



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$.
4. [4 балла] В теленгре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$ являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 6$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DBC = 35^\circ$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.



- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

~~$(x+y) = 4z + z^2$~~

~~$xy^2 = 4x + x^2$~~

~~$2x = 4y + y^2$~~

~~$48 + (x+y+z)^2 = 48 + x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz =$~~

~~$= 48 + x^2 + y^2 + z^2 + x(4y+z) + 2(4x+x^2) + 2(4y+y^2) =$~~

① $(x+y) = 4z + z^2$ III. k система сокращения уравн., то
 ② $xy^2 = 4x + x^2$ тогд окр. тойж. x, y, z
 ③ $2x = 4y + y^2$

$48 + (x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz =$
 $= 48 + x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 8y + 8z + 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 = (x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$
 $+ 2(x^2 + y^2 + z^2)$

$x^2 + y^2 + z^2 = (x+y+z)^2 - 2xy - 2xz - 2yz =$
 $= (x+y+z)^2 - 8x - 8y - 8z - 2x^2 - 2y^2 - 2z^2$
 $3(x^2 + y^2 + z^2) = (x+y+z)^2 - 8(x+y+z)$
 $x^2 + y^2 + z^2 = \underline{(x+y+z)^2} - \underline{8(x+y+z)}$

$A = (x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = 48 + (x+y+z)^2 - 2 \cdot \frac{(x+y+z)^2}{3} - 8(x+y+z)$

② - ③

$y^2 - xy = x^2 + 4x - z^2 - 4z$

$y(z-x) = x(x+4) - z(z+4) = (x-z)(x+z) + 4(x-z)$

1) $z \neq x$ | : $(x-z)$

$-y = x+4 - z$

$x+y+z = -4$

To log & $A = 48 + 16 - 2 \cdot \frac{16 + 32}{3} = 32$

2) $z = x$

~~$x^2 + y^2 + z^2$~~

~~$y^2 - xy = 0$~~

~~$y(y-x) = 0$~~

~~$y = 0$~~

~~$x^2 + y^2 + z^2 = 0$~~

~~$x^2 = 0$~~

~~$x = 0$~~

Очевид: 32



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \underbrace{888 \dots 88}_{25000, 25001} = 10^{25001} - 1$$

$$n^3 = \cancel{88}^{25000, 25001} = (10 - 1)^3 = 10^{75003} - 10^{50002} + 10^{25001}$$

Вычитаем 1 из каждого

$$\begin{array}{r} \text{Несколько} \\ \text{изъятий} \\ \hline 450035002 & 5000350002 & 1500215000 & \dots 21 \\ - 10000000 & - 0100000 & - 010000 & - 00 \\ \hline 0000010 & 0000000 & 000000 & 01 \\ \hline 9 \dots 880 \dots 008 \dots 88 & & & \end{array}$$
$$75002 - 50002 + 1 = 25001$$
$$25000 - 81 = 25000$$

