



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x , y , z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leq 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1.

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 \\ yz = -6x + x^2 \\ zx = -6y + y^2 \end{cases}$$

$$\frac{y^2}{x^2} = \frac{y^2 - 6}{y - 6} = \frac{x - 6}{y - 6}$$

$$\frac{x^2}{z^2} = \frac{x^2 - 6}{x - 6} = \frac{z - 6}{x - 6}$$

$$\frac{z^2}{y^2} = \frac{z^2 - 6}{z - 6} = \frac{y - 6}{z - 6}$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = A$$

$$A = x^2 + y^2 + z^2 - 12(x+y+z) + 36 \cdot 3$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + zx - 6(x+y+z)$$

$$A = \frac{x^2 y^2}{z^2} + \frac{y^2 z^2}{x^2} + \frac{z^2 x^2}{y^2} = \frac{x^2 y^2 + y^2 z^2 + z^2 x^2}{x y z (z-6)(y-6)(x-6)}$$

$$(z-6)(y-6)(x-6) = x y z$$

$$(zy - 6(z+y) + 36)(x-6) = x y z$$

$$(x y z - 6z y - 6x(z+y) + 36(z+y) + 36x - 36 \cdot 6) = x y z$$

$$-6z y - 6x z - 6x y + 36(x+y+z) - 36 \cdot 6 = 0$$

$$-(zy + xz + xy) + 6(x+y+z) - 36 = 0$$

$$z^2 + x^2 + y^2 = 36$$

$$A = 36 - 12 \cdot 72 + 36 \cdot 3$$

$$x+y+z =$$

$$6 \cdot 12(z+x+y) - 36 - 36 = 0$$

$$z+x+y = 72$$

$$A = 36 - 36(1 - 12 \cdot 72 + 3) = 36 \cdot 22 = 416$$

Ответ: 416



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Задача~~ ^{№2}
Задача, которая переставлена №2.

После первого перемещения получили раз xy
2n цифр с n-1 девяток и 1 единицей, и 1 восьмеркой
и n-1 нулей.

n-я кол-во цифр исходного числа = 20001

~~После еще одного перемещения получим:~~

Второе перемещение представим в виде:

$$k \cdot \overbrace{9 \dots 9}^{n-1} \cdot 10^{n+1} + \overbrace{80 \dots 01}^{n-1}$$

k - такое исходное число.

$$k \cdot \overbrace{9 \dots 9}^{n-1} \cdot 10^{n+1} + k \cdot \overbrace{80 \dots 01}^{n-2}$$

$$\text{① число: } \overbrace{9 \dots 9}^{n-2} \overbrace{80 \dots 01}^{n-2} \cdot 10^{n+1} + \dots + \overbrace{9 \dots 9}^n$$

Тогда, всего девяток: $n-2 + n = 2n-2 =$

$$= 2 \cdot 20001 - 2 = 40002 - 2 = 40000$$

Ответ: 40 000.

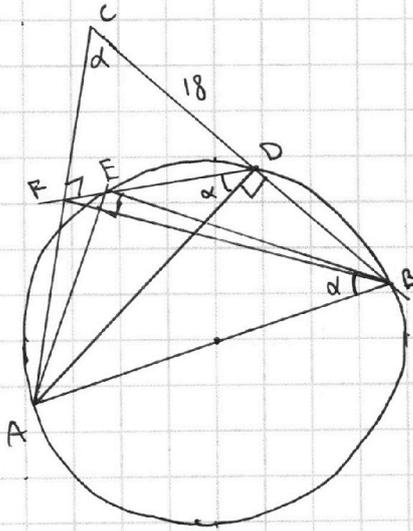


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



р/з.

- ① Проведем AD.
 $\angle ADB = 90^\circ$, т.к. опирается на диам. AB.
- ② Соединим BE и AE.
($\angle AEB = 90^\circ$, т.к. опир. на диам. AB)
- ③ $\angle EBA = \angle EDA = \alpha$ (т.к. опираются на одну дугу $\cup AE$).
- ④ $\triangle AEB$ - прямоугол. $\cos \alpha = \frac{EB}{AB} = \frac{9}{10}$
- ⑤ $\angle FDC = 90^\circ - \alpha \Rightarrow \sin \angle FDC = \cos \alpha = \frac{9}{10}$
- ⑥ $\angle FCD = 90^\circ - \angle FDC = 90^\circ - (90^\circ - \alpha) = \alpha$

$$\textcircled{7} \triangle ACD - \text{прямоугол.}: \cos \alpha = \frac{CD}{AC} \quad CD = AC \cos \alpha = 20 \cdot \frac{9}{10} = 18$$

$$\textcircled{8} \triangle FCD - \text{прямоугол.}: \cos \alpha = \frac{FC}{CD} \quad FC = CD \cos \alpha = 18 \cdot \frac{9}{10} = \frac{81}{5}$$

$$\textcircled{9} AF = AC - CF = 20 - \frac{81}{5} = \frac{19}{5}$$

$$\text{Ответ: } \frac{19}{5}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4.

