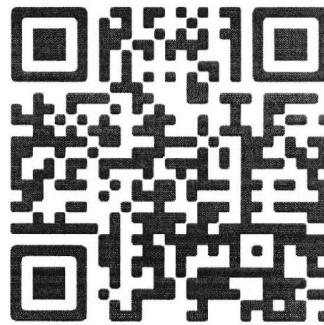




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В теленгра ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leqslant 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом новороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases} \quad \begin{array}{l} x, y, z \neq 0 - \text{no условию} \\ \Leftrightarrow \end{array}$$

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases} \quad \begin{array}{l} xy = z(3+z) \\ yz = x(3+x) \\ zx = y(3+y) \end{array} \quad \begin{array}{l} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \Leftrightarrow \end{array} \begin{array}{l} (x+3)^2 = \left(\frac{yz}{x}\right)^2 \\ \cancel{(y+3)^2} = \left(\frac{zx}{y}\right)^2 \\ \cancel{(z+3)^2} = \left(\frac{xy}{z}\right)^2 \end{array} \quad \begin{array}{l} (x+3)^2 + \cancel{(y+3)^2} + (z+3)^2 = \\ = \left(\frac{yz}{x}\right)^2 + \left(\frac{zx}{y}\right)^2 + \left(\frac{xy}{z}\right)^2 = \\ = y^4 z^4 + z^4 x^4 + x^4 y^4 \\ x^2 y^2 z^2 \end{array}$$

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \cancel{xy = 3z + z^2} \\ \cancel{yz = 3x + x^2} \\ \cancel{zx = 3y + y^2} \end{array} \quad \begin{array}{l} \cancel{xy - zx = 3(z-y) + (z-y)(z+y)} \\ \cancel{yz = 3x + x^2} \\ \cancel{zx = 3y + y^2} \end{array} \quad \begin{array}{l} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \end{array}$$

$$\Rightarrow -x(z-y) = (z-y)(3+z+y)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z-y=0 \\ -x = 3+z+y \\ yz = 3x+x^2 \\ zx = 3y+y^2 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \Leftrightarrow \\ \begin{cases} z=y \\ z^2 = x(3+x) \\ zx = 3z+z^2 \\ x = -(3+z+y) \\ yz = -9-3z-y+(3+z+y)(3+z+y) \\ -3z-z^2-zy = 3y+y^2 \end{cases} \end{array} \quad \begin{array}{l} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z=y \\ z=\sqrt{x(3+x)} \\ z(x-3-z)=0 \\ x = -(3+z+y) \\ yz = -9-3z-y+9+3z+3y+3z+z^2+zy+3y+zy+y^2 \\ y^2+3y+3z+zy+z^2=0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} z = y \\ z = \sqrt{x(3+x)} \\ z = 0 - \text{не подходит} \\ x - 3 - \sqrt{x(3+x)} = 0 \\ x = -3 - z - y \\ yz = 5y + 3z + 2yz + z^2 + y^2 \\ y^2 + z^2 + 2yz + 3y + 3z = 0 \end{array} \right. \\
 & \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} z = y \\ z = \sqrt{x(3+x)} \\ x^2 - 6x + 9 = 3x + x^2 \\ x = -3 - z - y \\ z^2 + y^2 = -(5y + 3z + 2yz) \\ y^2 + z^2 + 2yz + 3y + 3z = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} z = y \\ z = \sqrt{x(3+x)} \\ 9x = 9 \\ x = -3 - z - y \\ z^2 + y^2 = -(5y + 3z + 2yz) \\ -5y - 3z - 2yz + 2y^2 + 3y + 3z = 0 \end{array} \right. \\
 & \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} z = y \\ x = 1 \\ z = \sqrt{1 \cdot 4} \\ x = -3 - z - y \\ z^2 + y^2 = -(5y + 3z + 2yz) \\ -2y = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 1 \\ z = 2 \\ y = 2 \\ x = -3 - z - y \\ z^2 + y^2 = -(5y + 3z + 2yz) \\ * y \geq 0 - \text{не подходит} \end{array} \right. \\
 & \Rightarrow (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = (1+3)^2 + (2+3)^2 + (2+3)^2 = \\
 & = 4^2 + 5^2 + 5^2 = 16 + 25 + 25 = 66
 \end{aligned}$$

