



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x + 4)^2 + (y + 4)^2 + (z + 4)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$ являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leq 6$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DBC = 35^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2 & (1) \\ yz = 4x + x^2 & (2) \\ zx = 4y + y^2 & (3) \end{cases} \quad (x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 = ?$$

$$\begin{cases} xy = z(z+y) \\ yz = x(x+y) \\ zx = y(y+z) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \left(\frac{xy}{z}\right)^2 = (z+y)^2 \\ \left(\frac{yz}{x}\right)^2 = (x+y)^2 \end{cases}$$

$$(1)+(2)+(3): x+y+z = x^2+y^2+z^2 + 4(x+y+z)$$

$$\begin{aligned} (x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 &= x^2 + 2xy + 16 + y^2 + 2yz + 16 + z^2 + 2zx + 16 = \\ &= x^2 + y^2 + z^2 + 8(xy + yz + zx) + 48 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

• ~~Решение~~ Проведем AD . $\angle ADB = 90^\circ$, т.к. вписанный, опущен на диаметр AB .
(тогда $\angle ADC = 90^\circ$ - как смежные)

• По метрическим соотношениям в прямоугол. $\triangle ADC$:

$$DF^2 = AF \cdot FC$$

$$\frac{5 \cdot (30 - 1,5x)^2}{9} = x \cdot (20 - x)$$

$$5 \cdot (30 - 1,5x)^2 = 9x(20 - x)$$

$$5 \cdot (900 - 90x + 2,25x^2) = 180x - 9x^2$$

$$4500 - 450x + 11,25x^2 = 180x - 9x^2$$

$$20,25x^2 - 630x + 4500 = 0$$

$$D = 630^2 - 4 \cdot 4500 \cdot 20,25 = 396900 - 81 \cdot 4500 = 32400; \sqrt{D} = \sqrt{324 \cdot 100} = 180$$

$$x_{1,2} = \frac{630 \pm 180}{40,5} = \begin{cases} \frac{810}{40,5} = 20 \\ \frac{450}{40,5} = 11 \frac{45}{40,5} = 11 \frac{3}{3} = 11 \frac{1}{3} \end{cases}$$

Но $x = 20$ - не подходит, т.к. т. F и т. C не совпадают по условию.

Значит, $x = 11 \frac{1}{3} = AF$

Ответ: $11 \frac{1}{3}$

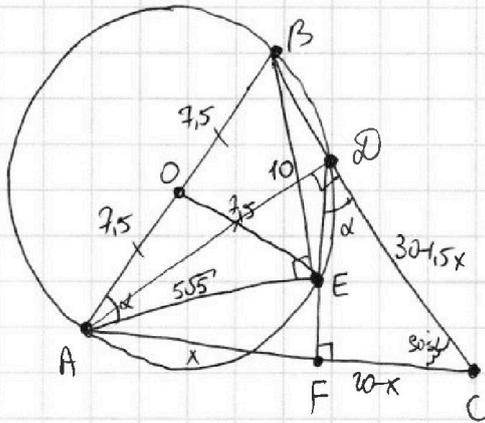


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Решение:

Пусть O - центр окр. $\omega \Rightarrow$
 $\Rightarrow AO = OB = \frac{AB}{2} = 7,5$ - как радиусы

$\angle AEB = 90^\circ$, т.к. впис. и центр на диаметре AB

$OE = AO = OB = 7,5$ - как радиусы

По т. Пифагора для $\triangle ABE$:
 $AE = \sqrt{15^2 - 10^2} = \sqrt{225 - 100} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$

Пусть $\angle BAE = \alpha$, тогда $\angle FDC = \alpha$ - т.к. $ABDE$ - вписанный; $\angle C = 30 - \alpha$.

$\triangle ABE \sim \triangle DCF$ (по 2-м углам) $\Rightarrow \frac{AB}{DC} = \frac{BE}{CF} = \frac{AE}{DF}$

Пусть $AF = x$, тогда $FC = 20 - x$.

