

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 5

1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В теленгра ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 3 + z = z(3 + x) \\ yz = 3x + y = x(3 + y) \\ zx = 3y + y^2 = y(3 + y) \end{cases}$$

$x^2y^2z^2 = xyz(3+x)(3+y)(3+z)$. Т.к. $x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$, то
 $xyz = (3+x)(3+y)(3+z)$.

Т.к. $3+x \neq 0$ (иначе $yz = (3+x)x = 0$ и из этого следует, что $\begin{cases} y=0 \\ z=0 \end{cases}$), заменим yz на $x(3+y)$ и

сократим на $(3+x)$:

$$xyz = x^2(3+y) = (3+x)(3+y)(3+z); x^2 = (3+y)(3+z). \text{ Аналогично получаем } y^2 = (3+x)(3+z) \text{ и } z^2 = (3+x)(3+y).$$

$$x^2 - y^2 = (x+y)(x-y) = (3+y)(3+z) - (3+x)(3+z) = (3+z)(3+y-3-x) = (3+z)(y-x)$$

$$x^2 - y^2 = (3+z)(y-x) = (x+y)(y-x) - (3+z)(y-x) = 0; (3+z)(y-x) + (y-x)(x+y) = 0 \quad (y-x)(3+z+x+y) = 0$$

$$\begin{cases} y-x=0 \\ x+y+z=-3 \end{cases}$$

1) Если $y=x$:

$$xz = 3y + y^2 = 3x + y^2; x \neq 0, \Rightarrow z = x + 3$$

$$xy = y^2 = 3z + z^2 = 3(x+3) + (x+3)^2 = 3x + 9 + x^2 + 6x + 9 = x^2$$

$$9x + 18 = 0 \Rightarrow x = y = -2, z = -1$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = (-2+3)^2 + (-2+3)^2 + (-2+3)^2 = 1 + 1 + 16 = 18$$

2) $x+y+z=-3, \Rightarrow 3(x+y+z)=-9$

$$(x+y+z)^2 = 9 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$$

$$xy + yz + zx = x^2 + y^2 + z^2 + 3(x+y+z) = x^2 + y^2 + z^2 - 9$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9, xy + yz + zx = 8$$

$$\begin{cases} a + 2b = 9 \\ a + 2b = 9 \\ b = a - 9 \end{cases} \quad \begin{cases} a + 2b = 9 \\ a - b = 9 \\ b = 0 \end{cases}$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 6(x+y+z) + 9 \cdot 3 = a + 6 \cdot (-3) + 9 \cdot 3 = 9 + 6 \cdot (-3) + 9 \cdot 3 = 9 \cdot 4 + 6 \cdot (-3) = 36 - 18 = 18.$$

В обоих случаях получим равенство 18.

Ответ: 18.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

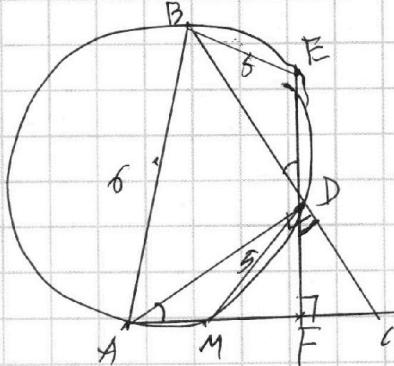


- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. $M = A \cap N$, $M \neq A$
2. AB -диаметр, $\Rightarrow \angle ADB = \angle ADB = 90^\circ$
3. $\triangle ABC$ -треугольник ($\angle D = 90^\circ$),
 $D \neq A, C \Rightarrow DF$ -внешняя, значит,
 $\angle DAC = \angle FDC$
4. $\angle FDC = \angle BDE$ как вертикальные,
 $\Rightarrow \angle MAD = \angle FDC = \angle BDE$.
5. $\angle BDE$ опир. на VE , $\angle MAD$ опир.
на VM . Равные углы опир. на равные дуги, а равные дуги стягивают равные хорды, т.е. $BE = DN = 5$.



