



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа  $x, y, z$  удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения  $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$ , если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа  $n$  состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа  $n^3$ ?
3. [5 баллов] Окружность  $\omega$  с диаметром  $AB$  пересекает сторону  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  в точке  $D$ . Точка  $F$  выбрана на отрезке  $AC$  так, что  $DF \perp AC$ , а  $E$  — точка пересечения отрезка  $DF$  с окружностью  $\omega$ , отличная от  $D$ . Найдите  $AF$ , если  $AC = 20$ ,  $AB = 15$ ,  $BE = 10$ .
4. [4 балла] В гемигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых корни уравнения  $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$  являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения  $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$  являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура  $\Phi$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют неравенству  $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 6$ . Фигуру  $\Phi$  непрерывно повернули вокруг начала координат на угол  $\pi$  по часовой стрелке. Найдите площадь множества  $M$ , которое замела фигура  $\Phi$  при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбраны точки  $P$  и  $Q$  так, что  $AB = BP$ ,  $AC = CQ$ . Внутри треугольника  $ABC$  выбрана точка  $D$ , для которой  $DP = DQ$ , а  $\angle PDQ = 90^\circ$ . Найдите  $\angle DCB$ , если известно, что  $\angle DBC = 35^\circ$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1

2

3

4

5

6

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2 \quad (1) \\ yz = 4x + x^2 \quad (2) \\ zx = 4y + y^2 \quad (3) \end{cases}$$

Перенесем ур - в (1), (2), (3):

$$xy \cdot yz \cdot zx = z(z+4) \cdot x(x+4) \cdot y(y+4)$$

$$x^2y^2z^2 = xyz(z+4)(x+4)(y+4)$$

П.н.  $x \neq 0$

$y \neq 0$ , то делит все члены ур - в на  $xyz$ :

$$xyz = (z+4)(x+4)(y+4)$$

$$xyz = (xz + 4z + 4x + 16)(y+4)$$

$$\cancel{xyz} = \cancel{xyz} + 4xz + 4zy + 16z + 4xy + 16x +$$

$$4(xz + 4z + 4x + 16) + 16(xy + 4y + 4) = -64 \quad | :4$$

$$xz + 4z + 4x + 4(xy + 4y + 4) = -16 \quad (4)$$

Далее упростим выражение  $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$ :

$$(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = x^2 + 8x + 16 + y^2 + 8y + 16 +$$

$$+ z^2 + 8z + 16 = x^2y^2z^2 + 8(x+y+z) + 48$$

из (1), (2), (3):  $\begin{cases} z^2 = xy - 4z \\ x^2 = yz - 4x \\ y^2 = zx - 4y \end{cases}$

$$\text{значит } (x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 =$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 + 8(x+y+z) + 48 = xy - 4z + yz - 4x + zx - 4y +$$

$$+ 8x + 8y + 8z + 48 = xy + yz + zx + 4(x+y+z) + 48$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{ЧУ } y \neq -4: xz + 2y + y + 4(x+y+z) = -16, \text{ значит,}$$
$$\cancel{(x+4)^2} + (y+4)^2 + (z+4)^2 = xz + 2y + y + 4(x+y+z) + 48 =$$
$$= -16 + 48 = 32$$

$$\text{Итак, } (x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = 32$$

Ответ: 32

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \underbrace{999\dots9}_{25000} = \left( \underbrace{100\dots0}_{25001} - 1 \right) = 10^{25000} - 1$$

$$n^3 = (10^{25000} - 1)^3 = 10^{75000} - 3 \cdot 10^{50000} + 3 \cdot 10^{25000} - 1 =$$

$$= \underbrace{10\dots0}_{75001} - \underbrace{30\dots0}_{50001} + \underbrace{300\dots0}_{25001} - 1$$

$$10^6 - 10^3 = 999000 = 10^3 (10^3 - 1) =$$

$$10^5 - 10^2 = 99990 = 10^2 (10^3 - 1) =$$

$10^4 - 10^1 = 9000$ , т.к.  $\overbrace{9999}^{999}$  заменяется, на число 9

В разности двух следующих десятих ряда  
разности подобны следующим этим десятикам:

$$(10^n - 10^m) = 10^m (10^{n-m} - 1) = \underbrace{99\dots9}_{n-m} \underbrace{000\dots0}_{24999}, \text{ значит, :}$$

$$10^{25000} - 3 \cdot 10^{50000} = \underbrace{99\dots9}_{25000} \underbrace{70\dots0}_{50000}$$

$$\underbrace{30000\dots0}_{25001} - 1 = \underbrace{299\dots9}_{25001}$$

$$99\dots9 \underbrace{70\dots0}_{50000} + 2 \underbrace{99\dots9}_{25001} = 99\dots9 \underbrace{70\dots0}_{25000} \underbrace{299\dots9}_{25000},$$

так как  $50000 > 25001$ , то,  
сумма должна получиться  
на 7-й и 8-й позиции числа

$$\text{Таким образом, } n^3 = \underbrace{99\dots9}_{24999} \underbrace{70\dots0}_{25000} \underbrace{299\dots9}_{25000}$$

Значит, всего в числе  $n^3$   $25000 + 24999 = 49999$  единиц

Ответ: 49999 единиц



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 2

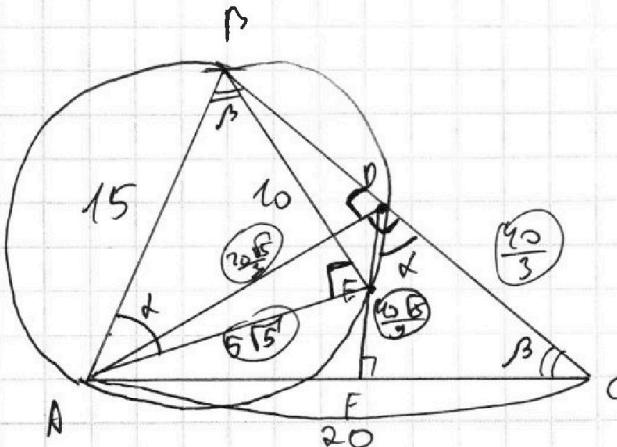
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$\begin{aligned} \text{окр } \omega & \\ \omega(0; \frac{AB}{2}) & \\ \omega \cap BC = D & \\ F \in AC & \\ DF \perp AC & \\ DF \cap \omega = E & \\ AC = 20 & \\ AB = 15 & \\ BE = 10 & \end{aligned}$$

AE = ?

Решение:



1)  $\angle AOB = \angle AEB$  - вписанный  
2.  $AB$  - диаметр  $\omega$

$$\Rightarrow \angle ADB = \angle AEB = 90^\circ$$

$$2) \text{ по т. } \text{Пифагора: } AE = \sqrt{225 - 100} = 5\sqrt{5}$$

$$3) \text{ by } \angle BAD = \alpha, \angle ABE = \beta, \angle B = 90^\circ$$

4)  $\triangle ABD \sim \triangle AOE$  - признак опр.  $\sim$

$$\Rightarrow \angle BAE + \angle BDE = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \angle BDE$$

$$\angle BDE = 180^\circ - \alpha$$

$$5) \angle FDC - смежный с  $\angle BDE$  ( $\Rightarrow \angle FDC = 180^\circ - 180^\circ + \alpha = \alpha$ )$$

$$6) \angle DEC = 90^\circ \text{ (по условию)} \Rightarrow \angle DCF = 90^\circ - \angle FDC = 90^\circ - \alpha = \beta$$

$$7) \angle ADC = \angle ADB = 90^\circ \text{ (п.н. } \angle ADB \text{ - прямой)} \Rightarrow \angle ADC \text{ - смежный}$$

$\Rightarrow \triangle ADC \sim \triangle AEB$

$$8) \text{ в } \triangle ABE: \cos \beta = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

9)  $\triangle FDC$ :



