



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шару. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$ являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| + \left|x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| \leq 4$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle BCA = 50^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

Пусть x, y, z - тройка чисел, удовлетворяющая системе и

где $x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$. Тогда:

$$xy \cdot yz \cdot zx = x(x-2) \cdot y(y-2) \cdot z(z-2).$$

$$x^2 y^2 z^2 = xyz(x-2)(y-2)(z-2).$$

$$xyz = (x-2)(y-2)(z-2).$$

$$xy = z(z-2).$$

$$\downarrow^z$$
$$z^2 = (x-2)(y-2).$$

Аналогично подставив yz и zx получаем:

$$z^2 = (x-2)(y-2); \quad x^2 = (y-2)(z-2); \quad y^2 = (x-2)(z-2).$$

$$\Downarrow$$
$$z^2(z-2) = x^2(x-2) = y^2(y-2).$$

Среди чисел x, y, z есть 2 0



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

Перенесем все правые части уравнений друг на друга и все левые. Получим:

$$XYZ = (X-2)(Y-2)(Z-2) \cdot X \cdot Y \cdot Z$$

$$X, Y, Z \neq 0 \Rightarrow XYZ = (X-2)(Y-2)(Z-2)$$

$$(X-2)^2 + (Y-2)^2 + (Z-2)^2 =$$

$$= X^2 - 4X + 4 + Y^2 - 4Y + 4 + Z^2 - 4Z + 4$$

$$-2X = YZ - X^2$$

$$2(YZ + XY + ZX) - X^2 - Y^2 - Z^2 + 12$$

$$XY + YZ + ZX + YZ - X^2$$

$$\frac{(XY)^2}{3} = \frac{(XY)^2}{3} + \frac{(XZ)^2}{3} + \frac{(YZ)^2}{3}$$

$$a^3 - 2a^2 = \frac{2}{3} \frac{a^3 - 2a^2}{3} = \frac{a^3 - 2a^2}{9}$$

$$a(a-2) \pm \sqrt{(a^2 - a)^2 - 4(a^2 - a - 7)}$$

$$(a^2 - 2a)^2 - 4(a^2 - a - 7)$$

$$a^4 - 4a^3 + 4a^2 - 4a^2 + 4a + 28$$

$$\sqrt{a^4 - 4a^3 + 4a + 28}$$



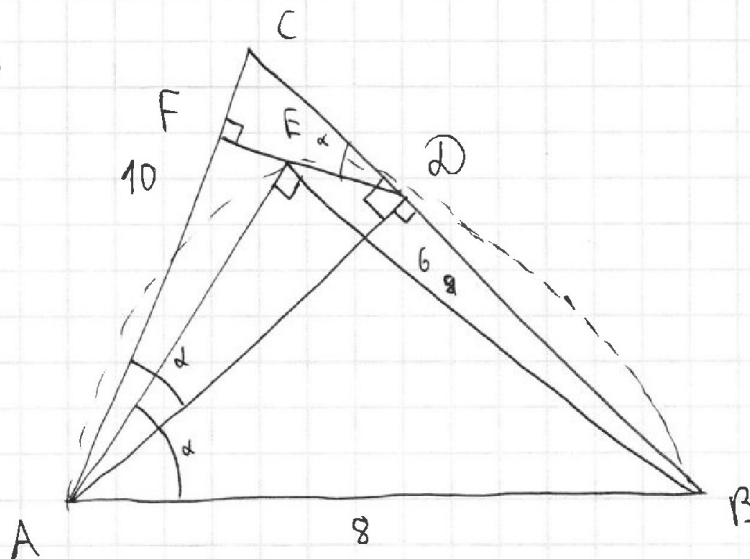
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3



Так как AB -диаметр, то $\angle AEB = \angle ADB = 90^\circ$.
Пусть также $\angle DAB = \alpha$. Тогда $\angle AEDB = 180^\circ - \alpha$ ($AEDB$ -вписанный) $\Rightarrow \angle FDC = \alpha$. Так как DF -высота в прямоугольном треугольнике ADC , то $\angle CAD = \alpha$.

Мы знаем, что $\sin \alpha = \frac{EB}{AB} = \frac{3}{4}$.

