textcircled{4} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} = x_1 + x_2 = 2b_3 + 5d = a^2 - a \\ \textcircled{3} = x_3 + x_4 = 2b_3 + 5d = \frac{a^3 - a^2}{4} \quad \Rightarrow a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{4} \\ a^3 - 5a^2 + 4a = 0 \\ a(a-1)(a-4) = 0 \end{aligned}$$

1) $a=0$

2) $a=1$

3) $a=4$

Проверка 1): $\textcircled{1} = x_1 \cdot x_2 = b_3^2 + 5b_3d + 6d^2 = -5$
 $(a=0)$

$$\textcircled{2} = x_1 + x_2 = 2b_3 + 5d = 0$$

$$\textcircled{3} = x_3 \cdot x_4 = b_3^2 + 5b_3d = -1$$

~~$$\textcircled{4} = \textcircled{2}$$~~

$$\textcircled{1} - \textcircled{3}: b_3^2 + 5b_3d + 6d^2 - b_3^2 - 5b_3d = -5 - (-1)$$

$$6d^2 = -4$$

Здесь нет решений, т.к. $6d^2 \geq 0$

→ *смог сгр.*



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Проверка 2): $\textcircled{1} = b_3^2 + 5b_3d + 6d^2 = 1 - 5 = -4$
 $(a=1)$

$$\textcircled{2} = 2b_3 + 5d = 1^2 - 1 = 0$$

$$\textcircled{3} = b_3^2 + 5b_3d = \frac{-1^6 + 2 \cdot 1^4 + 2 \cdot 1^2 - 4}{4} = -\frac{1}{4}$$

$\textcircled{1} = \textcircled{2}$

~~1, 2, 3, 4, 5, 6, 7~~

$$\textcircled{1} - \textcircled{3}: 6d^2 = -4 - \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{15}{4}$$

Здесь нет решения

Проверка 3): $\textcircled{1} = b_3^2 + 5b_3d + 6d^2 = 4 - 5 = -1$
 $(a=4)$

$$\textcircled{2} = 2b_3 + 5d = 4^2 - 4 = 12$$

$$\textcircled{3} = b_3^2 + 5b_3d = \frac{-4^6 + 2 \cdot 4^4 + 2 \cdot 4^2 - 4}{4} = -889$$

$\textcircled{1} = \textcircled{2}$

$$\textcircled{1} - \textcircled{3}: 6d^2 = -1 - (-889) = 888$$

$$d^2 = 148 \Rightarrow d = \pm 2\sqrt{37}$$

~~1, 2, 3, 4, 5, 6, 7~~ Тогда $d = +2\sqrt{37}$

$$\textcircled{2}: 2b_3 + 10\sqrt{37} = 12 \Rightarrow b_3 = 6 - 5\sqrt{37}$$

$$\textcircled{1}: (6 - 5\sqrt{37})^2 + 5(6 - 5\sqrt{37}) \cdot 2\sqrt{37} + 6 \cdot (2\sqrt{37})^2 = 36 - 60\sqrt{37} + 925 + 60\sqrt{37} - 1850 + 888 = -1 \quad (\text{Верно})$$

$$\textcircled{3}: (6 - 5\sqrt{37})^2 + 5(6 - 5\sqrt{37}) \cdot 2\sqrt{37} = 36 - 60\sqrt{37} + 925 + 60\sqrt{37} - 1850 = -889 \quad (\text{Верно})$$

Значит, $a = 4$ подходит.

