



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В теленгра ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.

I-

I-



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

n1

$$\begin{cases} xy = z(z+3) \\ yz = x(x+3) \\ zx = y(y+3) \end{cases} \quad \text{перенесем } (T.K. x, y, z \neq 0) \Rightarrow x^2y^2z^2 = xyz(x+3)(y+3)(z+3)$$

$$xyz = (x+3)(y+3)(z+3) = xy^2 + 3xy + 3yz + 3zx + 9x + 9y + 9z + 27$$

$$\underline{xy + zx + yz + 3x + 3y + 3z + 9 = 0 \quad (1)}$$

взведем почленно квадраты:

$$\begin{cases} xy = (z+3)^2 - 3z - 9 \\ yz = (x+3)^2 - 3x - 9 \\ zx = (y+3)^2 - 3y - 9 \end{cases} \quad \Rightarrow xy + yz + zx = (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 - 3x - 3y - 3z - 27$$

$$\underbrace{xy + yz + zx + 3x + 3y + 3z + 9 + 18}_{\text{!}} = (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$$

! (из (1) раз-бы)

$$T.e. (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 18 \quad \text{при } x, y, z \neq 0$$

$$\text{Ответ: } (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 18$$

I-

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~2

$$\begin{array}{r}
 n = 99 \dots 99 \\
 \underbrace{}_{40000} n^2: \\
 \begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 8,8888\dots 888 \\
 \times 999999\dots 999 \\
 \hline
 \end{array} \\
 \begin{array}{r}
 39999 \\
 \times 999999 \\
 \hline
 39988 \\
 + 39998 \\
 \hline
 99
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 998000\dots 00009 \\
 \hline
 39999
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 39999 \\
 \times 8888\dots 887 \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 89999\dots 9980000\dots 00001 \\
 + 899999\dots 9820000\dots 00091 \\
 \hline
 89999\dots 9820000\dots 0091
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 8 \\
 \hline
 99979
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 00299 \\
 \hline
 39998
 \end{array}$$

Ответ: 79999



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

24

Пусть всего X коробок

тогда способов выбрать 5 коробок $\binom{X}{5}$

чтобы выбранная комбинация коробок должна состоять из
таких, среди 5 коробок должны быть 3 с шариками и 2 любые дру-

гие, тогда кол-во таких комбинаций $\binom{2}{X-3}$ (задек-
артировав 3 коробки с шариками, выбираем 2 пустые)

$$\text{по определению вероятности } P_1 = \frac{\binom{2}{X-3}}{\binom{5}{X}}$$

Еще может выбрать 6 коробок, всего способов $\binom{X}{6}$,
подходящих $\binom{3}{X-3}$ (т.к. уже выбрали 5 пустых)

$$P_2 = \frac{\binom{3}{X-3}}{\binom{6}{X}}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\binom{3}{X-3} \cdot \binom{5}{X}}{\binom{6}{X} \cdot \binom{2}{X-3}} = \frac{(X-3)! \cdot X! \cdot 6! \cdot (X-6)! \cdot 2! \cdot (X-3)!}{3! \cdot (X-3)! \cdot 5! \cdot (X-5)! \cdot X! \cdot (X-3)!} = \frac{6! \cdot 2!}{5! \cdot 3!} = \frac{6}{3} = 2$$

= 2

Ответ: вероятность выборки увеличилась
в 2 раза

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - a(a-1)x + a-5 = 0 \quad \sim 5 \quad 9x^2 - a^2(a-1)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$

