



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ xz = 3y + y^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} &\text{делим первое на второе} \Rightarrow \frac{x}{z} = \frac{z(z+3)}{x(x+3)} \Rightarrow \\ &\quad z^2(z+3) = x^2(x+3) \\ &\text{делим первое на третье} \Rightarrow \frac{x}{z} = \frac{z(z+3)}{y(y+3)} \Rightarrow \\ &\quad y^2(y+3) = z^2(z+3) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow y^2(y+3) = z^2(z+3) \Rightarrow z^2(z+3) = y^2(y+3) = x^2(x+3)$$

$$z^3 + 3z^2 = y^3 + 3y^2 = x^3 + 3x^2$$

$$\begin{aligned} z^3 - y^3 + 3(z^2 - y^2) &= 0 \\ (z-y)(z^2 + yz + y^2) + 3(z-y)(z+y) &= 0 \\ (z-y)(z^2 + yz + y^2 + 3z + 3y) &= 0 \\ \text{аналогично} \quad (z-x)(z^2 + xz + x^2 + 3z + 3x) &= 0 \\ (x-y)(x^2 + xy + y^2 + 3x + 3y) &= 0 \end{aligned}$$

скобка
(три левые 0)

рассмотрим все варианты если $x=y=z$,

если * одна левая скобка равна 0, и две правые
и если 0 левых скобок равно 0, и три правые
скобки равны 0 (если две левые скобки равны
то это первый случай т.к. третья равна
автоматически)

$$\text{I } x=y=z \Rightarrow x^2 = 3x + x^2 \Rightarrow 3x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow$$

$$(x+3)^2 + (x+3)^2 + (x+3)^2 = 3 \cdot (x+3)^2 = 3 \cdot 3^2 = 3^3 = 27$$

II Без ограничения общности т.к. наши уравнения симметричны пусть $x=y$, тогда

$$\text{ум. } \begin{cases} x^2 = 3z + z^2 \\ xz = 3x + x^2 \end{cases} \Rightarrow z = 3+x \text{ т.к. } x \neq 0 \text{ ага}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} z &= x+3 \\ x^2 &= 3z+z^2 \end{aligned} \Rightarrow x^2 = 3(x+3) + (x+3)^2$$

$$x^2 = 3x+9 + x^2 + 6x+9$$

$$9x = -18 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow z = 1$$

$$y = x = -2$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 1^2 + 1^2 + 4^2 = 16 + 2 = 18$$

III

$$\begin{cases} z^2 + y^2 + yz + 3y + 3z = 0 \\ z^2 + x^2 + xz + 3x + 3z = 0 \\ x^2 + y^2 + xy + 3x + 3y = 0 \end{cases} \quad x \neq y \neq z$$

вычитаем $x^2 - y^2 + z(x-y) + 3(x-y) = 0$

$$(x-y)(x+y+z+3) = 0$$

~~начнем с нуля~~

теперь сложим все вместе

$$2(x^2 + y^2 + z^2) + xy + xz + yz + 6(x+y+z) = 0$$

$$\begin{aligned} 2(9 - 2xy - 2xz - 2yz) + xy + xz + yz &= 0 \\ 18 - 3xy - 3xz - 3yz &= 18 \\ xy + xz + yz &= 0 \\ x+y+z &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 &= x^2 + 6x + 9 + y^2 + 6y + 9 + z^2 + 6z + 9 = \\ &= x^2 + y^2 + z^2 + 6(x+y+z) + 27 = \end{aligned}$$

$$(x+y+z)^2 = 9$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + xz) = 9 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 9$$

$$9 + 6 \cdot (-3) + 27 = 9 + 27 - 18 = 18$$

Ответ: 18; 27



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \underbrace{99 \dots 9}_{40000} = 10^{40000} - 1$$

$$n^3 = (10^{\overbrace{40000}^{40000}} - 1)^3 = 10^{120000} - 3 \cdot 10^{80000} + 3 \cdot 10^{40000} - 1$$

теперь из числа 10^{120000} вычтем один
будет $\underbrace{999 \dots 9}_{120000}$ и вычтем $3 \cdot 10^{80000}$