Значит $CD = \sin \alpha \cdot AC = \frac{15}{2}$.

$CF = \sin \alpha \cdot CD = \frac{3}{4} \cdot \frac{15}{2} = \frac{45}{8}$; $AF = AC - CF = 10 - \frac{45}{8} = \boxed{\frac{35}{8}}$

Ответ: $AF = \frac{35}{8}$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4

n-кол-во коробок

Посчитаем кол-во выигрышающих наборов коробок. Среди них должны быть 3 конкретные, и еще 2 могут быть любыми. Поэтому всего выигрышающих наборов из 5 коробок C_{n-3}^2 .

Всего возможных наборов из 5-ти коробок C_n^5 . Тогда:

$$P = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{\frac{(n-3)!}{2 \cdot (n-5)!}}{\frac{n!}{120 \cdot (n-5)!}} = \frac{60(n-3)!}{n!} = \frac{60}{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)} \quad \boxed{P - \text{вероятность победы}}$$

Аналогично для второго случая:

$$P_2 = \frac{C_{n-3}^4}{C_n^7} = \frac{\frac{(n-3)!}{4! \cdot 24 \cdot (n-7)!}}{\frac{n!}{7! \cdot (n-7)!}} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{n(n-1)(n-2)} = \frac{210}{n(n-1)(n-2)}$$

$$7! = 5! \cdot 6 \cdot 7 = 120 \cdot 42 = 5040$$

$$P_2 / P_1 = \frac{210}{60} = \frac{7}{2}$$

Ответ: вероятность увеличивается в $\frac{7}{2}$ раз



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

$$p_1 < p_2$$

$$q_1 < q_2$$

Пусть корни 1-ого уравнения равны p_1 и p_2 , а 2-ого — q_1 и q_2 .

Тогда:

$$p_1 = q_1 + d(2-1) = q_1 + 2d$$

$$p_2 = p_1 + d = q_1 + 3d$$

d — разность прогрессии

$$q_2 = q_1 + d(3-1) = q_1 + 5d$$

Заменим, то получается $p_1 + p_2 = q_1 + q_2$.

По т. Виета:

$$p_1 + p_2 = \frac{a^2 - 2a}{1} = a^2 - 2a$$

$$q_1 + q_2 = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$$

$$a(a-2) = \frac{a^2(a-2)}{3}$$

Либо $a=0$; либо $a=2$; либо $1 = \frac{a}{3} \Rightarrow a=3$. Т.е. теоретически могут подходить только 3 корня. Проверим их

Ⓘ $a=0$: $x^2 - 7 = 0 \Rightarrow p_{1,2} = \pm\sqrt{7}$; $3x^2 + 6 = 0 \Rightarrow q_{1,2}$ не существуют.

значит $a=0$ не подходит ⊗

Ⓜ $a=2$: $x^2 - 5 = 0 \Rightarrow p_{1,2} = \pm\sqrt{5}$; $3x^2 - 26 = 0 \Rightarrow q_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{26}{3}}$

Выполнено $p_1 < q_1 < p_2 < q_2$, а должно быть $p_2 < q_1 < q_2 < p_1$ либо $q_1 > p_1 > p_2 > q_2 \Rightarrow a=2$ не подходит

ⓓ $a=3$: $x^2 - 3x - 1 = 0 \Rightarrow p_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$; $3x^2 - 9x + 6 - 243 = 0$; $x^2 - 3x - 79 = 0$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9+4 \cdot 79}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{325}}{2} = \frac{3 \pm 5\sqrt{13}}{2}$$

$$\text{Получаем: } q_1 = \frac{3-5\sqrt{13}}{2}; p_1 = \frac{3-\sqrt{13}}{2}; p_2 = \frac{3+\sqrt{13}}{2}; q_2 = \frac{3+5\sqrt{13}}{2}$$

Если взять $d = \sqrt{13}$, то получим:

$$p_1 = q_1 + 2d; p_2 = p_1 + d; q_2 = p_2 + 2d, \text{ т.е. все выполнено } \Rightarrow$$

$a = 3$ подходит (✓)

Ответ: $a = 3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что

при $y_1 = 4\sqrt{3}$ и $f_1 = 0$ $x = 8$;

при $y = -4\sqrt{3}$ и $f_1 = 0$ $x = 12$

при $y = 4\sqrt{3}$ и $f_2 = 0$ $x = 12$

при $y = -4\sqrt{3}$ и $f_2 = 0$ $x = 8$.