Вероятность того, что человек вытащит шарик в 1 случае равна:

$$P_5 = \frac{3}{n} \cdot \frac{2}{n} \cdot \frac{1}{n} \cdot 1 \cdot 1 \cdot C_5^3 = \frac{6}{n^3} \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!}$$

Вероятность во втором случае:

$$P_9 = \frac{3}{n} \cdot \frac{2}{n} \cdot \frac{1}{n} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot C_9^3 = \frac{6}{n^3} \cdot \frac{9!}{3! \cdot 6!}$$

$$\frac{P_9}{P_5} = \frac{\frac{6}{n^3} \cdot \frac{9!}{3! \cdot 6!}}{\frac{6}{n^3} \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!}} = \frac{9! \cdot 3! \cdot 2!}{3! \cdot 6! \cdot 5!} = \frac{78 \cdot 9}{3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{42}{5}$$

Ответ: в $\frac{42}{5}$ раза



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ №5
По условию уравнение имеет два корня, значит, по теореме Виета:

$$a^2 - 4a = x_1 + x_2 = 5n + 6n + 2m = 11n + 2m \quad ①$$

n - шаг а прогрессии
 m - первый элемент прогрессии.

Аналогично для второго ур-я:

$$5x^2 - (a^2 - 4a^2)x - 2a^2 - 6a - 15 = 0$$

$$a^2 - 4a^2 = x_1 + x_2 = 4n + 7n + 2m = 11n + 2m \quad ②$$

Заметим, что $① = ②$:

$$a^2 - 4a = a^2 - 4a^2$$

$$a^2 - 4a = a(a - 4)$$

$$(a^2 - 4a)(a - 1) = 0$$

$$a(a - 4)(a - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 4 \\ a = 1 \end{cases}$$

1) Проверка:

① $a = 0$

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0 \quad x^2 = -4 - \text{не подходит}$$

② $a = 4$

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0 \quad x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \quad \text{-не подходит}$$

$$5x^2 - (a^2 - 4a^2)x - 2a^2 - 6a - 15 = 0 \quad 5x^2 = 167 \quad \text{не подходит}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{167}{5}}$$

③ $a = 1$

~~$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0 \quad x^2 + 3x - 1 = 0 \quad x = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$5x^2 - (a^2 - 4a^2)x - 2a^2 - 6a - 15 = 0 \quad 5x^2 + 3x - 23 = 0 \quad x = \frac{-3 \pm \sqrt{463}}{10}$$~~

$a = 0$ - не подходит.

Ответ: $D_1 > 0; D_2 > 0$

$(a^2 - 4a)^2 - 4(a^2 - 6a + 4) = a = 0$ - не корн. $a = 4$ - не подходит; $a = 1$ - не подходит.
 $a = 4$ - не подходит (если подставить в уравнение не даст прогрессии)

Ответ: ~~1~~ 1



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

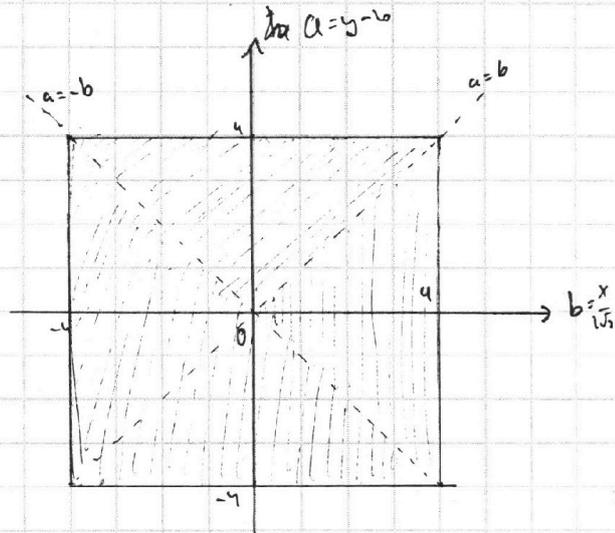
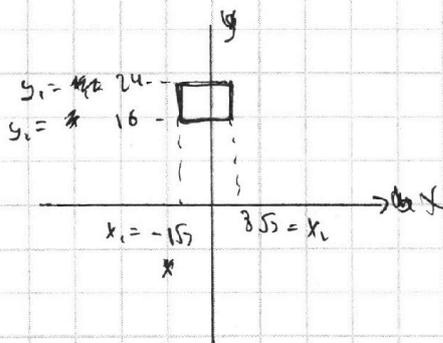
$\sqrt{6}$.