по Теореме Виета:

$$\begin{cases} a^2(a-1)^2 - 4(a-5) > 0 \\ x_1 + x_2 = a(a-1) \end{cases}$$

x_1, x_2 - корни

по Теореме Виета:

$$\begin{cases} a^4 \cdot (a-1)^2 - 16(2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4) > 0 \\ x_3 + x_4 = \frac{1}{4}a^2(a-1) \end{cases}$$

x_3, x_4 - корни

последний член прогрессии - n_7 , разность - d

$$\text{тогда, } x_1 = n_7 + 4d \text{ (5ый член), } x_2 = n_7 + 5d \text{ (6ый)}$$

$$x_3 = n_7 + 2d \text{ (3ий), } x_4 = n_7 + 7d \text{ (8ый)}$$

$$\text{тогда } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2n_7 + 9d \\ x_3 + x_4 = 2n_7 + 9d \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = x_3 + x_4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a(a-1) = \frac{a^2(a-1)}{4}; a(a-1)\left(1 - \frac{a}{4}\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=1 \\ a=4 \end{cases} \quad (\text{неп-коо (1)})$$

$$|x_4| > |x_2| > |x_1| > |x_3|$$

если $a=0$

$$\begin{cases} x^2 = 5 \\ x^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{1,2} = \pm\sqrt{5} \\ x_{3,4} = \pm 1 \end{cases}$$

неп-коо (1) не возможна

если $a=1$

$$\begin{cases} x^2 = 4 \\ x^2 = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{1,2} = \pm 2 \\ x_{3,4} = \pm \frac{1}{2} \end{cases} \quad (1) \text{ не возможна}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{если } a=4: X^2 - 12X - 1 = 0 \Rightarrow X_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36+1}}{2}$$

$$4X^2 - 48X - 74 \cdot 254 = 0$$

$$X^2 - 12X - 2 \cdot 127 = 0 \Rightarrow X_{3,4} = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 7 \cdot 127}}{\sqrt{925}}$$

неп-6 (7) выполняется

$$\text{тогда } d = 6 + \sqrt{32} - (6 - \sqrt{32}) = 2\sqrt{32}$$

$$X_4 - X_2 = 2d = 6 + \sqrt{925} - (6 - \sqrt{32}) = \sqrt{925} - \sqrt{32}$$

$$\sqrt{925} - \sqrt{32} = 2\sqrt{32}; \quad 5\sqrt{32} = \sqrt{925}; \quad 5\sqrt{32} = \sqrt{25 \cdot 37};$$

$5\sqrt{32} = 5\sqrt{32}$ верно \Rightarrow такое арифметическое произведение существует.

Ответ: $a = 4$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

$$\left| X - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| X - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3 \cdot 6\sqrt{3}$$

$$|6X\sqrt{3} - 45\sqrt{3} + y| + |6X\sqrt{3} - 45\sqrt{3} - y| \leq 18\sqrt{3}$$

$$\begin{cases} 6X\sqrt{3} - 45\sqrt{3} + y \geq 0 \\ 6X\sqrt{3} - 45\sqrt{3} - y \geq 0 \\ 72X\sqrt{3} - 90\sqrt{3} \leq 18\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \geq -6X\sqrt{3} + 45\sqrt{3} \\ y \leq 6X\sqrt{3} - 45\sqrt{3} \\ X \leq 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a < 0 \\ b < 0 \\ -2y - 12X\sqrt{3} + 90\sqrt{3} \leq 18\sqrt{3} \end{cases} \quad \begin{cases} y < -6X\sqrt{3} + 45\sqrt{3} \\ y > 6X\sqrt{3} - 45\sqrt{3} \\ X \geq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \geq 0 \\ b < 0 \\ 2y \leq 18\sqrt{3} \end{cases} \quad \begin{cases} y \geq -6X\sqrt{3} + 45\sqrt{3} \\ y > 6X\sqrt{3} - 45\sqrt{3} \\ y \leq 9\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a < 0 \\ b \geq 0 \\ -2y \leq 18\sqrt{3} \end{cases} \quad \begin{cases} y < -6X\sqrt{3} + 45\sqrt{3} \\ y \leq 6X\sqrt{3} - 45\sqrt{3} \\ y \geq -9\sqrt{3} \end{cases}$$

$$y_1 = -6X\sqrt{3} + 45\sqrt{3}$$

$$y_2 = 6X\sqrt{3} - 45\sqrt{3}$$

$$x = 9 \cap y_1 = (9; -9\sqrt{3}); x = 9 \cap y_2 = (9; 9\sqrt{3})$$

$$x = 6 \cap y_1 = (6; 9\sqrt{3}); x = 6 \cap y_2 = (6; -9\sqrt{3})$$

$$y = 9\sqrt{3} \cap y_1 = (6; 9\sqrt{3}); y = 9\sqrt{3} \cap y_2 = (9; 9\sqrt{3})$$