Ответ: 66



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Получим, что получится при возведение
и в квадрат

$$n = \underbrace{9999\dots9}_{40\ 000}$$

~~Решение~~ Найдем закономерность.

$$\begin{array}{r} \dots 9999 \\ \times \dots 9999 \\ \hline \begin{array}{l} + 8\dots 99991 \\ + 8\dots 99910 \\ + 8\dots 999100 \end{array} \end{array}$$

$$\underbrace{(878\dots 87878\dots 0000001)}_{40\ 000} = n_1$$

Умножим n_1 на n :

$$n_1 = \underbrace{878\dots 878\dots 1}_{40\ 000}$$

на n даст 40 000 девяток

$$\begin{array}{r} \dots 8787878 \\ \times \dots 999999 \\ \hline \begin{array}{l} + 8787878 \\ + 87878780 \\ + 878787800 \\ + 8787878000 \\ + 87878780000 \\ + 878787800000 \end{array} \end{array}$$

$8787\dots 8787721^2 -$ на одной девятке

Ответ: 40 000 девяток



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$AB = 6 \text{ - диаметр } \omega$$

$$DF \perp AC$$

$$AC = 10$$

$$BE = 5$$

$$\angle DAE - \text{искажено}$$

Найти $\angle ACF$

Решение.

AB - диаметр \Rightarrow

$$\Rightarrow \angle AEB = 90^\circ$$

ω - окружность

$$\Rightarrow \angle DEA =$$

$$= \angle DBA$$

$DF \perp AC \Rightarrow$

(по условию)

$$\Rightarrow \angle DFA = 90^\circ$$

Рассмотрим $\triangle AEB$ - прямой.

$$AB^2 = EB^2 + AE^2 \stackrel{\text{по теореме Пифагора}}{\Rightarrow} AE = \sqrt{36 - 25} = \sqrt{11}$$

Рассмотрим $\triangle AFE$ и $\triangle ADB$:

$$\angle EFA = \angle DBA \text{ (оказано выше)}$$

$$\angle AFE = \angle ADB \text{ (оказано выше)} \Rightarrow \text{по двум углам}$$

$$\triangle AFE \sim \triangle AEB \Rightarrow \frac{AE}{AB}$$

$$\angle EFA = \angle DBA \text{ (оказано выше)}$$

$$\angle DBA = \angle FEA \text{ (оказано выше)} \Rightarrow \triangle FEA \sim \triangle DBA \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AD} \Rightarrow AF = \frac{\sqrt{11}}{6} AD \Rightarrow AD = AF \cdot \frac{6}{\sqrt{11}}$$

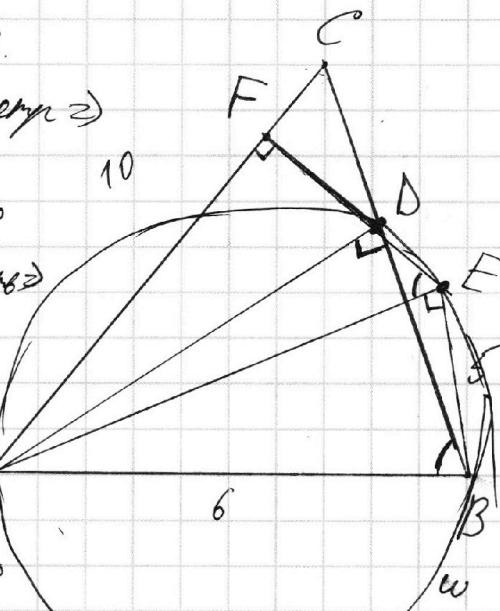
Рассмотрим $\triangle ACD$ и $\triangle DCF$:

$$\angle C - \text{односторонний} \Rightarrow \text{по двум углам} \triangle DFC \sim \triangle ADC$$

$$\angle ADC = \angle DFC = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{CF}{DC} = \frac{FD}{AD} = \frac{CD}{AC} \Rightarrow CD = \sqrt{AC \cdot CF} = \sqrt{AC(AC - AF)}$$

$$CD = AC \cdot \frac{FD}{AD}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим $\triangle AFD$ - треугольник