Уг. треуго. ABE :
 $\cos \alpha = \frac{5\sqrt{5}}{15} = \frac{\sqrt{5}}{3}$
 $\sin \alpha = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

В треуго. DFC :

~~$\cos(\alpha) = \frac{DF}{DC}$~~

$$\sin(30 - \alpha) = \cos \alpha = \frac{DF}{DC} = \frac{\sqrt{5}}{3} \Leftrightarrow DF = \frac{\sqrt{5} \cdot DC}{3} = \frac{\sqrt{5} \cdot (30 - 1,5x)}{3}$$

В треуго. DFC :

$$\sin \alpha = \frac{FC}{DC} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow DC = \frac{FC \cdot 3}{2} = \frac{(20 - x) \cdot 3}{2} = \frac{60 - 3x}{2} = 30 - 1,5x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть всего n коробок, в которые кладут шарик.

1) Было (шарик откр. ~~то~~ 5 коробок):

• всего комбинаций: C_n^3

• 0 0 0 0 0

5 коробок открыты

$$C_5^3 = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10 - \text{число комбинаций с 1 открытой 5-ми коробок}$$

$$\text{Значит, } P_1(\text{"все три шарика в коробках"}) = \frac{10}{C_n^3}$$

2) Стало (шарик откр. 8 коробок):

• всего комбинаций - C_n^3

• 0 0 0 0 0 0 0 0

8 коробок

$$C_8^3 = \frac{8!}{5! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} = 56 - \text{комбинаций с одной открытой 8-коробок.}$$

$$\text{Значит, } P_2(\text{"все три шарика в коробках"}) = \frac{56}{C_n^3}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{56}{C_n^3}}{\frac{10}{C_n^3}} = \frac{56}{10} = 5,6 \text{ раз увеличились вероятность выпад.$$

Ответ: в 5,6 раз



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Продолжим проверку $a=2$:

$$(1) x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$D = 4 + 8 = 12$$

$$x_{4,5} = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = \begin{cases} 1 + \sqrt{3} = x_5 \\ 1 - \sqrt{3} = x_4 \end{cases}$$

x_2 x_4 x_5 x_7

$$1 - 5\sqrt{3} \quad 1 - \sqrt{3} \quad 1 + \sqrt{3} \quad 1 + 5\sqrt{3}$$

Арифметич. прогрессия с $d = 2\sqrt{3}$, $a_1 = 1 - 5\sqrt{3}$ - подходит.

Ответ: при $a=2$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(1) x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2 - a^3}{3} = 0$$

$$(2) 2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$$

Пусть корни этого уравн.: x_4, x_5

Пусть корни этого ур.: x_2 и x_7 .

Т.к. x_4, x_5, x_2, x_7 - являются членами непоср. арифм. прогрессии \Rightarrow
 \Rightarrow они все различны и представляемы в виде:

$$\begin{matrix} 4\text{-ый} & 2\text{-ой} & & 3\text{-ий} & 5\text{-ый} & 7\text{-ой} \\ a_1 & a_1 + d & a_1 + 2d & a_1 + 3d & a_1 + 4d & a_1 + 5d \end{matrix}, \text{ где}$$

a_1 - первый член прогр.
 d - шаг прогр.

По условию: $x_4 = a_1 + 3d$ и $x_2 = a_1 + d$
 $x_5 = a_1 + 4d$ и $x_7 = a_1 + 5d$

Заметим, что $x_4 + x_5 = x_2 + x_7 = 2a_1 + 7d$.

По т. Виета для ур. (1):

$$x_4 + x_5 = a^2 - a$$

По т. Виета для ур. (2):

$$x_2 + x_7 = \frac{a^3 - a^2}{2}$$

Т.е. $x_4 + x_5 = x_2 + x_7 = a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{2} \Leftrightarrow 2a^2 - 2a = a^3 - a^2$
 $a^3 - 3a^2 + 2a = 0 \quad | : a \neq 0$
 $a^2 - 3a + 2 = 0$

Сразу проверим $a=0$:

(1) $x^2 + \frac{2}{3} = 0$ - нет корней $\Rightarrow a=0$ - не годит.