$$25001 + 25000 = 50001$$

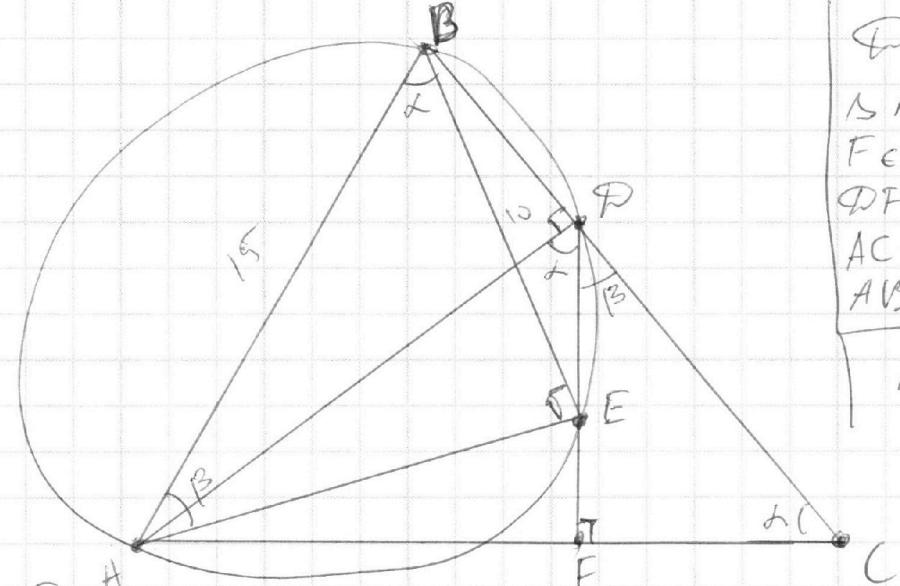
Ответ: 50001

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



Решение: окр ω
 ΔABC ; $BC \cap \omega = D$
 $F \in AC$; $PF \perp AC$
 $PF \cap \omega = E$
 $AC = 20$; $BE = 10$
 $AB = 15$
 $HF - ?$

1) Рассмотрим $\angle BAE = \gamma$, $\angle ABE = \alpha$, имеем 8-кутник AB -четверек, т.к. $\angle FEB = 90^\circ \Rightarrow \alpha + \gamma = 90^\circ$

2) $\angle ABE = \angle APE = \alpha$ (т.к. опираются на прямую AE)
 3) $\angle ADB = 90^\circ$ т.к. AB -четверек, $\angle FPC = \beta$, т.к.
 $\angle ADF = \alpha$ и $\angle ADB = 90^\circ$

~~также~~ ~~также~~ ~~также~~

4) III.к $\angle FPC = \alpha$ и $\angle PFC = 90^\circ$, т.к. $\angle C = \alpha$

5) $\Delta AEB \sim \Delta AOC$ т.к. $\angle C = \angle ABE$ и $\angle PFC = \angle AEB$

6) III.к $\Delta AEB \sim \Delta AOC$, т.к. $\frac{BE}{DC} = \frac{AB}{AC}$
 $DC = \frac{AC \cdot BE}{AB}$

$$DC = \frac{20 \cdot 10}{15} = \frac{8}{3}$$

$$7) \cos \alpha = \frac{BE}{AB} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

$$8) FC = DC \cdot \cos \alpha = \frac{8}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{16}{9}$$

$$9) HF = AC - FC = 20 - \frac{16}{9} = \frac{180 - 16}{9} = \frac{164}{9}$$

$$\text{Ответ: } \frac{164}{9}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Пусть, тебе ведущий даст n -кофейек, где

$$P_1 = \frac{C_{n-3}}{C_n}, \text{ где } C_{n-3} - \text{это количество способов}$$

т.е. для фас. 3 коробки с кофейками, а остальные разбираются как угодно. C_n^5 - кол-во способов ведущий с 5 коробками

$$\text{аналогично } P_2 = \frac{C_{n-3}}{C_n}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{C_{n-3} \cdot C_n^5}{C_n \cdot C_{n-3}^2} = \frac{\frac{(n-3)! \cdot n!}{5! \cdot 5! \cdot (n-5)! \cdot (n-8)!}}{\frac{n! \cdot (n-3)!}{(n-8)! \cdot 8! \cdot (n-5)! \cdot 3!}} = \frac{8! \cdot 3!}{5! \cdot 5!} =$$

$$= \frac{6 \cdot 4 \cdot 8^2 + 2 \cdot 5}{12 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{84}{5} = 16,8$$

Ответ: 6 16,8 кг

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(x) = x^2 - (\alpha^2 - \alpha)x + \frac{\alpha^3 - \alpha^2}{3} = 0$$

Если $f(x)$ имеет корни, то есть 2 корни x_1 и x_2

$$x_1 = x_0 + 3P, P \neq 0$$

$$x_2 = x_0 + 4P; x_B = \frac{\alpha^2 - \alpha}{2} = \frac{x_1 + x_2}{2} = x_0 + 3,5P$$