$AD = \frac{6}{\sqrt{11}} AF$ По треугольнику:

$$FD^2 + AF^2 = AD^2 \Rightarrow FD = \sqrt{\frac{36}{11} AF^2 - AF^2} = AF \sqrt{\frac{25}{11}} = AF \cdot 5 \sqrt{\frac{1}{11}}$$

$$CD = \sqrt{AC(AC - AF)} = AC \cdot \frac{FD}{AD} = AC \cdot \frac{AF \cdot 5 \sqrt{\frac{1}{11}}}{AF \cdot \frac{6}{\sqrt{11}}} = AC \cdot \sqrt{\frac{25}{36}} = AC \cdot \frac{5}{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AC(AC - AF) = AC^2 \cdot \frac{25}{36} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AC - AF = AC \cdot \frac{25}{36} \Rightarrow AF = \frac{11}{36} AC = \frac{11}{36} \cdot 10 =$$

$$= \frac{55}{18} = 3 \frac{1}{18}$$

Ответ: $3 \frac{1}{18}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Пусть в течение n -королек

1) Найдем возможные исходы при 5 открытиях коробок:

~~а - исходы; б -~~ ~~в -~~ $B=5$ - кол-во коробок,
 $c=3$ - три коробки с шариками

$$\alpha = \frac{B!}{c!(B-c)!}$$

Количество всех исходов обозначим в коробке.

$$d = \frac{n!}{B!(n-B)!}$$

Значит вероятность встречи при $B=5$ -
при 5 ~~открытий~~ коробках:

$$A = \frac{\alpha}{d} = \frac{B! \cdot B!(n-B)!}{C! \cdot (B-C)! \cdot n!} = \frac{5! \cdot 5!(n-5)!}{3! \cdot 2! \cdot n!} =$$

~~= 3747543 (1125)~~

2) Найдем возможные исходы при 6 открытиях коробок:

α_2 - исходы; $B_2=6$ - кол-во коробок, $C=3$ - три коробки с шариками

$$\alpha_2 = \frac{B_2!}{C!(B_2-C)!}$$

Количество всех исходов α_2 обозначим B_2 коробок.

$$d_2 = \frac{n!}{B_2!(n-B_2)!}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

~~$$x^2 - (\alpha^2 - \alpha)x + \alpha - 5 = 0$$~~

имеет корни x_1 и x_2

$4x^2 - (\alpha^3 - \alpha^2)x + 2\alpha^4 + 2\alpha^2 - \alpha^6 - 4 = 0$ имеет корни x_3 и x_4

Наше решение **Вашему:**

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \alpha^2 - \alpha \\ x_1 \cdot x_2 = \alpha - 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_3 + x_4 = \frac{\alpha^3 - \alpha^2}{4} \\ x_3 \cdot x_4 = \frac{2\alpha^4 + 2\alpha^2 - \alpha^6 - 4}{4} \end{cases}$$