это будет $\underbrace{999 \dots 9}_{39999} \underbrace{9699 \dots 9}_{80000}$ и при-
бавим $3 \cdot 10^{40000}$ это будет

$$\begin{array}{r} + 999 \dots 9699 \dots 9999999 \dots 9 \\ \hline 30000 \dots 0 \\ \hline 999 \dots 9700 \dots 00029999 \dots 99 \\ \hline \underbrace{39999}_{39999} \qquad \qquad \qquad \underbrace{40000}_{40000} \end{array}$$

получи всего девятирок 79999
Ответ: 79999

Orbiter: $\frac{55}{18}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

пусть есть n -коробок $\Rightarrow$ ~~мощь в коробке шар~~
 выигрыш 3 шар + 2 ничего $\Rightarrow \left(\frac{1}{n}\right)^3 \cdot \left(\frac{n-1}{n}\right)^2$
 все исходы 3 шар + 2 нич. $\Rightarrow \left(\frac{1}{n}\right)^3 \cdot \left(\frac{n-1}{n}\right)^2$
 2 шар + 3 ничего $\left(\frac{1}{n}\right)^2 \left(\frac{n-1}{n}\right)^3$
 1 шар + 4 ничего $\left(\frac{1}{n}\right) \left(\frac{n-1}{n}\right)^4$
 0 шар + 5 ничего $\left(\frac{n-1}{n}\right)^5$

шарик в коробке с шансом $\frac{1}{n}$ и ничего с шансом

$$1 - \frac{1}{n} = \frac{n-1}{n}$$

мощь шарик на победу составил

$$P(B_1) = \frac{\text{выигрыш}}{\text{все исходы}} = \frac{\left(\frac{1}{n}\right)^3 \left(\frac{n-1}{n}\right)^2}{\left(\frac{1}{n}\right)^3 \left(\frac{n-1}{n}\right)^2 + \left(\frac{1}{n}\right)^2 \left(\frac{n-1}{n}\right)^3 + \left(\frac{1}{n}\right) \left(\frac{n-1}{n}\right)^4 + \left(\frac{n-1}{n}\right)^5} =$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{n}\right)^3}{\left(\frac{1}{n}\right)^3 + \left(\frac{1}{n}\right)^2 \left(\frac{n-1}{n}\right) + \left(\frac{1}{n}\right) \left(\frac{n-1}{n}\right)^2 + \left(\frac{n-1}{n}\right)^3}$$

во второй же раз шарик на победу составил

3 шар + 3 ничего - выигрыш.

3 шар + 3 нич.)
 2 шар + 4 нич.) всего
 1 шар + 5 нич.)
 0 шар + 6 нич.)

$$P(B_2) = \frac{\left(\frac{1}{n}\right)^3 \left(\frac{n-1}{n}\right)^3}{\left(\frac{1}{n}\right)^3 \left(\frac{n-1}{n}\right)^3 + \left(\frac{1}{n}\right)^2 \left(\frac{n-1}{n}\right)^4 + \left(\frac{1}{n}\right) \left(\frac{n-1}{n}\right)^5 + \left(\frac{n-1}{n}\right)^6}$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{n}\right)^3}{\left(\frac{1}{n}\right)^3 + \left(\frac{1}{n}\right)^2 \left(\frac{n-1}{n}\right) + \left(\frac{1}{n}\right) \left(\frac{n-1}{n}\right)^2 + \left(\frac{n-1}{n}\right)^3}$$

$$\frac{P(B_1)}{P(B_2)} = 1$$

ответ : в 1 раз.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0 \\ x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0 \end{cases}$$

$$2x - 15 \leq 3$$

$$2x \leq 18$$

$$x \leq 9$$

$$\begin{aligned} \frac{y}{6\sqrt{3}} &\geq \frac{15}{2} - x \quad | \cdot 6\sqrt{3} \\ y &\geq 45\sqrt{3} - 6\sqrt{3}x \\ x - \frac{15}{2} &\geq \frac{y}{6\sqrt{3}} \Rightarrow 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} \geq y \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 12\sqrt{3}x \geq 90\sqrt{3}$$

$$x \geq \frac{90}{12\sqrt{3}}$$

$$x \geq \frac{15}{2}$$

$$\begin{cases} x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0 \\ x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 0 \end{cases} \Rightarrow x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} + x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$\frac{y}{3\sqrt{3}} \leq 3 \Rightarrow y \leq 9\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} 9\sqrt{3} &\geq y \geq 45\sqrt{3} - 6\sqrt{3}x \\ 9\sqrt{3} &\geq y \geq 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$9\sqrt{3} \geq 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3}$$

