



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замесла фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~1

$$\begin{cases} xy = z(z+3) \\ yz = x(x+3) \\ zx = y(y+3) \end{cases} \text{ перемножим (т.к. } x, y, z \neq 0) \Rightarrow x^2 y^2 z^2 = xyz(x+3)(y+3)(z+3)$$

$$xyz = (x+3)(y+3)(z+3)$$

$$xyz = xyz + 3xy + 3yz + 3zx + 9x + 9y + 9z + 27$$

$$xy + yz + zx + 3x + 3y + 3z + 9 = 0 \quad (1)$$

возведем по две квадраты:

$$\begin{cases} xy = (z+3)^2 - 3z - 9 \\ yz = (x+3)^2 - 3x - 9 \\ zx = (y+3)^2 - 3y - 9 \end{cases} + \Rightarrow xy + yz + zx = (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 - 3x - 3y - 3z - 27$$

$$xy + yz + zx + 3x + 3y + 3z + 9 + 18 = (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$$

$$\circ \quad (\text{по (1) рав-ву})$$

$$\text{т.е. } (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 18 \quad \text{при } x, y, z \neq 0$$

$$\text{Ответ: } (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 18$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~4

Пусть всего x коробок

тогда способов выбрать 5 коробок C_x^5

чтобы выбранная комбинация коробок была выигрышной среди 5 коробок должны быть 3 шарика и 2 любых другие, тогда кол-во выигрышных комбинаций C_{x-3}^2 (зафиксировав 3 коробки с шариками, выбираем 2 любые)

по определению вероятности $P_1 = \frac{C_{x-3}^2}{C_x^5}$

Если можно выбрать 6 коробок, всего способов C_x^6 ,
подходящих C_{x-3}^3 (т.к. уже нужно выбрать 3 шарика)
 $P_2 = \frac{C_{x-3}^3}{C_x^6}$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{C_{x-3}^3 \cdot C_x^5}{C_x^6 \cdot C_{x-3}^2} = \frac{(x-3)! \cdot x! \cdot 6! \cdot (x-6)! \cdot 2! \cdot (x-2)!}{3! \cdot (x-3)! \cdot 5! \cdot (x-5)! \cdot x! \cdot (x-3)!} = \frac{6! \cdot 2!}{5! \cdot 3!} = \frac{6}{3} =$$

$= 2$

Ответ: вероятность выигрыша увеличится
в 2 раза



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - a(a-1)x + a-5 = 0 \quad \sim 5$$

по Теореме Виета:

$$\begin{cases} a^2(a-1)^2 - 4(a-5) > 0 \\ x_1 + x_2 = a(a-1) \end{cases}$$

x_1, x_2 - корни

$$4x^2 - a^2(a-1)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$

по Теореме Виета:

$$\begin{cases} a^4(a-1)^2 - 16(2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4) > 0 \\ x_3 + x_4 = \frac{1}{4}a^2(a-1) \end{cases}$$

x_3, x_4 - корни

пусть 1ый член прогрессии - n_1 , разность - d

$$\text{Тогда, } \left. \begin{aligned} x_1 &= n_1 + 4d \text{ (5ый член)}, & x_2 &= n_1 + 5d \text{ (6ый)} \\ x_3 &= n_1 + 2d \text{ (3ий)}, & x_4 &= n_1 + 7d \text{ (8ый)} \end{aligned} \right\}$$

$$\text{Тогда } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2n_1 + 9d \\ x_3 + x_4 = 2n_1 + 9d \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = x_3 + x_4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a(a-1) = \frac{a^2(a-1)}{4}; \quad a(a-1)\left(1 - \frac{a}{4}\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=1 \\ a=4 \end{cases}$$

(пер-во (1))

$$|x_4| > |x_2| > |x_1| > |x_3|$$

если $a=0$

$$\begin{cases} x^2 = 5 \\ x^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x_{1,2} = \pm\sqrt{5} \\ x_{3,4} = \pm 1 \end{cases}$$

пер-во (1) не выполняется

если $a=1$

$$\begin{cases} x^2 = 4 \\ x^2 = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x_{1,2} = \pm 2 \\ x_{3,4} = \pm \frac{1}{2} \end{cases}$$

