



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа  $x, y, z$  удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения  $(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2$ , если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа  $n$  состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа  $n^3$ ?
3. [5 баллов] Окружность  $\omega$  с диаметром  $AB$  пересекает сторону  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  в точке  $D$ . Точка  $F$  выбрана на отрезке  $AC$  так, что  $DF \perp AC$ , а  $E$  — точка пересечения отрезка  $DF$  с окружностью  $\omega$ , отличная от  $D$ . Найдите  $AF$ , если  $AC = 20$ ,  $AB = 10$ ,  $BE = 9$ .
4. [4 балла] В теленгре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых корни уравнения  $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$  являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения  $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$  являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура  $\Phi$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют неравенству  $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leqslant 8$ . Фигуру  $\Phi$  непрерывно повернули вокруг начала координат на угол  $\pi$  против часовой стрелки. Найдите площадь множества  $M$ , которое замела фигура  $\Phi$  при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбраны точки  $P$  и  $Q$  так, что  $AB = BP$ ,  $AC = CQ$ . Внутри треугольника  $ABC$  выбрана точка  $D$ , для которой  $DP = DQ$ , а  $\angle PDQ = 90^\circ$ . Найдите  $\angle DCB$ , если известно, что  $\angle CBA = 46^\circ$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 \\ yz = -6x + x^2 \\ zx = -6y + y^2 \end{cases}$$

Перенесем все выражения:  $xyyz \cdot zx =$   
 $= x^2y^2z^2 = (z^2 - 6z)(x^2 - 6x)(y^2 - 6y) = 2xyz(z-6)(x-6)(y-6)$

Сократим на  $xyz$ :  $(x-6)(y-6)(z-6) = xyz - 6zx - 6yz - 6xy + 36z +$   
 $+ 36x + 36y - 216$

$$36(x+yz+z) - 6(xy+xz+yz) - 216 = 0 \quad | : 6$$

$6(x+yz+z) - (xy+xz+yz) - 36 = 0$  ~~из~~. Поставим знаки  $x_1, y_1, z_1$  и  $z_2$  и условие:

$$6(x+yz+z) - z^2 + 6z - y^2 + 6y - x^2 + 6x - 36 = 12(x+yz+z) - x^2 - y^2 - z^2 - 36 = 0 = t$$
$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = x^2 - 12x + 36 + y^2 - 12y + 36 + z^2 - 12z + 36 =$$
$$= x^2 + y^2 + z^2 - 12(x+yz+z) + 108 = 72 - t = 72 - 0 = 72$$

Ответ: 72.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Заметили, что число, состоящее только из девяток можно представить выше  $10^n - 1$ , где  $n$  — количество девяток. Когда число  $n$  из девяток можно представить как  $10^{20001} - 1$ . Возьмём это число в куб:  $(10^{20001} - 1)^3 = 10^{60003} - 3 \cdot 10^{40002} + 3 \cdot 10^{20001} - 1$

Теперь заметим, какой оно будет выглядеть вида:

1) Если мы вычитаем ~~три~~ три единицы на каждую-то единицу девятки, значит, в начале ~~будут~~ останутся  $60003 - 40002 - 1 = 20000$  девяток. ~~Но эти~~ На этом этапе можно сократить число на  $10^{40002}$ , т.к. дальше всё равно будут нули, а так снимаете начальную единицу. Получаем  $10^{20001} - 3$ . Тут уже очевидно, что число девяток составит кол-во всех цифр без последней. (последний будет 7). Теперь можно вернуть 40002 нулей в конец числа.

2) Прибавляем  $3 \cdot 10^{20001}$ . Но есть дальше, когда мы будем вычитать 1, можно будет рассматривать  $3 \cdot 10^{20001}$  без привязки к исходному числу, т.к.  $1 < 3 \cdot 10^{20001}$ .