Получаем, что наша

фигура Φ это прямоугольник.

Аналог.

Тогда не сложно найти заштрихованную

Она равна площади "арки" на рис.

Так как все углы прямоугольника

движутся по своим окружностям каждая, то каждая точка находится в каждой точке своей полуокружности, поэтому

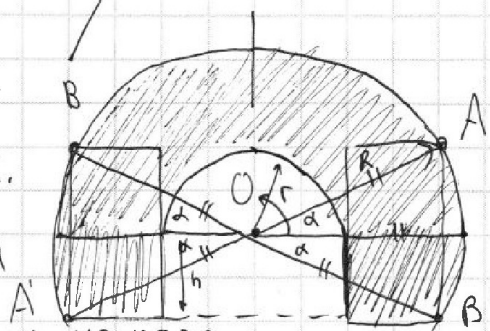
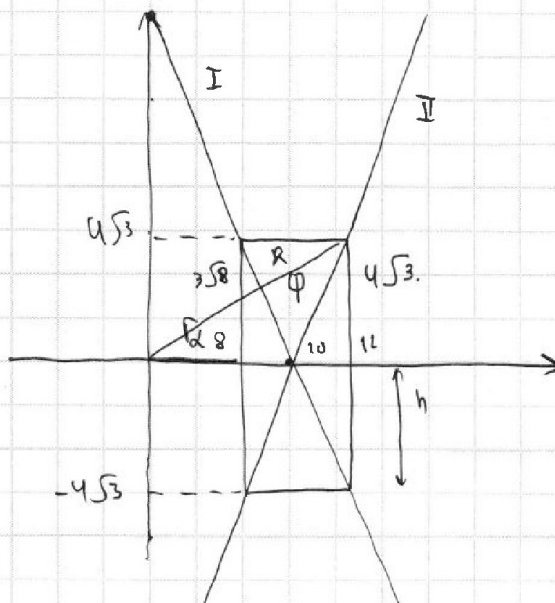
замечена будет вся арка. Тогда получаем:

$$S = \frac{\pi + \alpha}{2\pi} \cdot \pi R^2 - \frac{\pi r^2}{2} - 2r \cdot h; \quad R = \sqrt{12^2 + (4\sqrt{3})^2} = \sqrt{144 + 48} = 8\sqrt{5} \cdot 8.$$

$$\sin \alpha = \frac{4\sqrt{3}}{8\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}} \Rightarrow \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$S = \frac{7}{12} \cdot \pi R^2 - \frac{\pi r^2}{2} - 2rh = \frac{7}{12} \cdot \pi \cdot 192 - \frac{\pi \cdot 64}{2} - 2 \cdot 8 \cdot 4\sqrt{3} = (112 - 32) \cdot \pi - 64\sqrt{3} = 80\pi - 64\sqrt{3}$$

Ответ: $S = 80\pi - 64\sqrt{3}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6

Построим прямые F_1 I и F_2 II

Прямая I проходит через точки $(10; 0)$ и $(0; 20\sqrt{3})$

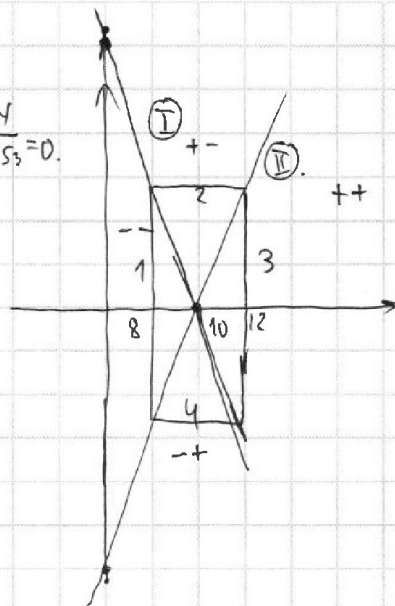
Прямая II проходит через точки $(10; 0)$ и $(0; -20\sqrt{3})$

