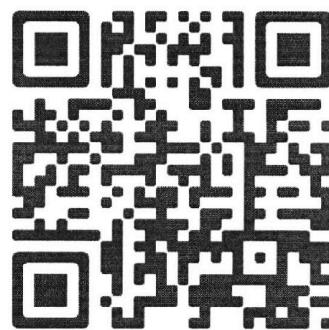




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В теленгрие ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases} \quad \begin{array}{l} x \neq 0 \\ y \neq 0 \\ z \neq 0 \end{array}$$

1) Решение равенства хотя бы 2 корней.

Допустим $x=y \neq 0$ (уп-т симметрично поэтому не важно)

$$\begin{cases} x^2 = 3z + z^2 \\ xz = 3x + x^2 \end{cases} \quad x=y \text{ или } y=z \text{ или } x=z$$

$$\begin{cases} z = 3+x \\ x^2 = (3+x)(6+x) \\ x^2 = 18+9x+x^2 \end{cases}$$

$$x=-2 \Rightarrow y=-2 \Rightarrow z=1$$

$$\text{тогда } (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 18$$

2) Решение равенства $x=y=z$ невозможно т.к.

$$\text{Имеем } z = 3z + z^2$$

$$z=0 \Rightarrow x=y=0$$

3) Решение когда все попарно не равны:

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 & (1) \\ yz = 3x + x^2 & (2) \\ zx = 3y + y^2 & (3) \end{cases} \quad \text{Поделим (1) на (2)} \quad x \neq z \neq y \neq 0$$

$$\frac{x}{z} = \frac{3z+z^2}{3x+x^2}$$

$$3x^2 + x^3 = 3z^2 + z^3 = 3y^2 + y^3$$

$$\cancel{3(x-y)(x+y)} \Rightarrow 3(x-z)(z-x) = (z-x)(x^2 + xy + y^2)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$-3x - 3z = x^2 + xy + y^2 + z^2$$

$$-3x - 3y = x^2 + xy + y^2 + z^2$$

$$-3y - 3z = y^2 + yz + z^2$$

$$\text{тогда } f(t) = 3t^2 + t^3$$

Упорядочим $t \rightarrow y \rightarrow z$

1) если $x > 0$ и $y > 0$ — такой вар. невозн. т.к. на $(0, +\infty)$ $f(t)$ возрастает.

$$f(t) = t^3(3+t)$$

~~также $x > 0$ и $y > 0$~~

$$\text{ст } \cancel{s} \cancel{t}(3+t) > 0 \text{ значит наше ре-бо:}$$

$$\cancel{\text{если }} \cancel{t^3(3+t) > 0} \quad \cancel{x(3+x) = y^2(3+y)}$$

~~не равно нулю не учит~~

если $x > 0$ и $y < 0$ — невозн т.к. $3+x >$

$$3+t > 0$$

~~2) альт. когд $x < 0$~~

$$\cancel{-} \quad \cancel{+} \quad \cancel{-} \quad \cancel{+}$$

~~т.е. от $(-3; +\infty)$ —~~

$$\cancel{x^2(3+x)}$$

3) продолжение:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z + 27 = ?$$

если скажи что три рав и занеси, то

$$xy + yz + zx + 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 27 = ?$$

$$0 + 18 = 18$$

$$xyz = (3+x)(3+y)(3+z)$$

$$27 + 9x + 9y + 9z + 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 = 0$$

$$27 + 9x + 9y + 9z + 3y^2 + 3z^2 + 3x^2 = 0$$

Ответ: 18.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что $n = 10 - 1^{40001}$

$$\text{тогда } n = (10 - 1)^{40001}$$

$$n = (10 - 3 \cdot 10)^{80002} / (3 \cdot 10 - 1)$$

1)
$$\begin{array}{r} 1000000000000000000000000 \\ - 300000000000000000000000 \\ \hline 999999999999999999999999 \\ \hline 400000 \end{array}$$

2)
$$\begin{array}{r} 999\dots97000\dots000\dots000 \\ - 299\dots999 \\ \hline 999\dots97000\dots299\dots999 \\ \hline 40000 \\ \hline 40000 \end{array}$$

Следовательно 80000 девяток.

