

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$.
4. [4 балла] В теленгра ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$ являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| + \left|x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| \leqslant 4$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle BCA = 50^\circ$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$\begin{cases} XY = -2Z + Z^2 = Z(Z-2) \\ YZ = -2X + X^2 = X(X-2) \\ ZX = -2Y + Y^2 = Y(Y-2) \end{cases}$$

$$(X-2)^2 = YZ - 2X + 4.$$

$$(Y-2)^2 = ZX - 2Y + 4$$

$$(Z-2)^2 = XY - 2Z + 4$$

$$a = XY + YZ + ZX - 2(X+Y+Z) + 12.$$

$$a = \frac{(X+Y+Z)^2 - X^2 - Y^2 - Z^2}{2} - 2(X+Y+Z) + 12$$

$$\frac{XY}{Z} = Z - 2$$

$$\frac{YZ}{X} = X - 2$$

$$\frac{ZX}{Y} = Y - 2$$

$$a = \left(\frac{XY}{Z}\right)^2 + \left(\frac{YZ}{X}\right)^2 + \left(\frac{ZX}{Y}\right)^2 = \frac{X^4 Y^4 + Y^4 Z^4 + Z^4 X^4}{X^2 Y^2 Z^2} \neq$$

$$X \cdot Y \cdot Z(Z-2)(X-2)(Y-2) = X^2 Y^2 Z^2.$$

$$(X-2)(Y-2)(Z-2) = XYZ.$$

$$XYZ - 2XY - 2YZ - 2ZX + 4(X+Y+Z) = XYZ,$$

$$XY + YZ + ZX - 2(X+Y+Z) = 0.$$

$$(X-2)^2 = YZ - 2X + 4$$

$$(Y-2)^2 = ZX - 2Y + 4$$

$$(Z-2)^2 = XY - 2Z + 4$$

$$a = \overbrace{XYZ + XY - 2Z + 4}^0 - 2(X+Y+Z) + 12 \neq 12.$$

Ответ: 12.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

1

2

3

4

5

6

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$n^2 = \underbrace{999\dots99}_{30001} \\ n+1 = \underbrace{100000\dots00}_{30001} = 10^{30001} \\ (n+1)^2 = \underbrace{100000\dots00}_{60002} = 10^{60002} \\ (n+1)^3 = \underbrace{1000\dots00}_{90003} = 10^{90003}$$
$$(n+1)^3 = n^3 + 3n^2 + 3n + 1 = n^3 + 3(n+1)^2 - 3n - 2 = n^3 + 3(n+1)^2 - 3(n+1) + 1.$$

$$n^3 = (n+1)^3 - 3(n+1)^2 + 3(n+1) - 1 = \cancel{10^{90003}} - 3 \cdot 10^{60002} + 10^{30001} - 1 =$$
$$= \underbrace{9999\dots99}_{30000} \underbrace{7000\dots00}_{30001} \underbrace{998\dots999}_{30001}$$

Всего девяток - 60001

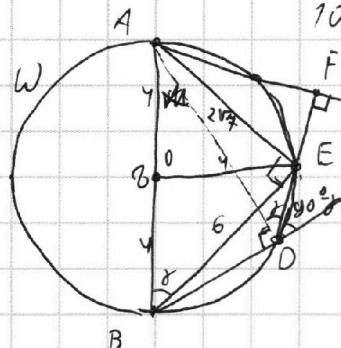
Ответ: 60001

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№3



$$\text{радиус } w = \frac{AB}{2} = 4.$$

O - центр.

