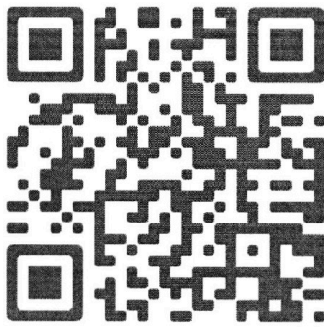




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$ являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| + \left|x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| \leq 4$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое заняла фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle BCA = 50^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2 = z(z-2) & (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \cancel{a} \\ yz = -2x + x^2 = x(x-2) \\ zx = -2y + y^2 = y(y-2) \end{cases}$$

$$(x-2)^2 = yz - 2x + 4$$

$$(y-2)^2 = zx - 2y + 4$$

$$(z-2)^2 = xy - 2z + 4$$

$$a = xy + yz + zx - 2(x+y+z) + 12$$

$$a = \frac{(x+y+z)^2 - x^2 - y^2 - z^2}{2} - 2(x+y+z) + 12$$

$$\begin{cases} \frac{xy}{z} = z-2 \\ \frac{yz}{x} = x-2 \\ \frac{zx}{y} = y-2 \end{cases}$$

$$a = \left(\frac{xy}{z}\right)^2 + \left(\frac{yz}{x}\right)^2 + \left(\frac{zx}{y}\right)^2 = \frac{x^4y^4 + y^4z^4 + z^4x^4}{x^2y^2z^2}$$

$$x \cdot y \cdot z(z-2)(x-2)(y-2) = x^2y^2z^2$$

$$(x-2)(y-2)(z-2) = xyz$$

$$xyz - 2xy - 2yz - 2xz + 4(x+y+z) = xyz$$

$$xy + yz + xz - 2(x+y+z) = 0$$

$$\begin{cases} (x-2)^2 = yz - 2x + 4 \\ (y-2)^2 = xz - 2y + 4 \\ (z-2)^2 = xy - 2z + 4 \end{cases}$$

$$a = \sqrt{xy + yz + xz - 2(x+y+z)} + 12 = 12$$

Ответ: 12.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n^2 = \underbrace{999 \dots 99}_{30001}$$

$$n+1 = \underbrace{100000 \dots 00}_{30001} \quad (n+1)^2 = \underbrace{10000 \dots 00}_{60002} \quad (n+1)^3 = \underbrace{100 \dots 00}_{90003}$$

$$(n+1)^3 = n^3 + 3n^2 + 3n + 1 = n^3 + 3(n+1)^2 - 3(n+1) + 1.$$

$$n^2 = (n+1)^3 - 3(n+1)^2 + 3(n+1) - 1 = \cancel{100} 10^{90003} - 3 \cdot 10^{60002} + 10^{30001} - 1 =$$

$$= \underbrace{9999 \dots 99}_{30000} \underbrace{7000 \dots 00}_{30001} \underbrace{999 \dots 999}_{30001}$$

Всего девяток - 60001

Ответ: 60001



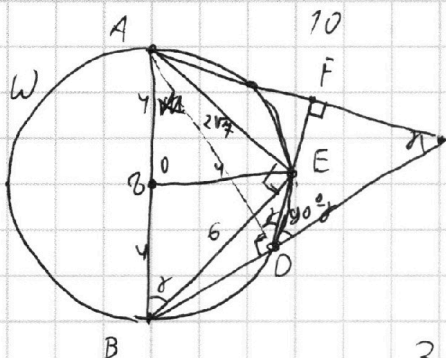
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3



$$\text{Радиус } W = \frac{AB}{2} = 4.$$

O - центр.