$$\left| y - 20 + \frac{x}{\sqrt{5}} \right| + \left| y - 20 - \frac{x}{\sqrt{5}} \right| \leq 8$$

Замена: $y - 20 = a$ $\frac{x}{\sqrt{5}} = b$

$$|a+b| + |a-b| \leq 8$$

- ① $a < -b$: $a \geq 4$
② $-4a \leq b$: $b \leq 4$
③ $a > b$: $a \leq 4$



$$S = (y_1 - y_2)(x_1 - x_2)$$

$$S = (24 - 16)(8\sqrt{5} - (-15\sqrt{5})) = 8 \cdot 16\sqrt{5} = 128\sqrt{5}$$

Ответ: $128\sqrt{5}$



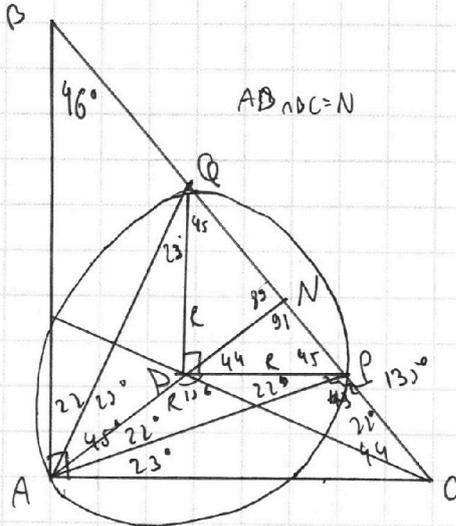
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 7



① $\triangle BQP$ - прям , $\text{кривизна} \Rightarrow \angle BQP = \angle BPQ = 45^\circ$

② $\triangle ABP$ - прям ($AB = BP$)

$\angle BPA = \angle BAP = \frac{180 - 46}{2} = 67^\circ$

$\angle DPA = \angle BPA - \angle QPD = 67 - 45 = 22^\circ$

$\angle PAC = 90^\circ - \angle BAP = 90 - 67 = 23^\circ$

$\triangle AQC$ - прям ($QC = AC$) $\angle AQC = \angle QAC = \frac{180 - 90 + 46}{2} = 68$

$\angle AQD = \angle AQC - \angle DQP = 68 - 45 = 23^\circ$

$\angle QAP = 180 - 67 - 68 = 180 - 135 = 45$

$\left. \begin{array}{l} \angle QAP = 45^\circ \\ \angle QDP = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \text{окр. около } \triangle AQP \text{ имеет центр в } D. \Rightarrow QD = DP = AD$

$\Rightarrow \triangle ADP$ - прям . $\Rightarrow \angle DAP = \angle DPA = 21^\circ$. $\angle QAD = 45^\circ - 21^\circ = 23^\circ$

$\angle BAQ = 90 - 45 - 23 = 22$

$\angle ACP = 90 - 46 = 44^\circ$. $\angle ANC = 180 - 45 - 44 = 91$

$\angle NDP = 180 - 91 - 45 = 44$

$\angle APC = 180 - 22 - 45 = 113$

$\angle ADP = 180 - \angle DAP - \angle DPA = 180 - 44 = 136$

$\angle ADP + \angle ACP = 136 + 44 = 180$

$\angle DAC + \angle DPC = 135 + 45 = 180 \Rightarrow ADPC$ - вписан в окр.

$\triangle ADP$ - окр по DP

$\angle DCP$ - окр по $DP \Rightarrow \angle DAP = \angle DCP = 22^\circ$

$ADPC$ - впис .