~~x_B~~

$$g(x) = 2x^2 - (\alpha^3 - \alpha^2)x - 2\alpha^6 - 8\alpha - 4 = 0. \text{ Найдем корни}$$

и x_3 и x_4 , то есть

$$x_3 = x_0 + P$$

$$x_4 = x_0 + 6P; x_{B_2} = \frac{\alpha^3 - \alpha^2}{4} = \frac{x_3 + x_4}{2} = x_0 + 3,5P$$

$$\frac{\alpha^3 - \alpha^2}{4} = \frac{\alpha^2 - \alpha}{2} \Rightarrow \cancel{\text{или}} \quad 2\alpha(\alpha - 1) - 4\alpha(\alpha - 1) = 0$$

$$\alpha(\alpha - 1)(2\alpha - 4) = 0$$

$$\alpha_1 = 0$$

$$\alpha_2 = 1$$

$$\alpha_3 = 2$$

Остается проверить, что при таких α $f(x)$ и $g(x)$ имеют корни

$$1) \alpha = 0, \text{ тогда}$$

$$f(x) = x^2 \Rightarrow x_1 = x_2,$$

но $x < \alpha$ не выполняется.

проверка неиздолжна,

то $\alpha = 0$ - не подходит

$$2) \alpha = 1$$

$$f(x) = x^2 + \frac{1}{3} \text{ есть}, \text{ корни есть}$$

$$g(x) = 2x^2 - 2 - 8 - 4 \not\equiv 0, \text{ корни есть}$$

$$\alpha = 1 - \text{подходит}$$

$$3) \alpha = 2$$

$$f(x) = x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$D_1 \geq 0 \Rightarrow \text{корни есть}$$

$$; g(x) = 2x^2 - 4x - 12 - 8 - 4 = 0$$

$$D_2 > 0 \Rightarrow \text{корни есть}$$

Значит $\alpha = 2$ - подходит

Ответ: $\alpha \in \{1; 2\}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\left|y-15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y-15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leq 6$$

Лемма 1 $|a+b| + |a-b| = 2 \max(|a|; |b|)$

$\Rightarrow a > 0$

Доказательство дальше.

$a > 0$

$$|a+b| + |a-b| = 2a$$

$a < 0$

$$|a+b| + |a-b| = -a-b + a-b = -2b = 2|b|$$

Аналогично для $b > 0$

Тогда решением неравенства является

$$2 \cdot \max\left(\left|y-15\right|; \left|\frac{x}{6\sqrt{3}}\right|\right) \leq 6$$

$$1) \left|y-15\right| \leq 3 \quad 2) \left|\frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$$

$$y \in [12; 18]$$

$$x \in [-18\sqrt{3}; 18\sqrt{3}]$$

Получается, что Φ -это квадратное неравенство

(Вершины: $(18; -18\sqrt{3}); (18; 18\sqrt{3})$,

$(12; -18\sqrt{3}); (12; 18\sqrt{3})$)

$(18; 18\sqrt{3})$

y

$(12; -18\sqrt{3})$

y

x

$(0; 12)$

y

$(18; 18\sqrt{3})$

$(12; 18\sqrt{3})$

y

x

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА

2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Лемма 1. $\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}$

$$1) \alpha > \beta \Leftrightarrow$$

$$\alpha - \beta > 0$$

$$|\alpha + \beta| + |\alpha - \beta| = \\ = 2\alpha = 2 \max(|\alpha|, |\beta|)$$

$$2) \alpha > \beta > \gamma$$

$$\Rightarrow |\alpha| > |\beta|$$

$$|\alpha + \beta| + |\alpha - \beta| = 2\alpha = \\ = 2 \max(|\alpha|, |\beta|)$$

