



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$ являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}| + |x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}| \leq 4$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle BCA = 50^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

Пусть x, y, z - тройка чисел, удовлетворяющая системе и

здесь $x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$. Тогда:

$$xy \cdot yz \cdot zx = x(x-1) \cdot y(y-1) \cdot z(z-1).$$

$$x^2 y^2 z^2 = xyz(x-1)(y-1)(z-1).$$

$$xyz = (x-1)(y-1)(z-1).$$

$$xy = z(z-1).$$

$$\downarrow z \\ z = (x-1)(y-1).$$

$$\begin{cases} xy = z(z-1) \\ yz = x(x-1) \\ zx = y(y-1). \end{cases}$$

Аналогично подставляя yz и zx получаем:

$$z^2 = (x-1)(y-1); x^2 = y(y-1)(z-1); y^2 = (x-1)(z-1).$$

$$\downarrow z^2(z-1) = x^2(x-1) = y^2(y-1).$$

Среди чисел x, y, z есть 20



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отмьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

Перенесем все правые части уравнений друг на друга и все левые. Получим:

$$\begin{aligned} X^2 Y^2 Z^2 &= (X-2)(Y-2)(Z-2) \cdot X \cdot Y \cdot Z \\ X, Y, Z \neq 0 \Rightarrow XY &= (X-2)(Y-2)(Z-2). \\ (X-2)^2 + (Y-2)^2 + (Z-2)^2 &= \\ &= X^2 - 4X + 4 + Y^2 - 4Y + 4 + (X+Y+Z)^2 - 4(X+Y+Z) + 12 \\ -2X &= YZ - X^2. \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} + \quad \frac{1}{1} \\ + \quad \frac{1}{1} \\ \hline + \quad \frac{1}{1} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 888 \\ 999999999 \\ \times 999999999 \\ \hline 991 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \cdot 10^k \\ (10^{50001} - 1)^2 \\ \hline 90003 \end{array}$$

$$10 - 3 \cdot 10$$

$$2(YZ + XY + ZX) - X^2 - Y^2 - Z^2 + 12.$$

$$XY + YZ + ZX + YZ - X^2.$$

$$\underline{(XY)^2} \quad \underline{\left(\frac{XY}{2}\right)^2} + \underline{\left(\frac{XZ}{Y}\right)^2} +$$

$$\begin{aligned} (a^2 - 2a)^2 - 4(a^2 - a - 7) \\ a^4 - 4a^3 + 4a^2 - 4a^2 + 4a + 28. \end{aligned}$$

156789

$$a(a-2) \pm \sqrt{(a^2 - a)^2 - 4(a^2 - a - 7)}.$$

$$\sqrt{a^4 - 4a^3 + 4a + 28}.$$

$$\begin{aligned} \frac{a^3 - 2a^2}{3} &= 2 \\ &= \frac{a^2 - 2a}{2} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2.

Одевушка, 20 $n = 10^{30001} - 1$.

$$\text{Тогда } n^3 = (10^{30001} - 1)^3 = 10^{90003} - 3 \cdot 10^{60002} + 3 \cdot 10^{30001} - 1.$$

$$10^{30003} - 1 = \underbrace{999\dots99}_{90003}$$

$$3 \cdot 10^{60002} = 3\underbrace{000\dots00}_{60002}; \quad 3 \cdot 10^{30001} = 3\underbrace{000\dots00}_{30001}.$$

$$\text{Понятно, что } 999\dots99 - 3000\dots00 = \underbrace{999\dots99}_{30000} \underbrace{69999\dots9}_{60002}.$$

Для прибавления $3 \cdot 10^{30001}$ воспользуемся сложением в столбик:

$$\begin{array}{r} 999\dots996999999\dots99 \\ + 996999999\dots99 \\ \hline 300\dots00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \quad 1 \\ + 996999999\dots99 \\ \hline 300\dots00 \end{array}$$

$$\text{Получаем число } \underbrace{999\dots99}_{30000} \underbrace{7000\dots02}_{30000} \underbrace{9999\dots9}_{30001}.$$