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos \beta = \frac{CD}{AC} \Rightarrow \frac{CD}{20} = \frac{2}{3}$$

$$CD = \frac{40}{3}$$

$$10) \text{ в } \triangle ABE: \sin \beta = \frac{5\sqrt{5}}{15} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$11) \text{ в } \triangle FDC: \sin \beta = \frac{AD}{AC} = \frac{AD}{20} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$AD = \frac{20\sqrt{5}}{3}$$

$$12) S_{\triangle FDC} = \frac{1}{2} AD \cdot CD = \frac{\frac{20\sqrt{5}}{3} \cdot 40}{2 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{400\sqrt{5}}{9}$$

$$S_{\triangle FDC} = \frac{1}{2} \cdot DF \cdot AC = \frac{DF \cdot 20}{2} = 10DF$$

$$\Rightarrow 10DF = \frac{400\sqrt{5}}{9}$$

$$DF = \frac{40\sqrt{5}}{9}$$

$$13) \text{ в } \triangle ADF (\eta(y)):$$

$$10 \text{ р. } \pi \text{ и формула: } AF = \sqrt{\frac{490 \cdot 5}{9} - \frac{1600 \cdot 5}{81}} =$$

$$= \sqrt{\frac{3600 \cdot 5 - 1600 \cdot 5}{81}} = \sqrt{\frac{2000 \cdot 5}{81}} =$$

$$= \frac{100}{9}$$

Ответ:  $\frac{100}{9}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отмечьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Русь вела пираты  
Русь скосила ~~флот~~ у телегодуго Рубаха з пирату  
В поправе ного пирата шарах:  $C_n^3$

Теперь посмотрим на все сабти, диагональную -  
бые пираты и ярко:

Русь К - в породе порта, О - в породе пирата:

X K K O O	K K O O K
O K K K O	K K O K O
O O K K K	O K K K K
K O K K O	O K K O K
K O O K K	K O K O K
O K O K K	
K O O K A	

} 10 штук

Мне кажется, что надо использовать  
две группы сабтий порта  $C_5^3$ , и аналогичные  
группы сабтий пирата, т.е.  
5 пиратов з сабтием, т.е.,  $P_1 = \frac{C_5^3}{C_8^3}$ ,  $P_2 = \frac{C_5^3}{C_8^3}$

Аналогично, то Русь скосит, то сабтий пирата  
услыха пират, сабтий пирата  $C_8^3$ , т.е.  
ного Рубаха з пиратам с пиратом у 8.  $P_1 = \frac{C_8^3}{C_8^3}$

$$\text{Итак, } \frac{P_2}{P_1} > \frac{\frac{C_8^3}{C_8^3}}{\frac{C_5^3}{C_8^3}} = \frac{C_8^3 \cdot C_8^3}{C_8^3 \cdot C_5^3} > \frac{8!}{5! \cdot 5!} =$$

$$\frac{8! \cdot 3! \cdot 2!}{5! \cdot 5! \cdot 5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{28}{5} = 4,6$$

Итак, вероятность выигрыша пирата увелечена  
в 4,6 раз

Ответ: в 4,6 раз



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отмечьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Решение } P(x) = x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3}.$$

$$Q(x) = 2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4$$

Случай 1)  $P(x) = 0$  имеет корни  $a_4$  и  $a_5$

Случай 2)  $Q(x) = 0$  имеет корни  $a_2$  и  $a_7$

И.к.  $a_n$  - арифметическая прогрессия, то

$$a_2 + a_7 = a_1 + d + a_1 + 6d = 2a_1 + 7d \quad | \Rightarrow a_2 + a_7 = a_4 + a_5$$

$$a_4 + a_5 = a_1 + 3d + a_1 + 4d = 2a_1 + 7d \quad (1)$$

$$P(x) = 0: x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$$

(\*)  $\rightarrow$  m. Время:

$$a_4 + a_5 = \frac{-(-a^2 - a)}{1} = a^2 - a$$

$$Q(x) = 0: 2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$$

$$(**) \quad \rightarrow \text{m. Время: } a_2 + a_7 = \frac{a^3 - a^2}{2}$$

Случай полученные значения суммы в ур-е (1):