По теореме синусов:

$$BE^2 = OB^2 + OE^2 - 2 \cdot OB \cdot OE \cdot \cos \angle BOE.$$

$$36 = 16 + 16 - 2 \cdot 16 \cdot \cos \angle BOE.$$

$$\cos \angle BOE = -\frac{1}{8}$$

$$\cos \angle AOE = -\cos \angle BOE = \frac{1}{8}$$

$$AE^2 = AO^2 + OE^2 - 2 \cdot AO \cdot OE \cdot \frac{1}{8} = 16 + 16 - 4 = 28$$

$$AE = 2\sqrt{7}.$$

~~Заметим что~~

$$OE^2 = BO^2 + BE^2 - 2 \cdot \cos \angle OBE \cdot OB \cdot BE.$$

$$16 = 16 + 36 - 2 \cdot 4 \cdot \cos \angle OBE.$$

$$\cos \angle OBE = \frac{3}{4}, \angle OBE = \delta.$$

$\angle ABE = \angle ADE$ - опираются на 1 дугу. $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle FDE = 90^\circ - \delta \Rightarrow \angle FCD = \delta$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\sin \delta}{\cos \delta} = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \delta}}{\cos \delta} = \frac{\sqrt{1 - \frac{9}{16}}}{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{\frac{7}{16}}}{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{AF}{FD} = \frac{ED}{FC} \Rightarrow \operatorname{tg}^2 \delta = \frac{AF}{FC} = \frac{7}{9}.$$

$$\begin{cases} \frac{AF}{FC} = \frac{7}{9} \\ AF + FC = AC = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} AF = \frac{7}{9} FC \cdot FC = \frac{7}{9} AF \\ \frac{16}{7} AF = 10 \end{cases}$$

$$AF = \frac{10}{\frac{16}{7}} = \frac{70}{16} = \frac{35}{8} = 4,375$$

$$\begin{array}{r} 35 \overline{) 160} \\ 32 \overline{) 160} \\ 30 \overline{) 160} \\ 24 \overline{) 160} \\ 60 \overline{) 160} \\ 56 \overline{) 160} \\ 40 \overline{) 160} \\ 40 \overline{) 160} \\ 0 \end{array}$$

Ответ: 4,375



1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4.

Пусть коробок X из a .

$\eta = \frac{m}{n}$ - вероятность. ~~искомое~~ n - число способов выбрать нужное число коробок, m - число способов выбрать коробки так, чтобы выиграть.

До. При 5 коробках:

$$n = C_a^5$$

$m = C_{a-3}^2$ (фиксируем 3 выигрывающие и из остальных выбираем 2 из оставшихся).

$$\eta_5 = \frac{C_{a-3}^2}{C_a^5} = \frac{(a-3)! \cdot (a-5)! \cdot 5!}{a! \cdot 2! \cdot (a-5)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{a(a-1)(a-2)}$$

При 4 коробках:

$$n = C_a^4$$

$m = C_{a-3}^1$ (аналогично выбираем не 2, а 1).

$$\eta_4 = \frac{C_{a-3}^1}{C_a^4} = \frac{(a-3)! \cdot (a-4)! \cdot 4!}{a! \cdot (a-4)! \cdot 4!} = \frac{4 \cdot 6 \cdot 5}{a \cdot (a-1)(a-2)}$$

x - во сколько раз изменилась вероятность (искомое).

$$x = \frac{\eta_4}{\eta_5} = \frac{4 \cdot 6 \cdot 5 \cdot a(a-1)(a-2)}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot a(a-1)(a-2)} = \frac{4 \cdot 6 \cdot 5}{5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{7}{2} = \boxed{3,5}$$

Ответ: 3,5 раз.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5.

Пусть члены прогрессии: $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, b_7, b_8, b_9, \dots$

" " " " " " " " " "

$n-4d, n-3d, n-2d, n-d, n, n+d, n+2d, n+3d, n+4d$

$$x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$$

Корни: x_1, x_2 ($x_1 < x_2$)

$$3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^2 = 0$$

Корни: x_3, x_4 ($x_3 < x_4$)

По теореме Виета:

$$x_1 + x_2 = a^2 - 2a = 2n$$

$$x_3 + x_4 = \frac{a^3 - 2a^2}{3} = 2n$$

$$a^2 - 2a = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$$

$$3a(a-2) = a^2(a-2)$$

Корни: $a=0, a=2, a=3$.

$$1) a=0.$$

$$x^2 - 7 = 0.$$

Корни: $\pm\sqrt{7}$.