Ответ: $a = 4$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left| x - \frac{15}{2} + \frac{4}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{4}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3$$

$$\text{Пусть } x - \frac{15}{2} = a, \frac{4}{6\sqrt{3}} = b \quad |a+b| + |a-b| \leq 3 \quad (\text{обе части } \geq 0)$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + a^2 - 2ab + b^2 \leq 9$$

$$2(a^2 + b^2) \leq 9$$

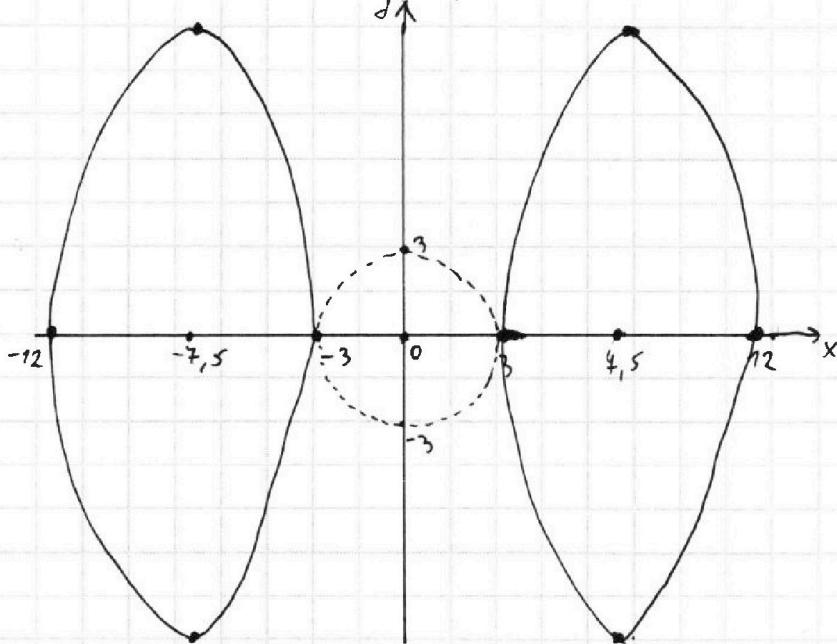
$$a^2 + b^2 \leq 4,5$$

$$\text{Значит, } \left(x - \frac{15}{2} \right)^2 + \left(\frac{4}{6\sqrt{3}} \right)^2 \leq 4,5$$

~~$\left(x - \frac{15}{2} \right)^2 + \left(\frac{4}{6\sqrt{3}} \right)^2$~~ $(x - \frac{15}{2})^2 + y^2 \leq 4,5$ — круг с центром $(\frac{15}{2}; 0)$ и $R = \sqrt{4,5}$

Арх-к $(x - \frac{15}{2})^2 + \left(\frac{4}{6\sqrt{3}} \right)^2 \leq 4,5$ можно получить умножив каждую координату

у ар-ка $(x - \frac{15}{2})^2 + y^2 \leq 4,5$ в $6\sqrt{3}$ раз.



Чт. Справа нач. положение, слева конеч. положение после поворота на 180° . Каждая отдельная точка из нач. фигуры пройдет по полукругу. Число

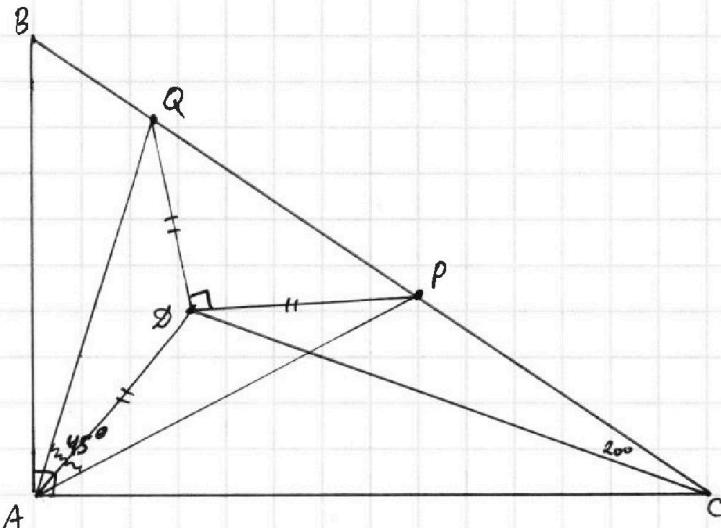
$T. (3; 0) \rightarrow (-3; 0)$. Каждая точка на границе каждого круга проходит