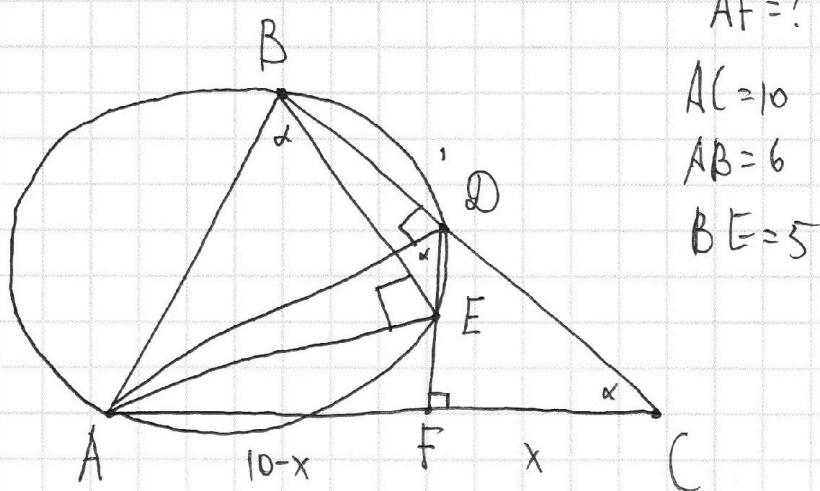
Ответ: ~~80000~~. 80000



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



Заметим, что $\angle AEB = 90^\circ$ (как угол омэр. на диаметр AB) =

$AB^2 = BE^2 + AE^2$ (по т. Пифагора). Так же $\angle ADB = 90^\circ$. Обозначим

$$36 = 25 + AE^2$$

$\angle ADF = \angle ABE$ (как. углы омэр. на дугу AB)

$$AE^2 = 11$$

$\angle ADF = \angle ABE$ (как. углы омэр. на дугу AB)

$$\frac{FC}{BE} = \frac{FD}{AE}$$

← отсюда

$$\frac{x}{5} = \frac{FD}{\sqrt{11}}$$

$FD^2 = AF \cdot FC$ (меркн. соотношения)

$$\frac{\sqrt{11}}{5}x = \sqrt{(10-x)x}$$

$$\frac{11}{25}x^2 = 10x - x^2$$

$$\frac{36}{25}x^2 - 10x = 0$$

$$x = 0 - 10e^{-y}g.$$

$$x = \frac{250}{36} \Rightarrow AF = \frac{360 - 250}{36} = \frac{110}{36}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$P(A_1) = \frac{\binom{n-3}{2}}{\binom{5}{n}} - \text{т.к. нужно выбрать 2 машины из } n. \text{ Выбрать 3 машины и среди ост. так нужно выбрать 2.}$$

$$P(A_2) = \frac{\binom{n-3}{3}}{\binom{6}{n}} - \text{акацог.}$$

$$\frac{P(A_2)}{P(A_1)} = \frac{\frac{\binom{n-3}{3}}{\binom{6}{n}}}{\frac{\binom{n-3}{2}}{\binom{5}{n}}} : \frac{\frac{\binom{n-3}{2}}{\binom{5}{n}}}{\frac{\binom{n-3}{3}}{\binom{6}{n}}}$$

$$\frac{P(A_2)}{P(A_1)} = \frac{\frac{(n-3)!}{3!(n-6)!} \cdot \left(\frac{n!}{(n-5)!5!}\right)}{\frac{n!}{6!(n-6)!} \cdot \left(\frac{n-3!}{(n-5)! \cdot 5!}\right)}$$

$$\frac{P(A_2)}{P(A_1)} = \frac{6! (n-3)! \cdot \cancel{n!}}{3! \cancel{n!} (n-3)!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{3!} = 120.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№

$y; y+4d; y+8d \dots$ - прог.

№ 1. Виды:

$$\begin{cases} y + 9d = a^2 - a & (1) \\ y + 9d = \frac{a^3 - a^2}{4} & (2) \end{cases}$$

$$(y + 4d)(y + 5d) = a^2 - 5$$

$$(y + 2d)(y + 7d) = \frac{2a^4 + 2a^3 - a^6}{4}$$

$$(1) = (2)$$

$$a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$\begin{cases} a = 0 & (1) \\ a - 1 = \frac{a^2 - a}{4} & (2) \end{cases}$$