(2) $2x^2 - 4 = 0$

$$a^2 - a - 2a + 2 = 0$$

$$a(a-1) - 2(a-1) = 0$$

$$(a-1)(a-2) = 0$$

$$a=1 \text{ или } a=2$$

Проверим $a=1$:

(1) $x^2 + \frac{1}{3} = 0 \rightarrow$ нет корней $\Rightarrow a=1$ - не годит.

(2) $2x^2 - 2 - 8 - 4 = 0$

Проверим $a=2$:

(1) $x^2 + 2x - 2 = 0$

(2) $2x^2 - (8-4)x - \frac{2^7}{128} - 16 - 4 = 0$

$$2x^2 - 4x - 198 = 0 \quad | : 2$$

$$x^2 - 2x - 99 = 0$$

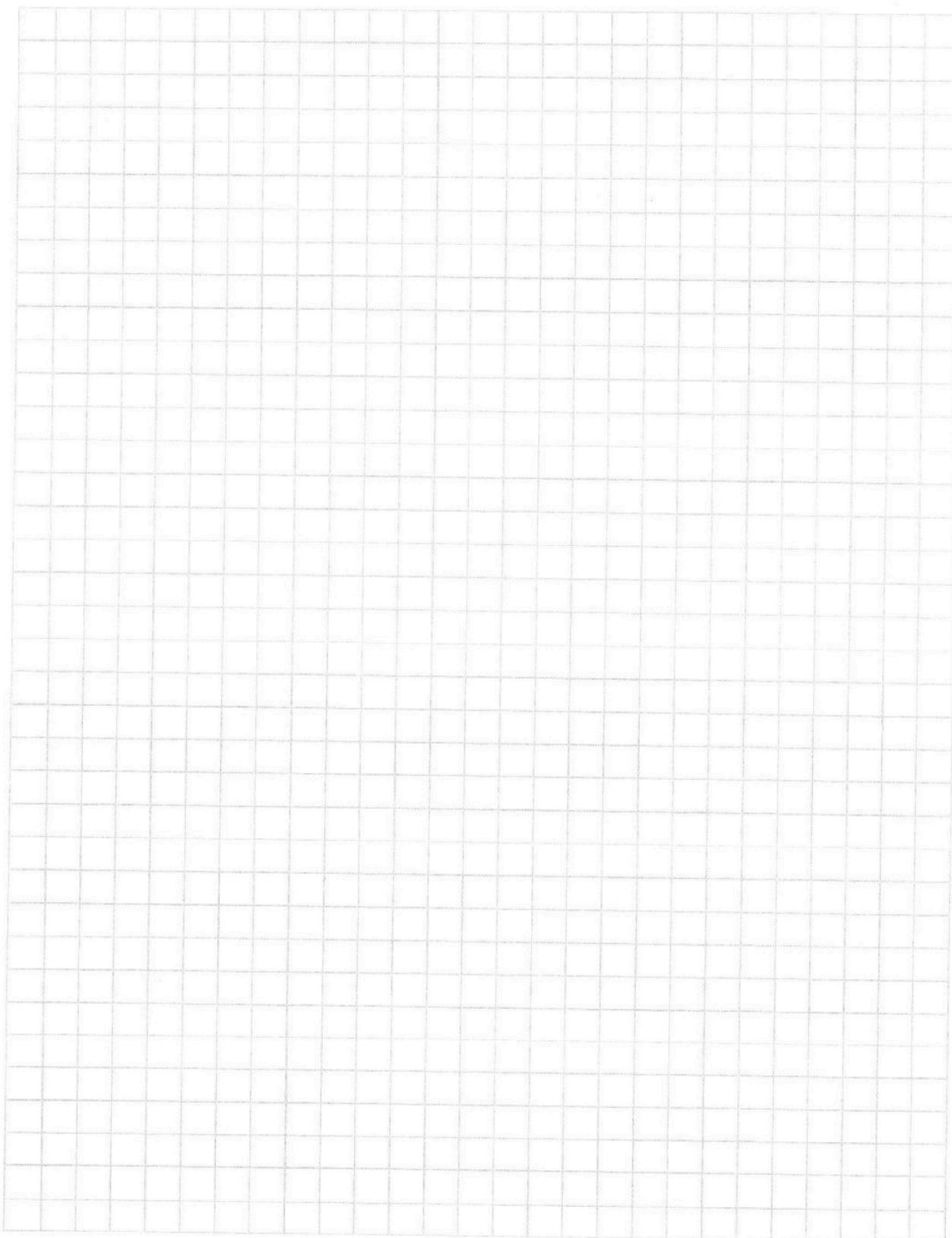


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>						

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



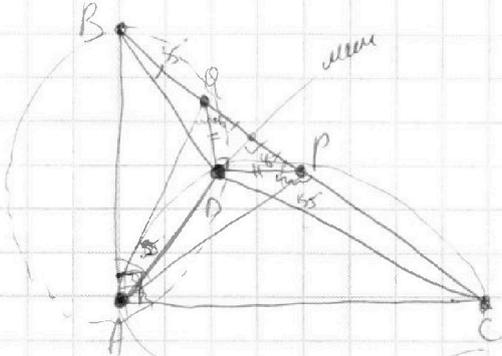


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



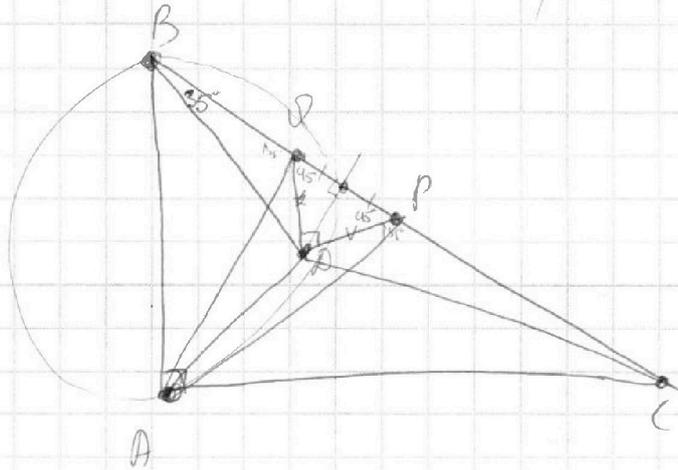
$$\begin{cases} xy = 4z + z^2 = z(z+4) = xy \\ yz = 4x + x^2 = x(x+4) = yz \\ zx = 4y + y^2 = y(y+4) = zx \end{cases}$$

$$\frac{(xy)^2}{z^2} + \frac{(yz)^2}{x^2} + \frac{(zx)^2}{y^2}$$

$$\begin{cases} xy = z(z+4) \\ yz = x(x+4) \\ zx = y(y+4) \end{cases}$$