$$9 \geq 6x - 45$$

$$3 \geq 2x - 15$$

$$18 \geq 2x \Rightarrow x \leq 9$$

$$6x \geq 36$$

$$x \geq 6$$

$$\begin{cases} x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 0 \\ x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow -x + \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} + x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$-\frac{y}{3\sqrt{3}} \leq 3$$

$$-y \leq 9\sqrt{3}$$

$$y \geq -9\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} y &\leq 45\sqrt{3} - 6\sqrt{3}x \rightarrow -9 \leq 45 - 6x \\ -9\sqrt{3} &\leq y \leq 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} \\ -9 &\leq 6x - 45 \\ 36 &\leq 6x \Rightarrow x \geq 6 \end{aligned}$$

$$6x \leq 54$$

$$x \leq 9$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 0$$

$$x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0$$

$$-2x + 15 \leq 3$$

$$12 \leq 2x$$

$$x \geq 6$$

$$y \leq 45\sqrt{3} - 6\sqrt{3}x$$

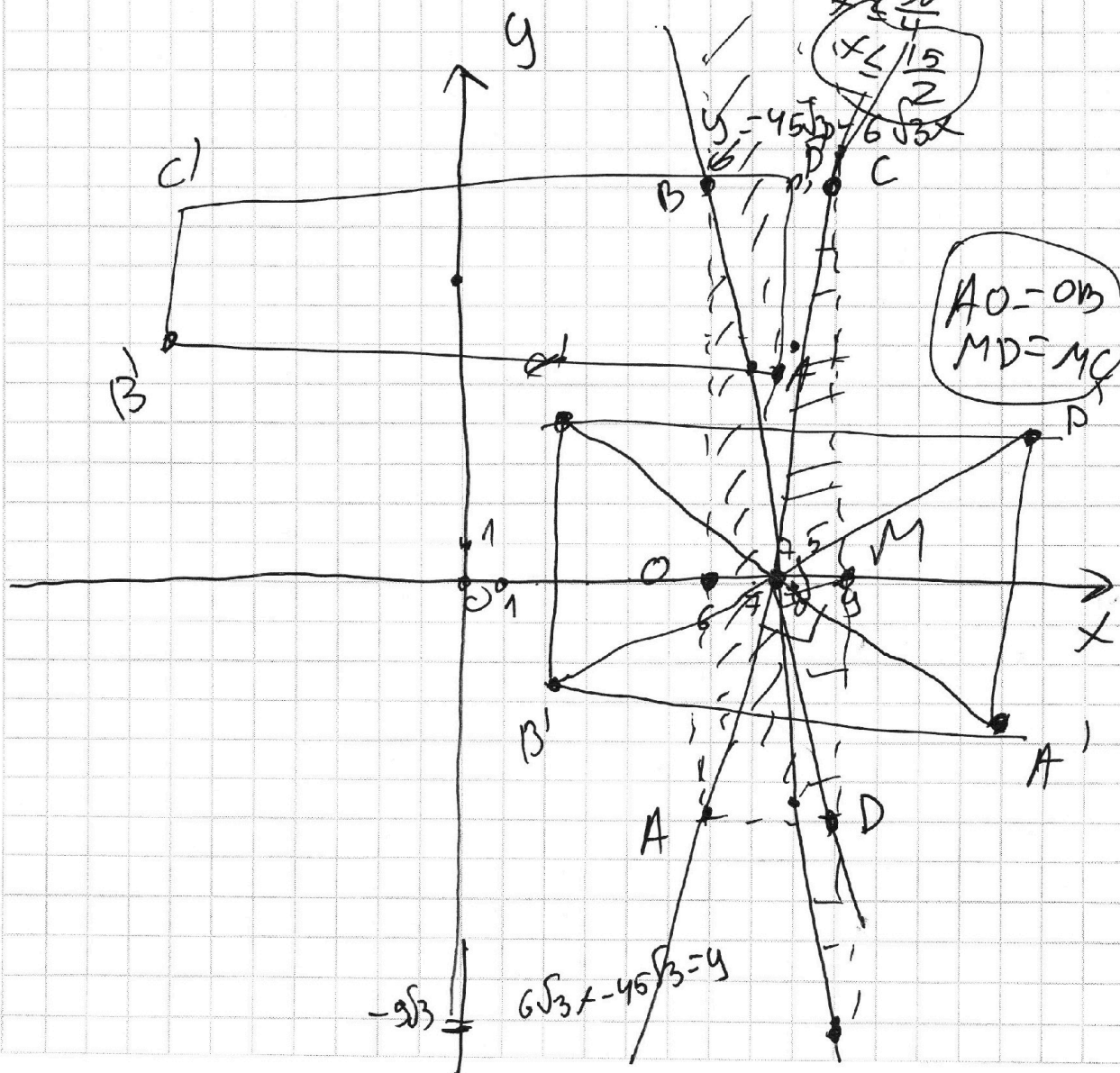
$$y \geq 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} \leq 45\sqrt{3} \\ 12\sqrt{3}x \leq 90\sqrt{3} \end{cases}$$