(1) не выполняется



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{если } a=4: X^2 - 12X - 1 = 0 \Rightarrow X_{3,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36+1}}{1}$$

$$4X^2 - 48X - 77.254 = 0$$

$$X^2 - 12X - 7.127 = 0 \Rightarrow X_{3,4} = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 7.127}}{1}$$

пер-во (7) выполняется

$$\text{тогда } d = |6 + \sqrt{37} - (6 - \sqrt{37})| = 2\sqrt{37}$$

$$X_4 - X_2 = 2d = |6 + \sqrt{925} - (6 + \sqrt{37})| = \sqrt{925} - \sqrt{37}$$

$$\sqrt{925} - \sqrt{37} = 2\sqrt{37}; \quad \sqrt{925} = 5\sqrt{37}; \quad \sqrt{925} = \sqrt{25 \cdot 37};$$

$$5\sqrt{37} = 5\sqrt{37} \text{ верно} \Rightarrow \text{такая арифметическая про-}$$

грессия существует.

Ответ: $a=4$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3 \quad \cdot 6\sqrt{3}$$

$$|6x\sqrt{3} - 45\sqrt{3} + y| + |6x\sqrt{3} - 45\sqrt{3} - y| \leq 18\sqrt{3}$$

$$\begin{cases} a = 6x\sqrt{3} - 45\sqrt{3} + y \geq 0 \\ b = 6x\sqrt{3} - 45\sqrt{3} - y \geq 0 \\ 12x\sqrt{3} - 90\sqrt{3} \leq 18\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \geq -6x\sqrt{3} + 45\sqrt{3} \\ y \leq 6x\sqrt{3} - 45\sqrt{3} \\ x \leq 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a < 0 \\ b < 0 \\ -2y \leq 18\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y < -6x\sqrt{3} + 45\sqrt{3} \\ y > 6x\sqrt{3} - 45\sqrt{3} \\ x \geq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \geq 0 \\ b < 0 \\ 2y \leq 18\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \geq -6x\sqrt{3} + 45\sqrt{3} \\ y > 6x\sqrt{3} - 45\sqrt{3} \\ y \leq 9\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a < 0 \\ b \geq 0 \\ -2y \leq 18\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y < -6x\sqrt{3} + 45\sqrt{3} \\ y \leq 6x\sqrt{3} - 45\sqrt{3} \\ y \geq -9\sqrt{3} \end{cases}$$

$$y_1 = -6x\sqrt{3} + 45\sqrt{3}$$

$$y_2 = 6x\sqrt{3} - 45\sqrt{3}$$

заметьте, что y_1 и y_2 симметричны относительно Ox . $y_1, y_2 = (7,5; 0)$

$$x=9 \cap y_1 = (9; -9\sqrt{3}); x=9 \cap y_2 = (9; 9\sqrt{3})$$

$$x=6 \cap y_1 = (6; 9\sqrt{3}); x=6 \cap y_2 = (6; -9\sqrt{3})$$

$$y=9\sqrt{3} \cap y_1 = (6; 9\sqrt{3}); y=9\sqrt{3} \cap y_2 = (9; 9\sqrt{3})$$

4 T, A4D Toml.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

ABC - прямоугольный треугольник

BC - гипотенуза

$P, Q \in BC$

$AB = BP$

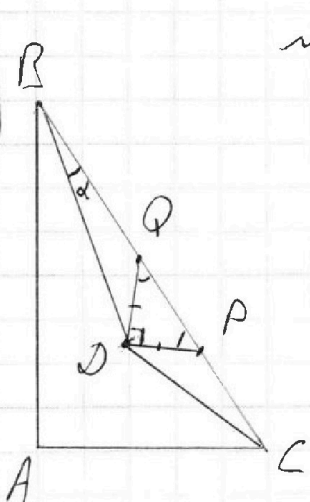
$AC = CQ$

$DP = DQ$

$\angle PDQ = 90^\circ$

$\angle DCB = 20^\circ$

Найти: $\angle DBC$



~ 7

$$DP = DQ = a$$

пусть $\angle DBC = x$

$$1. PQ = BP + PC - BC = AB + AC - BC$$

в о-ке DPQ ($\angle D = 90^\circ$):

$$PQ = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

(т. Пифаг.)
зотра)

$$\Rightarrow \sqrt{AB^2 + AC^2} = AB + AC - a\sqrt{2} \quad \uparrow^2$$

$$AB^2 + AC^2 = AB^2 + AC^2 + 2a^2 + 2AB \cdot AC - 2AB \cdot a\sqrt{2} - 2AC \cdot a\sqrt{2}$$

$$AB(AC - a\sqrt{2}) = a(AC\sqrt{2} - a) \quad (1)$$

2. в треугольнике PCD :

$$\angle DCB + \angle PDC = \angle QPD = 45^\circ \Rightarrow \angle PDC = 25^\circ$$