Пусть x_3 — первый корень получивший с делением

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = x_3 + 2d \\ x_2 = x_3 + 3d \\ x_4 = x_3 + 5d \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \alpha^2 - \alpha = 2x_3 + 5d \\ \alpha - 5 = (x_3 + 2d)(x_3 + 3d) \\ \frac{\alpha^3 - \alpha^2}{4} = 2x_3 + 5d \end{cases} \Rightarrow \frac{2\alpha^4 + 2\alpha^2 - \alpha^6 - 4}{4} = (x_3 + 5d)x_3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha(\alpha - 1) = \frac{\alpha^2}{4}(\alpha - 1) \\ \alpha - 5 = x_3^2 + 3dx_3 + 2dx_3 + 6d^2 \\ \frac{2\alpha^4 + 2\alpha^2 - \alpha^6 - 4}{4} = x_3^2 + 5dx_3 \\ \alpha^2 - \alpha = 2x_3 + 5d \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha = 1 \\ \alpha = 0 \\ \alpha = 4 \\ \alpha - 5 = \frac{2\alpha^4 + 2\alpha^2 - \alpha^6 - 4}{4} + 6d^2 \\ \alpha^2 - \alpha = 2x_3 + 5d \\ \frac{2\alpha^4 + 2\alpha^2 - \alpha^6 - 4}{4} = x_3^2 + 5dx_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha = 1 \\ 6d^2 = 1 - 4 + \frac{1}{4} = -2\frac{3}{4} - \text{не может быть}, \text{н.к. } 6d^2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha = 0 \\ 6d^2 = -5 + 1 = -4 - \text{не может быть}, \text{н.к. } 6d^2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha = 4 \\ 6d^2 = 4 - 5 - \frac{2 \cdot 4^2 \cdot (4^2 + 1 - 4^4) - 4}{4} = -1 - 8 \cdot (16 + 1 - 256) + 1 \# \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a=4 \\ 6d^2 = -8 \cdot (-239) = 8 \cdot 239 - \text{нуждам} \Rightarrow \\ \Rightarrow \cancel{d=1} \quad a=4 \end{cases}$$

Ответ: 4.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение:

$$AB = BP$$

$$AC = CQ$$

$$\angle A = 90^\circ$$

$$DP = DQ$$

$$\angle P D Q = 90^\circ$$

$$\angle DCB = 20^\circ$$

$$\text{Найдем: } \angle BDC$$

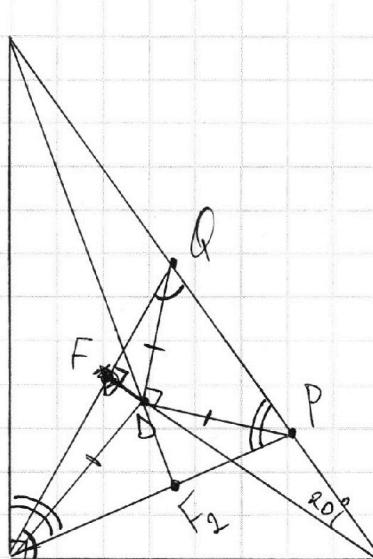
Решение:

Рассуждаем
Между B и P , т.к.

$AC + AB > BC$ для
всех треугольников

$$AP + CQ > BC$$

$$AB = BP \quad \text{и} \quad CQ = AC$$



$\Rightarrow \triangle BAP \sim \triangle AQC$ - равнобедренные \Rightarrow

$$\Rightarrow \angle BAP = \angle APB; \angle CAQ = \angle AQC.$$

Рассмотрим $\triangle AQP$:

$$\begin{cases} \angle BAP + \angle CAQ - \angle PAQ = \angle A \\ \angle CQA + \angle QPA + \angle PAQ = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\angle PAQ = 180^\circ - \angle A = 90^\circ \Rightarrow \angle PAQ = 45^\circ$$

Найдем $QD = DP$; $\angle QDP = 90^\circ = 2\angle PAQ$

$\Rightarrow D$ - центр описанной окружности $\triangle AQP \Rightarrow$

$$\Rightarrow AD = DQ = \cancel{PD}$$

Рассмотрим $\triangle AQC$ - равнобедренный:

$AD = QD$ (доказано ранее) $\Rightarrow D$ лежит на
срединном ~~перпендикульре~~ к стороне
 AQ . Аналогично C лежит на срединном

~~перпендикульре~~ к стороне $AQ \Rightarrow$ Отрезок

CD лежит на срединном ~~перпендикульре~~ к
стороне $AQ \Rightarrow$ Точка C лежит на CD (точка F - пересечение