$$x \leq \frac{90}{12}$$

$$x \leq \frac{30}{4}$$

$$x \leq \frac{15}{2}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

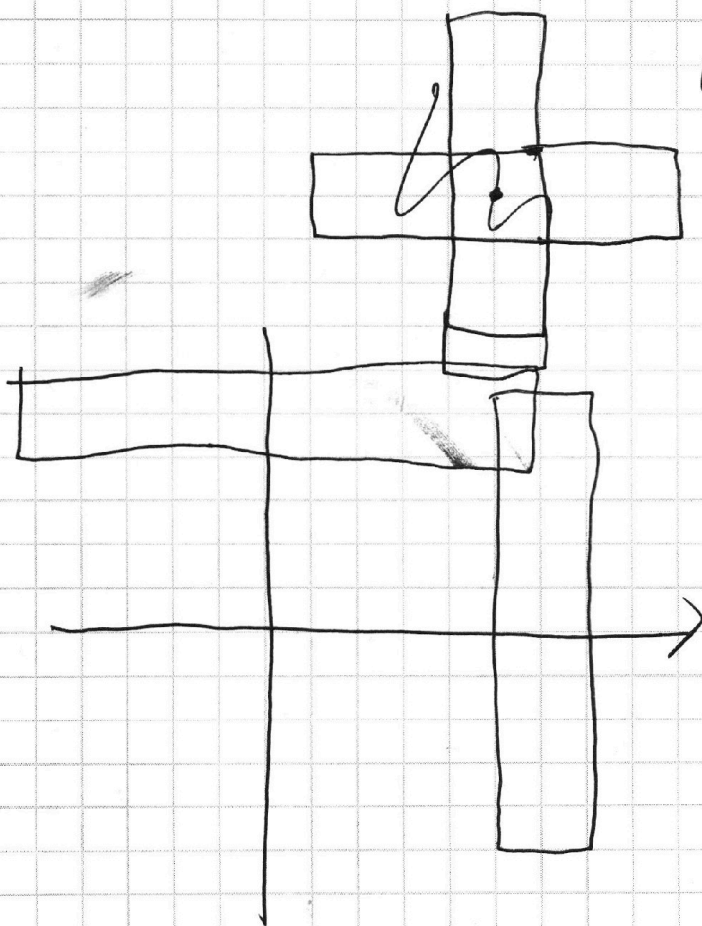
СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

фигура из четырех прямоугольников,
его поворачивают на 90°

($AO=OB$ от симметрии отнесем. оси)
 $MC=MD$ общие

после поворота он перейдет в $A'B'C'D'$
прямоугольник перейдет в $A'B'C'D'$



, то что замечу
эта фигура при
повороте это
гипербола.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$9) \angle B A Q = 45^\circ + \angle - 45^\circ = \angle \quad (\angle B A P \quad \angle P A Q)$$

$$\angle P A C = \angle C A A - 45^\circ = 45^\circ - \angle \quad (\angle A A Q C)$$

$\angle B A P \quad \angle P A Q$
 $90^\circ - \angle \quad \angle P A Q$

$$10) \text{Заметим что, } \angle D A C = \angle + 45^\circ - \angle = 45^\circ = \angle Q P D$$

$\angle P A D \quad \angle P A C$

$\Rightarrow (A D P C) - \text{впис.}$

$$\text{Аналогично } \angle B A D = \angle + 45^\circ - \angle = 45^\circ = \angle C Q D$$