при $a = 0$

$$1) (y + 4d)(y + 5d) = -5$$

$$y(y + 2d)(y + 7d) = -1$$

$$y + 9d = 0$$

при $a \neq 0$:

$$2) 4a - 4 = a^2 - a$$

$$a^2 - 5a + 4 = 0$$

$$\begin{cases} a = 1 & (1) \\ a = 4 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 1 & (1) \\ a = 4 & (2) \end{cases}$$

$$y = -9d$$

$$(1) / y + 9d = 0$$

$$(-5d) \cdot (-4d) = -5$$

$$-5d \cdot -4d = -4$$

$$-4d^2 = 1$$

$$-5d^2 = 1 - \text{не } yg.$$

$$d^2 = -\frac{1}{4} - \text{не } yg.$$

$$(2) a = 4:$$

$$y + 9d = 12$$

$$(12 - 5d)(12 - 4d) = -1 - \text{нет реш.}$$

$$d^2 \geq 0.$$

Ответ: $a = 4$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

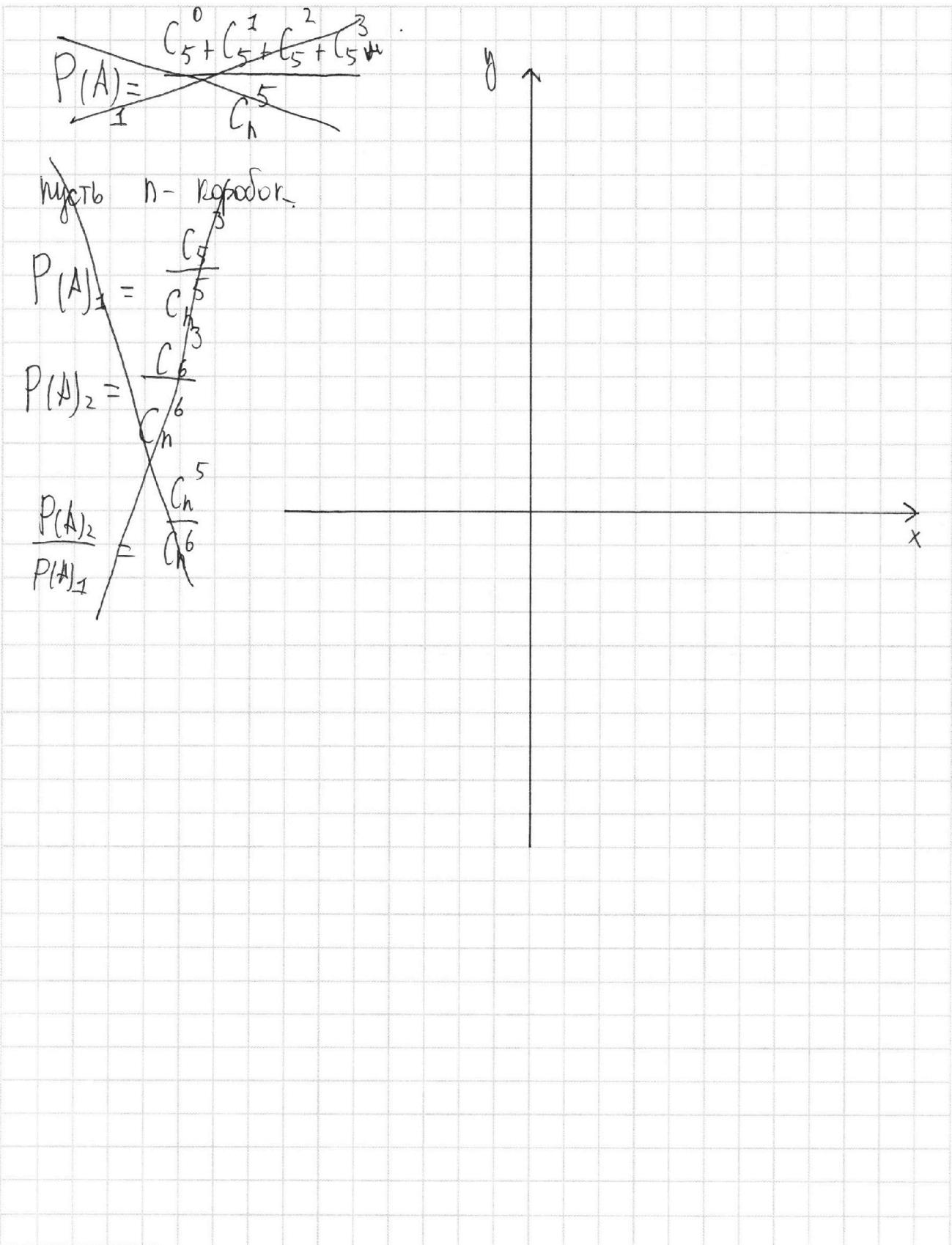
4

5

6

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



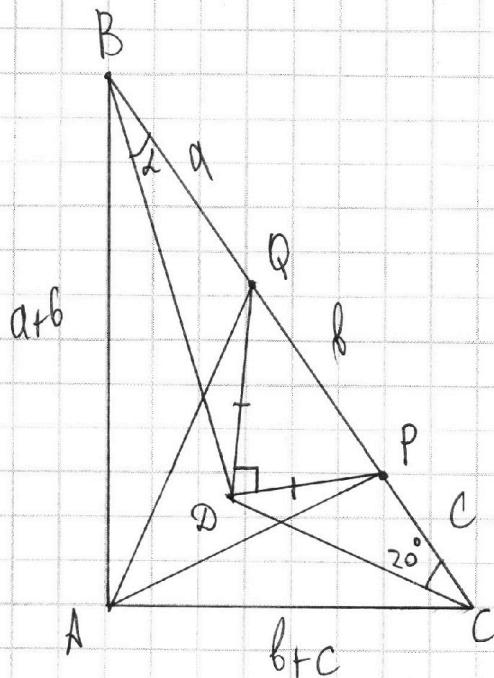


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\text{по Т. Пифагора: } (a+b)^2 + (b+c)^2 = (a+b+c)^2$$

$$a^2 = 2ac$$

$$b^2 = 2ac \Rightarrow DP = DQ = \sqrt{ac}$$

т. син гнр $\triangle DPC$:

$$\frac{\sqrt{ac}}{\sin 20^\circ} = \frac{c}{\sin 35^\circ} \Rightarrow \frac{\sin 35^\circ}{\sin 20^\circ} = \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{a}}$$

т. син гнр $\triangle BPQ$:

$$\frac{\sqrt{ac}}{\sin \alpha} = \frac{a}{\sin(45-2)} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin(45-2)} = \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{a}}$$

$$\Rightarrow \alpha = 35^\circ$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи** отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$xyz = (3+z)(3+x)(y+3)$$

$$xyz = (9 + 3x + 3z + zx)(3+y)$$

$$xyz = 27 + 9y + 9x + 9z + 3xy + 3zx + 3zy + xyz$$

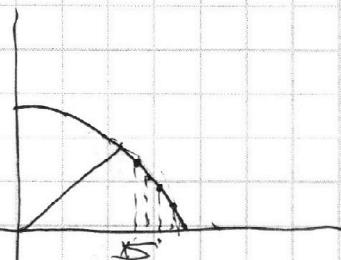
$$\frac{xy}{yz} = \frac{z(3+z)}{x(3+x)}$$

$$\frac{x^2}{z^2} = \frac{(3+z)}{(3+x)}$$

$$\frac{x^2}{yz} = \frac{(3+y)}{(3+z)}$$

$$9 + 3y + 3z + 3x + xy + xz + zy = 0$$

$$xy + yz + zx +$$



$$\frac{C_6^3}{C_n^6} \cdot \frac{C_5^3}{C_n^5}$$

$$\cancel{\frac{n!}{6!(n-6)!}} \cdot \cancel{\frac{m!}{(n-3)!}}$$

~~$$\frac{C_{n-3}^2}{C_{n-3}^3}$$~~

$$\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$$

$$\frac{C_{n-3}^3}{C_n^6}$$

$$\frac{(n-3)!}{\left(\frac{n!}{6!(n-6)!}\right)} \cdot \frac{(n-3)!}{2!(n-5)!}$$

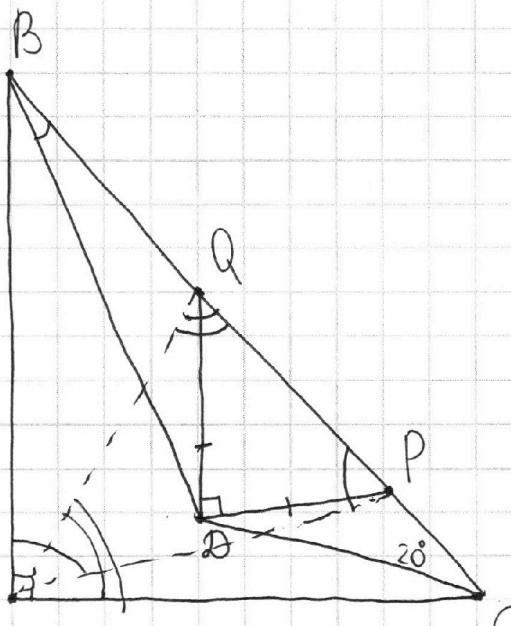


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{\sin \alpha}{\sqrt{bc}} = \frac{\sin 45^\circ - 2}{b}$$

