



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.
4. [4 балла] В теленгре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leqslant 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.

L

L



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} x, y, z \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad & \left\{ \begin{array}{l} xy = -6z^2 + z^2 \\ yz = -6x + x^2 \\ zx = -6y + y^2 \end{array} \right. \quad (1) \\ & (2) \\ & (3) \end{aligned}$$

н.р. реш. Найти $(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2$

$$xy = -6z + z^2$$

$$xy = z(z-6). \text{ Аналогично из } (2) \text{ и } (3): \quad yz = x(x-6)$$

$$zx = y(y-6)$$

Перемножаем:

$$(xyz)^2 = (xyz)(x-6)(y-6)(z-6) \quad | : xyz \neq 0$$

$$xyz = (x-6)(y-6)(z-6)$$

Введём обознач: $p = x+y+z$

$$q = xy + yz + zx$$

$$xyz = (x-6)(y-6)(z-6) = xyz - 6(xy + yz + zx) + 36(x+y+z) - 216$$

$$6(xy + yz + zx) = 36(x+y+z) - 216 \quad | : 6 \leftarrow$$

$$q = 6p - 36 \quad (4)$$

Рассм (1) + (2) + (3):

$$xy + yz + zx = z^2 + y^2 + x^2 - 6x - 6y - 6z$$

$$(x+y+z)^2 = (x^2 + y^2 + z^2) + 2(xy + yz + zx) \Rightarrow (x^2 + y^2 + z^2) = p^2 - 2q$$

L

L



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$xy + yz + zx = x^2 + y^2 + z^2 - 6(x+y+z)$$

$$q = (p^2 - 2q) - 6p$$

$$q = p^2 - 6p \quad (5)$$

приравнивая (4) и (5): $q = 6p - 36$
" $q = p^2 - 6p$

$$\cancel{\text{Решение}} \quad p^2 - 12p + 36 = 0$$

$$p = 6$$

$$\Rightarrow q = 0$$

Теперь найдём $(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2$

$$= x^2 + y^2 + z^2 - 12(x+y+z) + 3 \cdot 36 =$$

$$= (p^2 - 2q) - 12p + 108 = 36 - 72 + 108 = 72$$

Объём: 72.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \underbrace{999\dots99}_{20001 \text{ девятка}} = 10^{20001} - 1$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad (a-1)^3 = a^3 - 3a^2 + 3a - 1$$

$$n^3 = (10^{20001} - 1)^3 = 10^{60003} - 3 \cdot 10^{40002} + 3 \cdot 10^{20001} - 1$$

$$10^{60003} = \underbrace{1000\dots0}_6 \underbrace{000}_3$$

$$3 \cdot 10^{40002} = \underbrace{30000\dots0}_{40002}$$

$$10^{60003} - 3 \cdot 10^{40002} = \underbrace{09999\dots99}_{20000} \underbrace{70000\dots0}_{40002} \quad \begin{matrix} \leftarrow 60004 \text{ разряд} \\ \leftarrow 40003 \text{ разряд} \end{matrix}$$

$$3 \cdot 10^{20001} - 1 = \underbrace{299\dots999}_{20001} \quad \begin{matrix} \leftarrow 20001 \text{ разряд} \end{matrix}$$

Итого

$$\begin{aligned} & 10^{60003} - 3 \cdot 10^{40002} + 3 \cdot 10^{20001} - 1 = \\ & = \underbrace{99\dots99}_{20000} \underbrace{70000\dots00}_{20001} \underbrace{299\dots99}_{20001} \quad \begin{matrix} \leftarrow 40003 \\ \leftarrow 20001 \text{ разряд} \end{matrix} \end{aligned}$$

$$20000 + 20001 = 40001$$

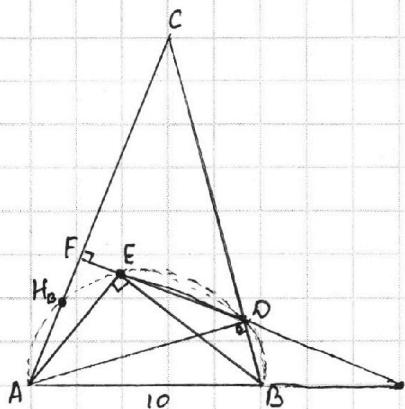
Ответ: 40001.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: ω с днам. $AB, \Delta ABC$,