$3x^2 + 6 = 0$ - нет корней.

Корни: $\pm\sqrt{2}$ не подходит.

$$2) a=2.$$

$$x^2 - (4 - 4)x + 4 - 2 - 7 = 0.$$

$$x^2 - 5 = 0$$

корни: ± 5 ($x_1 = -5; x_2 = 5$)

$$3x^2 - (8 - 8)x + 6 - 32 = 0.$$

$$3x^2 - 26 = 0$$

Корни: $\pm\sqrt{\frac{26}{3}}$ ($x_3 = -\sqrt{\frac{26}{3}}; x_4 = \sqrt{\frac{26}{3}}$)

Из последовательности:
 $x_2 - x_1 = \frac{x_4 - x_3}{2}$ (левая часть рациональна, а правая - нет, значит не подойдет).

$$3) a=3.$$

$$x^2 - (9 - 6)x + 9 - 3 - 7 = 0$$

$$x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+4}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2} \quad (x_1 = \frac{3 - \sqrt{13}}{2}; x_2 = \frac{3 + \sqrt{13}}{2})$$

$$3x^2 - (27 - 18)x + 6 - 243 = 0$$

$$3x^2 - 9x - 237 = 0$$

$$x^2 - 3x - 79 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+316}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{325}}{2} = \frac{3 \pm 5\sqrt{13}}{2} \quad (x_3 = \frac{3 - 5\sqrt{13}}{2}; x_4 = \frac{3 + 5\sqrt{13}}{2})$$

Подходящая прогрессия: $b_1 = \frac{3 - 5\sqrt{13}}{2}, b_5 = \frac{3 - 3\sqrt{13}}{2}$

$$b_6 = \frac{3 - \sqrt{13}}{2}, b_4 = \frac{3 + \sqrt{13}}{2}, b_8 = \frac{3 + 3\sqrt{13}}{2}, b_9 = \frac{3 + 5\sqrt{13}}{2}$$

Разность: $\sqrt{13}$; Первый член: $b_1 = \frac{3 - 11\sqrt{13}}{2}$

Ответ: 3

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

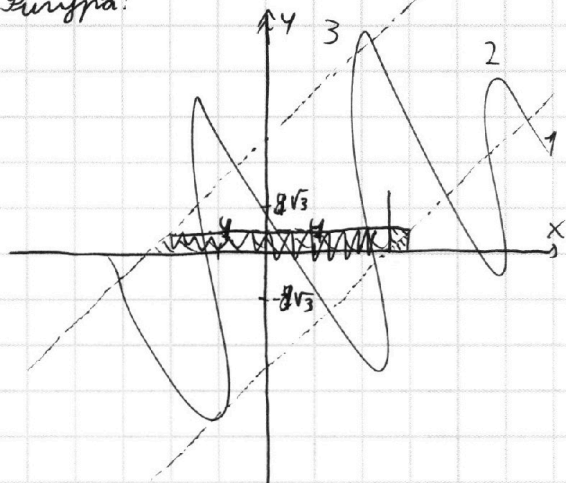
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



№6

$$a = \sqrt{x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}}; b = \sqrt{x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}}$$

Построена графика $a, b, a+b$.
Фигура:



Пусть $x \leq 0, y \leq 0$.

$$f(x, y) = |x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}| + |x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}|$$

Заметим, что $f(x, y) = f(x, -y)$.

$$a = x - 10; b = \frac{y}{2\sqrt{3}}$$

$$|a+b| + |a-b| \leq 4.$$

Пусть построим f только для $y \geq 0$, тогда отразим от Ox и получим полную f . $y \geq 0 \Rightarrow y \geq 0$