Ответ: 22°

$\left. \begin{array}{l} DQ = AD \\ DC = \text{окр} \\ QC = AC \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ADC = \triangle QDC \Rightarrow \angle QCD = \angle DCA = \frac{\angle ACQ}{2} = \frac{44}{2} = 22^\circ$

Ответ: 22°



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

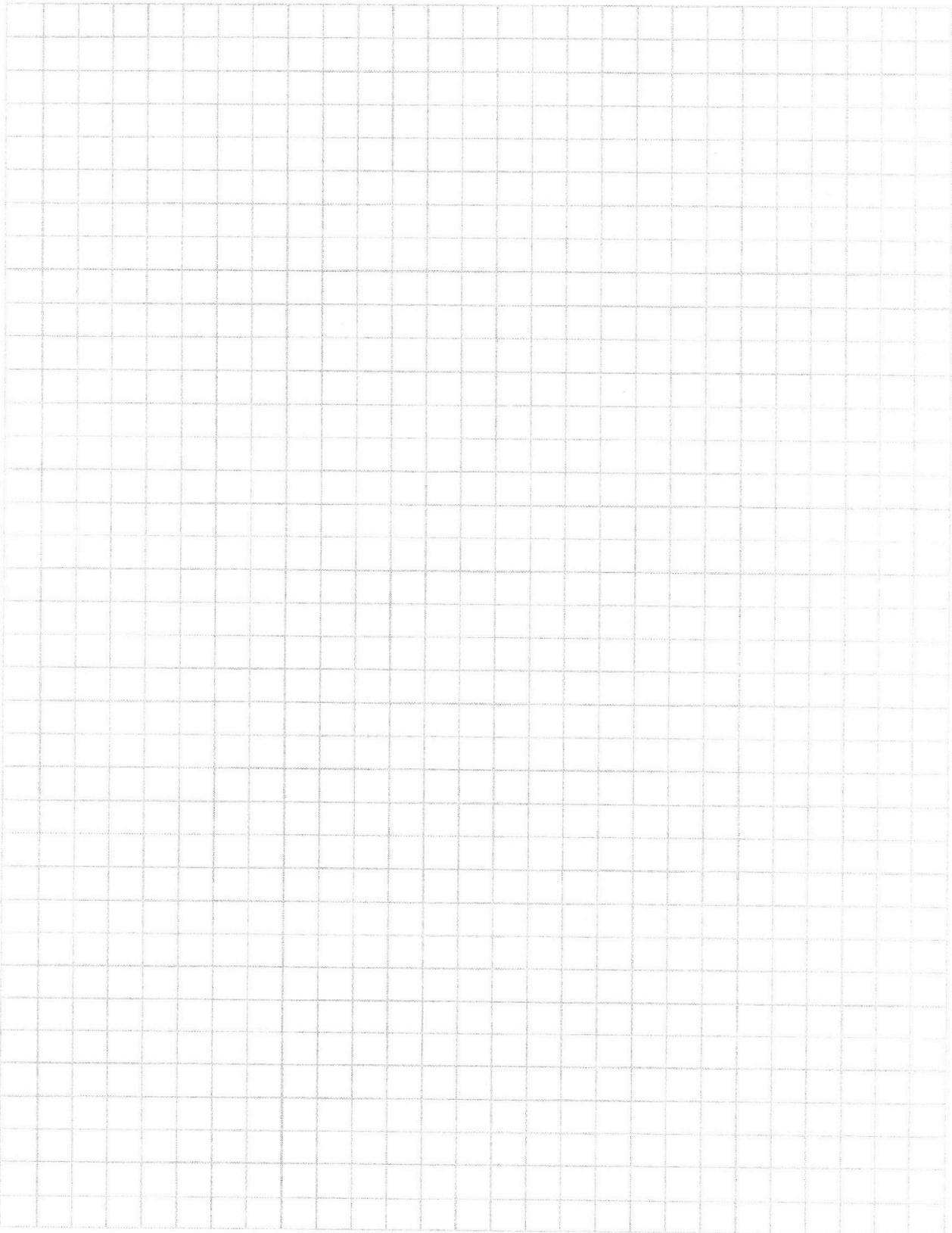
5

6

7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1.