3) Из 40002 нулей, которые пошли после 7 в первом этапе надо достичь только 20002 цифры, исходные 20001 из которых были, а первая 3. Уникаль! получили число, в котором все нули исчезли



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

идет 10000 девяток, потом 7, потом 20000 пуль, потом 2,  
потом 20001 девятка. Суммарно девяток: 40001

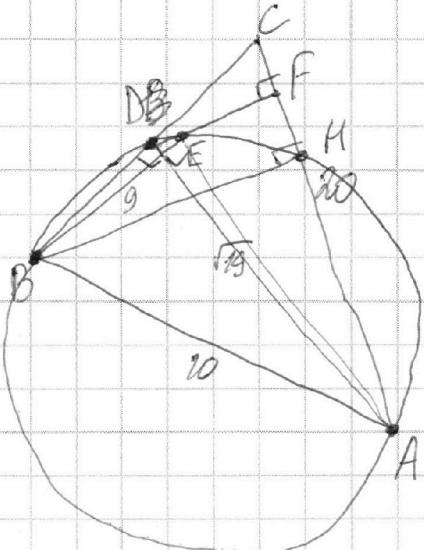
Ответ: 40001

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
4 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Учтывая, что  $AB$  - диаметр,  ~~$\triangle ABE$~~   $\triangle ABE$  прямогольный с  ~~$\angle BEA$~~   $\angle BEA = 90^\circ$ .

$$\text{Потом } AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{100 - 81} = \sqrt{19}$$

$$AF = \sqrt{AE^2 - EF^2} = \sqrt{19 - EF^2} = AC - CF =$$

$$= 20 - CF$$

~~$\triangle ABD$~~   $\triangle ABD$  тоже прямогольный с

$$AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{100 - BD^2} = \sqrt{AC^2 - DC^2} = \sqrt{400 - CD^2}$$

$$100 - BD^2 = 400 - CD^2 \rightarrow CD^2 - BD^2 = 300 = (CD - BD)(CD + BD) =$$

$$= BC(CD - BD).$$

$BH$  - высота на  $CA$  из  $B$ .  $H \in \omega$ , т.к.  $AB$  все еще диаметр, а  $\angle BHA = 90^\circ$ .

~~$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2}$~~   $BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{100 - AH^2} = \sqrt{BC^2 - CH^2} =$ 

$$= \sqrt{\frac{90000}{(CD - BD)^2} - CH^2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.



- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
5 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Пусть всего коробок было  $x$ . Способов погасить во все три коробки с маркерами будет  $C_x^3$  так как при каждом способе выбирать из тех коробок, где нет маркера, где маркирован. Но есть  $C_{x-3}^2$  ~~когда~~ способов ~~выбирать~~ (выбирать) всего способов выбрать 5 коробок  $C_x^5$ .

Тогда вероятность выбрать, когда есть выбраны 5 коробок равна  $P_1 = \frac{C_{x-3}^2}{C_x^5} = \frac{\frac{(x-3)!}{(x-5)! \cdot 2!}}{\frac{x!}{(x-5)! \cdot 5!}} = \frac{(x-3)! \cdot (x-5)! \cdot 5!}{x! \cdot (x-5)! \cdot 2!} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{(x-2)(x-1)x} = \frac{60}{(x-2)(x-1)x}$

В случае с выбором 9 коробок, чтобы угадать, надо из  $x-3$  оставшихся выбрать уже не 2 аугментированных, а 6 аугментированных коробок.  $= C_{x-3}^6$

А всего способов выбрать 9 коробок будет  $C_x^9$ . Вероятность выбрать теперь:  $P_2 = \frac{C_{x-3}^6}{C_x^9} = \frac{\frac{(x-3)!}{(x-9)! \cdot 6!}}{\frac{x!}{(x-9)! \cdot 9!}} = \frac{(x-3)! \cdot (x-9)! \cdot 9!}{(x-5)! \cdot x! \cdot 6!} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9}{(x-2)(x-1)x} =$

$$= \frac{504}{(x-2)(x-1)x}$$

Чтобы подсчитать вероятность  $\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{504}{(x-2)(x-1)x}}{\frac{60}{(x-2)(x-1)x}} = \frac{504}{60} = 8,4$  раза.

Ответ: 8,4 раза



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
6 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Пусть арифметическая прогрессия будет выглядеть  $b+nd$ , где  $d$ -шаг, а  $n$ -номер элемента. Тогда  $b_1 = b+nd$ ,  $b_2 = b+2d$ ,  $b_3 = b+5d$ ,  $b_4 = b+8d$ .