В нем $\overset{1}{60000}$ одна девятка

Ответ: 60001



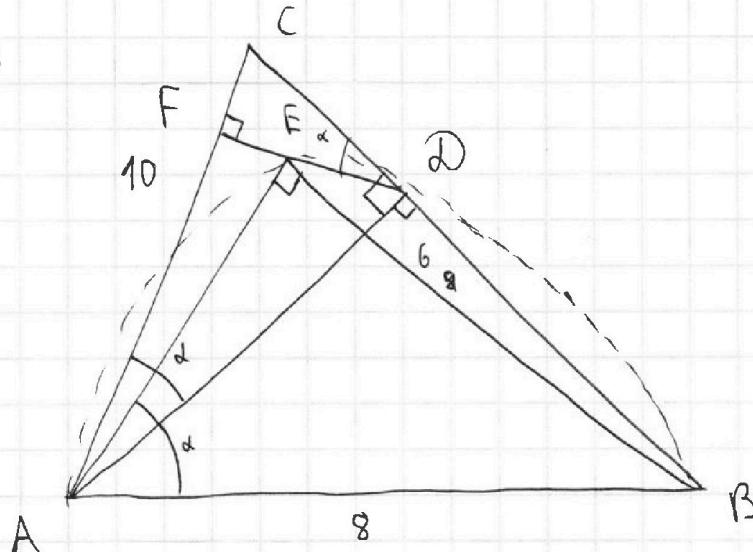
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3



Так как AB-диаметр, то $\angle AEB = \angle AOB = 90^\circ$

Ну съ так же $\angle AOD = 2\alpha$. Тогда $\angle AED = 180^\circ - 2\alpha$ ($AEDB$ -вписаный) $\Rightarrow \angle FDC = \alpha$.

Так как DF-высота в прямоугольном треугольнике ADC, то $\angle CAD = \alpha$.

$$\text{Мы знаем, что } \sin \alpha = \frac{EB}{AB} = \frac{3}{4}.$$

$$\text{Знаем } CD = \sin \alpha \cdot AC = \frac{15}{2}.$$

$$CF = \sin \alpha \cdot CD = \frac{3}{4} \cdot \frac{15}{2} = \frac{45}{8}; AF = AC - CF = 10 - \frac{45}{8} = \boxed{\frac{35}{8}}$$

Ответ: $AF = \frac{35}{8}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4

n - кул-бо коробок

Посчитаем количество выигрывающих наборов коробок. Среди них должны быть 3 конкретные, и еще 2 могут быть любыми.

Поэтому всего выигрывающих наборов из 5 коробок C_{n-3}^2 .

Всего возможных наборов из 5-ти коробок C_5^n . Тогда:

$$P_1 = \frac{C_{n-3}^2}{C_5^n} = \frac{\frac{(n-3)!}{2 \cdot (n-5)!}}{\frac{n!}{120 \cdot (n-5)!}} = \frac{60(n-3)!}{n!} = \frac{60}{n(n-1)(n-2)}.$$

P - вероятность победы

Аналогично для второго случая:

$$P_2 = \frac{C_{n-3}^4}{C_5^n} = \frac{\frac{(n-3)!}{4! \cdot 24 \cdot (n-7)!}}{\frac{n!}{7! \cdot (n-7)!}} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{n(n-1)(n-2)} = \frac{210}{n(n-1)(n-2)}.$$

$$7! = 5! \cdot 6 \cdot 7 = 120 \cdot 42 = 5040$$

$$P_2 / P_1 = \frac{210}{60} = \frac{7}{2}.$$

Ответ: вероятность увеличивается в $\frac{7}{2}$ раз



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отмечьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

$$p_1 < p_2$$

$$q_1 < q_2$$

Пусть корни 1-ого уравнения равны p_1 и p_2 , а 2-ого — q_1 и q_2 .

Тогда:

$$p_1 = q_1 + d(6-4) = q_1 + 2d$$

$$p_2 = p_1 + d = q_1 + 3d$$

d — разность прогрессии

$$pq_2 = q_1 + d(9-4) = q_1 + 5d$$

Заменим, то получаем $p_1 + p_2 = q_1 + q_2$.