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 \\ yz = -6x + x^2 \\ zx = -6y + y^2 \end{cases}$$

~~№1~~

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = A$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 12(x+y+z) + 36 \cdot 3$$

$$xy - 6z = xy + zy + zx - 6(x+y+z) = A$$

$$x(y-6) + y(z-6) + z(x-6) = A$$

$$z = \frac{x^2 - 6x}{y}$$

$$xy = -6 \frac{x^2 - 6x}{y} + \frac{x^4 - 12x^3 + 36x^2}{y^2}$$

$$y^3 = -6y(x-6) + x^3 - 12x^2 + 36x$$

$$x^3 - 6x^2 = -6y^2 + y^3$$

$$x^3 - 6x^2 = y^3 - 6y^2$$

$$x^2(x-6) = y^2(y-6)$$

$$\frac{y^2}{x^2} = \frac{x-6}{y-6}$$

$$\frac{z^2}{x^2} = \frac{x-6}{z-6}$$

$$\frac{y^2}{z^2} = \frac{z-6}{y-6}$$

$$A = \frac{(x-6)x^2}{y^2} x + \frac{x^2(x-6)}{z^2} y + z(x-6) = A$$

$$(x-6) \left(\frac{x^3}{y^2} + \frac{x^2 y}{z^2} + z \right) = A$$

$$\begin{array}{r} x \quad 9999999 \\ \quad 9999999 \\ \hline 89999991 \\ 79999991 \\ 69999991 \\ 59999991 \\ 49999991 \\ 39999991 \\ 29999991 \\ 19999991 \end{array}$$

999999

80000001

где 1 - по условию.

длина - m ; ширина.

длина - n - 1



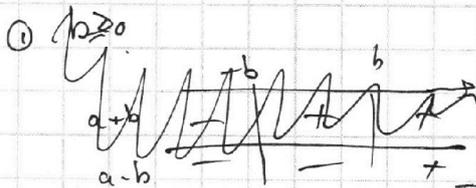
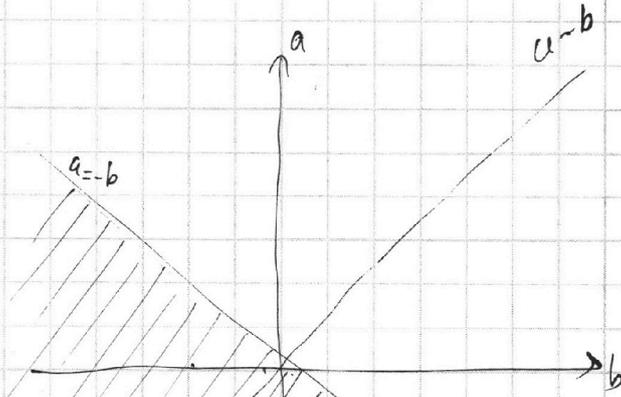
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Замена: $y - 10 = a$
 $\frac{x}{15} = b$
 $|a+b| + |a-b| \leq 8$

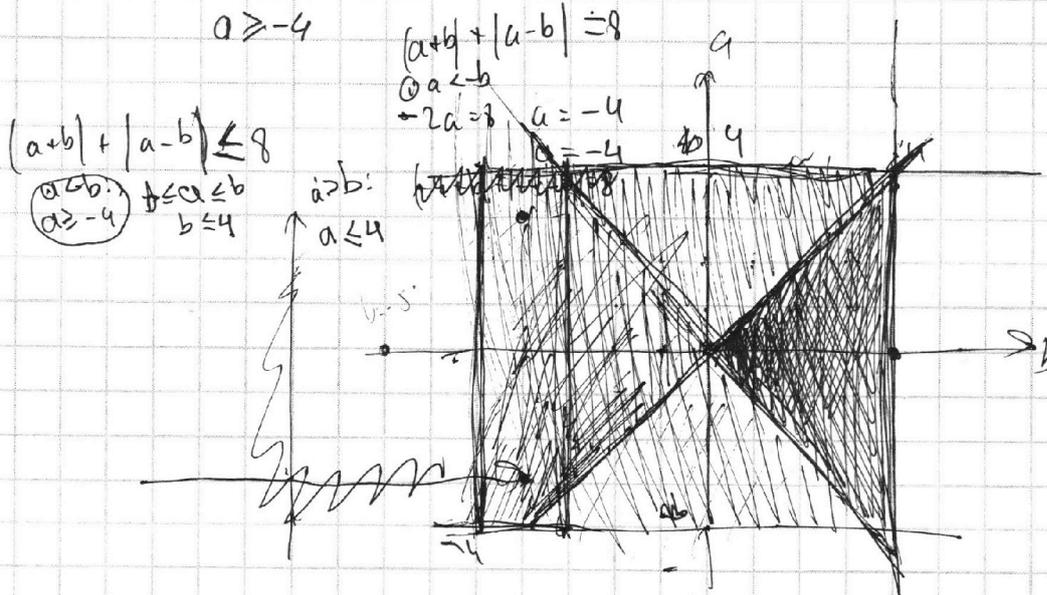


Пусть $b > 0$: $|a+b| = a+b$, $|a-b| = |c-b|$
 Пусть $b < 0$: $|a+b| = |a-b|$, $|a-b| = |a-b|$
 рисунок неяс.