$$\frac{x^2 y^2}{z^2} = (z+4)^2$$

$$\left(\frac{yz}{x}\right)^2 = (x+4)^2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

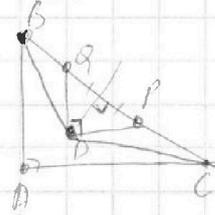
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 4xy = 4z + z^2 + 4 \\ 4yz = 4x + x^2 + 4 \\ 4zx = 4y + y^2 + 4 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 &= \\ &= (x^2 + 8x + 16) + (y^2 + 8y + 16) + (z^2 + 8z + 16) = \\ &= x^2 + y^2 + z^2 + 8(xy + yz + zx) + 48 \end{aligned}$$

$$(x^2 + 8x + 16)$$



$$x^2 + y^2 + z^2 + 8(xy + yz + zx) \rightarrow \text{каким, или}$$

$$xy + yz + zx = x^2 + y^2 + z^2 + 4(xy + yz + zx)$$

$$4(xy + yz + zx) = 4(x^2 + y^2 + z^2) + xy + yz + zx$$

$$\begin{cases} xy = z(z+4) \\ yz = x(x+4) \\ zx = y(y+4) \end{cases}$$

$$4(xy + yz + zx) = xy + yz + zx + x^2 + y^2 + z^2$$

$$-x^2 - y^2 - z^2 + 3xy + 3yz + 3zx$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + zx + (z+4)(x+4)(y+4)$$