По т. Виета:

$$p_1 + p_2 = \frac{a^2 - 2a}{1} = a^2 - 2a$$

$$q_1 + q_2 = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$$

$$a(a-2) = \frac{a^2(a-2)}{3}$$

либо $a=0$; либо $a=2$; либо $1 = \frac{a}{3} \Rightarrow a=3$. Т.е теоретически

могут подходить только 3 значения. Проверим их

① $a=0$: $x^2 - 7 = 0 \Rightarrow p_{1,2} = \pm\sqrt{7}$; $3x^2 + 6 = 0 \Rightarrow q_{1,2}$ не существуют,

значит $a=0$ не подходит \times

② $a=2$: $x^2 - 5 = 0 \Rightarrow p_{1,2} = \pm\sqrt{5}$; $3x^2 - 26 = 0 \Rightarrow q_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{26}{3}}$

выполнено $p_1 < q_1 < p_2 < q_2$, а значит должны $p_1 < q_1 < p_2 < q_2$
либо $q_1 > p_1 > p_2 > q_2 \Rightarrow a=2$ не подходит

③ $a=3$: $x^2 - 3x - 1 = 0 \Rightarrow p_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$; $3x^2 - 9x + 6 - 243 = 0$; $x^2 - 3x - 73 = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$q_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9+4 \cdot 79}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{325}}{2} = \frac{3 \pm 5\sqrt{13}}{2}$$

Получаем: $q_1 = \frac{3-5\sqrt{13}}{2}$; $p_1 = \frac{3-\sqrt{13}}{2}$; $p_2 = \frac{3+\sqrt{13}}{2}$; $q_2 = \frac{3+5\sqrt{13}}{2}$.

Сумбзял $d = \sqrt{13}$, то получим:

$$p_1 = q_1 + 2d; p_2 = p_1 + d; q_2 = p_1 + 2d, \text{ т.е } \text{ все выполнено} \Rightarrow$$

$a = 3$ подходит \checkmark

Ответ: $a = 3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Замени, что

при $y_1 = 4\sqrt{3}$ и $f_1 = 0$ $x = 8$;

при $y = -4\sqrt{3}$ и $f_2 = 0$ $x = 12$

при $y = -4\sqrt{3}$ и $f_3 = 0$ $x = 8$.

Получаем, что наше

фигура Φ это прямоугольник.

При $b = 8$.

Тогда не можно найти замощади.

Она равна площади "арки" на рис.

Так как все ноги прямоугольника

движущиеся по окружности окружностей каждая, то каждая

полка побывает в каждой ноге своей полукружности, поэтому

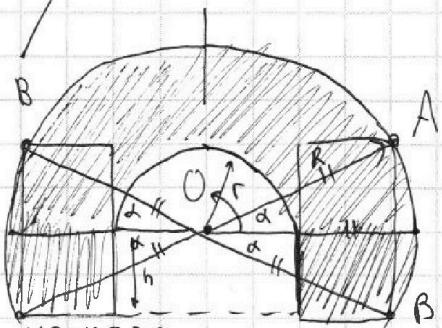
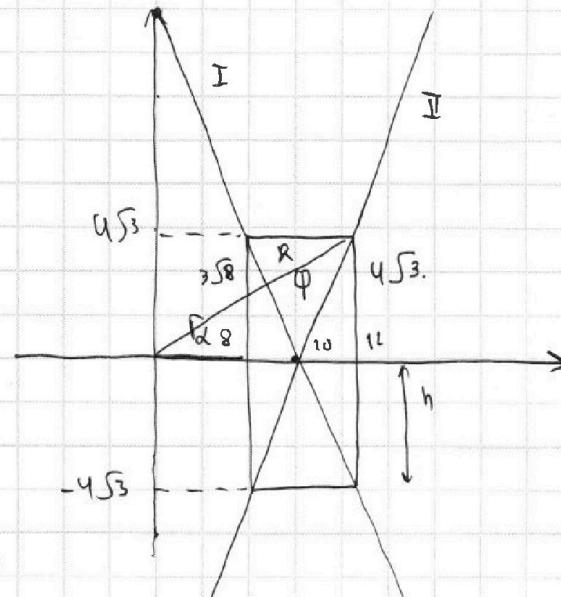
замещена будущий арка. Тогда получаем:

$$S = \frac{\pi + d}{2\pi} \cdot \pi R^2 - \frac{\pi r^2}{2} - 2r \cdot h; R = \sqrt{12^2 + (4\sqrt{3})^2} = \sqrt{144 + 48} = 12\sqrt{2}$$

$$\text{а } \sin d = \frac{4\sqrt{3}}{12\sqrt{2}} = \frac{R}{3\sqrt{2}} \Rightarrow d = \frac{\pi}{6}$$

$$S = \frac{7}{12} \cdot \pi R^2 - \frac{\pi r^2}{2} - 2rh = \frac{7}{12} \cdot \pi \cdot 192 - \frac{\pi \cdot 64}{2} - 2 \cdot 8 \cdot 4\sqrt{3} = (112 - 32) \cdot \pi - 64\sqrt{3} = 80\pi - 64\sqrt{3}$$

Ответ: $S = 80\pi - 64\sqrt{3}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6

$$f_1 \quad \textcircled{I}$$

$$f_2 \quad \textcircled{II}$$

Построим прямые $x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} = 0$ и $x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} = 0$.

Прямая I проходит через

точки $(10; 0)$ и $(0; 20\sqrt{3})$

Прямая II проходит через точки

$(10; 0)$ и $(0; -20\sqrt{3})$

Эти 2 прямые делят плоскость на

4 части. Постройте какой знак при решают функции f каждой из них:

$$\textcircled{1} \quad f_1 < 0; f_2 < 0 \quad * f_1(0,0) < 0; f_2(0,0) < 0$$

$$\textcircled{2} \quad f_1 > 0; f_2 < 0 \quad * f_1(10, 10\sqrt{3}) > 0; f_2(10, 100) < 0.$$

$$\textcircled{3} \quad f_1 > 0; f_2 > 0 \quad * f_1(100, 0) > 0; f_2(100, 0) > 0.$$

$$\textcircled{4} \quad f_1 < 0; f_2 > 0. \quad * f_1(-100, 10) < 0; f_2(-100, 10) > 0.$$

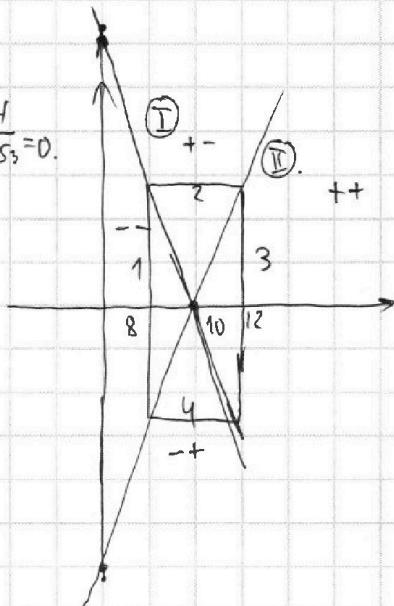
Неравенство можно решить отдельно для каждой части:

$$\textcircled{1} \quad -x + 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} + 10 - x + 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4 \Rightarrow x \geq 8$$

$$\textcircled{2} \quad x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} - x + 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4 \Rightarrow y \leq 4\sqrt{3}$$

$$\textcircled{3} \quad x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} + x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4 \Rightarrow x \leq 12$$

$$\textcircled{4} \quad 10 - x - \frac{y}{2\sqrt{3}} + x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4 \Rightarrow y \geq -4\sqrt{3}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 7.

$$\angle AQC = \angle CAQ = 65^\circ$$

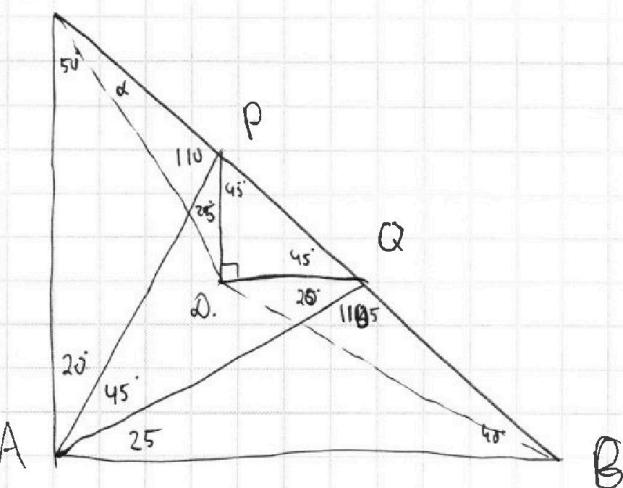
$$\angle CPA = \angle CAP = 70^\circ$$

Дано: $\angle A = 20^\circ$, $\angle C = 50^\circ$

Биссектрисы AD и CD отмечены на рисунке.