6. $\angle MDC = 180^\circ - \angle AMD = 180^\circ - 180^\circ - \angle AMD = 180^\circ - (180^\circ - \angle ABC) = \angle ABC$. Аналогично $\angle BAC = \angle MDC$.
7. $\triangle ABC \sim \triangle DMC$, $\frac{DM}{AB} = \frac{DC}{AC} = \frac{5}{6} = \frac{DC}{10}$.
- ~~8. $AC^2 = AD^2$~~ $DC = \frac{3C}{6} = \frac{25}{3}$
- ~~8. $DC^2 = CF \cdot CA = CF \cdot 10 = \frac{5^4}{9}$~~ $CF = \frac{5^4}{90} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5}{3^2 \cdot 10} = \frac{125}{18}$
9. $AF = AC - FC = 10 - \frac{125}{18} = \frac{180 - 125}{18} = \frac{55}{18}$

Ответ: $\frac{55}{18}$

~~1. $\angle AMD = 180^\circ - \angle ABC$ см. к.~~
~~2. AD~~
~~ABDM~~-вписан в окр.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

При 5 выборах возможны 2 варианта:

Всего вариантов C_n^5 , выигранных $\rightarrow C_{n-3}^3$ (3 выбора фиксиров., оставшиеся 2 выбора могут быть любыми из ост.)

$$\frac{C_n^5}{C_n^3} = \frac{\frac{C_n^5}{C_{n-3}^3}}{C_n^3} = \frac{\frac{(n-3)!}{(n-3)!(n-2)!}}{\frac{n!}{n!(n-3)!}} = \frac{(n-3)!}{n!} \cdot \frac{5!}{2!} = A - \text{вероятность выиграть для } 5 \text{ выборов.}$$

Для 6 выборов:

Всего C_n^6 вариантов, выигранных $\rightarrow C_{n-3}^3$ (3 - фиксиров., ост. 3 - любые)

$$\frac{C_n^3}{C_n^6} = \frac{\frac{C_n^3}{C_{n-3}^3}}{C_n^6} = \frac{\frac{(n-3)!}{(n-6)!(n-3)!}}{\frac{n!}{n!(n-6)!}} = \frac{(n-3)!}{n!} \cdot \frac{6!}{3!} = B - \text{вероятн. выиграть для } 6 \text{ выборов}$$

$$\frac{B}{A} = \frac{\frac{(n-3)!}{n!} \cdot \frac{6!}{3!}}{\frac{(n-3)!}{n!} \cdot \frac{5!}{2!}} = \frac{\frac{6!}{3!}}{\frac{5!}{2!}} = \frac{6!}{3!} \cdot \frac{2!}{5!} = \frac{6!}{5!} \cdot \frac{2!}{3!} = 6 \cdot \frac{1}{3} = 2$$

$B = 2A$ Вероятн. удавш. 6 выборов (в 2 раза)

Ответ: в 2 раза

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Пусть первый член прогрессии любел n , а разность $-m$.
Тогда $n_i = n + m(i-1)$, $i \geq 1$. $m \neq 0$, т.к. прогрессия нерасложимая

М.р. n_3 и n_8 - корни 1 ур-ия, то n_3/n_8

$$n_6 + n_8 = a^2 - a \text{, аналогично } n_3 + n_8 = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$n_6 + n_8 = n + 5m + n + 7m = 2n + 9m = n + 3n + 7m = n_3 + n_8$$

$$\begin{aligned} a^2 - a &= \frac{a^3 - a^2}{4}, & 4a^2 - a &= a^3 - a^2; 4(a-1) - a^2(a-1) = 0 \\ (a-1)(4a-a^2) &= 0; & a(a-1)(4-a) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a=0 \\ a=1 \\ a=4 \end{cases}$$

1) Если $a=0$: 1 ур-ие: $x^2 - 5 = 0$; $x = \pm\sqrt{5}$ - 5 чисел
2 ур-ие: $4x^2 - 4 = 0$. $x = \pm 1$ - 3 числа

Числа ординат прогрессии на числовой прямой расположатся так: ~~если~~ $n_{i+1} > n_i$, если $m > 0$ и $n_{i+1} < n_i$, т.к. $m < 0$ для любого $i \in \mathbb{N}$ ~~и~~ $i \leq 0$

$\leftarrow -8 \quad 5 \quad 3 \quad \rightarrow 0$

Получаем, 1 это или 5 чисел членов прогрессии. Но получившуюся это либо 3 или 8. Готовим верение.