$$\frac{a^3 - a^2}{2} = a^2 - a \quad | \cdot 2$$

$$a^3 - a^2 = 2a^2 - 2a$$

$$a^3 - 3a^2 + 2a = 0$$

$$a(a^2 - 3a + 2) = 0$$

$$a(a-1)(a-2) = 0$$

$$a = 0 \text{ или } a = 1 \text{ или } a = 2$$

$$\text{Если } a = 0, \text{ то } (*): x^2 - 0x + \frac{2-0}{3} = 0$$

$$x^2 + \frac{2}{3} = 0$$

$\emptyset$ , значит,  $a = 0$  не подходит



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если  $a = 1$ , то (\*):  $x^2 - 0x + \frac{2-1}{3} = 0$   
 $x^2 + \frac{1}{3} = 0$   
 $\emptyset$ , значит,  $a = 1$  не подходит

Если  $a = 2$ , то (\*):  $x^2 - 2x - 2 = 0$   
 $D = 4 + 8 = 12$   
 $a_{4(5)} = \frac{2 - \sqrt{12}}{2}$      $a_{5(4)} = \frac{2 + \sqrt{12}}{2}$

$$a_{4(5)} = 1 - \sqrt{3} \quad a_{5(4)} = 1 + \sqrt{3} \Rightarrow \\ \Rightarrow d = 2\sqrt{3}$$

$$(**): 2x^2 - 4x - 2 \cdot 24 - 8 - 2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \\ x^2 - 2x - 64 - 8 - 2 = 0 \\ x^2 - 2x - 74 = 0 \\ D = 4 + 74 = 1 + 24 = (\sqrt{25})^2$$

$$a_{2(7)} = 1 - \sqrt{25} \quad a_{2(7)} = 1 + \sqrt{25} \\ a_{2(7)} = 1 - 5\sqrt{3} \quad a_{2(7)} = 1 + 5\sqrt{3}$$

Пример A.17. с двумя членами:

$$a_1 = 1 - 2\sqrt{3}$$

$$a_2 = 1 - 5\sqrt{3}$$

$$a_3 = 1 - 3\sqrt{3}$$

$$a_4 = 1 - \sqrt{3}$$

$$a_5 = 1 + \sqrt{3}$$

$$a_6 = 1 + 2\sqrt{3}$$

$$a_7 = 1 + 5\sqrt{3}$$

Умоляю, при  $a = 2$ , первые уравнения решаются с учетом основного закона арифм. прогрессии.

Ошибка при  $a = 2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left| y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| + \left| y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| \leq 6$$

Фигуру получили на <sup>самодельном</sup> <sub>дисплее</sub> т.е. отбросив <sup>все</sup> <sub>коэффициенты</sub> оси  $Oy$ .

Строго.  $y_1 = 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$   
 $y_2 = 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$

Образовалась фигура, которая имеет вид  $y_1 + y_2 = 6$ , симметрична относительно оси  $Ox$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение:

$\triangle ABC - \text{rtg}$   
 $\angle A = 90^\circ$

$P \in AB$

$Q \in BC$

$AB = BP$

$AC = CQ$

$\triangle PQC \sim \triangle ABC$

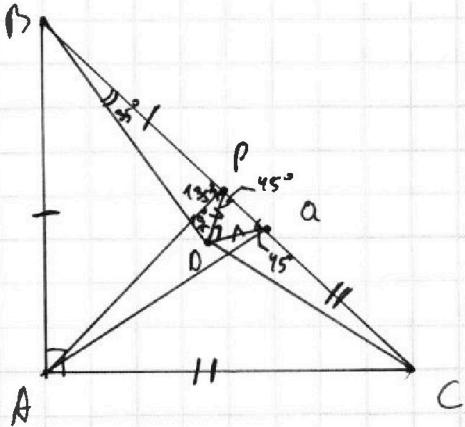
$PP = DQ$

$\angle PDQ = 90^\circ$

$\angle DBC = 35^\circ$

$\angle DCB = ?$

Решение:



$\triangle PPQ - \text{rtg}, \text{prf} (\Rightarrow \angle P = \angle Q = 45^\circ)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + \frac{2}{3} = 0$$