① $a < -b$
 $-a-b - a+b \leq 8$
 $-2a \leq 8$
 $a \geq -4$

② $-b \leq a \leq b$
 $a+b - a+b \leq 8$
 $b \leq 4$

③ $a > b$
 $a - a - b - b \leq 8$
 $-2b \leq 8$
 $b \leq -4$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$z^2 + y + x^2 - 6(x+y+z) - xy - yz - zx = 0$$

~~if~~
~~z = ...~~

$$\begin{array}{r} \times 999 \\ 999 \\ \hline 999 \\ 999 \\ \hline 999001 \end{array}$$

$$\frac{x^2}{z^2} = \frac{x(x-6)}{z(z-6)}$$

$$\begin{array}{r} \times 958001 \\ 958001 \\ \hline 958001 \\ 958001 \\ \hline 958002959 \end{array}$$

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 \\ yz = -6x + x^2 \\ zx = -6y + y^2 \end{cases}$$

~~xy = z(z-6)~~

$$\begin{cases} xy = z(z-6) \\ yz = x(x-6) \\ zx = y(y-6) \end{cases}$$

$$xy = -6z + z^2$$

$$yz = -6x + x^2$$

$$zx = -6y + y^2$$

~~xy = z(z-6)~~

$$\frac{x^2 y^2 + y^2 z^2 + z^2 x^2}{z^2 y^2 x^2} = \frac{x^4 y^2 + y^4 z^2 + z^4 x^2}{z^2 y^2 x^2}$$

$$\frac{x^4 y^2 + y^4 z^2 + z^4 x^2}{z^2 y^2 x^2}$$

$$z = \frac{x^2 - 6x}{y}$$

$$(z^2 - 6z - 12z + 36) = z^2 - 6z - 6z + 36$$

$$xy + 6z - 36 = (z-6)^2$$

$$yz + 6x - 36 = (x-6)^2$$

$$zx + 6y - 36 = (y-6)^2$$

$$x^2 - (a-4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$$

$$= (x-x_1)(x-x_2) = x^2 - (x_1+x_2)x + x_1x_2$$

$$x_1 + x_2 = a^2 - 4a$$

$$x_1 = a^2 - 4a - x_2$$

$$x_1 x_2 = a^2 - 6a + 4$$

$$x_2(a^2 - 4a) - x_2^2 = a^2 - 6a + 4$$

$$x_2^2 - (a^2 - 4a)x_2 + a^2 - 6a + 4 = 0$$

$$x_1 x_2 = a^2 - 4a = 5n + 6h + 2m$$

$$a^2 - 4a^2 = 4n + 7h + 2m$$

$$a^2 - 4a = a^2 - 4a^2$$

$$xy + yz + zx$$

$$xy = -6 \frac{x^2 - 6x}{y}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0 \quad \textcircled{1}$$

$$5x^2 - (a^2 - 4a^2)x - 2a^2 - 6a - 15 = 0 \quad \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \quad x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4$$

$$D = (a^2 - 4a)^2 - 4(a^2 - 6a + 4) =$$

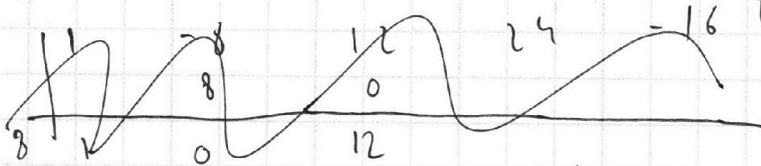
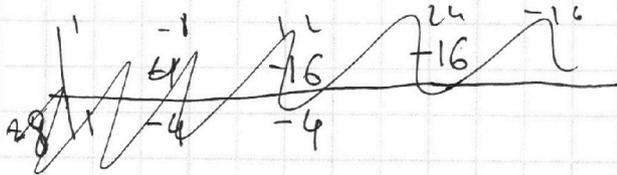
$$= a^4 - 8a^3 + 16a^2 - 4a^2 + 24a - 16 =$$