$D = BC \cap \omega, F \in AC: DF \perp AC, E = DF \cap \omega \setminus D$

$AC = 20, AB = 10, BE = 9.$

Найти: $AF = ?$

AB -днам \Rightarrow радиус ω есть $\frac{AB}{2} = 5$

Th. синусов ΔAEB (бисс. ω):

$$9 = BE = 2R \cdot \sin \angle EAB = 10 \sin \angle EAB$$

$$\Rightarrow \sin \angle EAB = 0,9 \quad (= \cos \angle ABE, \text{ т.к. } \angle AEB = 90^\circ)$$

$\angle AEB = \angle ADB = 90^\circ, \text{ т.к. } \omega - \text{окр. на } AB \text{ как на днам} \Rightarrow$ D-окр. бисс. ΔACB
 ω в $\angle A$

$$\Rightarrow AE = AB \cos \angle EAB = AB \cos 63^\circ = 8 \quad BE = 9$$

$$AE = AB \cos \angle EAB = AB \sqrt{0,19} \quad \leftarrow \text{т.к. } \sin^2 \angle EAB = 0,81, \text{ угол острый}$$

$$\Delta ACD - \rightarrow DF - \text{бисс. к ул} \Rightarrow DF^2 = AF \cdot CF = AF(AC - AF) = AF(20 - AF)$$

$$\text{по } \omega F = FE \cdot FD$$

$= AF \cdot FK_B, \text{ где } K_B - \text{основ. бисс. угл. } \angle B \text{ в } \Delta ABC (K_B \in \omega)$

FE бисс. $\angle AFB:$

$$FE^2 = AE^2 - AF^2 \quad (\text{Th Пифагора}), AE \text{ невестка}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Вероятность} = \frac{\#\text{"благоприятных" исходов}}{\#\text{всевозможных исходов}}$$

"# - "кон-бо"

1 игрок из n коробок выбирает k . Тогда всевозможных исходов C_n^k , а благоприятных только C_{n-3}^{k-3} (мы как бы прикинули коробки с шариками и выбрали из оставшихся)

$$\text{т.е. вероятность} = \frac{C_{n-3}^{k-3}}{C_n^k} \text{ вспомог. } C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$\frac{(n-3)!}{n!} \cdot \frac{k!(n-k)!}{(k-3)!(n-k)!} = \frac{k(k-1)(k-2)}{n(n-1)(n-2)}$$

Тогда для изменения k : $k_1 \rightarrow k_2$

$$\text{вероятн. измени.} \frac{k_2(k_2-1)(k_2-2)}{k_1(k_1-1)(k_1-2)}$$

$$\text{при } k_1=5 \ k_2=9 : \quad \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 7}{5} = \frac{42}{5} (= 8,4)$$

Ответ: 8,4 раза.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

a:

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0 \quad \text{им. корни 6-ой и 7-ой члены прогр.}^{*}$$

$$5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0 \quad \text{им. корнями 5-ой и 8-ой члены прогр.}^{*}$$

но сумма 6ого и 7ого = сумме 5ого и 8ого

(Каприз мер вычтамая прогр. как $b_0 + dk = b_k$)

$$b_6 + b_7 = 2b_0 + 13d = b_5 + b_8$$

но по Т. Виета известны суммы корней в исх. уравнениях:

$$a^2 - 4a \quad \text{и} \quad \frac{a^3 - 4a^2}{5} \text{ соотв.}$$

$$\Rightarrow a^2 - 4a = \frac{a^3 - 4a^2}{5}$$

$$a^2 - 4a = \frac{a}{5}(a^2 - 4a)$$

$$(a^2 - 4a)\left(\frac{a}{5} - 1\right) = 0 \quad | \cdot 5$$

$$(a^2 - 4a)(a - 5) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a \in \{0, 4, 5\} \\ \end{array} \right.$$