по теореме син:

$$\frac{PC}{\sin 25^\circ} = \frac{a}{\sin 20^\circ} \Rightarrow PC = \frac{\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ} a$$

в треугольнике BQD аналогично

$$\frac{BQ}{\sin 45^\circ - 20^\circ} = \frac{a}{\sin 20^\circ} \quad (3)$$

$$3. PC = AC - PQ = AC - a\sqrt{2} \Rightarrow AC - a\sqrt{2} = \frac{\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ} a \Rightarrow AC = a \left(\sqrt{2} + \frac{\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ} \right)$$

$$BQ = AB - PQ = AB - a\sqrt{2} \quad (2) \quad \text{подставим в (1):}$$

$$AB \left(a \left(\sqrt{2} + \frac{\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ} \right) - a\sqrt{2} \right) = a \left(a \left(\sqrt{2} + \frac{\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ} \right) - a \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AB \cdot \sin 25^\circ = a \left(1 + \frac{\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ} \right) \Rightarrow AB = a \left(\sqrt{2} + \frac{\sin 20^\circ}{\sin 25^\circ} \right)$$

подставим в (2): $BQ = a(\sqrt{2} + \frac{\sin 20^\circ}{\sin 25^\circ}) - a\sqrt{2} = \frac{\sin 20^\circ}{\sin 25^\circ} a$

подставим в (3): $\frac{\sin 20^\circ}{\sin 25^\circ} = \frac{\sin 45^\circ - 1}{\sin 2}$

$$\frac{\sin 20^\circ}{\sin 25^\circ} = \frac{\sin 45^\circ - 1}{\sin 2} \Rightarrow \angle = 25^\circ$$