$$a \neq 0.$$

$$\begin{aligned} 2) \text{ Если } a=1: & \text{ 1 ур-ие: } x^2 - 4 = 0 \\ & \text{ 2 ур-ие: } 4x^2 - 1 = 0 \end{aligned}$$

$$\leftarrow -\sqrt{5} \quad 1 \quad \sqrt{5} \quad \rightarrow 3$$

$$\leftarrow -5 \quad 6 \quad 8 \quad \rightarrow m > 0$$

прогрессии

$$\begin{aligned} x &= \pm 2 - 5 \text{ чисел} \\ x &= \pm \frac{1}{2} - 3 \text{ числа} \end{aligned}$$

$$\leftarrow -3 \quad 5 \quad 6 \quad 8 \quad \rightarrow m > 0$$

$$\begin{aligned} x &= \pm \frac{1}{2} - 3 \text{ чисел} \\ x &= \pm \frac{1}{2} - 2 \text{ чисел} \end{aligned}$$

$$\leftarrow -2 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad 2 \quad \rightarrow$$

$$\leftarrow -8 \quad 6 \quad 5 \quad 3 \quad \rightarrow m < 0$$

$$3) \text{ Если } a=4: a^2 - a = 12;$$

$$2n + 9m = 12$$

$$\cancel{a^2 + 9am + 2a} (n + 4m)(n + 5m) = n^2 + 9nm + 20m^2 = -1$$

$$(n + 2m)(n + 7m) = n^2 + 9nm + 14m^2 = -889$$

$$\cancel{n^2 + 9nm + 20m^2 = -1} -6m^2 = -889 - m^2 = 148; m = \pm \sqrt{148} = \pm 2\sqrt{37}$$

$$\cancel{n^2 + 9nm + 14m^2 = -889} \quad \begin{cases} 2n + 9 - 2\sqrt{37} = 12 \\ 2n + 9 + 2\sqrt{37} = 12 \end{cases} \quad \begin{cases} n = 6 - 2\sqrt{37} \\ n = 6 + 2\sqrt{37} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2n + 9 - 2\sqrt{37} = 12 \\ 2n + 9 + 2\sqrt{37} = 12 \end{cases} \quad \begin{cases} n = 6 - 2\sqrt{37} \\ n = 6 + 2\sqrt{37} \end{cases}$$

В обоих случаях ординаты членов прогрессии расложены в порядке возрастания. 3 ~~и~~ 4 члены 1 ур-ия, 0, 3, 4, 8 - корни 2 ур-ия.

$a=4$. Ответ: 4



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

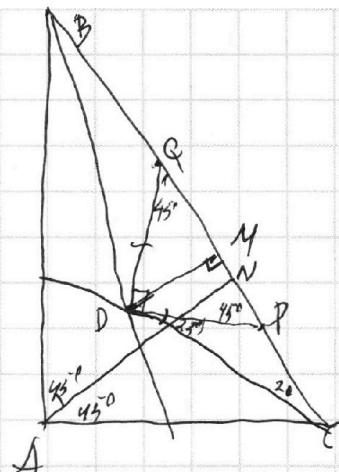
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

1. DM - бисс-са $\angle QDP$.

2. $QD = DP$, $\angle QDP = 90^\circ \Rightarrow \angle DQL = \angle DPQ = 45^\circ$