$$AC = BC = 1.$$

B.C



$$\text{Дано: } AC = \sin 40^\circ, PC = AC \cdot \frac{\sin 20^\circ}{\sin 110^\circ} \sim BD = \frac{\sin 40^\circ \cdot \sin 20^\circ}{\sin 110^\circ}$$

$$BD = AB \cdot \frac{\sin 25^\circ}{\sin 115^\circ} = \frac{\sin 50^\circ \cdot \sin 25^\circ}{\sin 115^\circ}$$

$$CD = \sqrt{PD^2 + PC^2 - 2 \cdot PD \cdot PC \cos(135^\circ)} = \sqrt{\frac{PC^2}{2} + PC^2 - 2 \cdot PD \cdot PC \cdot \cos(135^\circ)} =$$

$$= \sqrt{PC^2 + \frac{PA^2}{2} + S_2 \cdot PA \cdot PC} = \sqrt{PC^2 + \frac{PA^2}{2} + PA \cdot PC}$$

$$\text{Аналогично } BD = \sqrt{PCBQ^2 + \frac{PQ^2}{2} + PQ \cdot BQ} \quad (\angle BQD = \angle DPQ = 135^\circ)$$

Уз Тозга:

$$\angle DBC = \cos \alpha =$$

$$\frac{BC^2 + CD^2 - BD^2}{2 \cdot CD \cdot CB} =$$

1

$$\frac{BC^2 + PC^2 + \frac{PA^2}{2} + PA \cdot PC - BQ^2 - \frac{PB^2}{2}}{2 \cdot CD \cdot CB} =$$

$$- PQ \cdot BQ$$

$$= \frac{1 + PC^2 - BQ^2 + PA(PC - BQ)}{2 \cdot CD \cdot BQ / CB \cdot 1} =$$

$$2 \cdot CD$$

$$+ \left(1 - \frac{\sin 50^\circ \sin 25^\circ}{\sin 115^\circ} - \frac{\sin 40^\circ \sin 20^\circ}{\sin 110^\circ} \right) \left(\frac{\sin 40^\circ \sin 20^\circ}{\sin 110^\circ} - \frac{\sin 50^\circ \sin 25^\circ}{\sin 115^\circ} \right) =$$

$$= \frac{1 + \frac{\sin 40^\circ \sin 20^\circ}{\sin 110^\circ} - \frac{\sin 50^\circ \sin 25^\circ}{\sin 115^\circ}}{2 \cdot CD} //$$

Онбет: $\alpha = \arccos(A)$

$$1 + \frac{\sin 40^\circ \sin 20^\circ}{\sin 110^\circ} - \frac{\sin 50^\circ \sin 25^\circ}{\sin 115^\circ} //$$

$$\sqrt{\frac{\sin^2 40^\circ \sin^2 20^\circ}{\sin^2 110^\circ} + \left(1 - \frac{\sin 40^\circ \sin 20^\circ}{\sin 110^\circ} - \frac{\sin 50^\circ \sin 25^\circ}{\sin 115^\circ} \right)^2} \\ + \left(1 - \frac{\sin 40^\circ \sin 20^\circ}{\sin 110^\circ} - \frac{\sin 50^\circ \sin 25^\circ}{\sin 115^\circ} \right) \cdot \frac{\sin 40^\circ \sin 20^\circ}{\sin 110^\circ}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 4z + 12 \\ XYZ = (z-2)(y-2)(x-2).$$