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\text{Решение } \angle BAP = d = \angle BPA \quad (\Delta BAP - \text{прям.}) \\ \text{Тогда } \angle ABP = 180^\circ - 2d. \quad \text{Тогда } \angle BCA = 90^\circ - (180^\circ - 2d) = 2d - 90^\circ \\ (\Delta BAC) \\ (\Delta BAC)$$

$$\text{Тогда } \angle AQC = \angle CAQ = \frac{180^\circ - (2d - 90^\circ)}{2} = 135^\circ - d \\ (\Delta AQC - \text{прям.})$$

$$\text{Тогда } \angle BAQ = \angle AQC - \angle CAB = 135^\circ - d - (180^\circ - 2d) = d - 45^\circ \\ (\text{внешн. угл. } \Delta BAQ)$$

$$\text{Тогда } \angle QAP = \angle BAP - \angle BAQ = d - (d - 45^\circ) = 45^\circ$$

III.к. $QD = DP$ и $\angle QDP = 2\angle QAP = 90^\circ$, то D -центр описан. окр-ти ΔQAP
(если QP) \quad (\text{вписан. и центр. угл.})

III.к. D -центр описан. окр-ти ΔQAP , то $QD = DP = DA$

$$\text{III.к. } \angle BAP = d, \text{ то } \angle CAP = 90^\circ - d. \quad \text{Тогда } \angle QPA = \angle PCA + \angle CAP = 2d - 90^\circ + (90^\circ - d) = d \\ (\angle A = 90^\circ) \quad (\text{внешн. угл. } \Delta PAC)$$

III.к. D -центр описан., то $\angle QDA = 2\angle QPA = 2d$.

Заметим, что $\angle ABP + \angle QDA = 180^\circ - 2d + 2d = 180^\circ$, значит четырехугольник $ABQD$ вписан.

III.к. $AD = DQ$, то $\angle ABD = \angle QBD$. Так как $\angle ABD = \angle AQD = \angle DAQ = \angle DBQ$,
(равные корды стягивают равные дуги)

Сделаем новый чертеж с получ. данными \rightarrow

L

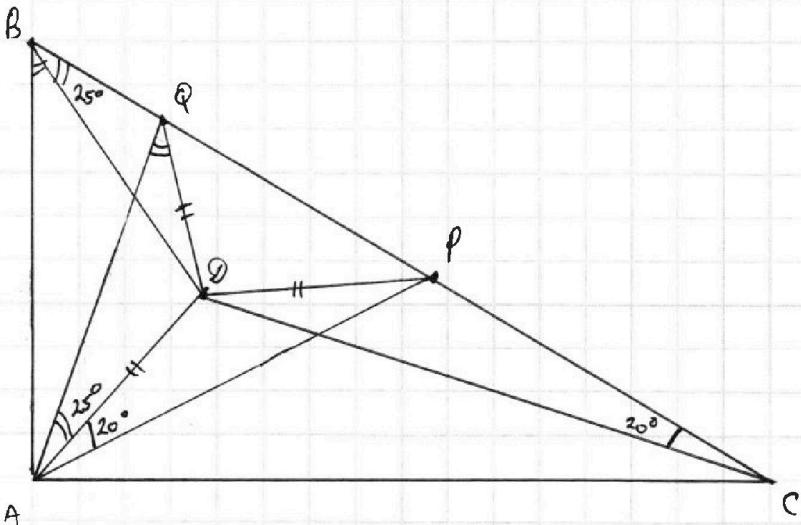


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\text{Наконе } \angle ADP = 2\angle AQP = 2 \cdot 25^\circ = 50^\circ$$