заметим, что y_1 и y_2 симметричны относительно Ox . $y_1, y_2 = (0; \pm 9\sqrt{3})$



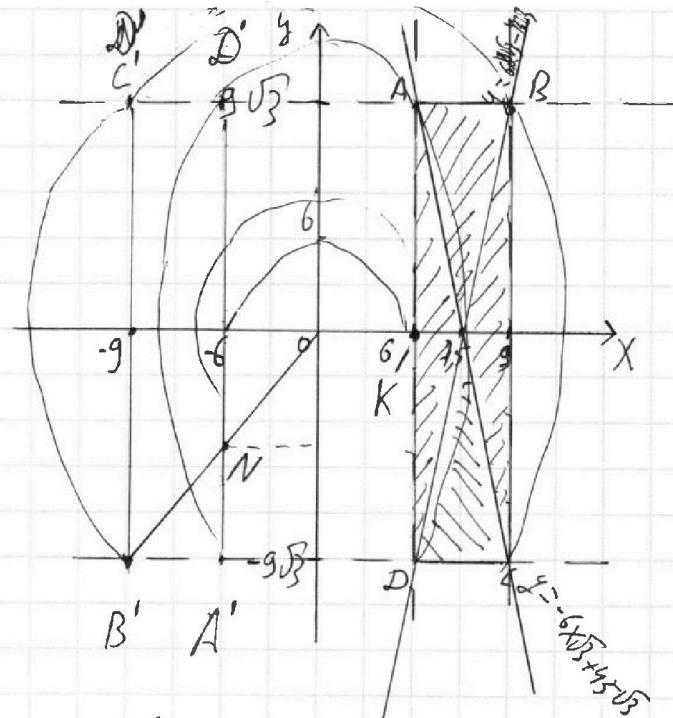


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



прямоугольник $ABCD$ -
источная фигура.

При изображении отмечай-

шаги координат, каждое
отдельно взятое точка буд-
ет давать по окружности
замечу, что т. В и С движ-
ются по той окружности

и т. А и D тоже.

$$\text{для } y \geq 0 \quad S_1 = \frac{1}{2}\pi OC^2 - \frac{1}{2}\pi DK^2 = \frac{1}{2}\pi (18^2 - 6^2) = 144\pi$$

Продолжим OB' . Рассматриваем $\angle (-9, 0) - P$

$$\text{Тогда } \operatorname{tg} \angle B'OP = \frac{9\sqrt{3}}{9} = \sqrt{3} \Rightarrow \angle B'OP = 60^\circ$$

$$\text{Тогда } S_2 = \frac{60^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot (OB')^2 - S_\Delta = \frac{1}{6}\pi \cdot 18^2 - 18\sqrt{3} = 18(3\pi - \sqrt{3})$$

$$OB' \cap A'D' = (-6; -6\sqrt{3}) = N \Rightarrow S_3 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$$

$$S_3 = B'A'N = \frac{1}{2} \cdot (9-6)(9\sqrt{3}-6\sqrt{3}) = \frac{9}{2}\sqrt{3}$$

Фигура симметрична относительно Оy. Тогда

$$S_\phi = S_1 + 2S_2 + 2S_3 = 144\pi + 36(3\pi - \sqrt{3}) + 9\sqrt{3} = 144\pi + 108\pi - 27\sqrt{3}$$

$$(\text{Ответ: } S_\phi = 252\pi - 27\sqrt{3})$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$\triangle ABC$ - прямой $\angle B = 90^\circ$ треугольник.