$$= a^4 - 8a^3 + 12a^2 + 24a - 16 =$$

$$\frac{52}{5} =$$

$$\frac{6 \cdot 7}{5} =$$

$$\frac{7 \cdot 8 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 5} =$$



$$(a^2 - 4a)^2 + 20(2a^2 - 6a - 15) = 76$$

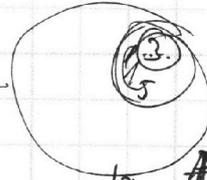
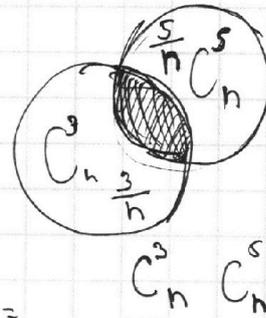
$$= a^4 - 8a^3 + 16$$

$$D_1 = (a^2 - 4a)^2 - 4(a^2 - 6a + 4)$$

$$D_2 = a^4(a-4)^2 + 20(2a^2 - 6a - 15)$$

$$D = a^4 - 8a^3 + 16a^2 - 4a^2 + 24a + 16 =$$

$$= a^4 - 8a^3 + 12a^2 + 24a + 16$$



$$\frac{C_n^3}{C_n^5} = \frac{n! \cdot 5! \cdot (n-5)!}{3! \cdot (n-3)! \cdot n!} = \frac{20}{(n-3)(n-4)}$$

$$\frac{C_n^3}{C_n^2} = \frac{n! \cdot 3! \cdot (n-3)!}{3! \cdot (n-3)! \cdot n!} = \frac{9!}{3!} (n-3)(n-4)(n-5 \dots)$$

~~Handwritten scribbles and calculations~~

$\textcircled{1}: \frac{2}{n} \cdot \frac{2}{n} \cdot \frac{1}{n} \cdot 1 \cdot 1$

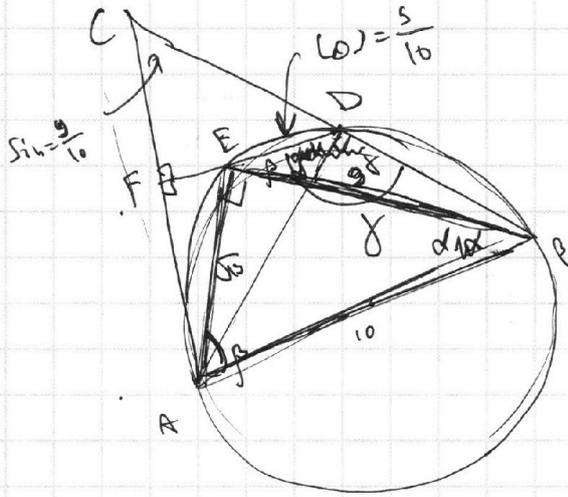


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\cos \alpha = \frac{3}{10}$$

$$\sin \beta = \frac{3}{10}$$

$$\frac{3}{10} = \sin \beta$$

$$\sin \beta =$$

$$\sin \beta = \frac{3}{10}$$

$$\cos \alpha = \frac{3}{10}$$

$$\gamma = 180 - \beta$$

$$\cos \alpha = \frac{3}{10}$$

$$\gamma = \alpha + 90$$

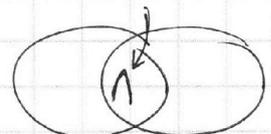
$$\frac{10}{5} = \frac{18-9}{5}$$

~~$$\cos(\alpha + 90) = \cos \alpha \cos 90 - \sin \alpha \sin 90$$~~

$$\sin(\alpha + 90) = \sin \alpha \cos 90 + \cos \alpha \sin 90 = \cos \alpha \sin 90 = \frac{3}{10}$$

$$\angle FDC = 90 - \alpha \Rightarrow \sin \angle FDC = \cos \angle FDA = \frac{3}{10}$$

- коробки ①: 5 пор. - 3 вымпуса.
коробки ②: 9 пор. - 1 вымпуса.