Заметим, что $\angle ADP + \angle ACP = 240^\circ - 2d + 2d - 90^\circ = 150^\circ \Rightarrow ADPC \text{ вписан}$

$$\text{Тогда } \angle DAP = \angle DCB = 20^\circ$$

$$\text{III. к. } \angle QAP = 45^\circ, \text{ то } \angle QAD = 45^\circ - 20^\circ = 25^\circ$$

$$\angle QAD = \angle DBQ = \angle DCB = 25^\circ$$

Ответ: 25° .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3$$

$$C_4^2 = \frac{36}{2} \quad \frac{6}{21} = \frac{2}{7} \quad C_4^3 = 4 \quad \frac{4}{7}$$

$$C_4^5 = \frac{36}{2} \quad C_4^6 = \frac{4}{7}$$

$$1) a+b \geq 0, a-b \geq 0 \quad 2) a+b \geq 0, a-b \leq 0 \quad 3) a+b \leq 0, a-b \geq 0 \quad 4) a+b \leq 0, a-b \leq 0$$

$$2a \leq 3 \\ a \leq 1,5$$

$$B \leq 1,5$$

$$-a-b+a-b \leq 3 \\ -2B \leq 3 \\ B \geq -1,5$$

$$-a-b-a+b \leq 3 \\ -2a \leq 3 \\ a \geq -1,5$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + a^2 - 2ab + b^2 \leq 9$$

$$a^2 + b^2 \leq 4,5$$

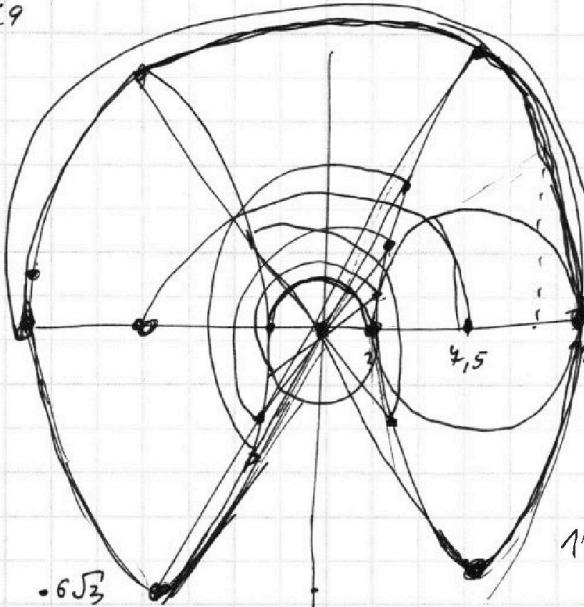
$$(x - \frac{15}{2})^2 + \left(\frac{y}{6\sqrt{3}}\right)^2 \leq 4,5$$

$$(x - \frac{15}{2})^2 + y^2 \leq 4,5$$

$$(x - \frac{15}{2})^2 + \left(\frac{y}{6\sqrt{3}}\right)^2 \leq 4,5$$

$$\frac{y^2}{6\sqrt{3}} \leq 4,5 \quad y = 4,5 \\ y^2 = 6\sqrt{3}$$

$$60 \cdot 108 \left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + y^2 \leq 4,5 \cdot 108$$



$$\frac{(n-3)!}{(n-5)! \cdot 2!}$$

$$\frac{n!}{(n-6)! \cdot 6!}$$

$$\frac{(n-4)(n-3)}{2} \\ \frac{(n-5)(n-4)(n-3)}{(n-5)(n-4)(n-3)}$$

$$\frac{1}{3 \cdot 2} \\ \frac{h-5}{n!} \\ \frac{h!}{(n-6)! \cdot 6!}$$

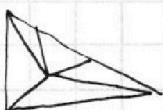
$$(x-a)^2 + y^2 = R^2$$

$$(x-a)^2 + \left(\frac{y}{6\sqrt{3}}\right)^2 = R^2$$

$$\frac{180}{78} - \frac{125}{78}$$

$$\frac{1}{C_{n-3}^2} \frac{(n-3)!}{2!(n-3-2)!} = \frac{(n-5)!(n-4)(n-3)}{2!(n-5)!} = \frac{(n-4)(n-3)}{2} = \frac{1}{2 \cdot 6!} : \frac{1}{5! \cdot 6}$$