$$\frac{\sin 20^\circ}{\sqrt{bc}} = \frac{\sin 35^\circ}{c}$$

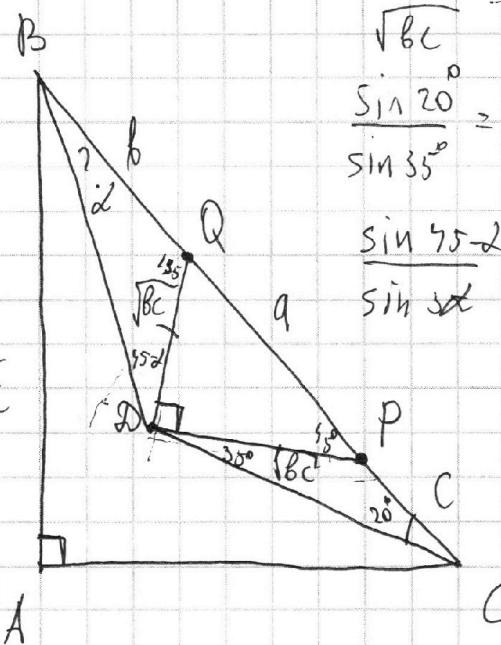
$$\frac{\sin 20^\circ}{\sin 35^\circ} = \sqrt{\frac{c}{b}}$$

$$\frac{\sin 45^\circ - 2}{\sin 35^\circ} =$$

$$(b+a)^2 + (a+c)^2 = (a+b+c)^2$$

$$b^2 + 2ab + a^2 + a^2 + 2ac + c^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

$$a^2 = 2bc$$



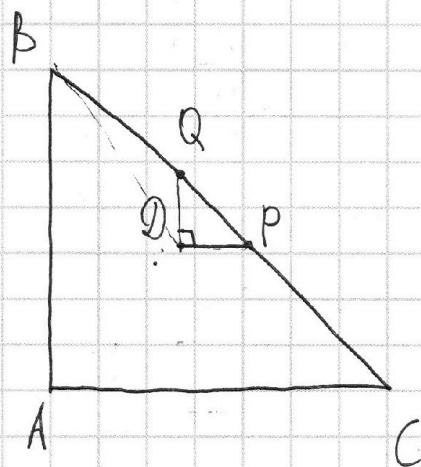
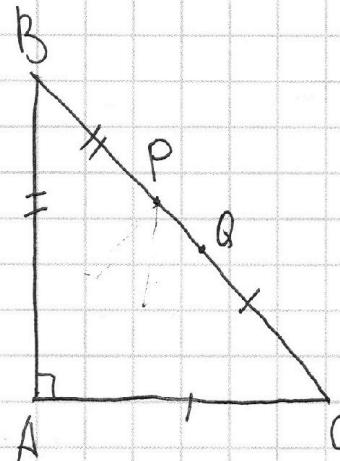


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$xy = z(3+z)$$

$$yz = 3x+x^2$$

$$zx = 3y+y^2$$

$$\frac{x}{z} = \frac{3z+z^2}{3x+x^2}$$

$$3x^2+3x^3 = 3z^2+3z^2$$

$$\begin{aligned} x &= y \\ y^2 &= 3z+z^2 \\ xz &= 3x+x^2 \\ zy &= \\ z &= 3+x \\ x^2 &= 3z+3x \end{aligned}$$

$$yz = (3+x)(3+3x)$$

$$x^2 = (3+x)(6+x)$$

$$z^2 = 18+3x^2+6x+x^2$$

$$6x = -18 \\ x = -3 \Rightarrow y = -3$$

$$3(x-z)(x+z) = (x-z)(z^2+zx+x^2)$$

$$-x^2 = z^2 + zx + x^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
_ из _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^4 - 4 = 0$$

~~$x, x+d, x+2d, x+3d$~~ - прогр.

$y, y+d, y+2d, \dots$ - прогр.