3 случая:

$$1) a+b \geq b \Rightarrow a > b \Leftrightarrow x > \frac{y}{2\sqrt{3}} + 10$$

$$a+b + a-b \leq 4$$

$$2a \leq 4.$$

$$a \leq 2 \Leftrightarrow x \leq 12$$

$$2) a \leq b \Rightarrow -b \leq a \leq b \Leftrightarrow 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq x \leq 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}$$

$$a+b - a + b \leq 4$$

$$2b \leq 4.$$

$$b \leq 2 \Leftrightarrow y \leq \frac{y}{\sqrt{3}} \Rightarrow y \leq 4\sqrt{3}$$

$$3) a < -b \Leftrightarrow x < 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}$$

$$-a-b - a + b \leq 4$$

$$-2a \leq 4 \Leftrightarrow a \geq -2 \Leftrightarrow x \geq 8$$

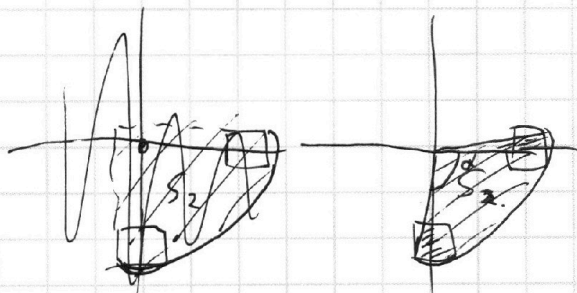
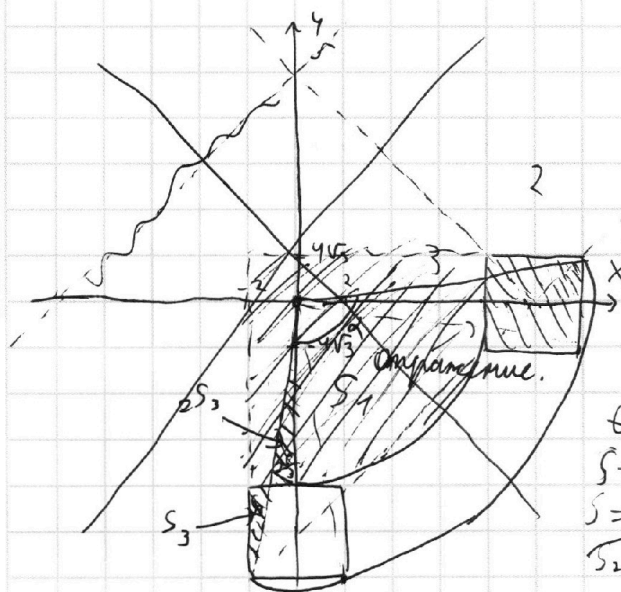
Внешнюю границу фигуры составят пути самых удаленных точек $(R = \sqrt{12^2 + (4\sqrt{3})^2} = 4\sqrt{9+3} = 8\sqrt{3})$

Выделим площади на графике:

S - искомое

$$S = S_2 - S_1 - 2S_3.$$

$$S_2 = \frac{R^2 \alpha}{2}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