$(A D Q B) - \text{впис.}$

$$11) (A D P C) - \text{впис.} \Rightarrow \angle P C D = 20^\circ = \angle P A P \quad (\text{один из} \quad \text{одну сторону})$$
$$45^\circ - \angle = 20^\circ \Rightarrow \angle = 25^\circ$$
$$(A D Q B) - \text{впис.} \Rightarrow \angle P B D = \angle Q A D = \angle = 25^\circ = \angle D B C$$

Ответ: 25°



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

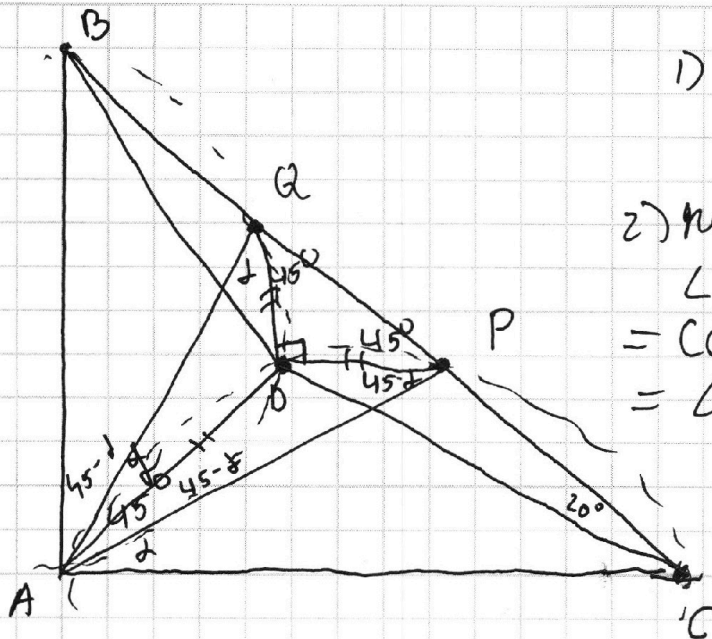
5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$1) DP=DQ \Rightarrow \angle DPQ = \angle DQP = 90^\circ \Rightarrow \angle DPA = \angle DQA = 45^\circ$$

$$2) \text{ пусть } \angle AAD = \alpha \Rightarrow \angle AQC = 45 + \alpha, \text{ м.к. } AC = CQ \Rightarrow \angle QAC = 45 + \alpha = \angle AQC$$

$$3) \angle ACQ = 180^\circ - 45 - \alpha - 45 - \alpha = 90 - 2\alpha \text{ в } \triangle AQC$$

$$4) \angle ABC = 90^\circ - \angle ACB = 90^\circ - 90 + 2\alpha = 2\alpha \text{ в } \triangle ABC$$

$$5) \angle BAP = \angle BPA \text{ (м.к. } AB=BP \text{ в } \triangle ABP) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle ABP = \frac{180^\circ - \angle ABP}{2} = \frac{180^\circ - 2\alpha}{2} = 90 - \alpha = \angle APQ$$

$$\angle DPA = \angle APQ - \angle DPQ = 90 - \alpha - 45 = 45 - \alpha$$

$$6) \angle QAP = 180^\circ - \angle AQC - \angle APQ = 180^\circ - 45 - \alpha - 45 - 45 - \alpha = 45^\circ \text{ в } \triangle APQ$$

7) проведем опис. окр. APQ м.к. $\angle QAP = 45^\circ \Rightarrow$ дуга $AP = 90^\circ \Rightarrow$ центр угла $\angle APQ = 90^\circ$, а угол $\angle QAP = 45^\circ \Rightarrow D$ - центр окр. $(APQ) \Rightarrow DQ = DP = DA$ (и лежит на сеп. перпен. к PQ м.к. $DQ = DP$)