BC - гипотенуза

$P, Q \in BC$

$AB = BP$

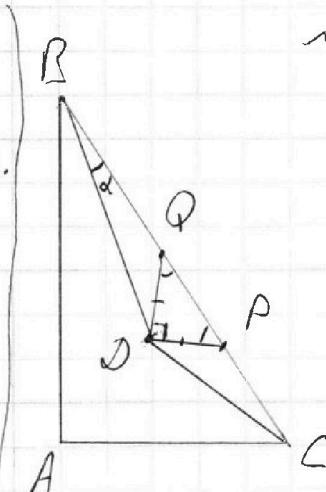
$AC = CQ$

$DP = DQ$

$\angle PDQ = 90^\circ$

$\angle DCB = 20^\circ$

Найти: $\angle DBC$



~ 7

$$DP = DQ = a$$

тогда $\angle DBC = \alpha$

$$1. PQ = BP + PC - BC = AB + AC - BC$$

б. око DPD ($\angle D = 90^\circ$)

$$PQ = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2} \quad (\text{т. Пифаг.})$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{AB^2 + AC^2} = AB + AC - a\sqrt{2} \quad 1^2$$

$$AB^2 + AC^2 = AB^2 + AC^2 + 2a^2 + 2AB \cdot AC - 2AB \cdot a\sqrt{2} - 2AC \cdot a\sqrt{2}$$

$$AB(AC - a\sqrt{2}) = a(AC\sqrt{2} - a) \quad (1)$$

2. б) треугольник PCD :

$$\angle DCB + \angle PDC = \angle QPD = 45^\circ \Rightarrow \angle PDC = 102.5^\circ$$

по теореме sin: $\frac{PC}{\sin 25^\circ} = \frac{a}{\sin 20^\circ} \Rightarrow PC = \frac{\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ} a$

б) треуг. BQD аналогично $\frac{BQ}{\sin 45^\circ} = \frac{a}{\sin 2} \quad (2)$

$$3. PC = AC - PQ = AC - a\sqrt{2} \Rightarrow AC - a\sqrt{2} = \frac{\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ} a \Rightarrow AC = a\left(\sqrt{2} + \frac{\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ}\right)$$

$$BQ = AB - PQ = AB - a\sqrt{2} \quad (2) \quad \text{подставим в (1):}$$

$$AB\left(a\left(\sqrt{2} + \frac{\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ}\right) - a\sqrt{2}\right) = a\left(a\sqrt{2}\left(\sqrt{2} + \frac{\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ}\right) - a\right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AB \cdot \varphi \cdot \frac{\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ} = a^2 \left(1 + \frac{\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ}\right) \Rightarrow AB = a \left(\sqrt{1 + \frac{\sin 20^\circ}{\sin 25^\circ}}\right)$$

подставим б(2): $BQ = a/\sqrt{2} + \frac{\sin 20^\circ}{\sin 25^\circ} - a\sqrt{2} = \frac{\sin 20^\circ}{\sin 25^\circ} a$

подставим б(3): $\frac{\sin 20^\circ}{\sin 25^\circ} \cancel{a}$
 $\frac{\cancel{\sin 45^\circ - L}}{\sin 45^\circ - L} = \frac{\cancel{a}}{\sin 2}$

$$\frac{\sin 20^\circ}{\sin 25^\circ} = \frac{\sin 45^\circ - L}{\sin 2} \Rightarrow L = 25^\circ$$