~~x^2~~
 ~~y^2~~
 ~~z^2~~
 ~~$(x-2)$~~
 ~~$(y-2)$~~
 ~~$(z-2)$~~

$$z(z-2) \cancel{(x-2)} \cdot z = (x-2)(z-1)(y-2). \quad z^2 = (x-2)(y-2)$$

$$XZ = (z-2)(x-2).$$

$$y^2 = (x-2)(z-2)$$

$$\frac{x^2}{z^2} = \frac{z-2}{x-2}$$

$$YX = -$$

$$YZ = (z-2)(y-2).$$

$$X^2 = (y-2)(z-2)$$

$$X^2(X^2)$$

$$XY = -2y \dots$$

$$\frac{x}{y} = \frac{x-2}{y-2}.$$

$$\frac{x^2}{z^2} = \frac{z-2}{x-2}$$

$$YZY = -2x \dots$$

$$XY-2X = XY-2Y.$$

$$Z$$

$$-2($$

$$X=Y=Z.$$

$$XY+YZ+ZX-8X-8Y-8Z+12.$$

$$\frac{z(z-2)}{y}$$

$$X^2 = (x-2)^2.$$

$$XY$$

$$YZ = \frac{z(z-2)}{y} \cdot \left(\frac{z(z-2)}{y} - 2 \right)$$

$$X^2 = X^2 - 4X + 4$$

$$Z^2(Z-2) = X^2(X-2).$$

$$Y^2$$

$$(X-2)^2 \cdot (Z-2)(Y-2) = Z^2 Y^2. \quad Z, X < 0.$$

$$Y, X > 0.$$

$$X^2 + Y^2 + Z^2 - 4X - 4Y - 4Z$$

$$\left(\frac{Y^2 Z^2}{X^2} \right) +$$

$$X^2, Y$$

$$Z^2 - 2Z - 4ZY$$

$$X^2(X-2)^2.$$

$$Z^2 = (X-2)^2 (Z-X)$$

$$12 = (Z-Y)^2 + (X-Y)^2 + (X-Z)^2 + Z^2 + X^2 + Y^2 - 4X - 4Y - 4Z = 0.$$

$$X^2 + Y^2 + Z^2 - 4 \dots = 12.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Задача 1~~

~~Рассмотрим такие x, y, z , что они не равны и являются решениями.~~

~~Тогда:~~

$$xy \cdot yz \cdot zx = x(x-2) \cdot y(y-2) \cdot z(z-2)$$

$$xyz = (x-2)(y-2)(z-2).$$

$$xy = z(z-2) \Rightarrow$$

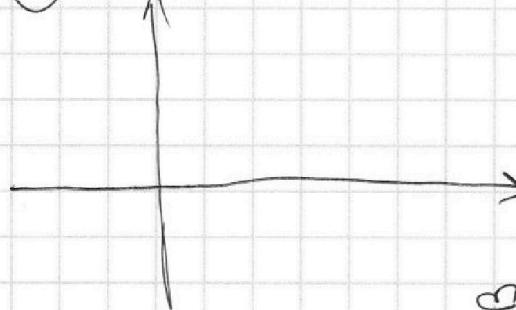
$$\begin{cases} xy = z(z-2) \\ yz = x(x-2) \\ xz = y(y-2). \end{cases}$$

~~Задача 1~~

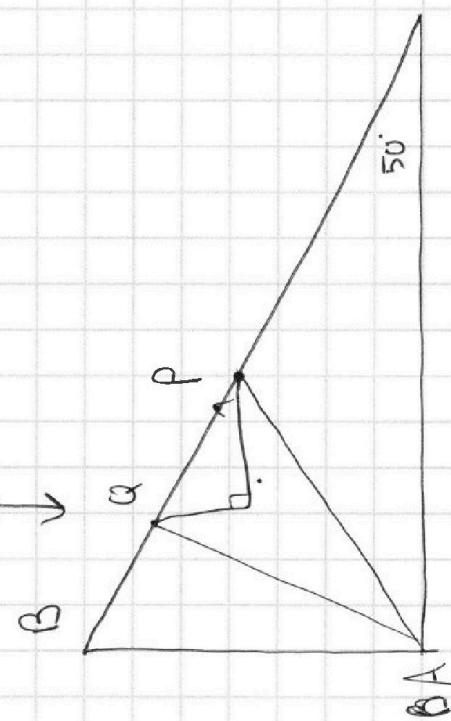
$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 - x^2$$

~~аналогично~~

(a)



x=10





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x-2)(y-2)(z-2) \leq x^2 + y^2 + z^2.$$