$$2.2) |\alpha| < |\beta|$$

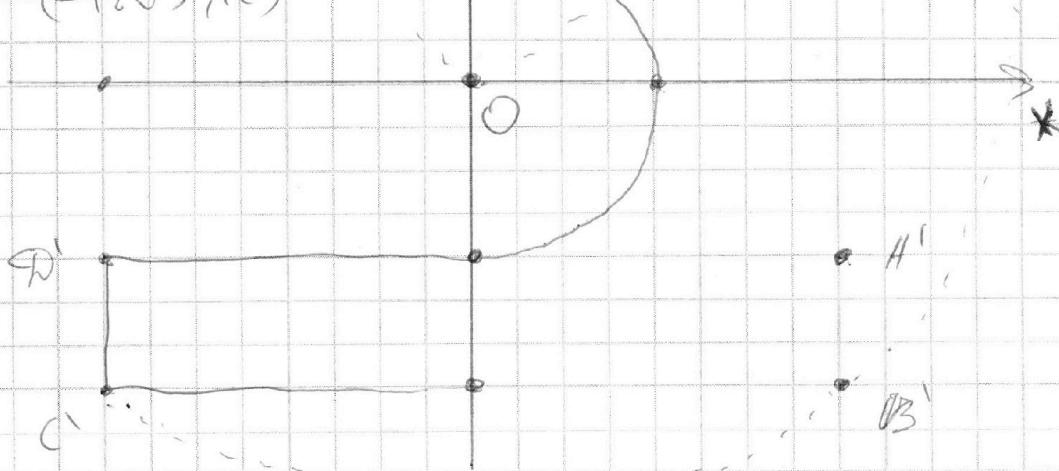
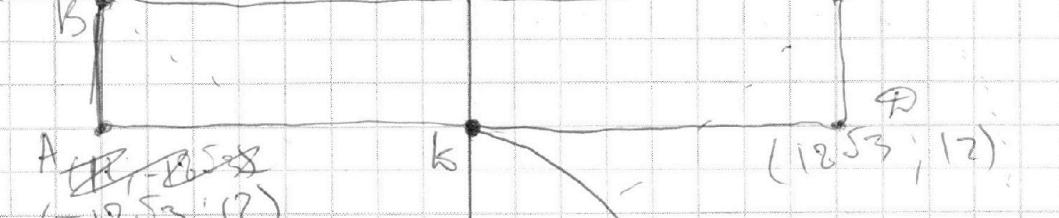
$$|\alpha + \beta| + |\alpha - \beta| = -\alpha - \beta + \alpha - \beta = \\ = 2|\beta| = 2 \max(|\alpha|, |\beta|)$$

$$3) 0 > \alpha > \beta$$

$$|\alpha + \beta| + |\alpha - \beta| = -\alpha - \beta - \beta + \alpha = 2 \max(|\alpha|, |\beta|)$$

если $\beta > \alpha$, то тоже выполняется $|\alpha + \beta| + |\alpha - \beta| =$
 $= |\beta + \alpha| + |\beta - \alpha|$

$$(-1853; 8) \quad M \quad (1853; 12)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Получается, что замощенная фигура будет состоять как на рисунке

Это площадь будет равна

$$S = \frac{\pi R_1^2}{2} - \frac{\pi R_2^2}{2} + S_{ABC\odot} + \frac{\pi R_1^2 - S_{BC\odot}}{4}, \text{ где}$$

$$R_1 = OB; R_2 = OK$$

$$S_{ABC\odot} = 6 \cdot 36\sqrt{3} = 216\sqrt{3}$$

$$S_{BC\odot} = 36 \cdot 36\sqrt{3}$$

$$S = \frac{\pi \cdot (R_1^2 - R_2^2)}{2} + 216\sqrt{3} + \frac{\pi R_1^2 - 36\sqrt{3}}{4}$$

$$R_1 = \sqrt{10^2 + 18^2} = R_1 = \sqrt{(18^2 + 18\sqrt{3})^2} =$$

$$= 4 \cdot 18 = 72$$

~~To find R1 formula $R_1 = \sqrt{10^2 + 18^2}$~~

$$R_2^2 = 12$$

$$S = \frac{\pi \cdot 60 \cdot 89}{2} + 216\sqrt{3} + \frac{\pi \cdot 72^2 - 36\sqrt{3}}{4} =$$