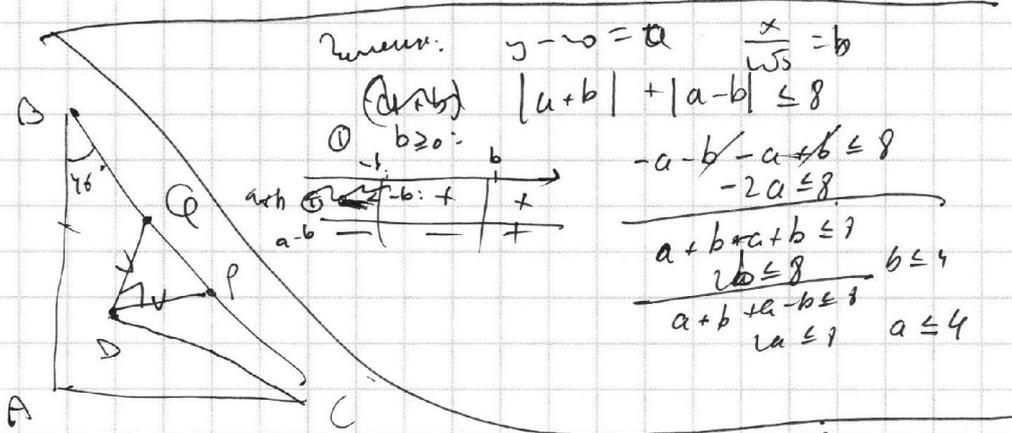
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

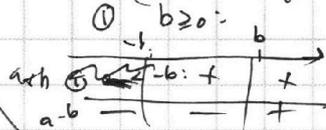
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$xy + yz + zx + 6z + 6x + 6y - z^2 - x^2 - y^2 = 0$$



Заметим: $y - z = a$ $\frac{x}{\sqrt{5}} = b$

(1) $b \geq 0$: $|a+b| + |a-b| \leq 8$



$$-a-b - a - b \leq 8$$

$$-2a \leq 8$$

$$a + b + a + b \leq 8$$

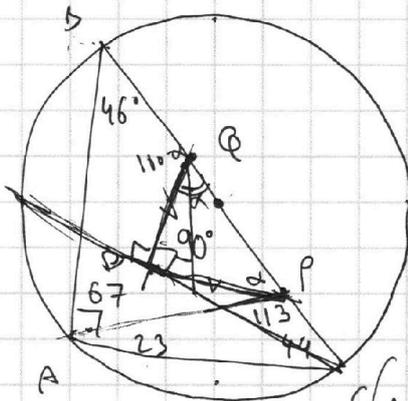
$$2b \leq 8 \quad b \leq 4$$

$$a + b + a - b \leq 8$$

$$2a \leq 8 \quad a \leq 4$$

$\angle DCB = ?$

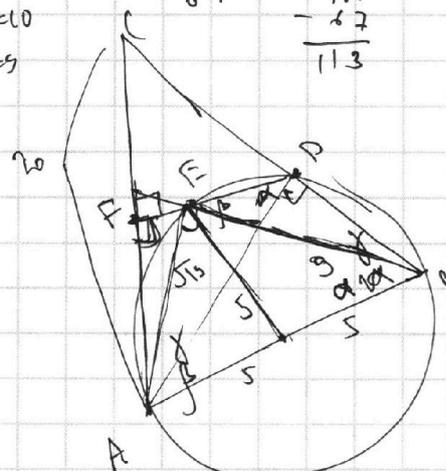
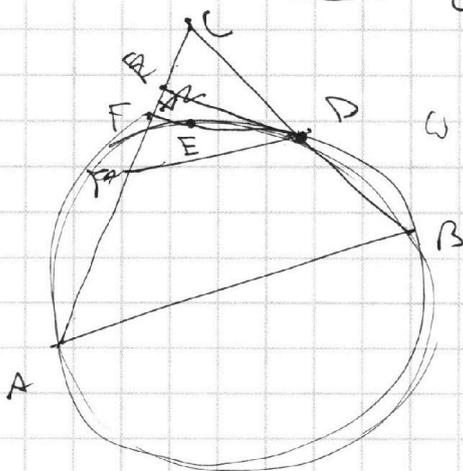
$$\begin{array}{r} 90 \\ -46 \\ \hline 44 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 180 \\ -46 \\ \hline 134 \\ \hline 67 \end{array} \quad | \quad \begin{array}{r} 100 - 81 = 19 \\ \hline 90 \\ -67 \\ \hline 23 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 67 \\ +44 \\ \hline 113 \\ \hline 67 \end{array} \quad \begin{array}{r} 180 \\ -67 \\ \hline 113 \end{array}$$

$AC = 20$
 $AB = 10$
 $BE = 9$



$$2x = 2x + 81 - 45 \cos x$$

$$\cos x = \frac{5}{5}$$