Подставляем

$$a=0: \quad x^2 - 4 = 0 \quad \text{не имеет корней в } \mathbb{R} \Rightarrow \text{не подходит } a=0$$

$$a=4: \quad x^2 - 4 = 0 \quad \text{им. корни } -2 \text{ и } 2 \Rightarrow b_6 = -2, b_7 = 2 \Rightarrow 16d = 4$$

$$5x^2 - 16x = 0 \quad \text{им. корни } b_5 \text{ и } b_8 \Rightarrow b_5 \cdot b_8 = -\frac{16}{5}$$

$$b_6 = -2, b_7 = 2 \Rightarrow b_5 = -6, b_8 = 6, \quad \text{но} \quad -36 \neq -\frac{16}{5}. \Rightarrow a=4$$

$$b_6, b_7 \in \{-2; 2\} \Rightarrow b_5, b_8 \in \{-6; 6\} \quad \left(\begin{array}{l} \text{прогр. либо} \\ \text{либо} \end{array} \right) \quad \text{не подходит}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

последний случай: $a=5$

$$\left| \begin{array}{l} \text{для арм. прогр. } b_k = b_0 + dk \\ b_i - b_j = (i-j)d \end{array} \right.$$

$$x^2 - 5x + 1 = 0 \text{ им. корни } b_6 \text{ и } b_7$$

$$5x^2 - 25x - 295 = 0 \text{ им. корни } b_5 \text{ и } b_8$$

$$x^2 - 5x - 59 = 0$$

$$b_6 = \frac{5 - \sqrt{29}}{2} \quad b_7 = \frac{5 + \sqrt{29}}{2} \Rightarrow d = \sqrt{29} (= \sqrt{D})$$

$$D = 25 + 59 \cdot 4 = 261 \quad \cancel{25 + 59 \cdot 4 = 25 + 29 + 2 \cdot 29 + 9 \cdot 269}$$

$$\Rightarrow 3d = \sqrt{144} \quad b_8 - b_5 = \sqrt{29} \quad 3d = 3\sqrt{269}$$

~~$b_5 = \frac{5 - \sqrt{144}}{2} \quad b_8 = \frac{5 + \sqrt{144}}{2}$~~

~~$b_5 = \frac{5 - 12}{2} = 1 \quad b_8 = \frac{5 + 12}{2} = 8$~~

$$x^2 - 5x - 59 = 0$$

$$D = 261 = 3^2 \cdot 29$$

Ошибки: $a \in \emptyset$

$$b_5 = \frac{5 - 3\sqrt{29}}{2} \quad b_8 = \frac{5 + 3\sqrt{29}}{2}$$

Итого правда получ. прогр., шаг у неё: $\sqrt{29}$

$(b_k = \frac{5}{2} - \frac{13}{2}\sqrt{29} + \sqrt{29}k)$ легко проверить, что

все корни правда занимают там первые места

$$\left(b_6 = \frac{5}{2} - \frac{13}{2}\sqrt{29} + 6\sqrt{29} \checkmark \quad b_7 = \frac{5}{2} - \frac{13}{2}\sqrt{29} + 7\sqrt{29} \checkmark \right.$$

$$\left. b_5 = \frac{5}{2} - \frac{13-10}{2}\sqrt{29} \quad b_8 = \frac{5}{2} - \frac{13-16}{2}\sqrt{29} \right)$$

Ошибки: при $a=5$.

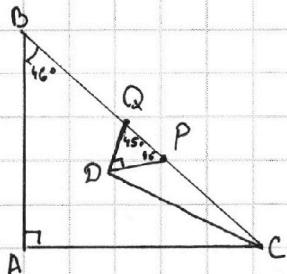


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $\triangle ABC (\angle B = 46^\circ)$:

$P, Q \in BC: BP = AB, CQ = AC$.

Окружность $\triangle ABC: DP = DQ, \angle PDQ = 90^\circ$

$\angle CAB = 44^\circ$

Найти: $\angle DCB = ?$

Решение:

1. Сделаем для удобства гипотезу всей картины в $\frac{1}{BC}$, но чтобы это никак не повлияло, но теперь будем считать что $BC = 1$.