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$CD \perp c \Rightarrow \angle AQC = 90^\circ$ (угол между перпендикуляром и проекцией)

Угол между c и CF - $\angle C$ (угол между перпендикуляром и проекцией)

$\Rightarrow CF$ - биссектриса $\angle AQC$ ($\angle C = \angle DCQ = 45^\circ$)

Таким образом $\triangle ABC$:

$$\begin{aligned} \angle A &= 90^\circ \\ \angle C &= 40^\circ \quad \text{по сумме углов в прямоугольнике} \\ &\qquad \text{угол между } c \text{ и } CF = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ \end{aligned}$$

Возможными для $\triangle ABC$ расстояниями получим: BF_2 - биссектриса в $\triangle BAP$ (F_2 - пересечение BD и AP) $\Rightarrow \angle BFC = 25^\circ$

$$\Rightarrow \angle DBC = \frac{1}{2} \angle B = 25^\circ$$

Ответ: 25°



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит вероятность выигрыша при $b_2=6$ —
при 6 попытках:

$$A_2 = \frac{a_2}{d_2} = \frac{b_2! \cdot b_2! \cdot (n-b_2)!}{c! \cdot (b_2+c)! \cdot n!} = \frac{6! \cdot 6! \cdot (n-6)!}{3! \cdot 3! \cdot 3! \cdot n!}$$

Найдем во сколько увеличилась вероятность:

$$\begin{aligned} \frac{A_2}{A} &= \frac{6! \cdot 6! \cdot (n-6)!}{3! \cdot 3! \cdot n!} \cdot \frac{3! \cdot 2! \cdot n!}{5! \cdot 5! \cdot (n-5)!} = \\ &= \frac{6 \cdot 6^2 \cdot (n-6)!}{3_1 \cdot (n-5)!} = \frac{12}{n-5} \end{aligned}$$

Ответ: $\frac{12}{n-5}$ n -кил-во кратной в шутке

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Решение:

$$AB = BP$$

$$AC = CQ$$

$$\angle A = 30^\circ$$

$$DP = DQ$$

$$\angle P D Q = 90^\circ$$

$$\angle DCB = 20^\circ$$

Найти: $\angle DBC$

Решение.

Рассуждение. Покажем
между B и P , и.к.
 $AC + AB > BC$ будем
предполагать \Rightarrow
 $\Rightarrow AP + AC + CQ > BC$.

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 =$$

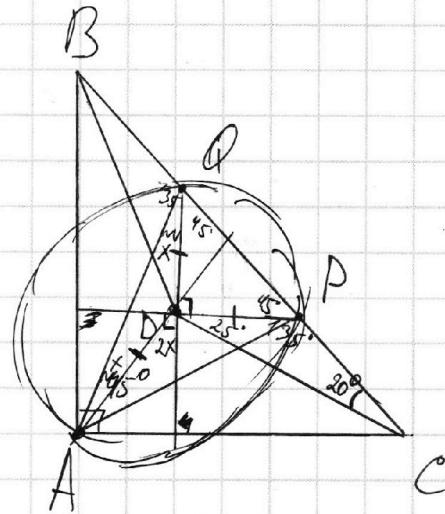
$$= BP^2 + CQ^2 = (BP + CQ - QP)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BP^2 + BP \cdot CQ - QP \cdot BP + CQ^2 + BP \cdot CQ - CQ \cdot QP -$$

$$- QP \cdot BP - CQ \cdot QP + QP^2 = BP^2 + CQ^2$$

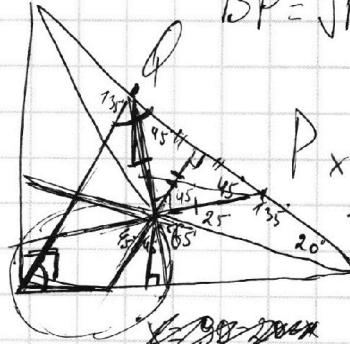
$$BP \cdot CQ - CQ \cdot QP + QP^2 = 0$$