Ответ: $\angle = 25^\circ$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

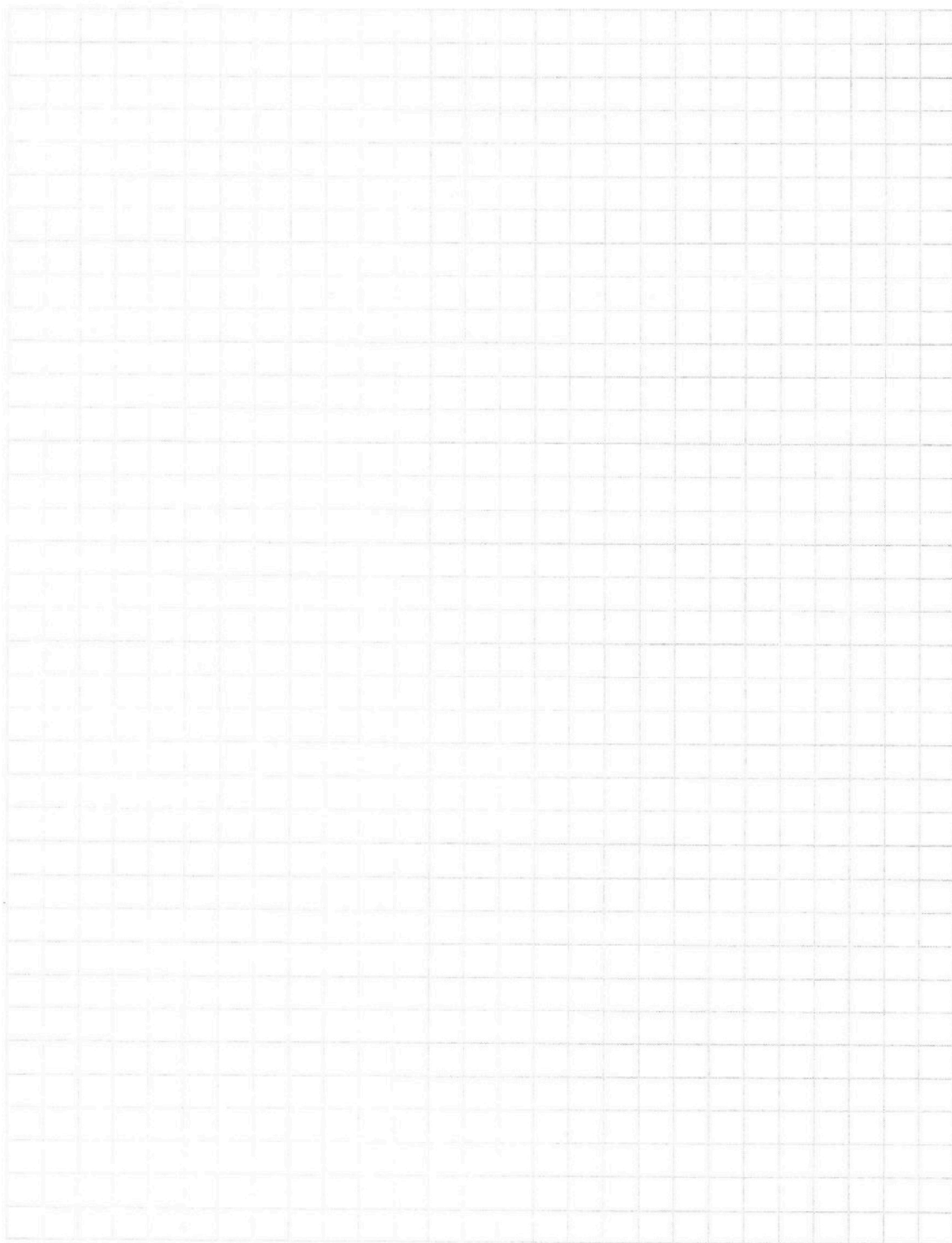
5
☐

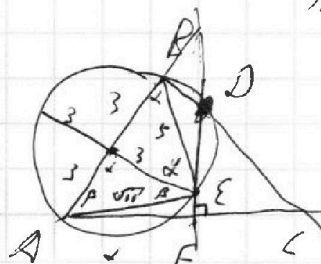
6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





[illegible]

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$xy = (z+3)^2 - 3z - 9$$

$$xy + yz + xz = (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 - 3x - 3y - 3z + 27$$

$$xy + yz + xz + 3x + 3y + 3z = x(y+3) + y(z+3) + z(x+3)$$

$$y(y+3) = 2x \quad x(y+3) = \frac{xy(y+3)}{y} = \frac{x^2 z}{y}$$

$$\frac{z}{y} = \frac{y(y+3)}{z(z+3)}$$

$$\Rightarrow x^2(x+3) = y^2(y+3)$$

$$\frac{(x-3)! \cdot 5! \cdot 1!}{2! \cdot 1! \cdot x!} = \frac{(x-3)! \cdot 5!}{2! \cdot x!}$$

$$\frac{z}{x} = \frac{x(x+3)}{z(z+3)}$$

$$x^2(x+3) = z^2(\cancel{x}+3)$$

5.4.3

$$x(x+3) = yz; \quad (x+3)^2 = \frac{y^2 z^2}{x^2}$$

$$y^2(y+3) = z^2(z+3)$$

$$= \frac{x(x-1)(x-2)}{x^2(x-1)(x-2)}$$

$$\frac{y^2 z^2}{x^2} + \frac{y^4 x^2}{z^2} + \frac{z^4 x^2}{y^2} = \frac{z^4 y^4 + x^4 y^4 + z^4 x^4}{(xyz)^2} = \frac{x^3}{x^6} = \frac{(x-3)! \cdot 6! \cdot (x-6)!}{3! \cdot (x-6)! \cdot x!} = \dots$$

$$x^4(x+3)^4 + z^4(z+3)^4 + y^4(y+3)^4$$

$$= \frac{C_{x-3}^3}{x^6} = \frac{(x-3)! \cdot 6! \cdot \cancel{(x-6)!}}{3! \cdot \cancel{(x-6)!} \cdot x!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cancel{1} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{6}}{x!}$$