$$4 + xy = (z+4)^2$$

$$(xy + yz + zx) = (z+4)^2 (x+4)^2 (y+4)^2$$

$$(z+4)^2 = z^2 + 8z + 16$$

$$\begin{cases} 4z + xy + 16 = 4z + z^2 + 4z + 16 \\ 4x + yz + 16 = 4x + x^2 + 4x + 16 \\ 4y + zx + 16 = 4y + y^2 + 4y + 16 \end{cases}$$

$$z^2 + 4z + 4z + 16$$

$$4x + yz + 16 = 4x + x^2 + 4x + 16$$

$$(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = 4(xy + yz + zx) + xy + yz + zx + 48$$

$$4(xy + yz + zx) = xy + yz + zx + x^2 + y^2 + z^2$$

$$(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab + bc + ca) =$$

$$= (x+y+z+12)^2 - 2(\dots)$$

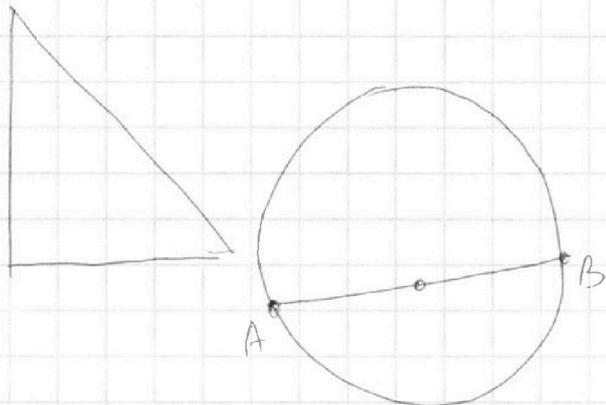


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

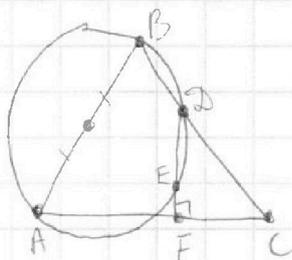
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

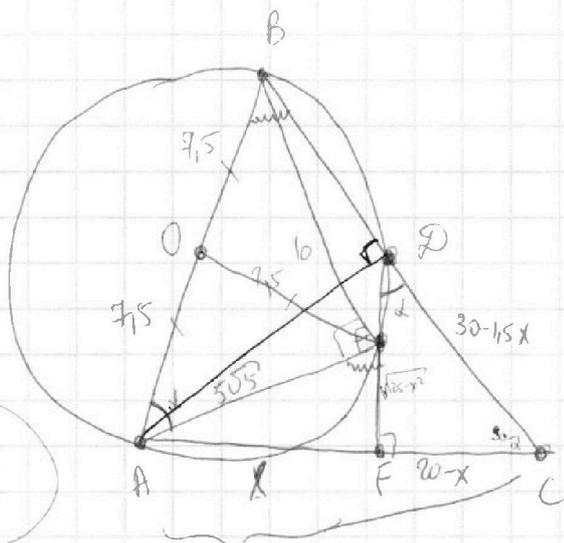
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\sin(\alpha) = \cos(\alpha)$
 $\sin \alpha = \cos \alpha = \frac{5\sqrt{5}}{15} = \frac{\sqrt{5}}{3}$
 $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$
 $\sin(\alpha) = \frac{\sqrt{5}}{3}$
 $DF = \frac{DC \cdot \sqrt{5}}{3}$



$\sqrt{15^2 - 10^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$



$\frac{DF}{DC} = \frac{AE}{AB}$
 $\triangle ABE \sim \triangle DCF$
 $\triangle ABE \sim \triangle DCF$