~~$x = \sqrt{-\frac{2}{3}}$~~

$$x^2 = 4$$

~~$x = \pm 2$~~

$$x^2 + \frac{2}{3} = 0$$

~~$x = \pm \sqrt{-\frac{2}{3}} = \pm \sqrt{\frac{2}{3}} i$~~

$$a_1 + a_2 = a_1 + 3d + a_1 + 4d = 2a_1 + 7d$$

$$a_1 + a_2 = a_1 + d + a_1 + 6d = 2a_1 + 7d$$

$$a_1 + a_2 = -\frac{b}{a} = a^2 - a, \quad a_1 + a_2 = \frac{-b}{a} = a^3 - a^2$$

$$a^2 - a = a^3 - a^2$$

$$a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{2}$$

$$a^3 - 2a^2 + a = 0$$

$$2a^2 - 2a = a^3 - a^2$$

$$a(a^2 - 2a + 1) = 0$$

$$a^2 - 3a + 2 = 0$$

$$a(a - 1)(a - 2) = 0$$

$$a(a^2 - 3a + 2) = 0$$

~~$x^2 = 4$~~

~~$x^2 = 4$~~

$$\text{Если } a=0, \text{ то } x^2 + \frac{2}{3} = 0$$

~~$a(a-1)(a-2) = 0$~~

$$\text{Если } a \neq 1, \text{ то } x^2 + \frac{2}{3} = 0$$

тогда значение  $a$  не существует.

$$x_1 = 1 - \sqrt{20}$$

$$x_2 = 1 + \sqrt{20}$$

$$(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = xy + yz + zx$$

$$x^2 = 2x - 2 = 0$$

$$D_x = 1 + 94 - 78$$

~~$D_x = 4 + 8 =$~~

$$D_x = 1 + 2 - 2 = 1 = (\sqrt{3})^2, \quad x_1 = 1 + \sqrt{3}, \quad x_2 = 1 - \sqrt{3}$$

$$2x^2 - 4x - 178 - 16 - 4 = 0$$

~~$2x^2 - 4x -$~~

$$x^2 - 2x - 64 - 7 - 2 = 0$$

$$x^2 - 2x - 74 = 0$$

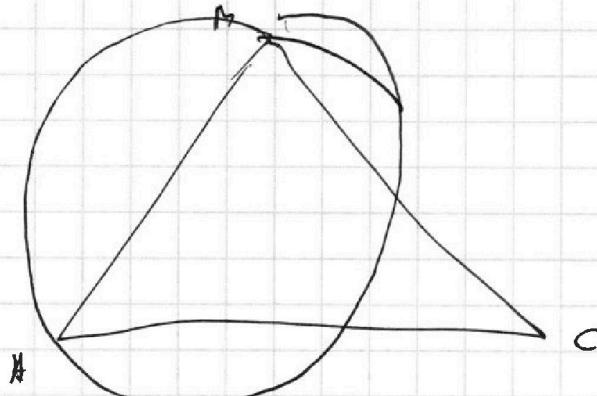


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                                       |                                       |                                       |                            |                            |                                       |
|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА  
из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