$$C_n^5 = \frac{n!}{5!(n-5)!} =$$



$$(n-4)(n-3)(n-2)(n-1)n$$

$$\frac{(n-3)!}{3!(n-6)!} = \frac{(n-5)(n-4)(n-3)}{3!} \quad 5(a+8) \cdot 10 = 6a \cdot 6(a+8)$$

$$\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} \quad \frac{C_{n-3}^3}{C_n^6}$$

$$\frac{(n-3)!}{(n-5)! \cdot 2!} \frac{1}{2 \cdot 6!} \cdot 5! \cdot 6$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{l} \text{99...9} \\ \text{---} \\ \text{40тыс.} \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \cdot 10^3 = 2000 \\ 10^3 = 1000 \\ 10^3 - 1 = 999 \end{array} \quad \begin{array}{l} a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\ 100000 \\ 10 \cdot 12 = \\ = 10^{10000} (10+2) = 10^{90001} + 2 \cdot 10^{80000} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} n^3 \\ n \cdot 10^2 \\ 345 \end{array} \quad \begin{array}{l} 10^{40000} \\ 10 - 1 = 99...9 \\ \text{---} \\ \text{40тыс.} \end{array} \quad \begin{array}{l} 9 \cdot 10^{40001} \\ 10 \cdot 4 - 896 \end{array}$$

$$\left(\frac{10000}{10 - 1} \right)^3 = 10^{720000} - 3 \cdot 10^{80000} + 3 \cdot 10^{40000} - 1$$

$$\begin{array}{l} 9...9 \\ \text{---} \\ 120тыс \end{array} \quad \begin{array}{l} 30...0 \\ \text{---} \\ 80тыс \end{array} \quad \begin{array}{l} 30...0 \\ \text{---} \\ 40тыс. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x^2 - 2x + 1 \\ 1 \cdot 1 = 1 \\ 1 + 1 = -(-2) \end{array}$$

$$9 \cdot 10^{119999} + \dots + 9 \cdot 10^{80000} + \dots + 9 \cdot 10^{40000} + \dots + 9 - 3 \cdot 10^{80000} + 3 \cdot 10^{40000}$$

$$10^{80000} \cdot 6 + \dots + \frac{1024}{128} = 896$$

99999

1 коробок

$$\frac{3}{n} \cdot \frac{2}{n} \cdot \frac{1}{n}$$

$$9 \cdot 10^4 + \dots + 9 \cdot 10^0$$

4-0+1

$$\frac{3}{n}$$

$$C_n^5 \cdot \frac{3}{5}$$

$$y(x-z) = 3(z-x) + (z-x)(z+x)$$

$$(z-x)(y+3+z+x) = 0$$

$$x+y+z = -3$$

$$\begin{array}{l} x^2 + 6x + y^2 + 6y + z^2 + 6z + 27 \\ 4x - 3x + 6x + 2x - 3y + xy - 3z + 6z + 27 = xy + yz + zx + 3x + 3y + 3z + 27 \end{array}$$

$$\frac{444}{3}$$

$$xy + yz + zx - ? \quad x^2 + y^2 + z^2 - 27 = xy + yz + zx$$

$$\begin{matrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \\ 8 & 3 \\ 16 & 1 \\ 32 & 4 \\ 64 & 6 \\ 128 & 2 \end{matrix}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx = 9 \quad 9 - 2xy - 2yz - 2zx - 27 =$$

$$\angle AQC = 135^\circ - \alpha \quad 135^\circ - \alpha - 180^\circ + 2\alpha = \alpha - 45^\circ$$

$$\begin{array}{l} -4^5 + 2 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4 - 1 \\ -2^0 + 2^7 + 2^3 - 1 \end{array}$$

$$-1024 + 128 + 8 - 1$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases}$$

$$2xy + 2yz + 2zx = 6z + 2z^2 + 6x + 2x^2 + 6y + 2y^2 \quad |+2z$$

$$\dots = (z+3)^2 + \dots + z^2 + x^2 + y^2$$

$$(z+3)^2 + \dots +$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz - 2zx$$