По т. Квадратичная для 1) уравнения:

$$-\frac{b}{a} = \frac{a^2 - 4a}{5} = a^2 - 4a = x_1 x_2 = \cancel{b_1 b_2} \quad b_5 + b_8 = 2b + 13d$$

По т. Квадратичная для 2) уравнения:

$$-\frac{b}{a} = \frac{a^3 - 4a^2}{5} = x_1 + x_2 = b_5 + b_8 = 2b + 13d$$

$$a^3 - 4a^2 = 2b + 13d = \frac{a^3 - 4a^2}{5} \quad |5$$

$$a^3 - 4a^2 = 5a^2 - 20a$$

$$a^3 - 9a^2 + 20a = 0 \quad |:a \quad a=0 \text{ - корень}$$

$$a^2 - 9a + 20 = 0$$

$$a_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{81-80}}{2} = \frac{9 \pm 1}{2} = \begin{cases} 5 \\ 4 \end{cases}$$

$a=0$  - не подходит, т.к. подставив в 1) уравнение:  $x^2 + q = 0$  нет корней.

Позиции  $a_1=5$  и  $a_2=4$  - единственные корни.

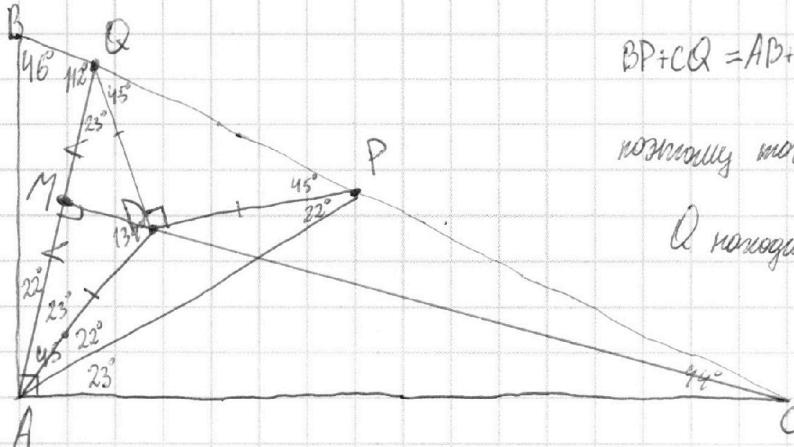
Ответ:  $a_1=5$ ;  $a_2=4$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА  
7 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$BP + CQ = AB + AC \Rightarrow BC \text{ по кирв. треугольника}$$

известно что  $P$  и  $Q$  стоят так, что

$Q$  находится между  $B$  и  $P$ .

$$\angle BAP = \angle BPA = \frac{180^\circ - \angle ABD}{2}$$

$$C = \frac{134^\circ}{2} = 67^\circ$$

$$\angle CAQ = \angle CQA = \frac{180^\circ - (90^\circ - \angle ABC)}{2} = \frac{90^\circ + 46^\circ}{2} = 68^\circ; \angle ACB = 90^\circ - \angle ABD = 44^\circ$$

$$\angle BAQ = \angle BAC - \angle CAQ = 90^\circ - 68^\circ = 22^\circ; \angle CAP = \angle BAC - \angle BAP = 90^\circ - 67^\circ = 23^\circ$$

$$\angle QAP = \angle BAC - \angle BAQ - \angle CAP = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

Морка  $D$  движется центром описанной окружности  $\Delta AQP$ , т.к.

$$\angle QDP = \angle QAP \text{ и } \overarc{QD} = \overarc{QP}. \quad \text{Поскольку } \overarc{QD} = \overarc{QP}, \quad QD = DP \rightarrow$$

$\rightarrow QD = DP = AD$ . Значит, морка  $D$  лежит на серединном перпендикуле

куда  $\perp AQ$ . Поскольку  $\Delta AQC$  равнобедренный по условию, морка

$C$  также лежит на серединном перпендикуле  $\perp AQ$ . Значит, морка  $C$  лежит на одной прямой, при этом сер-