$$BC = 1.$$

$$2. \angle B = 46^\circ \Rightarrow \angle ACB = 44^\circ$$

$$AB = BP = \cos 46^\circ, AC = CQ = \cos 44^\circ \quad (\text{используя } BC = 1)$$

$$3. \triangle DPQ - \text{р/д} \Rightarrow \angle Q = \angle P = 45^\circ, DQ = DP = \frac{PQ}{\sqrt{2}}$$

$$4. PQ = \sqrt{|BP + CQ - BC|} = \sqrt{\cos 46^\circ + \cos 44^\circ - 1} \quad (\text{на самом деле итога окончания } > 0)$$

$$5. DQ \text{ по н.з.} = \frac{PQ}{\sqrt{2}} = \frac{|\cos 46^\circ + \cos 44^\circ - 1|}{\sqrt{2}}$$

6. Т.к. $\sin \angle DCB = \frac{DQ}{DC}$: 6. Т.к. $\cos \triangle DCQ$:

$$\frac{DQ}{DC} = \frac{DC^2 + CQ^2 - DQ^2}{2 \cdot DC \cdot CQ \cos 45^\circ} \rightarrow DC^2 - DQ^2 = CQ^2 - 2 \cdot DC \cdot CQ \cos 45^\circ$$

$$DQ^2 = DC^2 + CQ^2 - 2 \cdot DC \cdot CQ \cos \angle DCB$$

$$\cos \angle DCB = \frac{DC^2 + CQ^2 - DQ^2}{2 \cdot DC \cdot CQ} = \frac{2CQ^2 - 2DC \cdot CQ \cos 45^\circ}{2 \cdot DC \cdot CQ}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Ничего QR-кода недопустимо!

$$\cos \angle DCB = \frac{2CQ^2 - 2DQ \cdot CQ \cdot \cos 45^\circ}{2 \cdot DC \cdot CQ} \stackrel{!-2CQ}{=} \frac{CQ - DQ \cos 45^\circ}{DC}$$

Вспоминаем

$$CQ = \cos 44^\circ, \quad DQ = \frac{|\cos 46^\circ + \cos 44^\circ - 1|}{\sqrt{2}},$$

$$DC^2 = DQ^2 + CQ^2 - 2 \cdot DQ \cdot CQ \cdot \cos 45^\circ.$$

Разберёмся с модулем: \cos убыв. на $[0; \frac{\pi}{2}] \Rightarrow \cos 44^\circ > \cos 46^\circ > \cos 60^\circ$

$$\Rightarrow \cos 46^\circ + \cos 44^\circ - 1 > 0$$

"
1
2

$$\text{так} \quad \cos \angle DCB = \frac{\cos 44^\circ - \frac{\cos 44^\circ + \cos 46^\circ - 1}{\sqrt{2}}}{\frac{(\cos 44^\circ + \cos 46^\circ - 1)^2}{2} + \cos^2 44^\circ - 2 \cdot \frac{\cos 44^\circ \cos 46^\circ}{\cos 44^\circ + \cos 46^\circ - 1} \frac{(\cos 44^\circ + \cos 46^\circ - 1)}{\sqrt{2}}}$$

$$= \frac{2 \cos 44^\circ - \sqrt{2} (\cos 44^\circ + \cos 46^\circ - 1)}{(\cos 44^\circ + \cos 46^\circ - 1)^2 + 2 \cos^2 44^\circ - 2\sqrt{2} \cos 44^\circ \cos 45^\circ (\cos 44^\circ + \cos 46^\circ - 1)}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\Rightarrow \cos 44^\circ + \cos 46^\circ = 2 \cos 45^\circ \cos 1^\circ$$

значит $\cos 44^\circ \approx \cos 46^\circ \approx \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} (= \frac{1}{\sqrt{2}})$

$$\text{т.к. } \cos \angle DCB \approx \frac{\sqrt{2} - (2 - \sqrt{2})}{\frac{(\sqrt{2} - 1)^2}{2} + \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{2} - 2}} = \frac{\sqrt{2} - 1}{\frac{2\sqrt{2} - 2}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

т.е. $\angle DCB \approx 60^\circ$

$$\angle DCB \approx 45^\circ$$

$$\angle DCB < \angle ACB = 44^\circ \Rightarrow \angle DCB \in (0; \frac{\pi}{2})$$

$$\text{т.к.м.: } \arccos \left(\frac{2 \cos 44^\circ - \sqrt{2} (\cos 44^\circ + \cos 46^\circ - 1)}{(\cos 44^\circ + \cos 46^\circ - 1)^2 + 2 \cos^2 44^\circ - 2\sqrt{2} \cos 44^\circ \cos 45^\circ (\cos 44^\circ + \cos 46^\circ - 1)} \right)$$