$$= 30\pi \cdot 89 + 216\sqrt{3} + \frac{36^2\pi(4 - \sqrt{3})}{4} =$$

$$= 2520\pi + 216\sqrt{3} + 324\pi(4 - \sqrt{3})$$

$$\text{Ответ: } 2520\pi + 216\sqrt{3} + 324\pi(4 - \sqrt{3})$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (\alpha^2 - \alpha)x + \frac{2 - \alpha^3}{3} = 0$$

$$x_1 = x_0 + \beta P$$

$$x_2 = x_0 + \beta P$$

$$\Delta = (\alpha^2 - \alpha)^2 - 4 \cdot \frac{(2 - \alpha^3)}{3} = \alpha^4 - 2\alpha^3 + \alpha^2 - \frac{8}{3} + \frac{4\alpha^3}{3} = \alpha^4 - \frac{2\alpha^3}{3} + \alpha^2 - \frac{8}{3}$$

$$2x^2 - (\alpha^3 - \alpha^2)x$$

$$x_3 = x_0 + P$$

$$x_4 = x_0 + GP$$

$$y_B = -\frac{P}{2\alpha} = \frac{x_3 + x_4}{2} = x_0 + 3,5P = \frac{\alpha^3 - \alpha^2}{4}$$

$$\frac{\alpha^2 - \alpha}{2} = \frac{\alpha^3 - \alpha^2}{4}$$

$$\frac{\alpha(\alpha - 1)}{2} = \frac{\alpha^2(\alpha - 1)}{4}$$

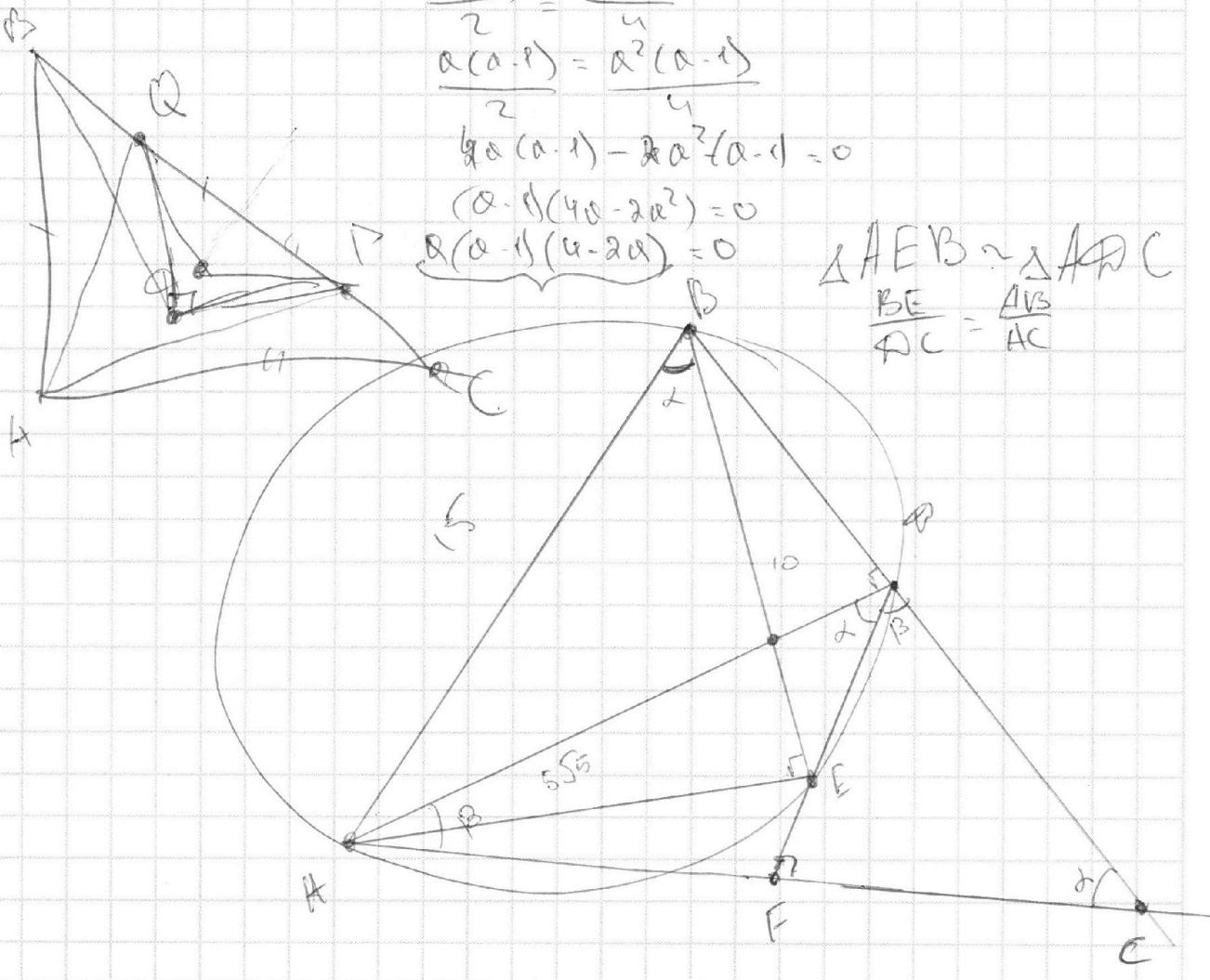
$$4\alpha(\alpha - 1) - 2\alpha^2(\alpha - 1) = 0$$