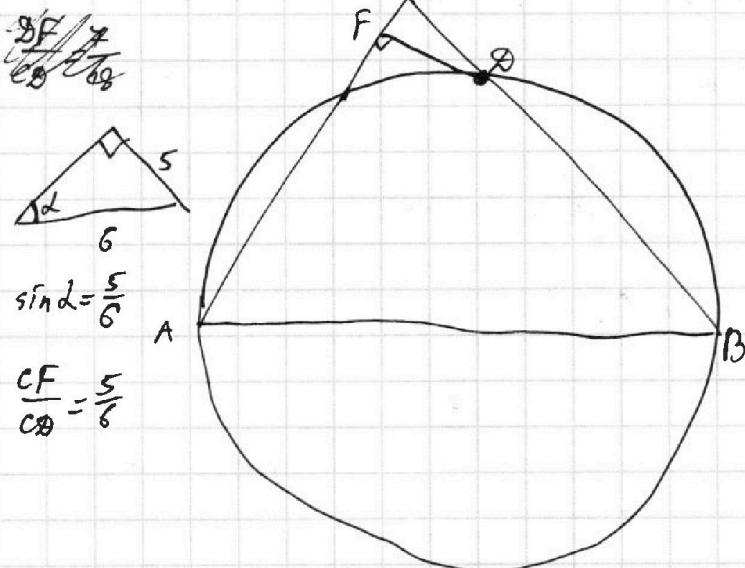
$$9+9-2 \cdot 3 \cdot 3 \cos d = 11$$

$$(x+3)^2 + \dots + (z+3)^2 = 2(xy + \dots + zx) - (x^2 + y^2 + z^2) + 2z$$

$$xy + 3z + 9 = (z+3)^2$$

$$DF^2 = AF \cdot CF$$

$$xy + yz + zx + 3x + 3y + 3z + 2z$$



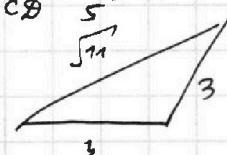
$$h \cdot 6 = BT \cdot 10$$

$$\frac{h}{BT} = \frac{5}{3} \quad \frac{BT \cdot 10}{CD} = 6$$

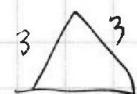
$$\frac{BT}{\sin 2} = 6$$

$$\sin 2 = \frac{BF}{BA} \quad \frac{BT \cdot BA}{BF} = 6$$

$$\sin 2 = \frac{CD}{10}$$

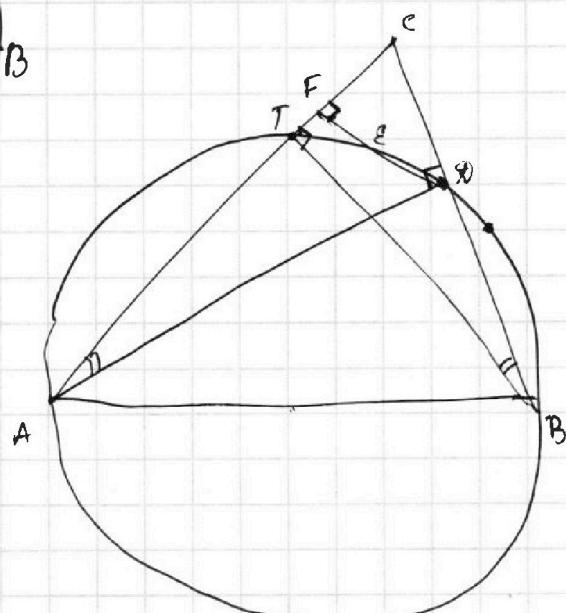
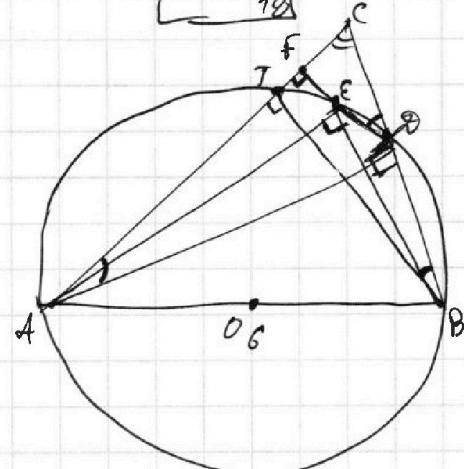