По теореме синусов:

$$BE^2 = OB^2 + OE^2 - 2 \cdot OB \cdot OE \cdot \cos \angle BOE,$$

$$36 = 16 + 16 - 2 \cdot 16 \cdot \cos \angle BOE,$$

$$\cos \angle BOE = -\frac{1}{8}$$

$$\cos \angle AOE = -\cos \angle BOE = \frac{1}{8}$$

$$AE^2 = OA^2 + OE^2 - 2 \cdot OA \cdot OE \cdot \frac{1}{8} = 16 + 16 - 4 = 28$$

$$AE = 2\sqrt{7}.$$

3 ~~длинный путь~~

$$OE^2 = BO^2 + BE^2 - 2 \cdot \cos \angle BOE \cdot OB \cdot BE,$$

$$4 \cdot 16 = 16 + 36 - 2 \cdot 24 \cdot \cos \angle BOE.$$

$$\cos \angle BOE = \frac{3}{4}, \angle BOE = \delta^\circ$$

$\angle ABE = \angle ADE$ - отыгралась на 1 дугу. \Rightarrow

$$\angle FDC = 90^\circ - \delta \Rightarrow \angle FCD = \delta$$

$$\tan \delta = \frac{\sin \delta}{\cos \delta} = \frac{\sqrt{1-\cos^2 \delta}}{\cos \delta} = \frac{\sqrt{1-\frac{9}{16}}}{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{\frac{7}{16}}}{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$\tan \delta = \frac{AF}{FD} = \frac{ED}{FC} \Rightarrow \tan^2 \delta = \frac{AF}{FC} = \frac{7}{9}.$$

$$\begin{cases} \frac{AF}{FC} = \frac{7}{9} \\ AF + FC = AC = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} AF = \frac{7}{9} FC, FC = \frac{9}{7} AF \\ \frac{16}{7} AF = 10 \end{cases}$$

$$AF = \frac{10}{\frac{16}{7}} = \frac{70}{16} = \frac{35}{8} = \boxed{4,375}$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ 32 \quad | 8 \\ \hline 30 \\ -24 \\ \hline 60 \\ -56 \\ \hline 40 \\ -40 \\ \hline 0 \end{array}$$

Ответ: 4,375.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№4.

Пусть коробок A .

$\eta = \frac{m}{n}$ - вероятность (искомое). n - ^{число способов выбрать мужчины число ко-} способов выбрать мужчин из n человек. m - ^{число способов выбрать коробки так,} чтобы выиграть.

До 5 коробках:

$$n = C_a^5$$

$m = C_{a-3}^2$ (фиксируем 3 выигравшие из оставшихся выбираем 2 из оставшихся).

$$\eta_5 = \frac{C_{a-3}^2}{C_a^5} = \frac{(a-3)! \cdot (a-5)! \cdot 5!}{a! \cdot 2! \cdot (a-5)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{a(a-1)(a-2)}$$

При 7 коробках:

$$n = C_a^7$$

$m = C_{a-3}^4$ (аналогично выбираем 2, а 4).

$$\eta_7 = \frac{C_{a-3}^4}{C_a^7} = \frac{(a-3)! \cdot (a-7)! \cdot 4!}{a! \cdot (a-7)! \cdot 4!} = \frac{4 \cdot 6 \cdot 5}{a \cdot (a-1)(a-2)}$$

x - во сколько раз изменилась вероятность (искомое).

$$x = \frac{\eta_7}{\eta_5} = \frac{4 \cdot 6 \cdot 5 \cdot (a-1)(a-2)}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot a(a-1)(a-2)} = \frac{4 \cdot 6 \cdot 5}{5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{7}{2} = \boxed{3,5}$$

Ответ: $3,5$ раз.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№5.

Пусть члены прогрессии: $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, b_7, b_8, b_9 \dots$

$$\begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ n-d & n-3d & n-2d & n-d & n & n+d & n+2d & n+3d & n+4d \end{matrix}$$

$$x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$$

Корни: ~~x_1, x_2~~ x_1, x_2 ($x_1 < x_2$)

$$3x^2 - (a^2 - 2a^2)x + 6 - a^2 = 0$$

Корни: ~~x_3, x_4~~ x_3, x_4 ($x_3 < x_4$)

По теореме Виетта:

$$x_1 + x_2 = a^2 - 2a = 2n$$

$$x_3 + x_4 = \frac{a^2 - 2a^2}{3} = 2n.$$

$$a^2 - 2a = \frac{a^2 - 2a^2}{3}$$

$$3a(a-2) = a^2(a-2)$$

Корни: $a=0$; $a=2$; $a=3$.

$$1) a=0.$$

$$x^2 - 7 = 0.$$

Корни: $\pm\sqrt{7}$.