$$(\alpha - 1)(4\alpha - 2\alpha^2) = 0$$

$$\alpha(\alpha - 1)(4 - 2\alpha) = 0$$

$$\triangle AEB \sim \triangle ADC$$

$$\frac{BE}{AC} = \frac{AB}{AC}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2 \\ yz = 4x + x^2 \\ xz = 4y + y^2 \end{cases}$$
 | $\left\{ \begin{array}{l} x^2 + 16x + 16 \\ y^2 + 16y + 16 \\ z^2 + 16z + 16 \end{array} \right. \right\} \rightarrow$ $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 16x + 16y + 16z + 48 - 3 = \alpha$
 $2z^2 + 2x^2 + 2y^2 + 8z + 8x + 8y = 2xy + 2yz + 2xz$
 $x^2 + y^2 + z^2 + 8z + 8y + 8x = -(x^2 + y^2 + z^2 + 16x + 16y + 16z + 48)$
 $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = -(x+y+z)^2 + 48$
 $x+y+z \leq 4\sqrt{3}$
 $x+y+z \leq 4\sqrt{3}$
 $25000 = \frac{25000}{10} - 1$
 $25000 = 2500 - 1$
 $(10 - 1)^5 = 10^5 - 10^4 + 10^3 - 10^2 + 10^1 - 1 =$
 $10000000000 - 1000000000 + 10000000 - 100000 + 10000 - 1 =$
 $99999000000 - 9900000000 + 9900000 - 99000 + 9900 - 1 =$
 $990025000000 - 1 = 990025000000 - 1 = 990025000000 - 1$

 $\angle B \perp AC$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

n

$$\frac{\binom{n}{h-3}}{\binom{n}{h}} = \frac{\frac{h!}{(h-2)! \cdot 2!}}{\frac{(n-5)!}{(n-5)! \cdot 5!}} = \frac{(h-5)! \cdot 5!}{(h-2)! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(n-4)(n-3)(n-2)}$$

$$\frac{\binom{n}{h-3}}{\binom{n}{h}} = \frac{(h-8)!}{(h-5)! \cdot 5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{(h-5)(h-6)(h-7)}$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot (n-4)(n-3)(n-2)}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot (n-5)(n-6)(n-7)} = \frac{28 \cdot (n-2)(n-3)(n-4)}{5 \cdot (n-5)(n-6)(n-7)}$$

$$12 \cdot 7 = 70 + 14 = 84$$

$$\begin{array}{c} x \\ y \\ z \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} -x \\ -y \\ -z \end{array}$$