Ответ: $L = 25^\circ$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 39999 \\ \times 39997 \\ \hline 888888887 \\ 999999998000000000001 \\ \hline 39998 \\ 8999999982000000000009 \\ \hline 39998 \\ 899999998200000000009 \\ \hline 39997 \\ 899970 \\ 8999820000000009 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 399970 \\ \times 600029 \\ \hline 99999 \\ - 600029 \\ \hline 399970 + 39996 \cdot 9 = 399960 + 9 \end{array}$$

$$q \cdot \sin(45^\circ - \alpha) = q \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2} q$$

$$39997$$

$$\begin{aligned} & 39997 \cdot 9 + 10 + 8 + 39998 = \\ & = 399970 + 19 = \\ & = 399989 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 76 + 39997 \cdot 9 + 39998 = \\ & = 399970 + 77 = \\ & = 399987 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 39997 \cdot 9 + 8 + 39998 = \\ & = 399970 + 9 \end{aligned}$$

$$39997 + 8 + 39996 \cdot 9 = 399960 + 9 \quad \text{G}_{x-3}^2$$

$$720000 - 80002 = 39998$$

$$\begin{array}{r} 720000 + 39998 + 1 = 729999 \\ \hline \begin{array}{l} 720000 + 39998 + 1 \\ \hline 729999 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 729 \cdot (77777 - 77)^3 \\ \hline \begin{array}{l} 729 \cdot (77777 - 77)^3 \\ \hline 729 \cdot 70000 \\ \hline 516327000000 \end{array} \end{array}$$

$$q^3 / 70^\circ + 70^\circ + 70^\circ + 70^\circ + \dots + 70^\circ = 729$$

$$q^3 / 70^\circ + 70^\circ + 70^\circ + 70^\circ + \dots + 70^\circ = 729$$

$$q^3 / 70^\circ + 70^\circ + 70^\circ + 70^\circ + \dots + 70^\circ = 729 \cdot (77777 - 77)^3$$

$$\sin(45^\circ + \alpha) = \sin 45^\circ \cdot \cos \alpha - \cos 45^\circ \cdot \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos \alpha - \sin \alpha) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} (729 - 729) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot 40000 = 20000$$

$$\begin{array}{r} 77777 - 77 \\ \hline 77777 - 77 \\ 77777 - 77 \\ 77777 - 77 \\ \hline 32098765432087654321 \end{array}$$

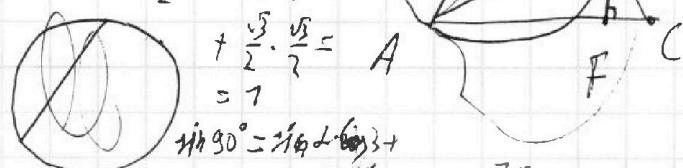
$$\frac{1}{2}, \frac{1}{2} +$$

$$+ \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = A$$

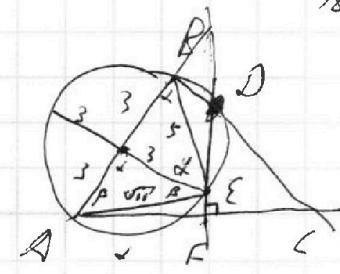
$$\sin 90^\circ = \sin 2 \cdot 60^\circ +$$

$$+ \cos 2 \cdot \sin 60^\circ = 70^\circ$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$\begin{aligned} 25 &= 18 - 18 \cos \alpha \\ 18 \cos \alpha &= -3 \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{6} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$xy = (z+3)^2 - 3z - 9$$

$$xyz + yz + xz = (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 - 3x - 3y - 3z + 27$$

$$xyz + yz + xz + 3x + 3y + 3z = x(y+3) + y(z+3) + z(x+3)$$

$$y(y+3) = zx \quad x(y+3) = \frac{xy(y+3)}{y} = \frac{x^2z}{y}$$

$$\frac{z}{y} = \frac{y(y+3)}{z(z+3)} \Rightarrow x^2(x+3) = y^2(y+3) \quad \frac{c_{x-3}}{x^5} = \frac{(x-3)!5!(x-3)!}{2!(x-5)!x!} =$$

$$\frac{z}{x} = \frac{x(x+3)}{z(z+3)} \quad x^2(x+3) = z^2(z+3) \quad \frac{s \cdot 4 \cdot 3}{x(x-1)(x-2)} =$$