единном перпендикуле. Значит,  $CM$  — высота  $\Delta AQC$ . Высота из

вершины  $C$  в равнобедренном треугольнике  $AQC$  также является

биссектрисой, поэтому  $\angle ACM = \angle ACD = \angle MCQ = \angle DCB = \frac{\angle ACB}{2} =$

$$= 22^\circ \quad \text{Ответ: } 22^\circ$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 = z(z-6) \\ yz - 6x + x^2 = x(x-6) \\ zx = -8y + y^2 = y(y-8) \end{cases}$$

$$x^2y^2z^2 = xyz(x-6)(y-6)(z-6)$$

$$xyz = (x-6)(y-6)(z-6) = xyz - 6xy - 6yz + 36x + 36y - 216 \rightarrow 36(x+y+z) - 6(xy+yz+xz) - 216 = 0$$

$$\overline{xy}^2 = 2^2(z-6)^2 \quad 6(x+y+2) - xy - xz - yz - 36 = 0$$

$$\begin{aligned} (x-6)^2 &= \frac{xy^2}{z^2} \\ \frac{x^2y^2}{z^2} + \frac{y^2z^2}{x^2} + \frac{x^2z^2}{y^2} - \frac{x^4y^4 + y^4z^4 + z^4x^4}{x^2y^2z^2} &= 1 \end{aligned}$$

$$x^2 - 12x + 36 + y^2 - 12y + 36 + z^2 - 12z + 36 = x^2 + y^2 + z^2 - 12(xy + yz + zx) + 108 \quad \boxed{=}$$

$$= -\left(12(x+y+z) - x^2 - y^2 - z^2 - 36\right) + 72 = 0 + 72 = 72$$

$$\begin{array}{r}
 99 = 81 \\
 9801 \\
 + 81 \\
 \hline
 891
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 899 \\
 \times 99 \\
 \hline
 899 \\
 899 \\
 \hline
 8991
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 999 \\
 \times 999 \\
 \hline
 999 \\
 999 \\
 \hline
 998001
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 999 \\
 \times 999 \\
 \hline
 999 \\
 999 \\
 \hline
 998001
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 9^3 = 729 \\
 99^3 = 970299 \\
 998^3 = 987012999
 \end{array}$$

$$88209 \quad \downarrow \quad 891 \quad 8991 \quad 8892009 \quad 9999^3 = 999700029999 \\ 88209 \quad \downarrow \quad 8901 \quad 8991 \quad 8892009 \quad - \quad x \quad y-1 \quad x$$

970299 19999 19999 887 987012999

999...9700000

~~89991~~ ~~89991~~ ~~899980001~~  
~~+ 89991~~ ~~89991~~ ~~9999~~

$$\begin{array}{r}
 89991 \\
 + 899820000 \\
 \hline
 899820001
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 89991 \\
 + 999820009 \\
 \hline
 999820009
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 99800 \\ \times 9 \\ \hline 8982009 \end{array}$$

09 8982009  
9 9982009  
8982009  
998002999

$$\begin{pmatrix} 20001 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = 10 - 3 \cdot 10 + 3 \cdot 10 - 1 =$$

$$= \underbrace{100 \dots 00}_{100003} - \underbrace{3000 \dots 00}_{40002}$$

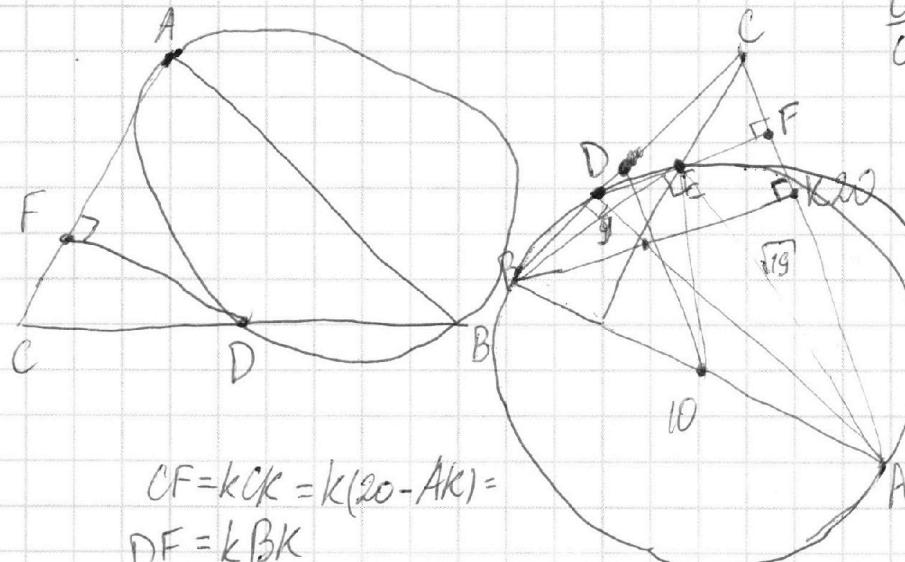


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CF}{CK} = \frac{DF}{BK}$$

$$BK^2 + AK^2 = 100$$

$$CF =$$

$$CF = kCK = k(20 - AK) =$$

$$DF = kBK$$

$$= k(20 - \sqrt{100 - BK^2}) =$$

$$= k\left(20 - \sqrt{100 - \frac{DF^2}{k^2}}\right) = k\left(20 - \sqrt{\frac{100k^2 - DF^2}{k^2}}\right) = k\left(20 - \frac{\sqrt{100k^2 - DF^2}}{k}\right) =$$