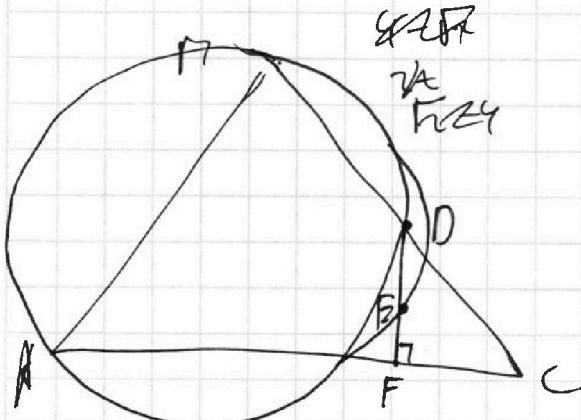


$$a_2 - a_1 = \alpha + \beta - \alpha - \beta \approx 0$$

$$a_2 + a_3 \approx \gamma + \delta$$

$$\cancel{a_2} + \cancel{a_3} \approx \gamma + \delta$$

$$a_5 + a_6 \approx \gamma + \delta$$



$$(1; -2; \sqrt{3}-4)$$

~~25~~ 16 10 0

~~18~~ 9 9 ~~10~~

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~10~~ 16 10 0

~~1~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & \left( \underbrace{1000 \dots 0}_{15001} - 1 \right)^3 = \left( 10^{25000} - 1 \right)^3 = \frac{10^{25000}}{10} - 3 \cdot 10^{25000} + 3 \cdot 10^{25000} - 1 = \\
 & 10^{25000} - 3 \cdot 10^{25000} + 3 \cdot 10^{25000} - 1 = \\
 & \cancel{10^5 - 3 \cdot 10^5} \\
 & = \cancel{\frac{1000000}{300}} = \frac{25000}{24999} - 3 \cdot \underbrace{10 \dots 0}_{75001} - \underbrace{300 \dots 0}_{50001} + \underbrace{300 \dots 0}_{25001} - 1 = \\
 & 10^6 - 10^2 = \underbrace{99 \dots 9}_{25000} \underbrace{700 \dots 3}_{25000} \underbrace{0 \dots 0}_{25000} - 1 = \\
 & \cancel{10^6 - 10^2} \\
 & = \cancel{\frac{10000000}{100}} = \underbrace{99 \dots 9}_{24999} \underbrace{700 \dots 3}_{75001} \underbrace{0 \dots 0}_{20000} - 1 = \\
 & 10^6 - 10^2 = \cancel{10^4} \left( \cancel{10^2 - 1} \right)^2 = \cancel{10^4} \left( \cancel{99 \dots 9} \right)^2 = \cancel{10^4} \left( \cancel{99999} \right)^2 = \\
 & \left\{ \begin{array}{l} x^y = 4z + z^2 \\ y^x = 4x + x^2 \\ z^x = 4y + y^2 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x^y + y^x + z^x - 4z - 4x - 4y - 4z = 0 \\ x(y-4) + y(z-4) + z(x-4) = 0 \\ x^y + y^x + z^x - 19z - 14x - 14y - 4z = 0 \\ x(y-12) + y(z-12) + z(x-12) - 48 = 0 \end{array} \right. \\
 & \cancel{x^y (z+4)(x^2+y^2)(x^2+y^2)} = x^y z \\
 & \cancel{(x^2+y^2)(y^2+z^2)(z^2+x^2)} = x^y z \\
 & (x^y + 4x + 4y + 16)(z+4) = x^y z \\
 & x^y z + 4x^2y + 4x^2z + 4yz^2 + 4y^2z + 16yz + 16z^2 + 64 = x^y z \\
 & 4(x^y + xz + yz) + 16(x^2y + x^2z + y^2z) = -64 \\
 & x^y + xz + yz + 4(x^2y + x^2z + y^2z) = -16
 \end{aligned}$$