$$x(x+3) = yz \cdot (x+3)^2 = \frac{y^2z^2}{x^2}$$

$$y^2(y+3) = z^2(z+3) = \frac{(x-3)!6!(x-6)!}{3!(x-6)!x!} =$$

$$= \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 1(x-3)!}{x!}$$

$$x^4(x+3)^4 + z^4(z+3)^4 + y^4(y+3)^4 = xyz(x+3)(y+3)(z+3)$$

$$x^2y^2z^2 = xyz(x+3)(y+3)(z+3); \quad xyz = (x+3)(y+3)(z+3)$$

$$xyz = (x+3)(yz + z + y + 1); \quad xy = xyz + 3xz + 3xy + 9x + 3yz + 9y + 27$$

$$0 = 3xz + 3xy + 3yz + 9x + 9y + 27; \quad 0 = xz + xy + yz + 3x + 3y + 9$$

$$-6, -6, -3$$

$$36 \leftarrow 9-9$$

$$40000-n+1$$

$$1$$

$$9^2 = 81 \cdot 9 = 729$$

$$h = \underbrace{9999\dots99}_{40000}$$

$$n^3$$

$$8688072 \\ 999 \overline{)99} \\ x 999 \overline{)99} \\ \underline{999 \overline{-99}} \quad \begin{array}{l} 2888 \\ 39998 \end{array} \\ \underline{\underline{99919}} \quad \begin{array}{l} x \\ 39999 \end{array} \\ 39998 \quad \begin{array}{l} 8 \\ 899999 \end{array} \\ \underline{\underline{39998}} \quad \begin{array}{l} 99999 \\ 8999999 \end{array} \\ 39999 \quad \begin{array}{l} 8999999 \\ 89999999 \end{array} \\ \underline{\underline{39999}} \quad \begin{array}{l} 9999999 \\ 899999999 \end{array} \\ 39999 \quad \begin{array}{l} 99999999 \\ 899999999 \end{array} \\ \underline{\underline{39999}} \quad \begin{array}{l} 999999999 \\ 8999999999 \end{array} \\ 39999 \quad \begin{array}{l} 9999999999 \\ 89999999999 \end{array} \\ \underline{\underline{39999}} \quad \begin{array}{l} 99999999999 \\ 899999999999 \end{array}$$

$$39997 \cdot 9 + 39998 + 8 = 399979 \\ 39999 \cdot 9 + 39998 + 8 = \\ - 399990 + 8 = 39998 \\ 39998 \cdot 9 + 39999 + 8 = 399980 + 9$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{|6x\sqrt{3} - 45\sqrt{3} + y|}{6\sqrt{3}} + \frac{|6x\sqrt{3} - 45\sqrt{3} - y|}{6\sqrt{3}} \leq 3;$$

$$|6x\sqrt{3} - 45\sqrt{3} + y| + |6x\sqrt{3} - 45\sqrt{3} - y| \leq 18\sqrt{3}$$

$$\begin{cases} 6x\sqrt{3} - 45\sqrt{3} + y \geq 0 & y \geq -6x\sqrt{3} + 45\sqrt{3} \\ 6x\sqrt{3} - 45\sqrt{3} - y \geq 0 & y \leq 6x\sqrt{3} - 45\sqrt{3} \\ 72x\sqrt{3} - 90\sqrt{3} \leq 18\sqrt{3}; & 2x - 15 \leq 3; 2x \leq 18; x \leq 9 \end{cases}$$

$$6x\sqrt{3} - 45\sqrt{3} + y - 6x\sqrt{3} + 45\sqrt{3} + y \leq 18\sqrt{3}$$

$$AB \cdot a \cdot \frac{\sin 25}{\sin 20} = a \left(\sqrt{2} \left(\sqrt{2} + \frac{\sin 25}{\sin 20} \right) - 1 \right) y \leq 9\sqrt{3}$$

$$AB = \frac{\sin 20}{\sin 25} a \left(1 + \frac{\sin 25}{\sin 20} \right) - 2y \leq 18\sqrt{3}; y \geq -9\sqrt{3}$$

$$AB = a \left(\frac{\sin 20}{\sin 25} + \sqrt{2} \right) - 72x\sqrt{3} + 90\sqrt{3} \leq 18\sqrt{3}; -2x + 15 \leq 3$$