$$= 20k - \sqrt{100k^2 - DF^2}$$

$$400k^2 - 40kCF + CF^2 = 100k^2 - DF^2$$



$$400k^2 - 40kCF + CF^2 + DF^2 = 0$$

$$CF_1 = \frac{40k \pm \sqrt{1600k^2 - 1200k^2 - 4DF^2}}{2} = \frac{40k \pm \sqrt{400k^2 - 4DF^2}}{2} \quad x-3 \\ C_{x-3}^6$$

x-3

C\_x^6

$$56 \cdot 9 = \\ = 450 + 34 \cdot 80 \\ = 504$$

$$P_1 = \frac{n}{C_x^5} = \frac{C_{x-3}^2}{C_x^5} = \frac{(x-3)!}{(x-5)! \cdot 2!} = \frac{(x-3)! (x-5)! \cdot 5!}{x! (x-5)! \cdot 2!} = \frac{60}{(x-2)(x-1)x}$$

$$P_2 = \frac{C_{x-3}^6}{C_x^9} = \frac{(x-3)!}{x!} \cdot \frac{6!}{(x-9)! \cdot 6!} = \frac{(x-3)! \cdot (x-5)! \cdot 9!}{x! (x-9)! \cdot 6!} = \frac{504}{(x-2)(x-1)x}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{504}{60} = 8 \frac{24}{60} = 8 \frac{9}{10} = 8,4$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 9 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{a^2 - 4a \pm \sqrt{(a^2 - 4a)^2 - 4a^2 + 24a - 16}}{2} = \frac{a^2 - 4a \pm \sqrt{a^4 - 8a^3 + 16a^2 - 4a^2 + 24a - 16}}{2} =$$

$$= \frac{a^2 - 4a \pm \sqrt{a^4 - 8a^3 + 12a^2 + 24a - 16}}{2}$$

$$a_5 = a + 5d \\ a_3 = a + 3d$$

$$(2a+2)^3 = 8a^3 + 24a^2 + 24a + 8$$

$$a^4 - (2a+2)^3 - 12a^2 + 48a - 24$$

$$d = \frac{a^4 - 8a^3 + 12a^2 + 24a - 16}{2}$$

$$a^4 - (2a+2)^3 + 36a^2 + 48a - 8$$

$$5x^2 - (a^3 - 4a^2)x + 2a^3 - 6a - 15 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{a^3 - 4a^2 + \sqrt{a^6 - 8a^5 + 16a^4 + 40a^3 + 120a^2 + 300}}{10}$$

$$\begin{aligned} & \frac{450}{225} \\ & \frac{900}{225} \\ & \frac{5400}{225} \\ & 225 \cdot 8 = \\ & = 1600 + 200 = 800 \end{aligned}$$

$$3d = \frac{a^6 - 8a^5 + 16a^4 + 40a^3 + 120a^2 + 300}{10}$$

$$15a^4 - 8a^3 + 12a^2 + 24a - 16 = a^6 + 8a^5 + 16a^4 + 40a^3 + 120a^2 + 300$$

$$225a^4 - 1800a^3 + 2700a^2 + 5400a - 3600 = a^6 + 8a^5 + 16a^4 + 40a^3 + 120a^2 + 300$$

$$a^6 - 8a^5 - 209a^4 + 1804a^3 - 5280a + 3900 = 0$$

$$a^2 - 6a + 9 = (b+6d)(b+7d) = b^2 + 13bd + 42d^2$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 4}}{2}$$

$$a^2 - 4a = 2b + 13d$$

$$1) x^2 + 5x - 1 = 0$$

$$\frac{-2a^3 - 6a - 15}{5} = (b+5d)(b+8d) = b^2 + 13bd + 40d^2$$

$$2) 5x^2 - 25x - 295 = 0$$

$$\frac{a^3 - 4a^2}{5} = 2b + 13bd$$

$$x^2 - 5x - 59 = 0$$

$$a^3 - 4a^2 - 5a^2 + 20a = 0 = a^3 - 9a^2 + 20a = 0$$

$$x_{3,4} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 236}}{2} =$$

$$a^2 - 9a + 20 = 0$$

$$= \frac{5 \pm 3\sqrt{29}}{2}$$

$$a_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 80}}{2} = \frac{9 \pm 1}{2} = 5$$