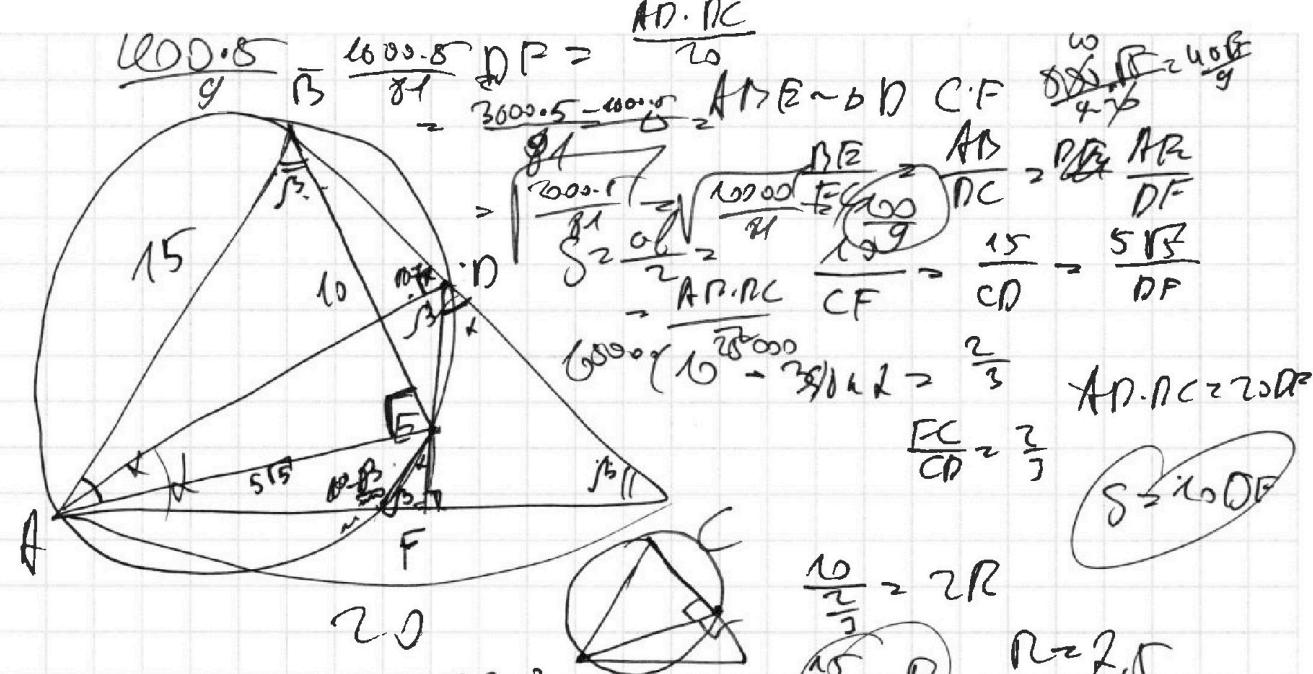


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
9 из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$z(2+4)(4+4)(4+4) \times y = x^2y^2z^2$$

$$(2x^4)(4x^4)(y^4) = 4x^8 y^4 \quad \cancel{\text{sum of exponents}} \rightarrow 15$$

$$\Delta N_{\text{TE}} = \rho A \Delta E$$

$$g_{\text{mag}} \approx \frac{\sqrt{R}}{3}$$

EF

$$\underline{R=2,5}$$

~~S-10-PR~~

$\text{CO}_2$

$\Delta NFE \approx 0$  CDF:

$$\frac{NE}{CP} \Rightarrow \frac{EF}{DP} = \frac{NF}{CF}$$

1

$$y = 4z + z^2$$

$$y^2 = 4x + k$$

$$2x^2 + y + y^2$$

$$\sin \beta = \frac{5\sqrt{2}}{10} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{AD}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad AD = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\begin{aligned} & \rightarrow \frac{\sqrt{5}}{3} \\ & \quad \text{--- } \cancel{z_1 + z_2 + z_3} \\ & \quad \cancel{z_1} \\ & \quad z_2 z_3 + 4z_1 + 4(z_1 + z_2 + z_3) + \\ & \quad z_2 z_3 + 16(z_1 + z_2 + z_3) = -4 \end{aligned}$$

$$(x+4)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 8(x+y+z)$$

$$xy - yz + yz - 4x + 2x - 4y \text{ is even}$$

$$x^y + y^z + y^2 + x^y + y^y + z^k + y^8$$

$$y(x+y) + z(y+z) \neq 48$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
9 из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются** отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 = 4z + z^2$$

$$(x+4)^2 + y(x) + (z+4)^2$$

$$y^2 = 4x + x^2$$

$$z^2 + x^2 + y^2 + 4(z+4) = x^2 + y^2 + z^2 + 8(x+y+z) +$$

$$2x = 4y + y^2$$

$$+ 48$$

0 0 0

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4(z+4) = x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 4y + 4z$$