$$8) \angle DAP = 45 - \alpha = \angle DPA$$

$$\angle DQA = \alpha = \angle DAQ$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} - \left(x + \frac{y}{6\sqrt{3}} - \frac{15}{2} \right) + \\
 & x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} - \left(x - \frac{y}{6\sqrt{3}} - \frac{15}{2} \right) + \\
 & \text{пусть } x + \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq \frac{15}{2} \\
 & x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} + x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3 \\
 & 2x - 15 \leq 3 \Rightarrow 2x \leq 18 \Rightarrow x \leq 9 \\
 & 6\sqrt{3}x + y \geq 45\sqrt{3} \\
 & y \geq 45\sqrt{3} - 6\sqrt{3}x \\
 & \begin{cases} x + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq \frac{15}{2} \Rightarrow 6\sqrt{3}x + y \leq 45\sqrt{3} \Rightarrow y \leq 45\sqrt{3} - 6\sqrt{3}x \\ x - \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq \frac{15}{2} \Rightarrow 6\sqrt{3}x - y \geq 45\sqrt{3} \Rightarrow -9\sqrt{3} \leq y \leq 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} \end{cases} \\
 & -x + \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} + x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3 \\
 & -\frac{y}{3\sqrt{3}} \leq 3 \\
 & -y \leq 9\sqrt{3} \Rightarrow -9\sqrt{3} \leq y \\
 & -9\sqrt{3} \leq 45\sqrt{3} - 6\sqrt{3}x \\
 & -3 \leq 15 - 2x \Rightarrow 2x \leq 18 \\
 & x \leq 9 \\
 & -9\sqrt{3} \leq 45\sqrt{3} - 6\sqrt{3}x \\
 & -9 \leq 45 - 6x \\
 & -3 \leq 15 - 2x \\
 & 2x \leq 18 \\
 & x \leq 9
 \end{aligned}$$