Эти 2 прямые делят плоскость на 4 гасм. Посмотрим какой знак принимают функции в каждой из них:

- ① $F_1 < 0; F_2 < 0$ * $F_1(0, 0) < 0; F_2(0, 0) < 0$
- ② $F_1 > 0; F_2 < 0$ * $F_1(10, 100) > 0; F_2(10, 100) < 0$
- ③ $F_1 > 0; F_2 > 0$ * $F_1(100, 0) > 0; F_2(100, 0) > 0$
- ④ $F_1 < 0; F_2 > 0$ * $F_1(-100, 10) < 0; F_2(-100, 10) > 0$

Неравенство можно решить отдельно для каждой гасм:

- ① $-X + 10 - \frac{Y}{2\sqrt{3}} < 0$ * $-X + 10 + \frac{Y}{2\sqrt{3}} \leq 4 \Rightarrow X \geq 8$
- ② $X - 10 + \frac{Y}{2\sqrt{3}} > 0$ * $-X + 10 + \frac{Y}{2\sqrt{3}} \leq 4 \Rightarrow Y \leq 4\sqrt{3}$
- ③ $X - 10 + \frac{Y}{2\sqrt{3}} > 0$ * $X - 10 - \frac{Y}{2\sqrt{3}} \leq 4 \Rightarrow X \leq 12$
- ④ $10 - X - \frac{Y}{2\sqrt{3}} < 0$ * $X - 10 - \frac{Y}{2\sqrt{3}} \leq 4 \Rightarrow Y \geq -4\sqrt{3}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

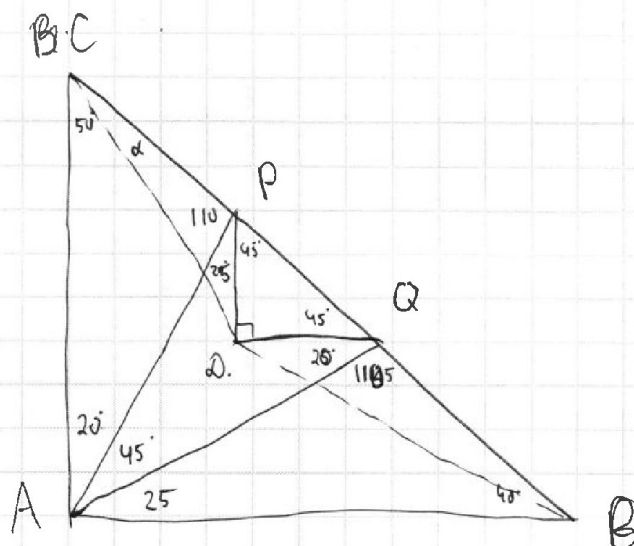
Задача 7.

$$\angle AQC = \angle CAQ = 65^\circ$$

$$\angle CPA = \angle CAP = 70^\circ$$

Далее легко считать
все отрезанные углы.

$$\text{Пусть } BC = 1.$$



$$\text{Далее: } AC = \sin 40^\circ; \quad PC = AC \cdot \frac{\sin 20^\circ}{\sin 110^\circ} \quad \text{и} \quad BQ = \frac{\sin 40^\circ \cdot \sin 20^\circ}{\sin 110^\circ}$$

$$BQ = AB \cdot \frac{\sin 25^\circ}{\sin 115^\circ} = \frac{\sin 50^\circ \cdot \sin 25^\circ}{\sin 115^\circ}$$

$$CD = \sqrt{PD^2 + PC^2 - 2 \cdot PD \cdot PC \cdot \cos(135^\circ)} = \sqrt{\frac{PQ^2}{2} + PC^2 - 2 \cdot PQ \cdot PC \cdot \cos(135^\circ)}$$

$$= \sqrt{PC^2 + \frac{PQ^2}{2} + 2 \cdot PQ \cdot PC} = \sqrt{PC^2 + \frac{PQ^2}{2} + PQ \cdot PC}$$

$$\text{Аналогично } BD = \sqrt{PBQ^2 + \frac{PQ^2}{2} + PQ \cdot BQ} \quad (\angle BQD = \angle QPC = 135^\circ)$$