I-

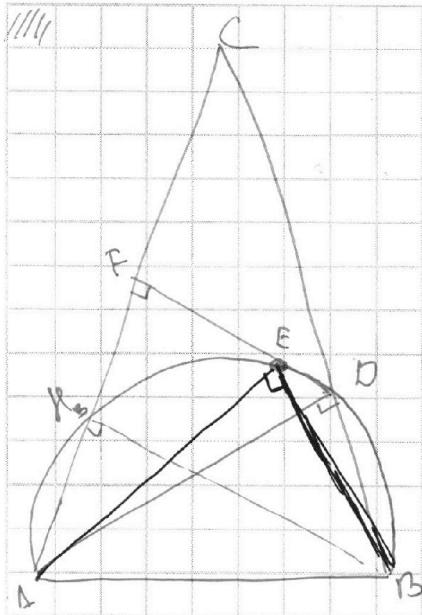


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



AC, BE изб

AC изб.

Черновик

AF = ?

$$OF^2 = FA \cdot (2\alpha - FA)$$

$$OF^2 = AE^2 + FA^2$$

$$AE^2 = AF^2 - FA^2$$

$$x^2 - 5x + 1 = 0$$

$$x^2 - 5x + 5 = 0$$

$$x^2 - 5x + 25 = 0$$

$$D_1 = 25 + 5\sqrt{5}$$

или

$$D_2 = 25 - 5\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow Q = \sqrt{2}$$

$$PQ = \frac{\cos 46^\circ + \cos 44^\circ - 1}{\cos 46^\circ + \cos 44^\circ - 1}$$

$$AB = BP$$

$$AC = CQ$$

$$Q = 4$$

$$x^2 + 16 + 4 - 24 = 0$$

$$5x^2 - 2 \cdot 4^2 - 6 \cdot 4 - 15 = 0$$

$$5x^2 - 32 - 24 - 15 = 0$$

$$5x^2 - 69 = 0$$

$$5x^2 = 69$$

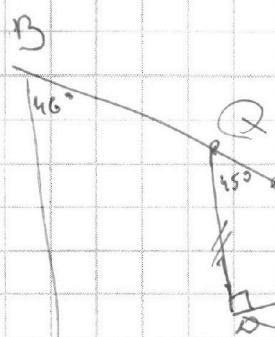
$$x^2 = \frac{69}{5}$$

$$x = \sqrt{\frac{69}{5}}$$

$$-2a^2 - 6 - 3 = 0$$

$$-5a^2 = 9$$

$$261 = 3^2 \cdot 29$$



$$CP^2 = PQ^2 + \cos^2 44^\circ - 2 \cdot PQ \cdot \cos 41^\circ \cdot \cos 45^\circ$$

$$= s - \left(\frac{2}{5}\right) - 5 = 5$$

$$a = 5 \quad a^2 - 4a = 5$$

$$a^2 - 2a - 5 = 0$$

$$(a - 5)(a + 1) = 0$$

$$a = 5 \quad a = -1$$

I

L

L



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x, y, z \in \mathbb{R} \setminus \{0\} : \begin{cases} xy = 6z + z^2 \\ yz = -6x + x^2 \\ zx = -6y + y^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 &= \\ &= x^2 + y^2 + z^2 - 12(x+y+z) + 3 \cdot 36 = \end{aligned}$$

$$x^2 - 6x = yz \quad = xy + yz + xz - 6(x+y+z) + 3 \cdot 36$$

$$(x^2 + y^2 + z^2) + xy + yz + xz - 6(x+y+z) = 0$$

$$(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + xz)$$

$$(6_1^2 - 26_2) + 6_2 - 66_1 = 0$$

$$6_1^2 - 66_1 = 6_2$$

$$6_2 - 66_1 + 3 \cdot 36 = ?$$

$$6_1^2 - 126_1 + 3 \cdot 36 = ?$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 12(x+y+z) + \overbrace{3 \cdot 36}^{108}$$