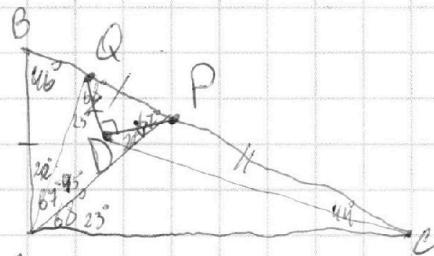
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

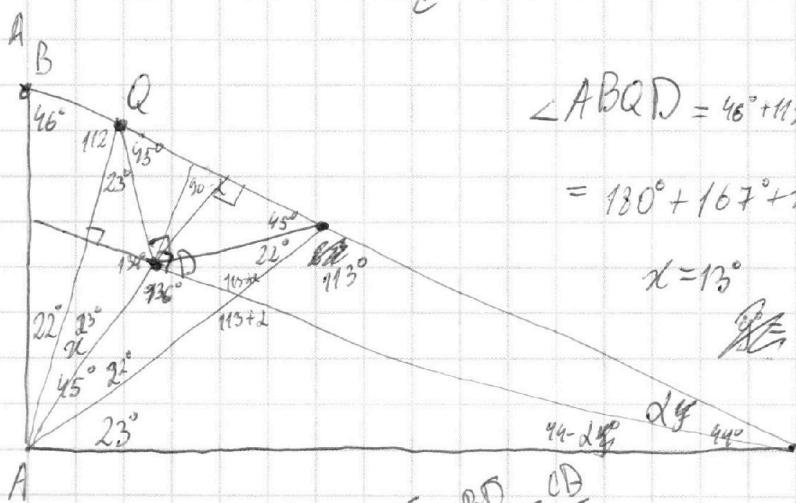
$$\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leq 8$$



$$b-a$$

$$2y - 40 \leq 8$$

$$y \leq 24$$



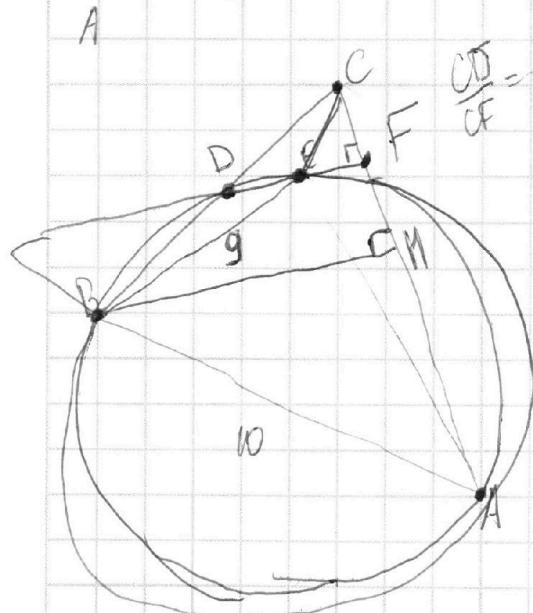
$$b+a$$

$$\angle ABD = 46^\circ + 112^\circ + 23^\circ + 134^\circ + x + 22^\circ = 360^\circ =$$

$$= 180^\circ + 167^\circ + x^\circ = 360^\circ$$

$$x = 13^\circ$$

$$\begin{aligned} 168 - y &= 113 + x \\ y &= 55 - x \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \frac{CD}{CF} &= \frac{BD}{FH} = \frac{OB}{CH} \\ 19 &= EF^2 + AF^2 \\ AF &= \sqrt{19 - EF^2} \\ CF &= \sqrt{EC^2 - EF^2} \\ AF &= \sqrt{AE^2 - EF^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left|y + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \\ \left|\frac{2\sqrt{3}y + x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|\frac{2\sqrt{3}y - x}{2\sqrt{3}}\right| \end{aligned}$$