Из Того:

$$\angle DBC = \cos \alpha = \frac{BC^2 + CD^2 - BD^2}{2 \cdot CD \cdot CB} = \frac{BC^2 + PC^2 + \frac{PQ^2}{2} + PQ \cdot PC - BQ^2 - \frac{PQ^2}{2} - PQ \cdot BQ}{2 \cdot CD \cdot CB}$$

$$= \frac{1 + PC^2 - BQ^2 + PQ(PC - BQ)}{2 \cdot CD \cdot BC \cdot 1} = \frac{1 + \frac{\sin^2 40^\circ \sin^2 20^\circ}{\sin^2 110^\circ} - \frac{\sin^2 50^\circ \sin^2 25^\circ}{\sin^2 115^\circ}}{2 \cdot CD}$$

$$+ \left(1 - \frac{\sin 50^\circ \sin 25^\circ}{\sin 115^\circ} - \frac{\sin 40^\circ \sin 20^\circ}{\sin 110^\circ}\right) \left(\frac{\sin 40^\circ \sin 20^\circ}{\sin 110^\circ} - \frac{\sin 50^\circ \sin 25^\circ}{\sin 115^\circ}\right) = 1 + \frac{\sin 40^\circ \sin 20^\circ}{\sin 110^\circ} - \frac{\sin 50^\circ \sin 25^\circ}{\sin 115^\circ} \quad A$$

$$\text{Далее: } \alpha = \arccos(A)$$

$$= \sqrt{\frac{\sin^2 40^\circ \sin^2 20^\circ}{\sin^2 110^\circ} + \left(1 - \frac{\sin 40^\circ \sin 20^\circ}{\sin 110^\circ} - \frac{\sin 50^\circ \sin 25^\circ}{\sin 115^\circ}\right)^2 + \left(1 - \frac{\sin 40^\circ \sin 20^\circ}{\sin 110^\circ} - \frac{\sin 50^\circ \sin 25^\circ}{\sin 115^\circ}\right) \cdot \frac{\sin 40^\circ \sin 20^\circ}{\sin 110^\circ}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 4z + 12$$

$$xyz = (z-2)(y-2)(x-2).$$

$$\begin{aligned} x &= z-2 \\ y &= x-2 \\ z &= y-2 \end{aligned}$$

$$z(z-2) \cdot z = (x-2)(z-2)(y-2).$$

$$z^2 = (x-2)(y-2)$$

$$xz = (z-2)(x-2).$$

$$y^2 = (x-2)(z-2)$$

$$yx = \dots$$

$$yz = (z-2)(y-2).$$

$$x^2 = (y-2)(z-2).$$

$$xz = -2y \dots$$

$$\frac{x}{y} = \frac{x-2}{y-2}.$$

$$\frac{x^2}{z^2} = \frac{z-2}{x-2}.$$

$$xyz = -2x \dots$$

$$xy - 2x = xy - 2y.$$

$$x \quad x^2$$

$$-2 \mid$$

$$x = y = z.$$

$$z$$

$$xy + yz + zx - 8x - 8y - 8z + 12.$$

$$\frac{z(z-2)}{y}$$

$$x^2 = (x-2)^2.$$

$$x^2 = x^2 - 4x + 4$$

$$xy$$

$$yz = \frac{z(z-2)}{y} \cdot \left(\frac{z(z-2)}{y} - 2 \right)$$

$$x = 1$$

$$z^2(z-2) = x^2(x-2).$$

$$y^2$$

$$(x-2)^2 \cdot (z-2)(y-2) = z^2 y^2. \quad z, x < 0.$$

$$y, x > 0.$$

$$\left(\frac{y^2 z^2}{x^2} \right) +$$

$$xyz, y$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 4z = \frac{z(z-2)}{y} = y(y-2).$$

$$x^2(x-2)^2.$$

$$z^2 = (x-2)^2 \quad (z-x)$$

$$z^2 =$$

$$x^2 = (x-2)^2$$

$$x = 1$$

$$x^2 = (x-2) \cdot (z-2).$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 4z = 12.$$

$$12 = (z-y)^2 + (x-y)^2 + (x-z)^2 + z^2 + x^2 + y^2 - 4x - 4y - 4z = 0.$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.



СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

~~Задача 1~~

~~Рассмотрим такие x, y, z , что они не равны и являются решениями.~~

~~Тогда:~~

$$xy \cdot yz \cdot zx = x(x-2) \cdot y(y-2) \cdot z(z-2)$$

$$xyz = (x-2)(y-2)(z-2)$$

$$xy = z(z-2) \Rightarrow$$

$$\begin{cases} xy = z(z-2) \\ yz = x(x-2) \\ xz = y(y-2) \end{cases}$$

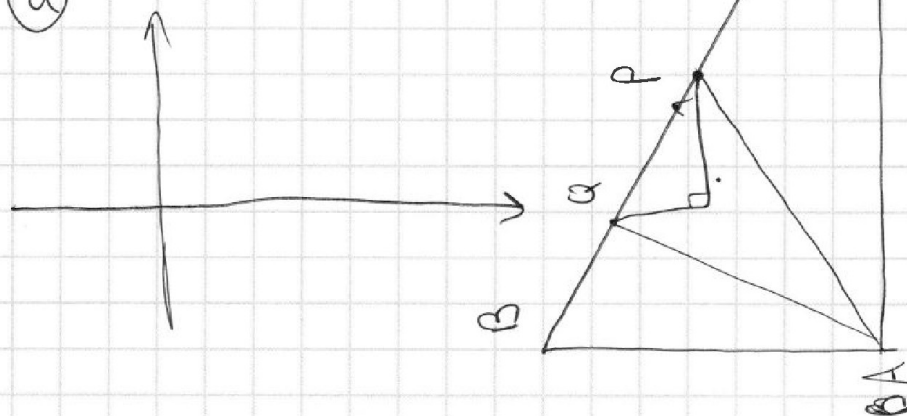
~~Задача 1~~

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = x^2$$

~~Аналогично~~

(a)

$x=10$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x-2)(y-2)(z-2) \quad x^2 + y^2 + z^2$$

$$k. \quad A > (x-2)(y-2) + (x-2)(z-2) + (y-2)(z-2)$$

$$x^2 + y^2 + z^2$$

$$(x+y+z < 3)$$

$$\sqrt{CP^2 + PD^2 + 2 \cdot CP \cdot PD \cdot \cos \angle CPD}$$

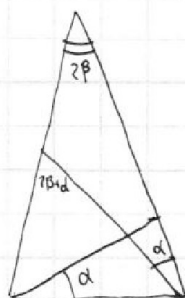
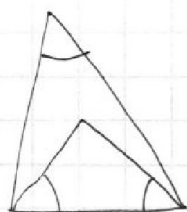
$$x^2 + y^2 + z^2 + 2z^2 + 2y^2 + 2x^2 - 4(x+y+z) \geq 9$$