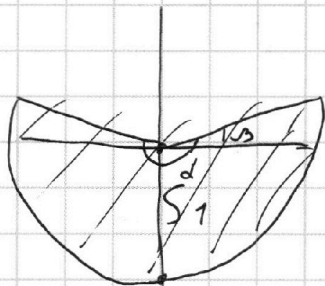
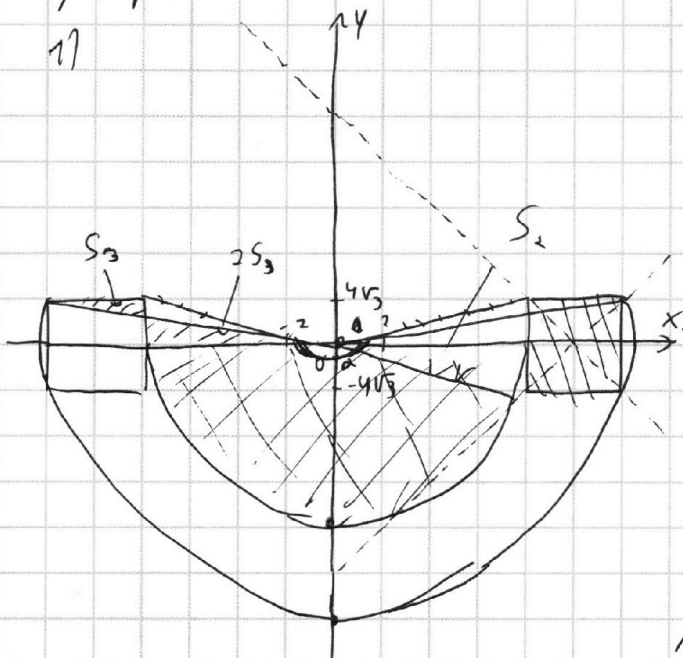
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6. Продолжение

График:

1)



Ответ: $96\pi - \frac{16\sqrt{3}}{3}$

Выполнено все по условию задачи.

MS-искомое значение

$$MS = S_1 - S_2 - 2S_3$$

$$S_1 = \frac{\pi R^2 \alpha}{2} \text{ (дв. масштабе 1:1)}$$

$$\alpha = R \sqrt{1^2 + 6^2} = \sqrt{37}$$

$$\alpha = R = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 12^2} = 8\sqrt{3}$$

$$\sin \alpha = \frac{4\sqrt{3}}{8\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

$$\alpha = 90^\circ + 2\sqrt{3} = 240^\circ = \frac{4}{3}\pi$$

$$S_1 = \frac{(8\sqrt{3})^2 \cdot 240 \cdot \frac{4}{3}\pi}{2} = \frac{64 \cdot 4\pi}{2} = 128\pi$$

$$S_2 = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{64\pi}{2} = 32\pi$$

$$S_3 = \frac{4\sqrt{3} \cdot 4}{2} = \frac{8}{\sqrt{3}} = \frac{24\sqrt{3}}{3}$$

$$MS = 128\pi - 32\pi - 2 \cdot \frac{8\sqrt{3}}{3} =$$

$$= 96\pi - \frac{16\sqrt{3}}{3}$$



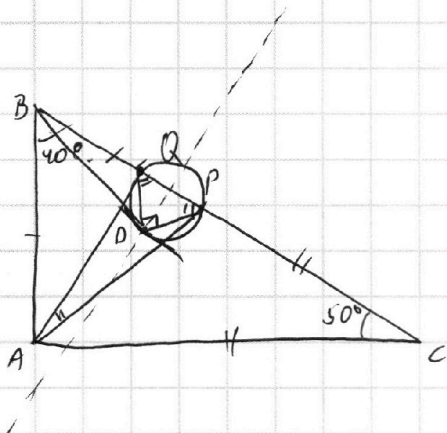
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 7.



$$\angle ABP = 90^\circ - \angle BCA = 40^\circ$$

$$\angle BAP = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ = \angle APB$$

(т.к. $\triangle ABP$ - равнобедр.)

Аналогично

$$\angle QAC = \angle AQC = \frac{180^\circ - 50^\circ}{2} = 65^\circ$$

$$\angle QAP = \angle ABP + \angle QAC - \angle BAC = 70^\circ + 65^\circ - 90^\circ = 45^\circ$$

$$\angle QDP = 90^\circ, DQ = DP \Rightarrow \triangle QDP -$$

прямоуг. равнобедр. $\Rightarrow \angle DQP = \angle QPD = 45^\circ$

$$\angle BAQ = \angle BAP - \angle QAP = 70^\circ - 45^\circ = 25^\circ$$

$$\angle PAC = \angle QAC - \angle QAP = 65^\circ - 45^\circ = 20^\circ$$

$$\angle BQA = 180^\circ - \angle ABQ - \angle BAQ = 180^\circ - 40^\circ - 25^\circ = 115^\circ$$

Из суммы углов и симметрии считаем другие углы (нижний рис.)