по т. Виета:

$$y + 4d + y + 5d = a^2 - a$$

$$(y+4d)(y+5d) = a - 5$$

$$y + 2d + y + 3d = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$(y+2d)(y+3d) = \frac{a^4}{2} + \frac{a^2}{2} - \frac{a^6}{4} - 1$$

$$\begin{aligned} 2y + 9d &= a^2 - a \\ 2y + 9d &= \frac{a^2 - a^2}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4d &= a^2 - a - \frac{a^3}{4} + \frac{a^2}{4} \\ d &= \frac{5a^2}{16} - \frac{a^3}{16} - \frac{a}{4} \end{aligned}$$

$$a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$1) a = 0$$

$$2) a - 1 = \frac{a^2 - a}{4}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\cancel{xy = 3z + t}$$

$$x, y, z \neq$$

$$\begin{cases} xy = 3z + t \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases}$$

$$\frac{xy}{z} = 3 + t$$

$$\frac{yz}{x} = 3 + x$$

$$\frac{zx}{y} = 3 + y$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = ?$$

$$\frac{xy}{z} \cdot \frac{yz}{x} \cdot \frac{zx}{y}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z + 27 = ?$$

$$xyzt = (3+z)(3+x)(3+y)$$

$$\left(\frac{xy}{z} - z\right) \left(\frac{yz}{x} - x\right) \left(\frac{zx}{y} - y\right)$$

$$xyzt \neq (9+3x+3z+2x)(3+y) =$$

и

$$xyzt = 27 + 9y + 9x + 3xy + 9z + 3zy + 3zx + 3yz =$$

$$\left(y^2 - \frac{xy}{z} - \frac{yz}{x} + zx\right) \left(\frac{zx}{y} - y\right) = 27 + 9y + 9x + 9z + 3xy + 3zx + 3yz = 0$$

$$= \cancel{xy^2 - y - x + z} - \cancel{z^2 + y^2 + x^2} : \cancel{\frac{xyz}{y}} - xyz$$

$$(x+3)^2$$

$$xy = z(z+t)$$

$$xy + yz + zx + 3x + 3y + 3z + 27 = ? \quad yz = x(x+t)$$

$$x(y+3) + z(y+3) +$$

$$\left(\frac{xy}{z}\right)^2 + \left(\frac{yz}{x}\right)^2 + \left(\frac{zx}{y}\right)^2 = ?$$

$$\frac{x^3y^3 + y^3z^3 + z^3x^3}{x^2y^2z^2} = ?$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
_ из _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases}$$

 $x, y, z \neq 0.$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = ?$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 3(x+y+z) + 3^2 = ?$$

3x

40001

$$h = 10 - 1$$

400

$$(10-1)^3 =$$

$$= 10^3 - 3 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 - 1$$

$$- 1000000 \dots 00000$$

$$3000000.00$$

3

$$- \underline{999\dots 970003.000..0}$$

$$- \underline{\underline{999\dots 970003.000..0}}$$

$$- 120003$$

$$- \underline{80003}$$

$$- 40000$$

$$- 30$$

$$- 29$$

$$- 28$$

$$- 27$$

$$- 26$$

$$- 25$$

$$- 24$$

$$- 23$$

$$- 22$$

$$- 21$$

$$- 20$$

$$- 19$$

$$- 18$$

$$- 17$$

$$- 16$$

$$- 15$$

$$- 14$$

$$- 13$$

$$- 12$$

$$- 11$$

$$- 10$$

$$- 9$$

$$- 8$$

$$- 7$$

$$- 6$$

$$- 5$$

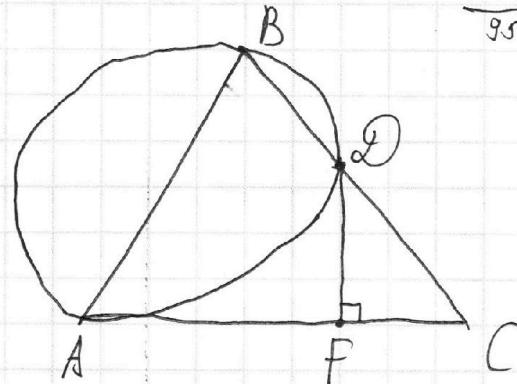
$$- 4$$

$$- 3$$

$$- 2$$

$$- 1$$

$$- 0$$



$$xy = 3z + z^2$$