3. $\angle CDP = \angle PPQ - \angle DCP = 45^\circ - 20^\circ = 25^\circ$

4. AN - бисс-са $\angle BAC$



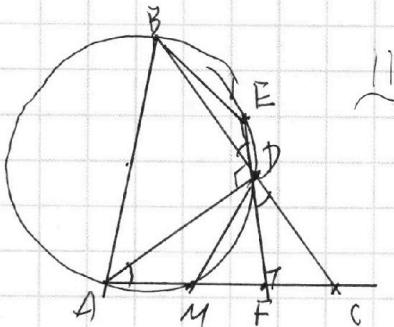


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7 СТРАНИЦА
ИЗ

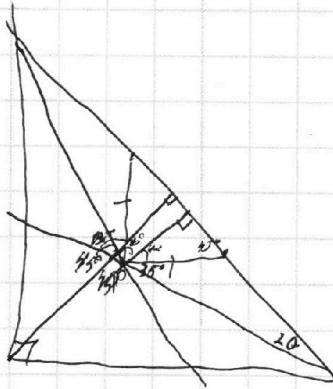
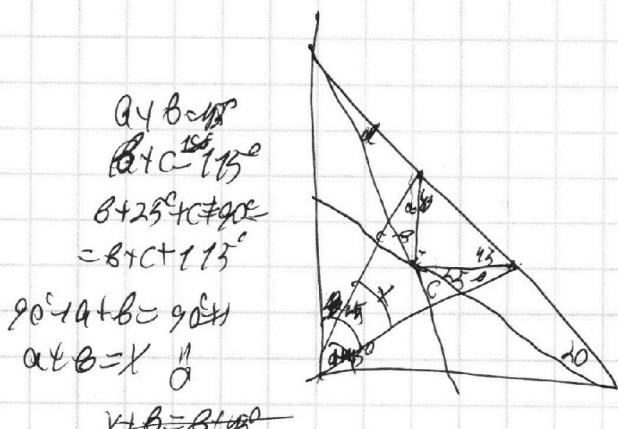
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

1. $M = A \cap W, M \neq A$
2. AB -диаметр, $\Rightarrow \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ \Rightarrow \triangle ABC$ -прямоугольн., DF -высота.
3. Из того, что $\triangle ADC$ -треугл. ($\angle D=90^\circ$), DF -высота $\Rightarrow \angle DAF = \angle FDC$.
4. $\angle BDE = \angle FDC$ как вертикальн.



$$\begin{array}{r} 123 \\ + 53 \\ \hline 180 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 90^\circ - 20^\circ &= 70^\circ \\ 70^\circ - 25^\circ &= 45^\circ \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Сoo прослух: $\text{ролода } 0$ $P = \frac{3}{\lambda}$
 $\text{ролода } 1$ $q = \frac{\lambda-1}{\lambda}$
 $\text{ролода } 2$

$360^\circ - 290^\circ = 70^\circ$

$63^\circ + x + 98^\circ + 135^\circ = 70^\circ$

$= 63^\circ + x + 225^\circ = x + 290^\circ$

$\frac{n^3 \cdot (n-4)}{n \cdot (n-1)}, \frac{n^5}{n-2} \cdot \frac{n^6}{n-3} \cdot \frac{n-7}{n-9} =$

$\frac{(n-5)(n-6)(n-4)}{n(n-1)(n-2)} = \frac{5!}{0!} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3!} =$

$= \frac{(n-3)! \cdot (n-8)!}{(n-8)! \cdot (n-3)!} = \frac{(n-3)!}{(n-8)!} \cdot \frac{n!}{(n-4)!} =$

$45^\circ - 2 = (n-3)!, 135^\circ - 2 = 45^\circ + 2m, 119^\circ - 2 = 2m$

$45^\circ + 2m = (n-8)!, n = 98^\circ / 2 = 49^\circ$

$= 180^\circ - 45^\circ - 119^\circ = 13^\circ$

$180^\circ - 15^\circ = 165^\circ$

$180^\circ - 15^\circ = 165^\circ$

$\angle AMD = 65^\circ + x$

$\angle AMD = \angle BND = 65^\circ + x$

$(n-3)!$

$\frac{1}{(n-5)! \cdot 2!} = \frac{(n-3)!}{\cancel{n!}} = \frac{(n-3)!}{2!} \cdot \frac{5!}{n!} = \frac{(n-3)!}{1!} \cdot \frac{5!}{2!} =$

$C_5^2 - \text{Всего} = \frac{n!}{(n-5)! \cdot 5!}$

$C_{n-3}^2 - \text{найдут} = \frac{(n-3)!}{(n-5)! \cdot 2!}$

$C_6^6: \text{Всего: } C_n^6$

$\frac{C_{n-3}^3}{C_n^6} = \frac{(n-3)!}{(n-6)! \cdot 6!} = \frac{(n-3)!}{\cancel{n!}} = \frac{(n-3)!}{6!} \cdot \frac{6!}{n!} = \frac{(n-3)!}{1!} \cdot \frac{6!}{6!} = \frac{(n-3)!}{1!} \cdot \frac{6!}{3!} =$