$$\begin{array}{r} \times 878 \\ \times 399 \\ \hline 7902 \\ 7902 \\ \hline 7902 \\ 7902 \\ \hline 867122 \end{array}$$



$$CQ = \sqrt{BC^2 - QP^2}$$

$$BP = \sqrt{BC^2 - CQ^2}$$



$$\begin{array}{r} \times 878 \\ \times 399 \\ \hline 7902 \\ 7902 \\ \hline 7902 \\ 7902 \\ \hline 867122 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 999 \\ \times 999 \\ \hline 999 \\ 999 \\ \hline 999991 \\ 999991 \\ \hline 0001 \\ + 8991 \\ \hline 878001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 878 \\ \times 999 \\ \hline 790902 \\ 790902 \\ \hline 790902 \\ 790902 \\ \hline 8787712122 \end{array}$$



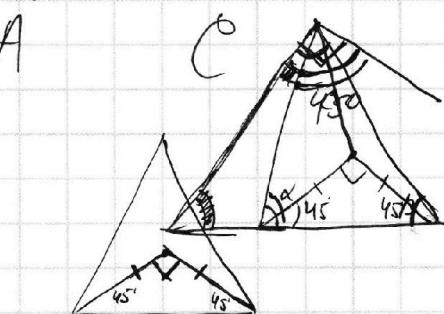
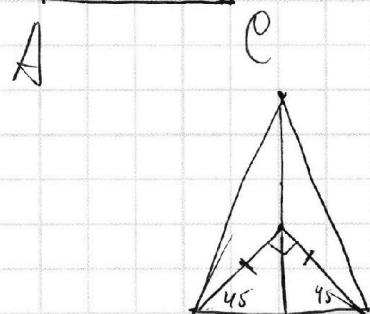
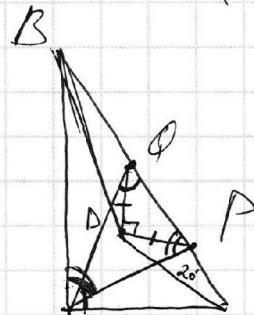
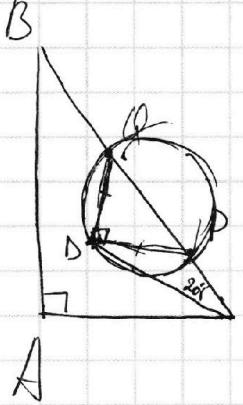
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3$$



$$x^2 - (\alpha^2 - \alpha)x + \alpha - 5 = 0$$

$$D = (\alpha^2 - \alpha)^2 + 20 - 4\alpha =$$

$$= \cancel{\alpha^4} - 2\alpha^3 + \cancel{\alpha^2} - 4\alpha + 20$$

$$\beta \quad \beta + \gamma$$

~~$$2\beta + \gamma > \alpha^2 - \alpha$$~~
~~$$\beta + \gamma < \alpha^2 - \alpha$$~~

$$\alpha^2 - \alpha = \frac{\alpha^3 - \alpha^2}{4}$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta - \gamma = 90^\circ$$

$$\gamma + \gamma = 90^\circ$$

$$\gamma = 45^\circ$$

$$\alpha_3 \quad d \quad \begin{cases} 2\alpha_3 + 5d = \alpha^2 - \alpha \\ (\alpha_3 + 2d)(\alpha_3 + 3d) = \alpha - 5 \end{cases}$$

$$\alpha_3 + 2d \quad \alpha_3 + 3d \quad \begin{cases} 2\alpha_3 + 5d = \frac{\alpha^3 - \alpha^2}{4} \\ (\alpha_3 + 5d)\alpha_3 = \frac{2\alpha^2 - \alpha^3 - 9}{4} \end{cases}$$

$$\alpha_3 + 5d \quad \alpha(\alpha - 1) = \alpha^2(\alpha - 1) = \alpha^3 - \alpha^2$$

$$\begin{cases} \alpha = 1 \\ \alpha = 0 \\ \alpha = 9 \end{cases}$$