C<sub>3</sub>=3

$$(x+4)^2 + y(x) + (z+4)^2 - 4(z+4) - 48 = x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 4y + 4z$$

$$(x+4)^2 + y(x) + (z+4)^2 \underset{u}{=} 4(x+4) + 4y + 4z + 4x$$

$$\begin{cases} 2(x+4) = 4y \\ x(x+4) = y^2 \\ y(x+4) = 2x \end{cases}$$

$$4(x+4) + 2x^2 + y^2 + 4(x+4) =$$

$$= (x+4)^2 + (x+4)^2 + 4x^2 - 48$$

~~$$x^2 + (x+4)^2 = y^2$$~~

~~$$x^2 + (x+4)^2 + x(x+4) + y(y+4) = x^2 + y^2 + 2x^2 + 2x^2$$~~

$$(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16, \quad (x+4)^2 = 4x - 16 = xy$$

$$(x+4)^2 = x^2 + 4x + 16$$

$$(x+4)^2 = x^2 + 4x + 16$$

$$(x+4)^2 = x^2 + 4x + 16$$

$$(x+4)^2 + (x+4)^2 + 4x^2 = xy + 2x + y^2 + 4(x+4) + 48$$

$$\underbrace{\bullet \square \square \dots \square}_{n}$$

$$\frac{C_n^3}{C_n^3} = \frac{(n)}{(n-3)!} = \frac{n!}{(n-3)!} = \frac{n!}{3!(n-3)!}$$

87.1

$$\frac{8! \cdot 8! \cdot 8!}{3! \cdot 3! \cdot 3!} (8!)^{11} \approx p_{11}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 8(x+y+z) + 48 =$$

$$= xy - 4x + yz - 4x + zx - 4y + 18(-1) + 48 =$$

$$= xy + yz + zx + 4(x+y+z) + 48 = 32$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$n = \underbrace{99\dots9}_{25000}, m^3 = \underbrace{99\dots9}_{25000} \cdot \underbrace{99\dots9}_{25000} - \underbrace{99\dots9}_{25000} = \underbrace{(100\dots0-1)}_{25001} \underbrace{(100\dots0-1)}_{45001} \underbrace{(100\dots0-1)}_{25001}$$

$$\Rightarrow \underbrace{(100\dots0-1)}_{50002} \underbrace{(100\dots0+1)}_{25001} \underbrace{(10^{25000}-1)}_{50002} = \underbrace{(10^5-1)}_{50002} \underbrace{(10^5+1)}_{25001} \underbrace{(16^{25000}-1)}_{50002}$$

$$\Rightarrow 10^{25003} - 10^{50002} - 2 \cdot 10^{50002} + 2 \cdot 10^{25001} - 1 =$$

$$= 10^{25003} - 3 \cdot 10^{50002} + 2 \cdot 10^{25001} - 1 =$$

$$\Rightarrow \underbrace{100\dots0}_{25003} - \underbrace{300\dots0}_{50002} + \underbrace{200\dots0}_{25001}$$

$$100\dots3^2 \\ 297$$

$$(10^{25000}-1) (10^{25000}-1) (16^{25000}-1) =$$

$$= (10^5 - 2 \cdot 10^{25000} + 1) (16^5 - 1)^2 = \Rightarrow 10000000 - 4000000 = 7000000$$

$$\Rightarrow 10^{25000} - 10^{50000} - 2 \cdot 10^{50000} + 2 \cdot 10^{25000} - 1 =$$

$$\Rightarrow \underbrace{100\dots0}_{25001} - \underbrace{3000\dots0}_{50001} + \underbrace{2000\dots0}_{25001} - 1 =$$

$$10^5 - 10^3 =$$

$$= \underbrace{999\dots9}_{25001} \underbrace{700\dots0}_{25000} \underbrace{026\dots0}_{25000} - 1 =$$

$$\Rightarrow 100000 - 10000 =$$

$$\Rightarrow \cancel{999\dots6} \underbrace{100\dots70\dots11999\dots9}_{25000} 10^5 - 10^3 =$$

$$= 990000$$

②

$$\underbrace{99\dots9}_{25000} \underbrace{700\dots0}_{25000} \underbrace{199\dots9}_{25000} \quad (100000000)$$

$$= 101000$$

$$10^6 + 10^3 =$$

$$= 100000000$$

$$+ 10000 =$$

$$= 10010000$$

$$10000 + 10000^2$$

$$= 110000 =$$

$$= 109999$$

$$399\dots9 +$$

$$1000 + 10^2$$

$$= 10100$$