$\frac{(n-3)! \cdot 6!}{1! \cdot 3!} = \frac{6!}{3!} = \frac{6!}{2!} \cdot \frac{2!}{5!} = \frac{6!}{3!} = \frac{2!}{3!} = 6 \cdot \frac{1}{3} = \boxed{2} \text{ раза}$

$\frac{(n-3)! \cdot 5!}{1! \cdot 2!} = \frac{5!}{2!} = \frac{5!}{3!} \cdot \frac{2!}{5!} = \frac{5!}{3!} = \frac{2!}{3!} = 6 \cdot \frac{1}{3} = \boxed{2} \text{ раза}$

Если $n \leq 3$, то есть

$P^k \cdot q^{5-k} \cdot C_k^k$ или $\frac{P^k \cdot q^{5-k}}{C_k^k}$

$K=0: 1 \cdot \frac{(n-5)^5}{1} \cdot C_0^0 = (n-5)^5$

$6+12z6$

$5+4z9$

$80+6=16$

$16+15=31$

$Q \text{ логарифм}$

$2,3,6=13$

$A: 2+6=16$

$3+2=5=18$

$C_5^2 = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 10$

$C_{n-3}^2 - \text{найдут} = \frac{(n-3)!}{(n-5)! \cdot 2!}$

$C_6^3 - \text{найдут} = \frac{6!}{3!} = 20$

$C_6^6 - \text{найдут} = \frac{6!}{2!} = 720$

$C_6^6: \text{Всего: } C_n^6$

$\frac{C_{n-3}^3}{C_n^6} = \frac{(n-3)!}{(n-6)! \cdot 6!} = \frac{(n-3)!}{\cancel{n!}} = \frac{(n-3)!}{6!} \cdot \frac{6!}{n!} = \frac{(n-3)!}{1!} \cdot \frac{6!}{6!} = \frac{(n-3)!}{1!} \cdot \frac{6!}{3!} =$

$\frac{(n-3)! \cdot 6!}{1! \cdot 3!} = \frac{6!}{3!} = \frac{6!}{2!} \cdot \frac{2!}{5!} = \frac{6!}{3!} = \frac{2!}{3!} = 6 \cdot \frac{1}{3} = \boxed{2} \text{ раза}$

Если $n \leq 5$, то $6+7+9$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

$$x^2 + (a^2 - a)x + a^2 - 5 = 0$$

$$\lambda_3 + \lambda_8 = a^2 - a$$

$$\frac{\lambda_3 + \lambda_8}{\lambda} = \frac{\lambda_3 + \lambda_8}{\lambda}$$

~~$$\frac{a^2 - a}{\lambda} = a^2 - a$$~~

~~$$\frac{\lambda_3 + \lambda_8}{\lambda} = \frac{\lambda_3 + \lambda_8}{\lambda} = \frac{\lambda_3 + \lambda_8}{\lambda}$$~~

~~$$a^2 - a = a^2 - a$$~~

~~$$-2a^2 = a^2$$~~

$$a(a-1) = a^2(a-1)$$

$$a(a-1) - a^2(a-1) = 0 \quad (a-1)(a-a^2) = 0$$

$$a(a-1)(1-a) = 0$$

$$\begin{cases} a=0 \\ a=1 \end{cases}$$

1) Если $a = 0$:

$$1 \text{ ур-е: } x^2 - 5 = 0$$

$$x = \sqrt{5} \\ x = -\sqrt{5}$$

$$2 \text{ ур-е: } ux^2$$

$$a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$a = 0$:

$$1: x^2 - 5 = 0 \quad x^2 = 5$$

$$2: 4x^2 - 4 = 0 \quad x^2 = 1$$

$$\begin{array}{l} x = \sqrt{5} \\ x = -\sqrt{5} \end{array} \quad \begin{array}{l} 5 \text{ ур-е: } \\ x = \sqrt{5} \end{array} \quad \begin{array}{l} 5 \text{ ур-е: } \\ x = 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} (a-1)(4a-a^2) = 0 \\ a(a-1)(4-a) = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a=0 \\ a=1 \\ a=4 \end{array} \quad \begin{array}{l} a=0 \\ a=1 \\ a=4 \end{array}$$

$$2a^4 =$$

$$= 2 \cdot 4^4 =$$

$$= 2 \cdot 256 =$$

$$= 512$$

$$a=0 \quad a=1 \quad a=4$$

$$2a^2 = 2 \cdot 4^2 =$$

$$= 32$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

$$a = 1$$

$$a = 4$$

$$a = 0$$

<math display="