$3x^2 + 6 = 0$. - нет корней.

Корни: $\pm\sqrt{2}$. не подходит.

$$2) a=2.$$

$$x^2 - (a^2 - 2a)x +$$

$$x^2 - (4 - 4)x + 4 - 2 - 7 = 0.$$

$$x^2 - 5 = 0$$

корни: $\pm\sqrt{5}$ ($x_1 = -5; x_2 = 5$)

$$3x^2 - (2 - 6)x + 6 - 32 = 0.$$

$$3x^2 - 26 = 0$$

Корни: $\pm\sqrt{\frac{26}{3}}$ ($x_3 = -\sqrt{\frac{26}{3}}; x_4 = \sqrt{\frac{26}{3}}$)

Из последовательности:

$x_2 - x_1 = \frac{x_4 - x_2}{2}$ (левая часть рациональна, а правая - нет, значит не подходит).

$$3) a=3.$$

$$x^2 - (9 - 6)x + 9 - 3 - 7 = 0$$

$$x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+4}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2} \quad (x_1 = \frac{3+\sqrt{13}}{2}; x_2 = \frac{3-\sqrt{13}}{2})$$

$$3x^2 - (27 - 18)x + 6 - 243 = 0$$

$$3x^2 - 9x - 237 = 0$$

$$x^2 - 3x - 79 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+316}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{325}}{2} = \frac{3 \pm 5\sqrt{13}}{2} \quad (x_3 = \frac{3-5\sqrt{13}}{2}; x_4 = \frac{3+5\sqrt{13}}{2})$$

Подходящая прогрессия: $b_4 = \frac{3-5\sqrt{13}}{2}, b_5 = \frac{3+3\sqrt{13}}{2}$.

$$b_6 = \frac{3-\sqrt{13}}{2}, b_7 = \frac{3+\sqrt{13}}{2}, b_8 = \frac{3+3\sqrt{13}}{2}, b_9 = \frac{3+5\sqrt{13}}{2}$$

Другие: $\sqrt{13}$; Первый член: $b_1 = \frac{3-11\sqrt{13}}{2}$.

Ответ: 3



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№6

$$a = \sqrt{10} + \frac{y}{2\sqrt{3}}, b = \sqrt{10} - \frac{y}{2\sqrt{3}}$$

Построим график, а, б, в, г.

Фигура:

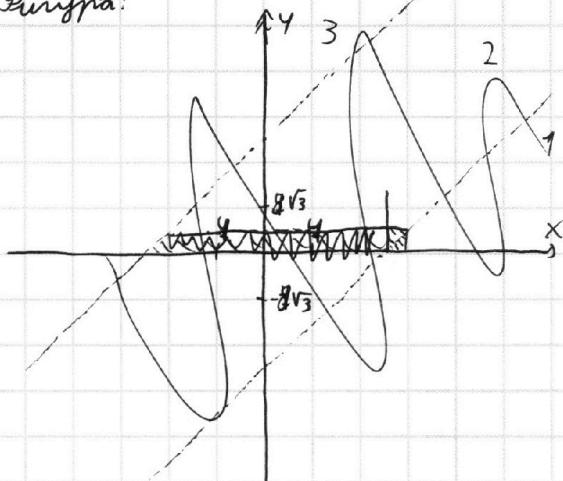


График х5, ожидаем.

$$f(x, y) = |x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}| + |x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}|$$

Заметим, что $f(x, y) = f(x, -y)$.

$$a = \sqrt{10} + \frac{y}{2\sqrt{3}}, b = \sqrt{10} - \frac{y}{2\sqrt{3}}$$

$$|a+b| + |a-b| \leq 4.$$

Также построим f только для $y \geq 0$, потому что $y \geq 0 \Leftrightarrow y \geq 0$