6. $A > (x-2)(y-2) + (x-2)(z-2) + (y-2)(z-2).$

$$x^2 + y^2 + z^2$$

$$x+y+z < 3$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2z^2 + 2y^2 + 2x^2 - 4(x+y+z) \leq 9.$$

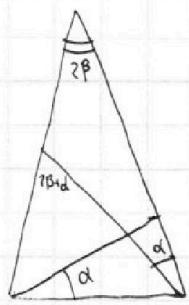
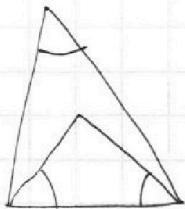
$$zx+1 > (y-1)^2.$$

$$yz+1 = (y-1)^2$$

~~Нужна~~

$$-2(\sqrt{2}+x+y) < 0.$$

$$\frac{\sin 40}{\sin 70} = \frac{\sin C}{\sin B}$$

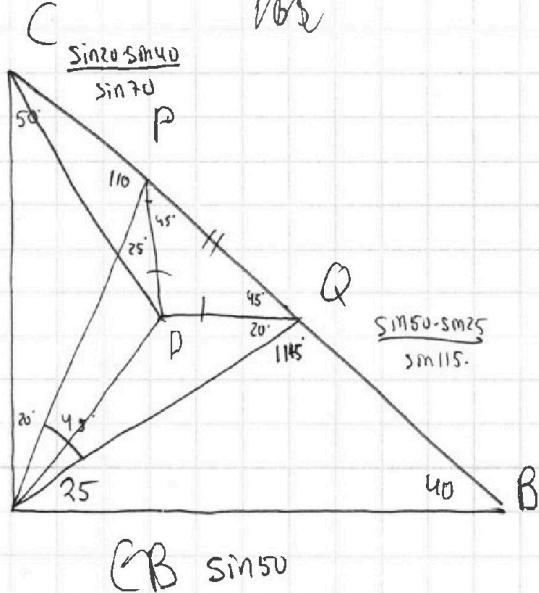


$$B6^2$$

$$\frac{DC^2 + DB^2 - CB^2}{2 \cdot DC \cdot DB}$$

$$\cos C$$

A



$$\frac{\sin 50 \cdot \sin 25}{\sin 115}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

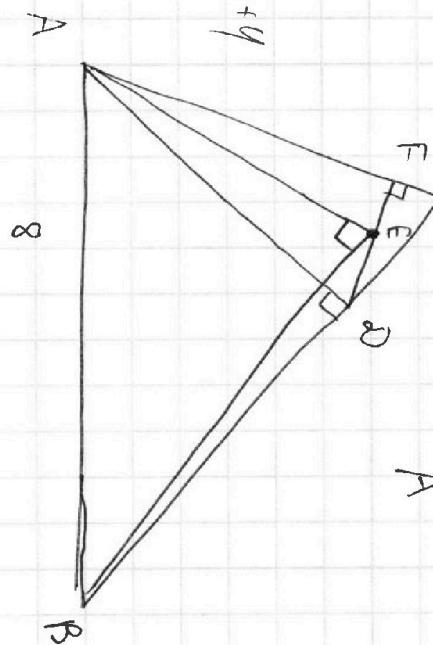
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{C_{n-4}^4}{C_n^7}$$