$30^\circ + \beta + \alpha = 180$

2β

$30^\circ + \beta + \beta + 30^\circ = 180$

$\sin \alpha = \frac{10}{15}$

75	75
× 75	× 75

375	
525	

5625	
× 2	

11250	

$20 - x = 10 \cdot \frac{2}{3}$
 $DC = \frac{100}{112.5} - 1 = -\cos \alpha$

$\cos \alpha = \frac{100}{112.5}$

$BE^2 = BO^2 + OE^2 - 2BO \cdot OE \cdot \cos \alpha$
 $100 = 2 \cdot 7.5^2 - 2 \cdot 7.5^2 \cdot \cos \alpha$
 $100 = 2 \cdot 7.5^2 (1 - \cos \alpha)$

$20 - x = 60 - 3x$
 $DC = \frac{DF}{DC} =$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = 99.9 \quad n^3 =$$

25000

$$(n+1)^3 = n^3 + 3n^2 + 3n + 1 = (n^3 + 1) + 3n(n+1)$$

$$3n(n+1) = 100.0 \cdot 3 \cdot n = 300.0 \cdot n =$$

25000

26000

25000

$$\begin{array}{r} 99.9900 \cdot 0 \\ \times 3 \\ \hline 299.9700 \cdot 0 + 1 = 299.9700 \cdot 0 + 1 \end{array}$$

21000

25000

$$3n(n+1) = 300.0 \cdot n =$$

25000

25000

$$\begin{array}{r} 99.9900 \cdot 0 \\ \times 3 \\ \hline 299.9700 \cdot 0 \end{array}$$

24838

21000

$$\text{The } 299.9700 \cdot 0 + 1 = 299.9700 \cdot 0 + 1$$

24838

25000

24838

24835

75000 → целый

$$100.0 = n^3 + 299.9700 \cdot 0 + 1$$

75000

25000

$$70.002 \cdot 99.99$$

25000

$$\begin{array}{r} 100.000 \\ - 299.970 \\ \hline 70.030 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2 \\ yz = 4x + x^2 \\ zx = 4y + y^2 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} x^2 y^2 z^2 + 4(xy + yz + zx) = xy + yz + zx \end{matrix}$$

$$(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = (x^2 + 8x + 16) + (y^2 + 8y + 16) + (z^2 + 8z + 16)$$

$$z^2 + x^2 + y^2 + 4(xy + yz + zx) = xy + yz + zx$$

$$(x^2 + 4x) + (z^2 + 4z) + (y^2 + 4y) = xy + yz + zx$$

$$(x^2 + 4x) + (y^2 + 4y) + (z^2 + 4z) + 4x + 16 + 4y + 16 + 4z + 16 =$$

$$xy + yz + zx$$

$$= (4x + xy + 16) + (4y + yz + 16) + 4(xy + yz + zx) + 48 + \cancel{xy + yz + zx}$$

$$(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 8y + 8z + 16 + 16 + 16 - \text{какая?}$$

$$x^2 y^2 z^2 + 4(xy + yz + zx) + 4(xy + yz + zx) + 16 + 16 + 16 = 4(xy + yz + zx) + 48 + xy + yz + zx =$$

$$xy + yz + zx$$

$$= (4x + xy + 4y + yz + 4z + zx) + 48$$

$$z(z+4)$$

$$4x(y+4) + y(z+4) + z(x+4) + 48$$

$$4x + xy + 4y + yz$$

$$z$$

$$4x + xy + 4z + xy + yz + zx + 48$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4(xy + yz + zx) - xy - yz - zx = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{1}{2}}x - \sqrt{\frac{1}{2}}y \right)^2 + \left(\sqrt{\frac{1}{2}}y - \sqrt{\frac{1}{2}}z \right)^2 + \left(\sqrt{\frac{1}{2}}z - \sqrt{\frac{1}{2}}x \right)^2 = -4(xy + yz + zx)$$

$$(4x + xy + 4y + yz + 4z + zx) + 48 = -4(xy + yz + zx)$$

$$xy + yz + zx - \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{1}{2}}x - \sqrt{\frac{1}{2}}y \right)^2 - \frac{1}{2} (y - z)^2 - \frac{1}{2} (z - x)^2 =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