3 случая:

$$1) a > b \Leftrightarrow x > \frac{y}{2\sqrt{3}} + 10$$

$$a+b+a-b \leq 4$$

$$2a \leq 4.$$

$$a \leq 2 \Leftrightarrow x \leq 12$$

$$2) a \leq b \Leftrightarrow -b \leq a \leq b \Leftrightarrow 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq x \leq 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}$$

$$a+b-a+b \leq 4$$

$$2b \leq 4.$$

$$b \leq 2 \Leftrightarrow y \leq \frac{4}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow y \leq 4\sqrt{3}$$

$$3) a < -b \Leftrightarrow x < 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}$$

$$-a-b-a+b \leq 4$$

$$\Rightarrow a > 2 \Leftrightarrow x > 8$$

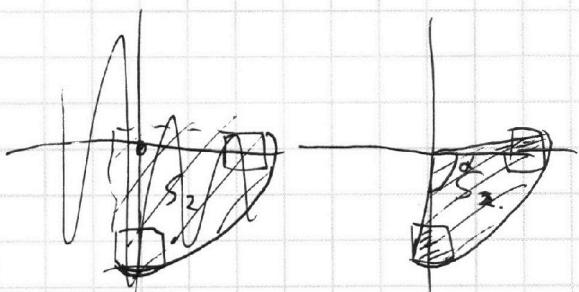
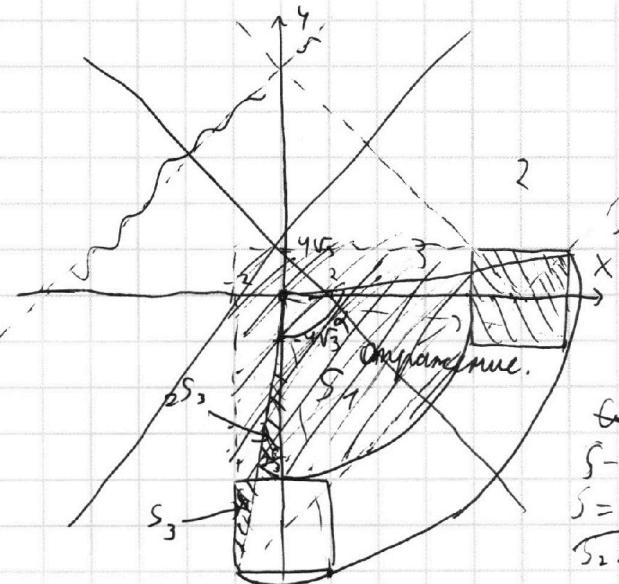
Внешнюю границу фигуры составят пути симметрических удалений от точек ($R = \sqrt{(72+4\sqrt{3})^2 - (19+3)^2} = 8\sqrt{3}$)

Будем пытаться на графике:

S - искатель,

$$S = S_2 - S_1 - 2S_3.$$

$$2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

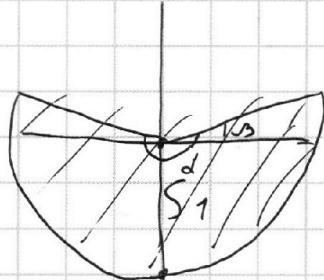
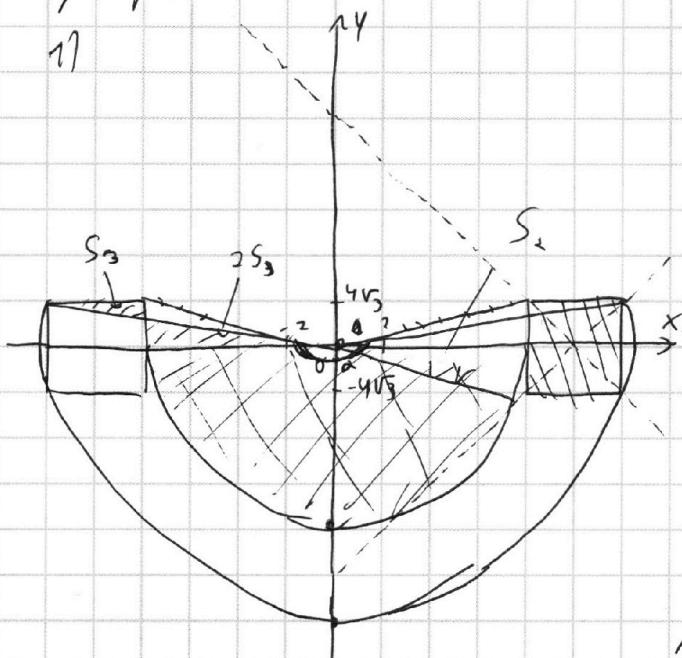
СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№6. Продолжение