$$(6_1^2 - 26_2) - 126_1 + 108 = 6_1^2 - 26_2 - 126_1 + 108$$

"

$$6_2 - 66_1 + 108$$

$$6_1^2 - 26_2 - 126_1 = 6_2 - 66_1$$

$$6_1^2 \geq 46_2 \quad \begin{matrix} x+y \geq 2\sqrt{xy} \\ (x+y)^2 \geq 4xy \end{matrix}$$

$$6_1^2 - 66_1 = 6_2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} & \cancel{6_1^2 - 6_2^2} = \cancel{6_1^2} - \cancel{6_2^2} = 6_2^2 \geq 4 \cancel{6_2} - 6 \cancel{6_1} \\ & 36_2 \leq 66_1 \quad 6_2 \leq 26_1 \quad \cancel{6_1 \times 6_2 \geq 66_1} \end{aligned}$$

$$8 \Rightarrow T_{2,0,0} > T_{10,1,1,0}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + zx + 6(x+y+z)$$

$$zx = -y(y-6) \quad \cancel{x}$$

$$(xyz)^2 = (xyz)(x-6)(y-6)(z-6)$$

$$xyz = (x-6)(y-6)(z-6) =$$

$$= xyz - 6(xy+yz+zx) + 36(x+y+z) - 216$$

$$\cancel{6} \quad 66_2 = 366'_1 - 216$$

$$\cancel{6} \quad 6_2 = 66'_1 - 36$$

$$6'_2 = 6'_1^2 - 66'_1$$

$$6'_1^2 - 126'_1 + 36 = 0$$

$$\binom{k-3}{n-3} = \frac{(n-3)(n-4)\dots(n-k+1)}{(k-3)! (n-k)!}$$

$$(n-3) - \frac{0}{k-4}$$

$$\frac{(n-3)!}{(k-3)! (n-k)!}$$

$$\frac{n!}{k! (n-k)!}$$

n^2 страниц 20001

$$\square \quad \square \quad \square^n$$

$$\frac{3}{n}$$

$$\frac{\binom{2}{n-3}}{\binom{5}{n}}$$

$$\rightarrow \frac{\binom{6}{n-3}}{\binom{9}{n}}$$

L

L



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

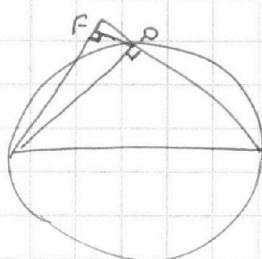
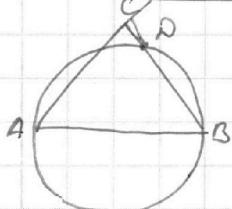
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

a:

$$x^2 - (a^2 + 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0 \quad \text{корни } b+5k, b+6k$$