$$xyz(x+3)(y+3)(z+3)$$

$$x^2 y^2 z^2 = xyz(x+3)(y+3)(z+3); \quad (xyz = (x+3)(y+3)(z+3))$$

$$xyz = (x+3)(yz+3z+3y+9); xyz = xyz + 3xz + 3xy + 9x + 3zy + 9z + 9y + 27$$

$$0 = 5x^2 + 3xy + 3zy + 5x + 3y + 3z + 4, \quad 0 = x^2 + x^4 + 2y + 3x + 3y + 3z + 9$$

$$-6, -6, -3$$

$$36 \pm 9-9$$

$$40000 - n + 1$$

1

$$9^2 = 81 - 9 = 729$$

$$h = 9999 \quad 99$$

n^3

888072
999 99

80/ 40000-1
39999 40000

$$39997.9 + 39998 + 8 = 399979$$

$$39999 \cdot 9 + 39999 \cdot 8 =$$

$$- 399990 + 8 = 399998$$

$$39998.9 + 39999 + 8 = 399980 + 9$$

x 999 - 99
999 - 99

99979

37968

22

39999

8 8888
999 9999

999-99999

99 39991
9999 99991

9999-991

3000000-7

39995



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{|6x\sqrt{3}-45\sqrt{3}+y|}{6\sqrt{3}} + \frac{|6x\sqrt{3}-45\sqrt{3}-y|}{6\sqrt{3}} \leq 3;$$

$$|6x\sqrt{3}-45\sqrt{3}+y| + |6x\sqrt{3}-45\sqrt{3}-y| \leq 18\sqrt{3}$$

$$\begin{cases} 6x\sqrt{3}-45\sqrt{3}+y \geq 0 & y \geq -6x\sqrt{3}+45\sqrt{3} \\ 6x\sqrt{3}-45\sqrt{3}-y \geq 0 & y \leq 6x\sqrt{3}-45\sqrt{3} \end{cases}$$

$$12x\sqrt{3}-90\sqrt{3} \leq 18\sqrt{3}; 2x-15 \leq 3; 2x \leq 18; x \leq 9$$

$$6x\sqrt{3}-45\sqrt{3}+y - 6x\sqrt{3}+45\sqrt{3}+y \leq 18\sqrt{3}$$

$$AB \cdot a \cdot \frac{\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ} = a^2 \left(\sqrt{2} + \frac{\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ} - 1 \right) \leq 9\sqrt{3}$$

$$AB = \frac{\sin 20^\circ}{\sin 25^\circ} a \left(1 + \frac{\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ} - 2 \right) \leq 18\sqrt{3}; y \geq -9\sqrt{3}$$

$$AB = a \left(\frac{\sin 20^\circ}{\sin 25^\circ} + \sqrt{2} \right)$$

$$\sqrt{36+81 \cdot 3} =$$

$$BQ = a \frac{\sin 20^\circ}{\sin 25^\circ}$$

$$= 3\sqrt{4+27} = 3\sqrt{31}$$

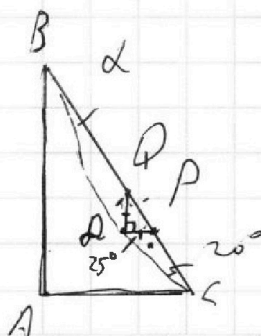
$$\sqrt{81+81 \cdot 3} = \sqrt{4 \cdot 81} = 18$$

$$a^2 + AB \cdot AC - AB \cdot a\sqrt{2} - AC \cdot a\sqrt{2} = 0$$

$$AB(AC - a\sqrt{2}) = AC \cdot a\sqrt{2} - a^2$$

$$S = \pi \cdot 18^2 - \pi \cdot 9 \cdot 31 = AB \cdot a \cdot \frac{\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ} = a^2$$

$$= \pi (324 - 279) = 45\pi$$



$$\frac{PQ}{\sin 25^\circ} = \frac{a}{\sin 20^\circ}$$

$$PQ = \frac{\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ} a$$

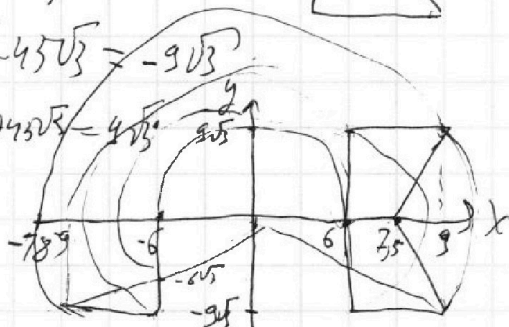
$$AC = a \left(\sqrt{2} + \frac{\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ} \right) y(1-6) = -6\sqrt{3}$$