График:

1)



$$\text{Ответ: } 96\pi - \frac{16\sqrt{3}}{3}$$

всегда при всех задачах
записано 1

МД - искомое значение

$$M_D = S_1 - S_2 - 2S_3$$

$$S_1 = \pi \frac{R^2 \alpha}{2} \text{ (для масштаба 1:1)}$$

$$\alpha = R = \sqrt{12^2 + 6^2} = \sqrt{3} \pi$$

$$\alpha = R = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 12^2} = 8\sqrt{3}$$

$$\sin \alpha = \frac{4\sqrt{3}}{8\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

$$\alpha = 90^\circ + 2 \cdot 30^\circ = 120^\circ = \frac{2\pi}{3}$$

$$S_1 = \frac{(8\sqrt{3})^2 \cdot 2 \cdot \frac{2\pi}{3}}{2} = \frac{64\sqrt{3}\pi}{2} = 128\sqrt{3}\pi$$

$$S_2 = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{64\pi}{2} = 32\pi$$

$$S_3 = \frac{4\sqrt{3}}{2} \cdot 4 = \frac{8}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$M_D = 128\sqrt{3}\pi - 32\pi - 2 \cdot \frac{8\sqrt{3}}{3} =$$

$$= \boxed{96\pi - \frac{16\sqrt{3}}{3}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

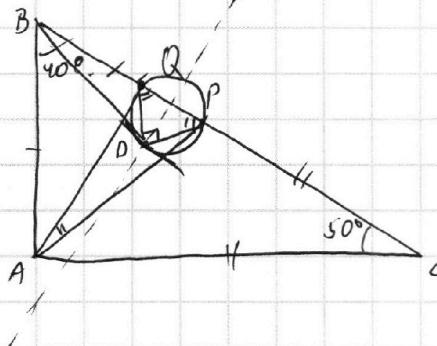


- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№ 7.



$$\angle ABP = 90^\circ - \angle BCA = 40^\circ.$$

$$\angle BAP = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ = \angle APB$$

(т.к. $\triangle ABP$ - равнобедр.)

Аналогично

$$\angle QAC = \angle AQC = \frac{180^\circ - 50^\circ}{2} = 65^\circ.$$

$$\angle QAP = \angle CAB + \angle QAC - \angle BAC =$$

$$= 70^\circ + 65^\circ - 90^\circ = 45^\circ.$$

$$\angle QDP = 90^\circ, \angle Q = DP = \angle QDP -$$

- прямогр. равнобедр. $= \angle DQP = \angle QPD = 45^\circ$

$$\angle BAQ = \angle BAD - \angle QAP = 70^\circ - 45^\circ = 25^\circ.$$

$$\angle PAC = \angle QAC - \angle QAP = 65^\circ - 45^\circ = 20^\circ.$$

$$\angle BQA = 180^\circ - \angle ABQ - \angle BAQ = 180^\circ - 40^\circ - 25^\circ = 115^\circ$$

Из сумм углов и смежностей
считаем другие углы (нижний рис.)

Пусть $BC = 1$.