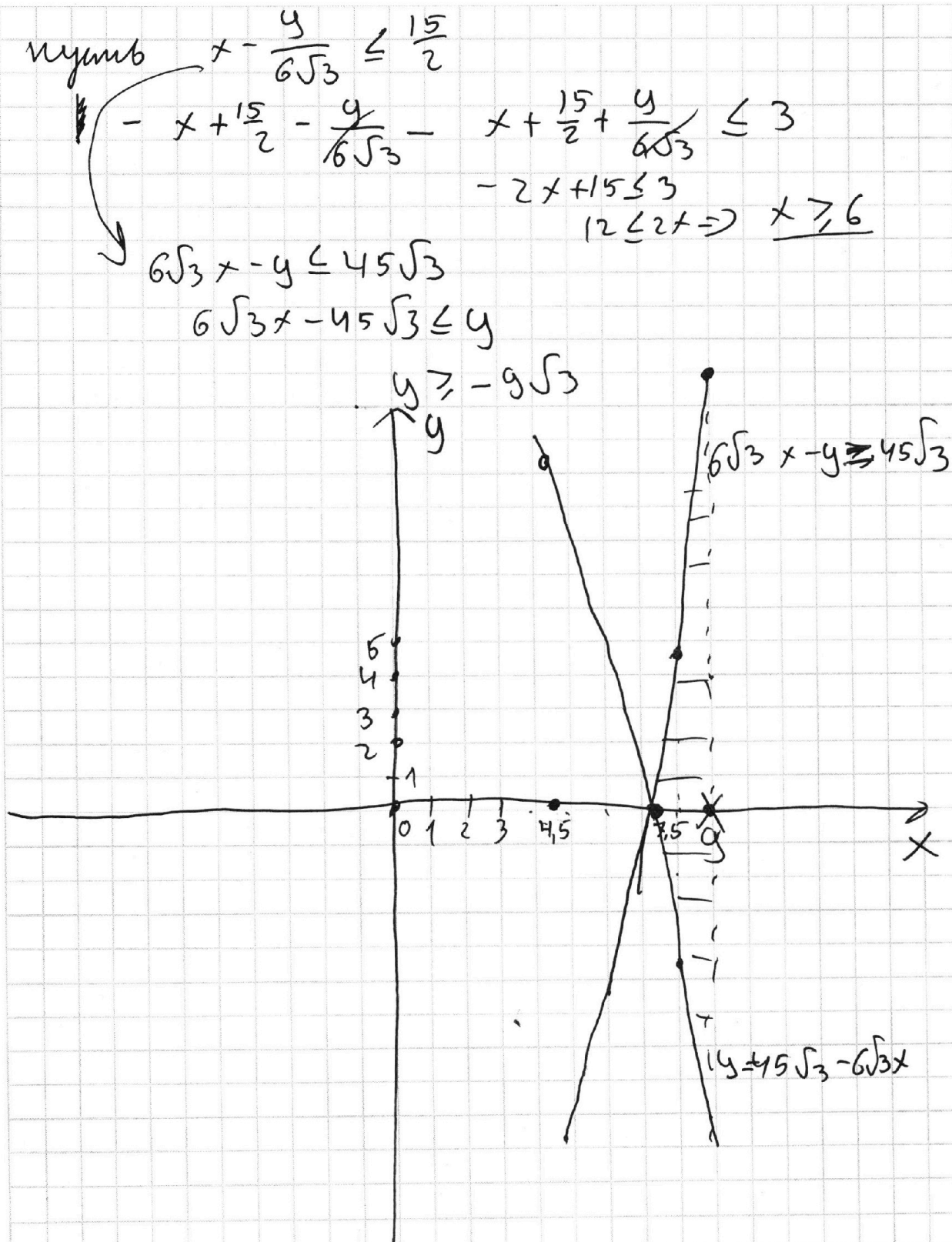


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



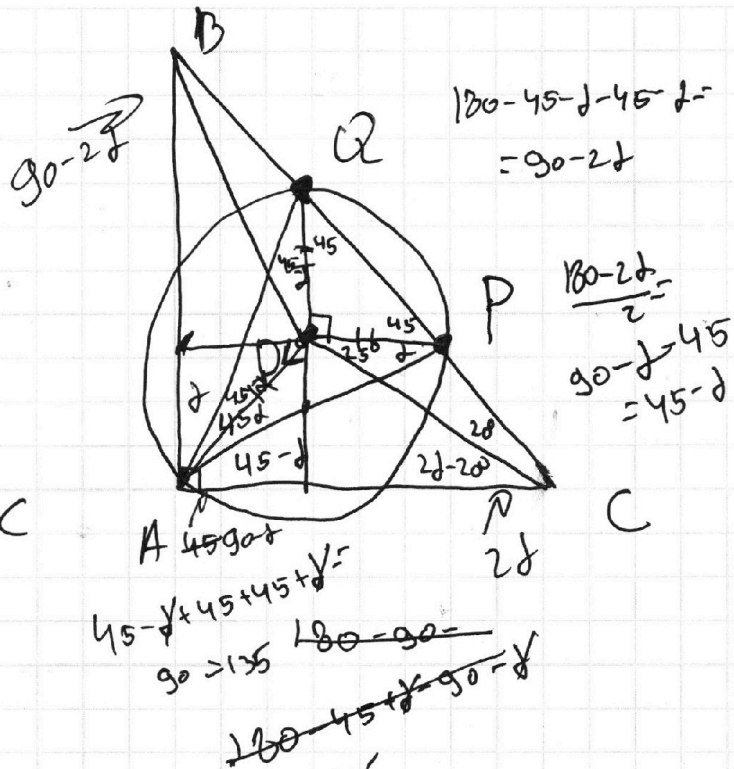
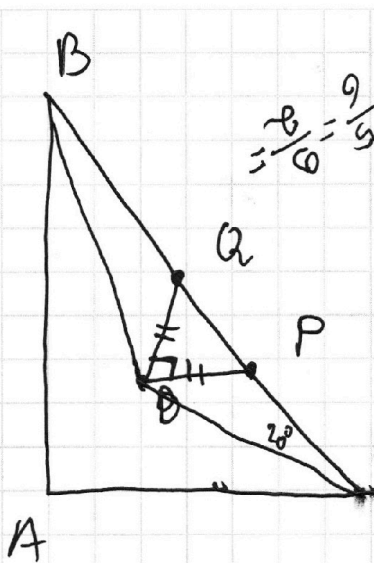


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 = 3(x+3) + (x+3)^2 =$$

$$x^2 = 3x + 9 + x^2 + 6x + 9$$

$$9x = -18$$

$$x(-3-x) + yz = 0$$

$$-x(x+3) = -yz$$

$$x(x+3) = yz$$

$$x^2 - y^2 + z(x-y) + 3(x-y) = 0$$

$$(x-y)(x+y+z+3) = 0$$

$$(x-z)(x+y+z+3) = 0$$

$$xy = 3z + z^2$$

$$x = -3 - y - z$$

$$yz = 3x + x^2$$

$$x(-3-y-z) =$$

$$xz = 3y + y^2$$

$$(-3-y-z)y = 3z + z^2$$

$$-3y - y^2 - yz = 3z + z^2$$

$$2(x^2 + y^2 + z^2) + xy + xz + yz = z^2 + y^2 + yz + 3y + 3z$$

$$yz + 6(x+y+z) = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2zy = 9$$

$$2(9 - 2xy - 2xz - 2zy) + xy + xz + yz - 18 = 0$$

$$-3xy - 3xz - 3zy = 0$$

$$xy + xz + yz = 0$$

$$x = -3 - y - z$$

$$(-3-y-z)y + (-3-y-z)z + yz = 0$$

$$x(y+z) + yz = 0$$

$$(-3-y-z)(y+z) + yz = 0$$

$$-3y - 3z - y^2 - yz - zy - z^2 + yz = 0$$

$$y^2 + z^2 + yz + 3y + 3z = 0$$

$$0 = z(z+3) + x(x+3) + y(y+3)$$

$$0 = z(z+3) + x(-y-z) + y^2 + 3y$$

$\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases}$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = ?$$