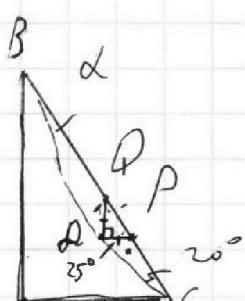
$$\sqrt{36+81 \cdot 3} = \frac{BQ}{a} = \frac{\sin 20}{\sin 25} \quad y = 36\sqrt{3} - 45\sqrt{3} = -9\sqrt{3}$$

$$= 3\sqrt{4+27} = 3\sqrt{31} \quad \text{Решение 2:} \quad y = -36\sqrt{3} + 45\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$$

$$\sqrt{81+81 \cdot 3} = \sqrt{9 \cdot 81} = 18 \quad a^2 + AB \cdot AC - AB \cdot a\sqrt{2} - AC \cdot a\sqrt{2} = 0$$

$$S = \pi \cdot 78^2 - \pi \cdot 9 \cdot 31 = AB \cdot a \cdot \frac{\sin 25}{\sin 20} = a^2 /$$

$$= \pi (324 - 279) = 45\pi$$



$$PQ = \frac{a\sqrt{2}}{\sin 25^\circ}$$

$$\frac{PC}{\sin 25^\circ} = \frac{a}{\sin 20^\circ}$$

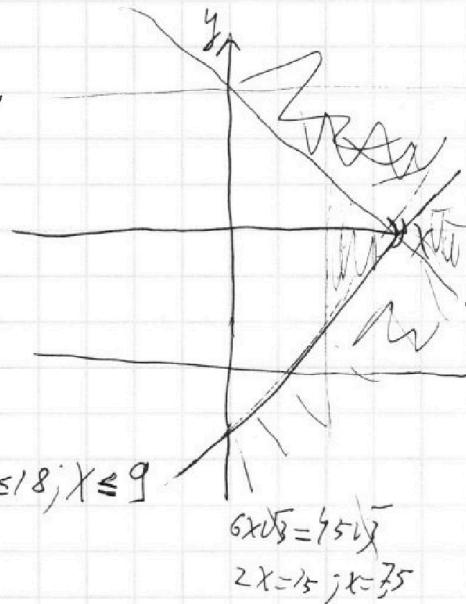
$$PC = \frac{\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ} a$$

$$AC = a / \sqrt{2} + \frac{\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ} y (-6) = -6\sqrt{3}$$

$$BQ = AB - a\sqrt{2} \quad \frac{BQ}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{\sqrt{2}}$$

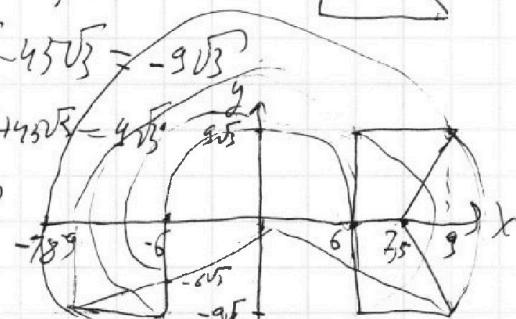
$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \quad a\sqrt{2} = AB + AC - \sqrt{AB^2 + AC^2}$$

$$AB^2 + AC^2 = AB^2 + AC^2 + 2AB \cdot AC - 2AB \cdot a\sqrt{2} - 2AC \cdot a\sqrt{2}$$



$$6x\sqrt{3} = 45\sqrt{3}$$

$$2x = 15; x = 7.5$$



$$y = Rx$$

$$-9\sqrt{3} = -9k; k = \sqrt{3} \quad \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \angle = 30^\circ$$