~~$$AC = \sin 40^\circ; BA = \cos 40^\circ.$$~~

~~$$AQ^2 = QC^2 + AC^2 - 2 \cdot \cos 50^\circ \cdot QC \cdot AC =$$~~

$$= 2 \sin^2 40^\circ - 2 \cdot \sin^2 40^\circ = 2 \sin^2 40^\circ (1 - \sin 40^\circ)$$

~~$$AP^2 = AB^2 + BP^2 - 2 \cdot \cos 40^\circ \cdot AB \cdot BP =$$~~

$$= 2 \cos^2 40^\circ (1 - \cos 40^\circ)$$

~~$$QP = AQ^2 + AP^2 - 2 \cos 45^\circ \cdot AQ \cdot AP =$$~~

~~$$= 2 (\sin^2 40^\circ - \sin^2 40^\circ + \cos^2 40^\circ - \cos^2 40^\circ) -$$~~

$$- 2\sqrt{2} \cdot \sin 80^\circ (1 - \sin 40^\circ)(1 - \cos 40^\circ) =$$

$$=$$

~~$$DH \perp QP; H \in QP; QH = HP = DH. QD = DP =$$~~

$$= \sqrt{2} QH.$$

~~$$BQ = a; QM = 1.$$~~

~~$$\begin{aligned} &= \cos \eta. \\ &2 = a^2 + (a^2 + 1) - 2 \cdot \cos \eta \cdot \sqrt{a^2 + 1} \cdot a / \sqrt{2} \\ &2 = a^2 + a^2 + 1 - 2a \\ &2a^2 - 2a + 1 = 0. \\ &a = \frac{2 + \sqrt{4 + 8}}{2} = 1 + \sqrt{3}. \\ &\cos \eta = \frac{1}{\sqrt{(1 + \sqrt{3})^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{5 + 2\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{5 - 2\sqrt{3}}}{\sqrt{25 - 12}} = \frac{\sqrt{5 - 2\sqrt{3}}}{13} \end{aligned}$$~~

~~$\operatorname{tg} \theta$~~

~~$$BQ = a; QM = 1.$$~~

Однако: $\operatorname{tg} \left(\frac{1}{\sqrt{5 + 2\sqrt{3}}} \right)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№7. продолжение.

$$BH = a + 1.$$

$$BD = \sqrt{BH^2 + DH^2} = \sqrt{a^2 + 2a + 2}$$

~~$$QD = \frac{DH}{\cos 45^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$~~

~~$$\cos \gamma = \frac{a+1}{\sqrt{a^2+2a+2}}$$~~

Проверка:

$$2 = a^2 + (a^2 + 2a + 2) - 2 \cdot \cos \gamma \cdot \sqrt{a^2 + 2a + 2} \cdot a$$

~~$$2 = 2a^2 + 2a + 2 - 2a \quad 2 = 2a^2 + 2a + 2 - 2a(a+1).$$~~

~~$$2 = 2a^2 + 2 \quad 2 = 2$$~~

М - основание высоты ΔABC из $A \Rightarrow D \in AH$.

~~$$DM = QH =$$~~

~~$$BC = 1,$$~~

$$DM = QH = \frac{(\cos 40^\circ + \sin 40^\circ - 1)}{2}$$

$$\sin \gamma = \operatorname{tg} \gamma = \frac{DM}{BH} = \frac{\cos 40^\circ + \sin 40^\circ - 1}{2(\cos 40^\circ - (\cos 40^\circ + \sin 40^\circ - 1))} = \frac{\cos 40^\circ + \sin 40^\circ - 1}{2(\cos 40^\circ - \sin 40^\circ + 1)}$$

~~$$\alpha = 1 + \frac{2 \sin 40^\circ - 2}{\cos 40^\circ - \sin 40^\circ} \quad 1 + 2 - 2 \sin$$~~

$$\text{Ответ: } \operatorname{atg} \left(\frac{\cos 40^\circ + \sin 40^\circ - 1}{\cos 40^\circ - \sin 40^\circ + 1} \right)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{2+\sqrt{3}} = \operatorname{tg} \alpha.$$

$$\sin \alpha =$$