00...0
n кораблей

0, $\overset{2 \text{ корабля}}{a+d}$, $a+2d$, $\overset{4 \text{ корабля}}{a+3d}$, $\overset{5 \text{ корабля}}{a+4d}$, $a+5d$, $\overset{7 \text{ кораблей}}{a+6d}$

Вариант:

$2a_1 + 7d = 2a_1 + 7d$ — сумма рядов

Вариант комбинаций: C_n^3

$x^2 - 9x - 74 = 0$

00000
 $C_5^3 = 10$ — варианты размещения
сильно упрощенная задача:

$D = 4 + 286 = 290$

10 $\frac{3}{a^3}$ — для a_1 , или a_1 — шаг

$x_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{1053}}{2}$

$C_8^3 = \frac{8!}{5! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} = 56$

$\frac{10}{C_n^3}$ — для

$\frac{56}{C_n^3}$

5,6 раз

$\frac{56}{C_n^3}$ — отсюда

$\frac{10}{C_n^3}$

$x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2 - a^3}{3} = 0$ — корни 4,5 и т.д.

$x_1 + x_2 = a^2 - a$

$2a^2 - 3a = a^3 - a^2$

$x_3 + x_4 = a^3 - a^2$

$a^3 + 3a^2 + 2a = 0$

$x^2 - 2x - 2 = 0$

$a^3 - a^2 = a^2 - a$

$x^2 - (4 - 2)$

$D = 4 + 8 = 12$

$a^3 - 2a^2 + a = 0$

$x_{2,2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 1 \pm \sqrt{3}$

$1 + \sqrt{3}$

$\frac{2 - 8}{3}$

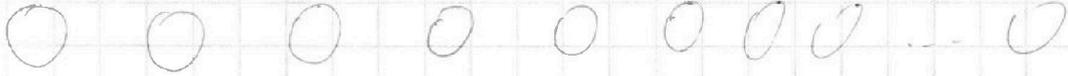


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Всего:

C_n^3 - всего комбинаций

n корабль

Итак: C_n^5 - маневры отправки корабля

$$P(\text{"угадал"}) = \frac{\text{полезных}}{\text{всего} = C_n^3} = \frac{4}{C_n^3} = \frac{10}{C_n^3} = \text{да}$$

полезных = $\frac{10}{C_n^3}$



$$C_5^3 = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$$

C_n^5 - все маневры выбора

$$\frac{10}{C_n^3} \cdot C_n^5$$

$$\frac{10 \cdot C_n^5}{(C_n^3)^2} = \text{было}$$

Стало:



$$C_8^3 = \frac{8!}{5! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} = 56$$

$$\frac{56 \cdot C_n^6}{(C_n^3)^2}$$

$$\frac{10 \cdot C_n^5}{(C_n^3)^2} =$$

$$56 \cdot C_n^2$$

$$= \frac{10 \cdot C_n^5}{56 C_n^2} = 10$$

$$\frac{C_n^6}{C_n^5} = \frac{n!}{(n-6)! 6!} = \frac{n!}{5! (n-5)!}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 630 \\ \times 630 \\ \hline 189 \\ 378 \\ \hline 396900 \end{array}$$

63

20,25 \cdot 4 = 81

⊗

$$\begin{array}{r} 630 \\ \times 630 \\ \hline 189 \\ 378 \\ \hline 396900 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4500 \\ \times 81 \\ \hline 14900 \\ 36000 \\ \hline 40500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 405 \overline{) 181} \\ 8 \\ \hline \end{array}$$

45

450

$$\begin{array}{r} 366900 \\ - 40500 \\ \hline 326400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4500 \\ \times 81 \\ \hline 45000 \\ 36000 \\ \hline 364500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 396900 \\ - 564500 \\ \hline 32400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 630 \\ + 180 \\ \hline 810 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 630 \\ - 180 \\ \hline 450 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 6 \\ 18 \\ \times 18 \\ \hline 1344 \\ 18 \\ \hline 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4500 \overline{) 405} \\ 405 \\ \hline 450 \\ - 405 \\ \hline 45 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4500 \overline{) 405} \\ 405 \\ \hline 450 \\ - 405 \\ \hline 45 \end{array}$$