$$+1 = ZX + 1 \geq (Y-1)^2$$

$$YZ + 1 = (Y-1)^2$$

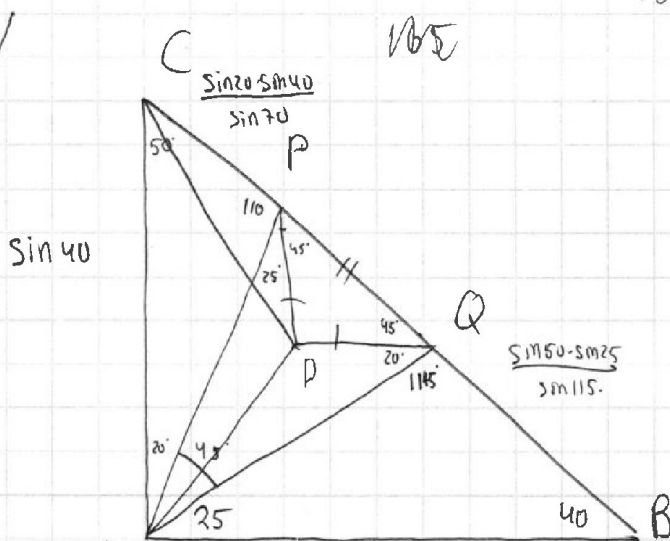
$$-2(2+x+y) < 0$$

$$\frac{\sin 40^\circ}{\sin 70^\circ} = \frac{\sin CP}{\sin 70^\circ}$$



$$BC^2$$

$$\frac{DC^2 + DB^2 - CB^2}{2 \cdot DC \cdot DB}$$



$$CB \sin 50$$

$$\frac{\sin 50 \cdot \sin 25}{\sin 115}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{(n-3)(n-4)}{5}$$
$$\frac{n(n-1)(n-2)}{2 \cdot (n-5)!}$$
$$\frac{n!}{120 \cdot (n-5)!}$$

$$x^2 - 9x + 6 - 3^5 = 0$$
$$x^2 - 3x + 2 - 81 = 0$$
$$x^2 - 3x - 79 = 0$$
$$3 \pm \sqrt{9 + 316}$$

$$\frac{192 \sqrt{112}}{12 \sqrt{2}} = \frac{16 \sqrt{2}}{11 \sqrt{2}}$$

$$\frac{100}{1296} = \frac{1296}{5040}$$
$$\frac{5040}{24}$$

$$\frac{3}{4} \cdot 10 = \frac{15}{2}$$

$$9 + 4$$

$$\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$$
$$\frac{C_{n-3}^4}{C_n^7}$$

$$C_n^3$$
$$C_n^5$$

$$N = 3$$

$$DDDC$$

$$A$$
$$B$$
$$C$$
$$D$$
$$E$$
$$F$$

$$8$$
$$10$$
$$6$$
$$8$$
$$5 \times 42$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$XY = Z(Z-2)$$

$$YZ = X(X-2)$$

$$ZX = Y(Y-2)$$

$$\frac{Z^2}{X^2} = X -$$

$$XYZ = (X-2)(Y-2)(Z-2)$$

$$Z^2(Z-2) = X^2(X-2) = Y^2(Y-2)$$

$$Z(Z-2) = (X-2)(Y-2)(Z-2)$$

$$\frac{Z}{X} = \frac{X}{Z} \cdot \frac{Z-2}{Z-2}$$

$$Z^2 = (X-2)(Y-2)$$

$$(X-2)^2 + (Y-2)^2 + (Z-2)^2 + (X-2)(Y-2)(Z-2) + \dots = 16$$

$$X^2 = (Z-2)(Y-2)$$

$$XYZ = (X-2)(Y-2)(Z-2)$$

$$Y = (X-2)(Z-2)$$

$$XYZ = (X-2)(Y-2)(Z-2)$$

$$\frac{Z}{X} = \frac{X(X-2)}{Z(Z-2)}$$

$$\frac{Z}{X} = \frac{X-2}{Z-2}$$

$$16 - X^2 - Y^2 - Z^2 =$$

$$X(X-2) = Z(Z-2) = Y(Y-2)$$

$$Z^2 - XY + 2$$

$$X^2 - 4X$$

$$\begin{aligned} Y^2 &= (X-2)(Z-2) \\ Z^2 &= (Y-2)(X-2) \\ X^2 &= (Y-2)(Z-2) \end{aligned}$$

$$XY = YZ = ZX$$

$$X = Z;$$

$$X^2 - 4X + Y^2 - 4Y + Z^2 - 4Z$$

$$X^2 - 2X$$

$$XY + YZ + ZX - (2Z + 2X + 2Y)$$

$$(X+Y+Z)^2 =$$

$$= X^2 + Y^2 + Z^2 + 2XY + 2YZ + 2ZX$$

$$2X^2 + 2Y^2 + 2Z^2 - 4X - 4Y - 4Z = X^2 + Y^2 + Z^2 + 2X + 2Y + 2Z$$

$$X^2 - 2X$$

$$Y^2 - 2Y$$

$$X^2 + Y^2 + Z^2 + 2X + 2Y + 2Z$$

$$Z^2 + Y^2 + X^2$$

$$\sqrt{112} = \sqrt{16 \cdot 7} = 4\sqrt{7}$$