$$CF \cdot CD = 30^2$$



$$AE = \sqrt{11} \quad \frac{5}{\sin d} = 10$$

$$18 - 18 \cos d = 11 \quad \cos d = \frac{5}{18}$$



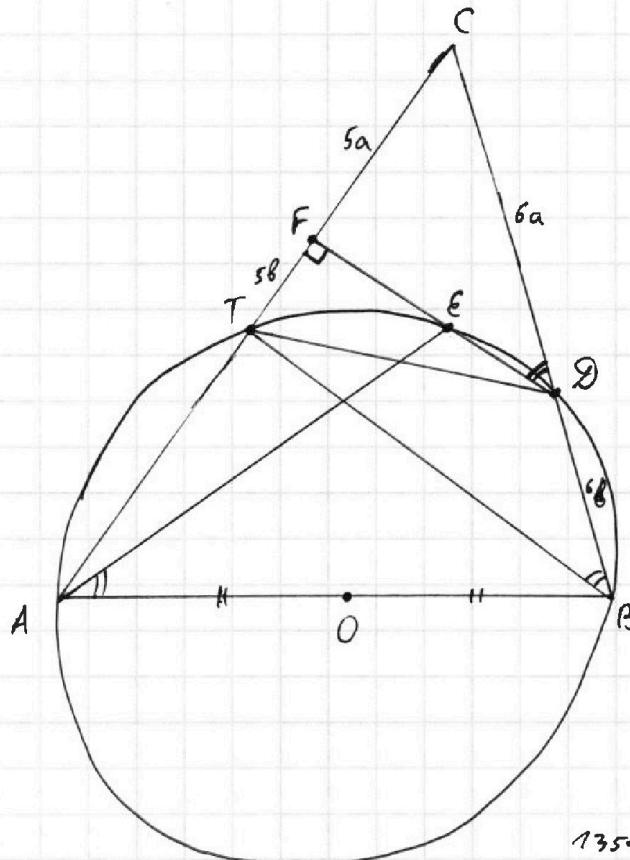


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sin \angle BAE = \frac{5}{6}$$

$$BT = BE = 5$$

$$\frac{CT}{BC} = \frac{CF}{BC} = \frac{5}{6}$$

$$5(a+8) \cdot 10 = 6a \cdot 6(a+8)$$

$$50 = 36a$$

$$a = \frac{25}{18}$$

$$\begin{array}{rcl} 180 - 125 & & 135 - 2 \\ 80 - 25 & = & 55 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} 135 - 2 & & 135 - 2 \\ 26 - 90 & = & 55 \end{array}$$

C_n^3

$$\begin{array}{l} 2d - 90 \\ 180 - 2d + 90 \end{array}$$

π квр.