$$BC = AB - a\sqrt{2} \quad \frac{BC}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \quad a\sqrt{2} = AB + AC - \sqrt{AB^2 + AC^2}$$

$$AB^2 + AC^2 = AB^2 + AC^2 + 2AB \cdot AC - 2AB \cdot a\sqrt{2} - 2AC \cdot a\sqrt{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^3 - a(a-1)x + a - 5 = 0$$

$$X_1 + X_2 = a(a-1)$$

$$X_1 \cdot X_2 = a - 5$$

$$X_1 = n_1 + 4d$$

$$X_2 = n_1 + 5d$$

$$X_3 = n_1 + 2d$$

$$X_4 = n_1 + 7d$$

$$X_1 \cdot X_2 = (n_1 + 4d)(n_1 + 5d) =$$

$$= n_1^2 + 9nd_1 + 20d^2$$

$$X_3 \cdot X_4 = n_1^2 + 9nd_1 + 74d^2$$

$$x^2 = 5$$

$$x^2 = 7$$

$$\begin{cases} x^2 = 4 \\ 4x^2 = 1 \end{cases}$$

$$x = \pm \sqrt{5}, \pm \sqrt{7}, \pm \sqrt{15}$$

$$\begin{matrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{matrix}$$

$$4x^2 - a^2(a-1)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$

$$X_3 + X_4 = \frac{a^2(a-1)}{4}$$

$$X_3 \cdot X_4 = \frac{-a^6 + 2a^4 + 2a^2 - 4}{4} = \frac{-a^4(a^2-2) + 2(a^2-2)}{4} = \frac{(a^2-2)(2-a^4)}{4}$$

$$X_1 + X_2$$

$$= X_3 + X_4$$

$$a(a-1) = \frac{a^2(a-1)}{4}; \quad a^3 - a^2 = 4a^2 - 4a$$

$$a^3 - 5a^2 + 4a = 0$$

$$a(a^2 - 5a + 4) = 0$$

$$a(a-1)(a-4) = 0$$

$$\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{727}$$

$$\frac{1}{885}$$

$$889 + 36 =$$

$$= 890 + 35 =$$

$$= 925$$

$$-(t^3 - 2t^2 - 2t + 4) = 0$$

$$t^3 - 2t^2 - 2t + 4 = 0$$

$$t = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \right) = \frac{\sqrt{37}}{2} = \sqrt{925}$$

$$(t-2)(t^2 + 2t + 2) = 0 \quad \sqrt{4837} = \sqrt{925}$$

$$t^2 + 2t + 2 = 0 \quad t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 4}}{2} = \frac{-6 \pm \sqrt{40}}{2} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{10}}{2} = -3 \pm \sqrt{10}$$

$$4t^3 - 48t + (76 - 2)(2 - 256) = 0$$

$$4t^2 - 48t + 14 \cdot 256 = 0 \quad t = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 7 \cdot 126}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 846}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{882}}{2} = \frac{6 \pm 2\sqrt{220.5}}{2} = 3 \pm \sqrt{220.5}$$

$$t^2 - 12t - 7 \cdot 126 = 0 \quad t = \frac{12 \pm \sqrt{144 + 4 \cdot 126}}{2} = \frac{12 \pm \sqrt{144 + 504}}{2} = \frac{12 \pm \sqrt{648}}{2} = \frac{12 \pm 2\sqrt{162}}{2} = 6 \pm \sqrt{162} = 6 \pm 9\sqrt{2}$$

$$d = \frac{X_4 - X_2}{2} = \frac{6 + \sqrt{925} - 6 - \sqrt{37}}{2} = \frac{\sqrt{925} - \sqrt{37}}{2} = \frac{7}{2} \frac{\sqrt{925}}{\sqrt{37}} = \frac{7}{2} \frac{\sqrt{925}}{\sqrt{925}}$$