$$BQ = AB - a\sqrt{2}$$

$$PQ = AC - a\sqrt{2}$$

$$\frac{9}{\sin 25^\circ} = \frac{BQ}{\sin 45^\circ - \alpha}$$

$$AB^2 + AC^2 = AB^2 + AC^2 + 2AB \cdot AC - 2AB \cdot a\sqrt{2} - 2AC \cdot a\sqrt{2}$$



$$y = kx$$

$$-9\sqrt{3} = -9k; k = \sqrt{3}; \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

$$\left(\frac{3}{2} \right)^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{18}$$

$$BQ + PQ = BC - a\sqrt{2}$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$a\sqrt{2} = AB + AC - \sqrt{AB^2 + AC^2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^3 - a(a-1)x + a-5 = 0$$

$$x_1 + x_2 = a(a-1)$$

$$x_1 - x_2 = a-5$$

$$x_1 = n_1 + 4d$$

$$x_2 = n_1 + 5d$$

$$x_3 = n_1 + 2d$$

$$x_4 = n_1 + 7d$$

$$x_1 \cdot x_2 = (n_1 + 4d)(n_1 + 5d)$$

$$= n_1^2 + 9n_1d + 20d^2$$

$$x_3 \cdot x_4 = n_1^2 + 9n_1d + 14d^2$$

$$x^2 = 5$$

$$x^2 = 7$$

$$\begin{cases} x^2 = 4 \\ 4x^2 = 7 \end{cases}$$

$$d = \frac{x_4 - x_2}{2} =$$

$$\frac{6 + \sqrt{925} - 6 - \sqrt{37}}{2} =$$

$$\frac{6 + \sqrt{37} - \frac{\sqrt{925} - \sqrt{37}}{2}}{2} =$$

$$4x^2 - a^2(a-1)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$

$$x_3 + x_4 = \frac{a^2(a-1)}{4}$$

$$x_3 \cdot x_4 = \frac{-a^6 + 2a^4 + 2a^2 - 4}{4}$$

$$= \frac{-a^4(a^2-2) + 2(a^2-2)}{4} = \frac{(a^2-2)(2-a^4)}{4}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = x_3 + x_4$$

$$a(a-1) = \frac{a^2(a-1)}{4}; \quad a^3 - a^2 = 4a^2 - 4a$$

$$a^3 - 5a^2 + 4a = 0$$

$$a(a^2 - 5a + 4) = 0$$

$$a(a-1)(a-4) = 0$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 727 \\ 17 \\ \hline 885 \\ 888 + 36 = \\ = 890 + 35 = \\ = 925 \end{array}$$

$$-(t^3 - 2t^2 - 2t + 4) = 0$$

$$t^3 - 2t^2 - 2t + 4 = 0$$

$$8 \quad 8 \quad 4 \quad 4$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & -2 & -2 & 4 \\ 2 & 1 & 0 & -2 & 0 \end{array}$$

$$(t-2)(t^2-2)=0$$

$$\frac{6 - \sqrt{37} - 6 + \sqrt{925}}{2} = \frac{\sqrt{925} - \sqrt{37}}{2}$$

$$x^2 - 12x - 7 = 0$$

$$4x^2 - 48x + (76 - 2)(2 - 256) = 0$$

$$4x^2 - 48x + 14 \cdot 254 = 0$$

$$x^2 - 12x - 7 \cdot 126 = 0$$

$$\frac{6 + \sqrt{925} - 6 - \sqrt{37}}{2} = \frac{\sqrt{925} - \sqrt{37}}{2}$$

$$6 + \sqrt{37} - \frac{\sqrt{925} - \sqrt{37}}{2} = 6 + \frac{3\sqrt{37}}{2} - \frac{\sqrt{925}}{2}$$

$$\begin{array}{l} 2\sqrt{37} \\ 5\sqrt{37} = \sqrt{925} \\ \sqrt{437} = \sqrt{925} \end{array}$$

$$\frac{6 + \sqrt{36+7}}{7}$$

$$\frac{6 + \sqrt{36+7 \cdot 126}}{7}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ 37 \\ \hline 125 \\ + 785 \\ \hline \sqrt{925} \end{array}$$