$$\begin{aligned} xy &= z(z+3) \Rightarrow \\ yz &= x(x+3) \\ zx &= y(y+3) \end{aligned}$$

$$\frac{z+3}{y} = \frac{y}{x+3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (z+3)(x+3) = y^2$$

$$(x+3)(y+3) = z^2$$

$$(z+3)(y+3) = x^2$$

$\Rightarrow$

$$(z+3)^2 (x+3)(y+3) = x^2 y^2$$

$$\frac{(z+3)^2}{z^2} \Rightarrow (z+3)^2 = \frac{x^2 y^2}{z^2}$$

$$\frac{x^2 y^2}{z^2} + \frac{z^2 y^2}{x^2} + \frac{x^2 z^2}{y^2} =$$

$$(x+3)^2 = \frac{z^2 y^2}{x^2}$$

$$3 \cdot 10^2 = (y+3)^2 = \frac{x^2 z^2}{y^2}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{array}{r} 100000 \\ - 30000 \\ \hline 70000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 99999 \\ + 99999 \\ + 99999 \\ \hline 299997 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100000 \\ - 30000 \\ \hline 70000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30000 \\ + 30000 \\ \hline 60000 \end{array}$$

n

$$n = 10$$

$$n^3 = (10^4 - 1)^3 =$$

$$= 10^3 - 3 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 - 1 =$$

$$= 1000 - 300 + 30 - 1 =$$

$$= 700 - 1 = 699$$

$$= 699$$

$$(x-1)^3 =$$

$$= (x^2 - 2x + 1)(x-1) =$$

$$= x^3 - x^2 - 2x^2 + 2x + x - 1 =$$

$$= x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

$$= x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

$$= x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

$$= x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

$$= x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

$$= x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

0



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 = x(x+3) \\ zx = 3y + y^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x^2 + z^2 + xz + 3z + 3x &= 0 \\ \text{"} \quad \text{"} \quad \text{"} \quad \text{"} \quad \text{"} \quad \text{"} \\ 3z + z^2 \quad 3x \\ z &= 3 + x \end{aligned}$$

$$(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9 = x^2 + 3x + 3x + 9 = 3(x+3)$$

$$yz = x(x+3) + 3(x+3) =$$

$$\frac{yz}{x} = x+3$$

$$= yz + \frac{3yz}{x} = \frac{xyz + 3yz}{x} = \frac{yz(x+3)}{x}$$

$$x(x+3)y(y+3)z(z+3) =$$

$$\frac{y}{z} = \frac{z(z+3)}{y(y+3)} \Rightarrow y^2(y+3) = z^2(z+3) = x^2(x+3)$$

$$\frac{x}{z} = \frac{z(z+3)}{x(x+3)}$$

$$x^2(x+3) = z^2(z+3)$$

$$y^3 - z^3 + 3(y^2 - z^2) = 0$$

$$(y-z)(y^2 + zy + z^2 + 3y + 3z) = 0$$

$$\begin{array}{r} y^3 - z^3 \quad | \quad y - z \\ y^2 - zy^2 \quad | \quad y^2 + zy + z^2 \\ \hline -z^3 + zy^2 \\ -zy^2 + zy^2 \\ \hline -z^3 + zy^2 \\ +z^3 + z^2y \\ \hline z^2y \end{array}$$

$$y = z$$

$$\begin{aligned} y + z &= t \\ yz &= m \\ t^2 - 2m + m + 3t &= 0 \\ t^2 - m + 3t &= 0 \\ t^2 + 3t &= m \end{aligned}$$

$$y + zy + z + 3y + 3z = 0$$

$$z = x$$

$$x = y$$

$$x^2 = 3z + z^2$$

$$xz = 3x + x^2$$

$$x = z$$

$$xz = 3x + x^2$$