$$\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$$

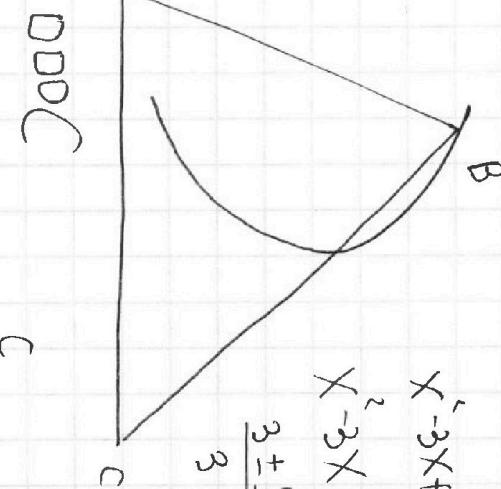


$$\frac{\frac{3}{5} \cdot 10}{\frac{2}{15}} = \frac{15}{2}$$

$$\frac{5040}{24}$$

$$\frac{n!}{2 \cdot (n-5)!}$$

$$\frac{(n-3)(n-4)}{5} \cdot \frac{n(n-1)(n-2)}{120 \cdot (n-5)!}$$

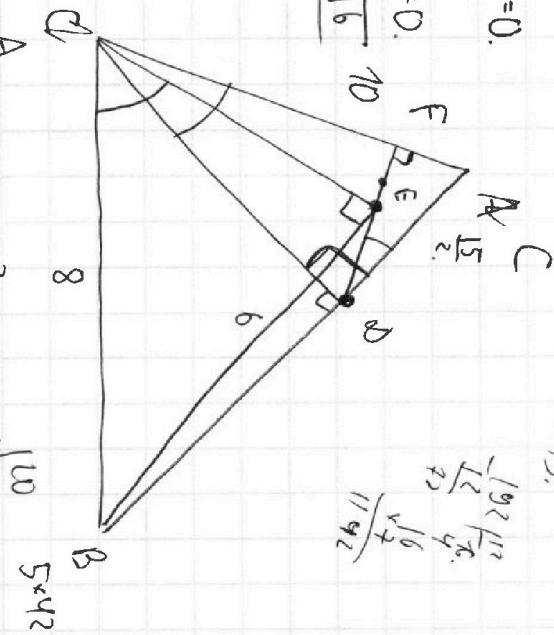


$$x^2 - 3x + 2 - 81 = 0.$$

$$x^2 - 3x - 79 = 0.$$

$$\frac{3 + \sqrt{9 + 316}}{2}$$

$$3x^2 - 9x + 6 - 3^5 = 0. \quad 325 \quad 5 \cdot 25 \cdot 3$$



$$\frac{\frac{1}{2} \cdot 10}{\frac{1}{2} \cdot \frac{15}{2}} = \frac{10}{\frac{15}{2}}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{15}{2} = \frac{15}{4}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$XY = Z(2-2).$$

$$YZ = X(X-2).$$

$$ZX = Y(Y-2).$$

$$XYZ = (X-2)(Y-2)(Z-2).$$

$$Z(2-2) = (X-2)(Y-2)(Z-2)$$

$$Z^2 = (X-2)(Y-2)$$

$$X^2 = (Z-2)(Y-2)$$

$$Y^2 = (X-2)(Z-2)$$

$$\frac{Z}{X} = \frac{X(X-2)}{Z(Z-2)}$$

$$\frac{Z}{X} = \frac{X-2}{Z-2}$$

$$X(Y-2) = Z(Z-2) = Y(Y-2)$$

$$16 - X^2 - Y^2 - Z^2 =$$

$$Z^2 - XY + 2$$

$$\begin{aligned} & X^2 - 4X \\ & Y^2 = (X-2)(Z-2) \\ & Z^2 = (Y-2)(X-2) \\ & X^2 = (Y-2)(Z-2) \\ & X^2 - Y^2 - Z^2 = (X-2)^2(Y-2)^2(Z-2)^2 = \end{aligned}$$

$$XY = YZ = ZX.$$

$$X=2;$$

$$X^2 - 4X + Y^2 - 4Y + Z^2 - 4Z$$

$$XY + YZ + ZX - (2X^2 + 2Y^2 + 2Z^2)$$

$$\begin{aligned} & (X+Y+Z)^2 = \\ & = X^2 + Y^2 + Z^2 + 2X^2 + 2Y^2 + 2Z^2 - 4X^2 - 4Y^2 - 4Z^2 \\ & = X^2 + Y^2 + Z^2 + 2X^2 + 2Y^2 + 2Z^2. \end{aligned}$$

$$X^2 + Y^2 + Z^2 + 2X^2 + 2Y^2 + 2Z^2 + 2XY + 2YZ + 2ZX.$$

$$\begin{aligned} & Z^2 + Y^2 + X^2 = \\ & = \underbrace{Z^2}_{\text{ст}} + \underbrace{Y^2}_{\text{ст}} + \underbrace{X^2}_{\text{ст}} = \\ & = \underbrace{(Z^2 + Y^2 + X^2)}_{\text{ст}} = \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решения которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