$$(a-1)^3 = a^3 - 3a^2 + 3a - 1$$

$$(10^{20001} - 1)^3 = 10^{20001} - 3 \cdot 10$$

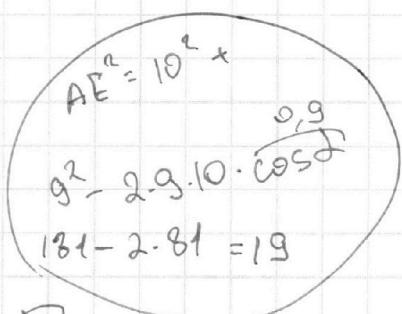


$$AF = ?$$

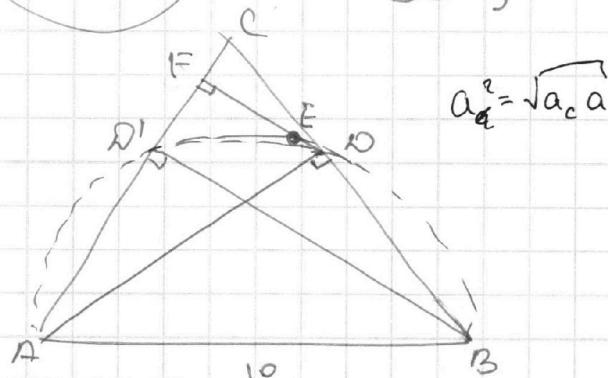
$$AC = 20$$

$$AB = 10$$

$$BE = 9$$



$$AE = \sqrt{19}$$

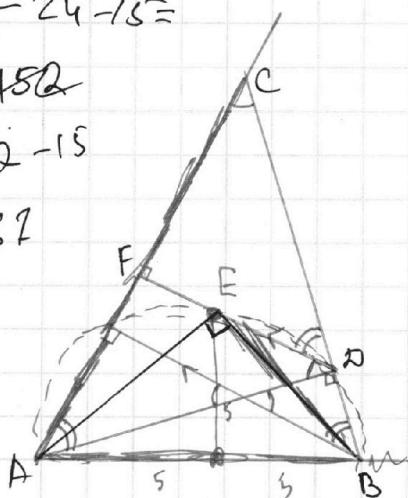


$$-128 - 24 - 15 =$$

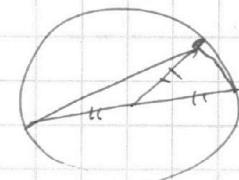
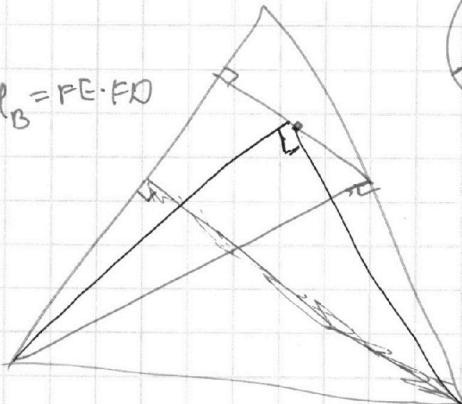
$$-152$$

$$-152 - 15$$

$$-167$$



$$FA \cdot FB / AB = PE \cdot FD$$



$$\frac{9}{\sin 10^\circ} = 10 \quad (\text{Th sin})$$

L

$$s^2 = s^2 + 9^2 - 2 \cdot s \cdot 9 \cdot \cos 2^\circ$$

$$2 \cdot s \cdot 9 \cdot \cos 2^\circ = 9^2$$

$$\cos 2^\circ = 0,9 \quad \cos^2 = 0,81$$

$$\sin^2 = 0,19$$

L

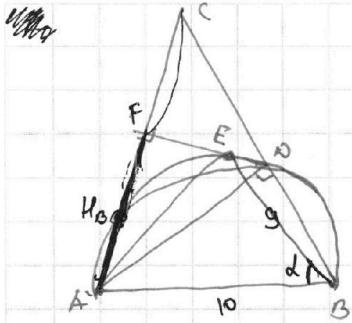


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\cos \alpha = 0,9$$

$$AB = 10 \quad AC = 20$$

$$BE = 9 \quad FA = ?$$

$$FK_B \cdot FA = FE \cdot FD$$

$$FD^2 = (20 - FA) \cdot FA$$

$$5x^2 - 0x - 2 \cdot 64 - 6 \cdot 4 - 15 = \\ = 5x^2 - 167 = 0$$

$$12 \cancel{F} \quad 40$$

$$25 - 29 \cancel{x} \quad 125 - 100 \\ 25 - 25$$

$$25 + 29 \cancel{x} \\ " 141$$

$$x^2 - 5x - 1 = 0$$

$$x^2 - (a^2 - 4a)x - 2a^2 - 6 - 3 = 0$$

$$x^2 - 5x - 59 = 0$$

$$D_1 = 25 + 4 = 29$$

$$29 \cdot 9 = 261$$

$$250 - 30 - 15 \\ 250 - 295$$

$$60 \cdot 4 = 2400$$

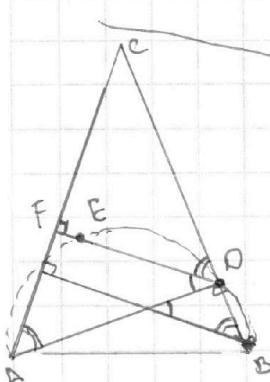
21

$$= 3^2 \cdot 269$$

$$1000$$

13 x

$$17^2 = 289$$



$$FA(FE, FK_B)$$

$$FD(FA)$$

$$FE(AE, FA)$$

$$\cos \alpha \cos \beta =$$

$$AF(FE, AE)$$

$$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$