$$\left| \begin{array}{l} xy = 4z + z^2 \\ y^2 = 4x + x^2 \\ zx = 4y + y^2 \end{array} \right| \quad | \cdot 2 \quad | \quad + \quad \left| \begin{array}{l} (x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 = \\ x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx = 8 + 8 + 8 = 24 \end{array} \right.$$

$$2z^2 + 8z + 2x^2 + 8x + 2y^2 + 8y + 2 = 2(x+y+z) + 2(z+x+y) = 198$$

$$(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = -(x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz - 2zx - 48)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 8y + 8z = -x^2 - y^2 - z^2 + 2xy + 2yz + 2zx + 48$$

$$(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = 48 + (x+y+z)^2$$

$$48 + (x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx + 48 = 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 4x + 4y + 4z$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 8y + 8z = 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 8x + 8y + 8z = 2(x+y+z)^2 = 24$$

$$(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = (x+y+z)^2 + (x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 = 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 8x + 8y + 8z = 24$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 8y + 8z = 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 8x + 8y + 8z = 24$$

$$(x+y) \rightarrow (x-y) \quad (y-z) \quad (z-x) \quad z = x \quad y = z \quad x = y$$

$$z^2 + 4z - x^2 - 4x = y(y-x) = (y-x)(y+x) + 4(y-x)$$

$$(z-x)(z+x) + 4(x-z) = y(y-x) \quad 6yz + (x+y+z)^2 = y^2 + z^2 + x^2 + 2xy + 2yz + 2zx =$$

$$z^2 + x^2 + y^2 = (x+y+z)^2 + (x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 = 24$$

$$z^2 + x^2 + y^2 = (x+y+z)^2 + (x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 = 24$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = (x+y+z)^2 - 2xy - 2yz - 2zx = 24 - 24 = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = (x+y+z)^2 - 2xy - 2yz - 2zx = 24 - 24 = 0$$

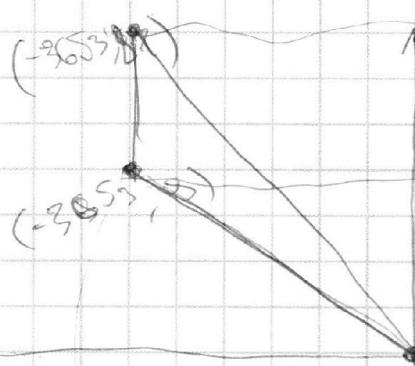


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



(3653, 0)

0 ≥ 6 ≥ 0

$$|a+b| + |a-b| =$$

(3653, 0) 0 ≥ 6 ≥ 0 - 6

0 ≥ 0 ≥ 6

0 ≥ 1

$$\begin{array}{r} 360 \\ 76 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$\left| t + \frac{x}{653} \right| + \left| t - \frac{x}{653} \right| \leq 6$$

$$x \mapsto \frac{653x}{7520}$$

$$y \mapsto y+15$$

$$|y+x| + |y-x| \leq 6$$

$$\begin{cases} x \\ y \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 84 \\ 30 \\ \hline 7520 \end{array}$$

$$\max(|y-15|, \left| \frac{x}{653} \right|) \leq 6$$

$$1) y \in [8; 22]$$

$$2) x \in [-3653; 3653]$$

$$\begin{array}{r} x \\ 653 \\ \hline 653 \end{array}$$

$$|x| \leq 3653$$

$$|a+b| + |a-b| = 2|a|$$

$$1) a \geq 0$$

$$|a+b| + |a-b| = 2|a|$$

$$2) b \geq a = 2|b|$$

$$|a+b| + |a-b| \leq$$

$$0 \geq 6$$

$$4) a > b$$

$$1. 2) a > b$$

$$|a+b| + |a-b|$$

$$1) |a| \geq |b|$$

$$|a+b| + |a-b| \Leftrightarrow |a| \geq |b|$$

$$|a+b| + |a-b|$$

$$|a+b| + |a-b|$$