$$C_n^5 \quad 140$$

$$480 - 2d + 2d = 90$$

$$2d - 90$$

2d

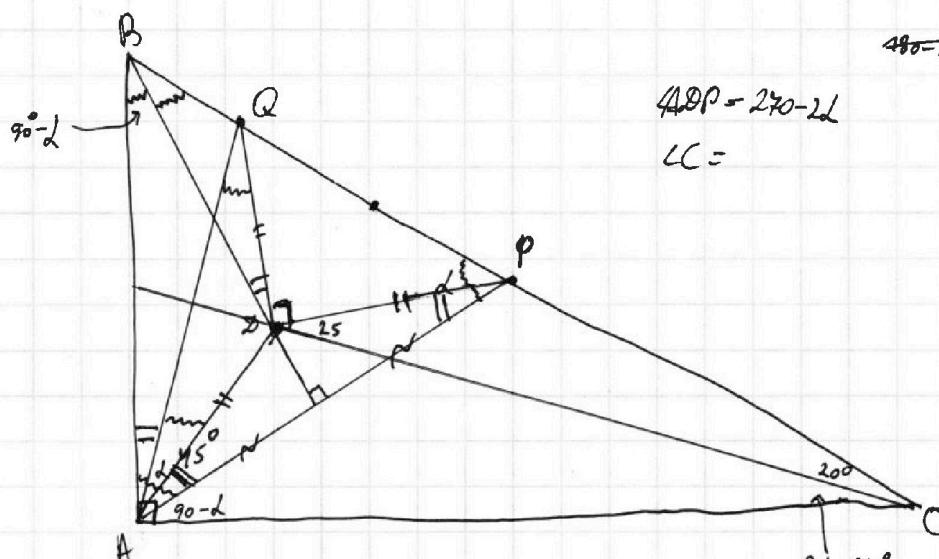
$$135 - d - 90 + d$$

д-центр AQP

$$BQD = 135$$

$$B = 180 - 2d$$

$$ADQ = 2d$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$$

$$b_5, b_6$$

$$b_3 + 2d, b_3 + 3d$$

$$x_1 \cdot x_2 = a - 5$$

$$x_1 + x_2 = a^2 - a$$

$$b_3^2 + 5b_3d + 6d^2 = a - 5$$

$$2b_3 + 5d = a^2 - a$$

~~$$2b_3 + 5d = a^2 - a$$~~

$$\begin{array}{r} 748 \\ 44 \\ \hline 37 \end{array}$$

an

$$a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$a^3 - a^2 = 4a^2 - 4a; a^3 - 5a^2 + 4a = 0$$

$$a(a^2 - 5a + 4) = 0$$

$$a(a-1)(a-4) = 0$$

1)

$$\overline{-2^{12} + 2^9 + 2^5 - 2^2} = -2^{10} + 2^7 + 2^3 - 1$$

$$-1024 + \overline{728 + 8 - 1} = -1024 + 728 + 8 - 1$$

$$\overline{\cancel{-1025}} \quad \overline{\cancel{136}} \quad \overline{-1025} \quad \overline{136}$$

$$\overline{-1850} \quad \overline{961}$$

$$1) a=0$$

$$2) a=1$$

$$3) a=4$$

$$\begin{array}{r} 1029 \\ -135 \\ \hline 891 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1025 \\ -136 \\ \hline 89 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1000 \\ -111 \\ \hline 111 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1000 - 100 - 10 - 1 \\ 900 \quad 890 \quad 889 \end{array}$$

$$60\sqrt{37} - 1850$$

$$925 + 36 = 961$$

$$961 + 888 = 1849$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$

$$b_3, b_8$$

$$b_3, b_3 + 5d$$

$$x_3 \cdot x_4 = \frac{-a^6 + 2a^4 + 2a^2 - 4}{4}$$

$$x_3 + x_4 = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$\begin{array}{r} 148 \\ 6 \\ \hline 888 \end{array}$$

~~$$a(a-1) = a^2(a-1)$$~~
~~$$(a-1)(a-a^2) = 0$$~~
~~$$a(a-1)(1-a) = 0$$~~
~~$$a(a-1)^2 = 0$$~~
~~$$1) a=0$$~~
~~$$2) a=1$$~~

$$b_3 + 5d = 6$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ +5 \\ \hline \end{array}$$