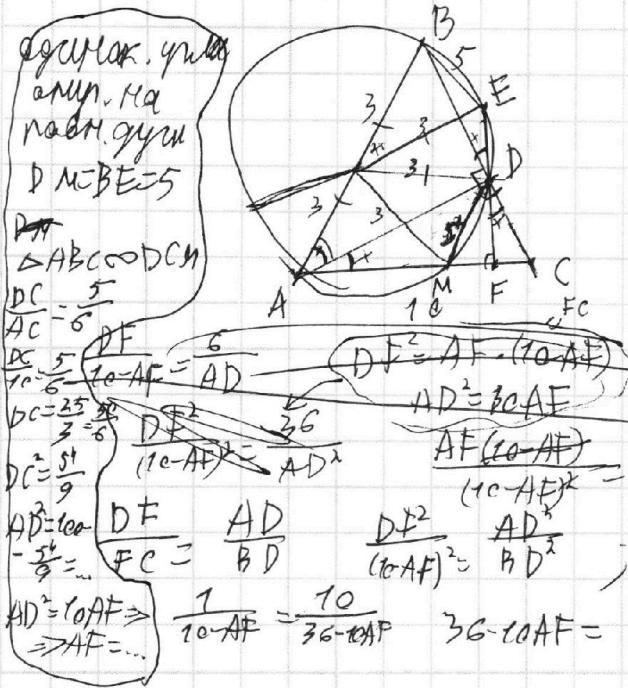
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & x^2 - 12x + 1 = 0 \\
 & 4x^2 - 12x + 512 + 32 - 4096 - 4 = 4x^2 - 12x - 3536 = 0 \\
 & x_1 x_2 = 12 \\
 & x_1 x_2 = -1 \\
 & D = 144 + 4 = 148 \\
 & x_1 = \frac{12 \pm \sqrt{148}}{2} \\
 & x_1 = 6 \pm \sqrt{37} \\
 & x_2 = 6 \pm \sqrt{37} \\
 & x_1 = 6 + \sqrt{37} \\
 & x_2 = 6 - \sqrt{37} \\
 & D = 9 + 4 \cdot 889 = 9 + 3556 = 3565 \\
 & D = a^6 - 2a^5 + a^4 \\
 & D = a^6 - 2a^5 + a^4 - 4(a^4 + 2a^7 - a^6 - 4) = \\
 & = a^6 - 2a^5 + a^4 - 6a^4 - 8a^2 - 4a^6 + 16 \\
 & a^2 = a^2 + 9am - 9am + 14m^2 - 20m^2 = -889 \\
 & -6m^2 = -889 \\
 & m^2 = 148 \\
 & m = \sqrt{148} = 2\sqrt{37} \\
 & h = 12 - 9\sqrt{148} \\
 & \text{Получаем, что все карты подложены}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 & AC = 10 \\
 & AB = 6 \\
 & BE = 5 \\
 & AD^2 = AF \cdot AC = 10AF \\
 & AD^2 = AB^2 - BD^2 = 36 - BD^2 \quad AB \parallel DF \parallel FC \\
 & \frac{DF}{FC} = \frac{AB}{AD} \quad \frac{DF}{FC} = \frac{10}{AD} \\
 & AD = 10 \cdot AF \\
 & AD^2 = 100 \cdot AF^2 \\
 & \frac{DF}{FC} = \frac{AD}{BD} \quad \frac{DF^2}{(10AF)^2} = \frac{AD^2}{BD^2} \\
 & \frac{DF^2}{(10AF)^2} = \frac{(10AF)^2 - AD^2}{(10AF)^2 - BD^2} = \frac{36}{36 - AD^2} \\
 & \frac{DF^2}{100AF^2} = \frac{36}{36 - AD^2} \quad \frac{AF}{10AF} = \frac{10AF}{36 - 10AF}
 \end{aligned}$$