Пусть $BC = 1$.

$$AC = \sin 40^\circ; BA = \cos 40^\circ$$

$$AQ^2 = AC^2 + AC^2 - 2 \cdot \cos 50^\circ \cdot AC \cdot AC = 2 \sin^2 40^\circ - 2 \cdot \sin^2 40^\circ = 2 \sin^2 40^\circ (1 - \sin 40^\circ)$$

$$AP^2 = AB^2 + BP^2 - 2 \cdot \cos 40^\circ \cdot AB \cdot BP = 2 \cdot \cos^2 40^\circ (1 - \cos 40^\circ)$$

$$QP^2 = AQ^2 + AP^2 - 2 \cdot \cos 45^\circ \cdot AQ \cdot AP =$$

$$= 2(\sin^2 40^\circ - \sin^2 40^\circ + \cos^2 40^\circ - \sin^2 40^\circ) - 2\sqrt{2} \cdot \sin 80^\circ (1 - \sin 40^\circ)(1 - \cos 40^\circ) =$$

$$DH \perp QP; H \in QP; QM = HP = DH. QD = DP = \sqrt{2} QH.$$

$$BQ = a; QM = 1.$$

$$= \cos \delta.$$

$$2 = a^2 + a^2 + 1 - 2 \cdot \cos \delta \cdot \sqrt{a^2 + 1} \cdot a$$

$$2 = a^2 + a^2 + 1 - 2a$$

$$2a^2 - 2a + 1 = 0.$$

$$a = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 8}}{2} = 1 \pm \sqrt{3}.$$

$$\cos \delta = \frac{1}{\sqrt{(1 + \sqrt{3})^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{5 + 2\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{5 - 2\sqrt{3}}}{\sqrt{25 - 12}} = \frac{\sqrt{5 - 2\sqrt{3}}}{13}$$

$$\text{Answer: } \cos \left(\frac{1}{\sqrt{5 + 2\sqrt{3}}} \right)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.



СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№7. продолжение.

$$BH = a + 1.$$

$$BD = \sqrt{BH^2 + DH^2} = \sqrt{a^2 + 2a + 2}$$

$$QD = \frac{DH}{\cos 45^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 1$$

$$\cos \gamma = \frac{\sqrt{a^2 + 2a + 2}}{2}$$

Площ. кос:

$$2 = a^2 + (a^2 + 2a + 2) - 2 \cdot \cos \gamma \cdot \sqrt{a^2 + 2a + 2} \cdot a$$

$$2 = 2a^2 + 2a + 2 - 2a \cdot 2 = 2a^2 + 2a + 2 - 4a(a + 1).$$

$$2 = 2a^2 + 2 \quad 2 = 2$$

M - основание высоты $\triangle ABC$ из $A \Rightarrow D \in AM$.

$$DM = QM =$$

$$BC = 1,$$

$$DM = QM = \frac{(\cos 40^\circ + \sin 40^\circ - 1)}{2}.$$

$$\sin \gamma = \frac{DM}{BH} = \frac{\cos 40^\circ + \sin 40^\circ - 1}{2(\cos 40^\circ - (\cos 40^\circ + \sin 40^\circ - 1))} = \frac{\cos 40^\circ + \sin 40^\circ - 1}{2 \cos 40^\circ - \sin 40^\circ + 1}$$

$$\alpha = 1 + \frac{2 \sin 40^\circ - 2}{\cos 40^\circ - \sin 40^\circ} \quad 1 + \frac{2 - 2 \sin}{\cos 40^\circ - \sin 40^\circ}$$

$$\text{Ответ: } \alpha \approx \frac{\cos 40^\circ + \sin 40^\circ - 1}{\cos 40^\circ - \sin 40^\circ + 1}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{2+\sqrt{3}} = \operatorname{tg} \alpha.$$

$$\sin \alpha =$$