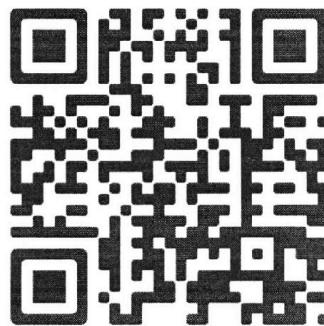




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



- ✓ 1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
- ✓ 3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
- ✓ 4. [4 балла] В телегре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
- ✓ 5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \textcircled{1}. \quad & \begin{cases} xy = 3z + z^2 & (1) \\ yz = 3x + x^2 & (2) \\ xz = 3y + y^2 & (3) \end{cases} \\ & \cancel{\begin{cases} x \neq 0 \\ y \neq 0 \\ z \neq 0 \end{cases}} \quad \begin{cases} x \neq 0 \\ y \neq 0 \\ z \neq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 &= x^2 + 3x + 9 + y^2 + 3y + 9 + z^2 + 3z + 9 = \\ &= xy + yz + zx + 27 \quad (\text{т.к. система имеет} \\ &\quad \text{тогда мы одно реш-е).} \end{aligned}$$

① Рассмотрим случай, когда среди x, y, z ~~есть~~ $\{x, y, z\}$ ненулево разрешимо.

$$\begin{aligned} (1)-(2): \quad y(x-z) &= 3(z-x) + z^2 - x^2 \\ y(x-z) &= (x-z)(-3 - (x+z)) \\ y &= -3 - x - z \end{aligned}$$

$$x+y+z = -3. \Leftrightarrow 3+z = -x-y$$

$$(1): \quad xy = z(3+z) \Leftrightarrow 3+z = \frac{xy}{z}$$

$$\begin{aligned} \frac{xy}{z} &= -x-y \\ xy &= -xz -yz. \end{aligned}$$

$$xy + xz + yz = 0$$

$$\Leftrightarrow xy + yz + zx + 27 = 0 + 27 = \textcircled{27}.$$

② Числа среди $\{x, y, z\}$ есть ~~равные~~ ненулевые.

$$\text{Будем: } x =$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 3z + z^2 \\ xz = 3y + y^2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l|l} \begin{cases} x^2 = (3+z) \cdot z \\ z = 3+x \end{cases} & \begin{array}{l} x^2 = (3+3+x)(3+x) \\ x^2 = x^2 + 6x + 3x + 18 \\ 9x + 18 = 0 \end{array} \\ \text{ненул-е число} & \end{array}$$

$$xy + yz + zx + 27 = +4 - 2 - 2 + 27 = \textcircled{27} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -2 \\ z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = -2$$

т.к. вырожд-е симметр-е отн-но $\{x, y, z\}$,
в случае $x = z$ и $y = z$ - результат будет тот же.

Ответ: 27.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2.

$$n = \underbrace{99\dots99}_{40.000} = \underbrace{11\dots11}_{40.000} \times 9$$

$$\underbrace{11\dots11^3}_{40.000} = 11\dots \underline{\quad} \dots 11$$

(60.000)

$$9^3 = 729.$$



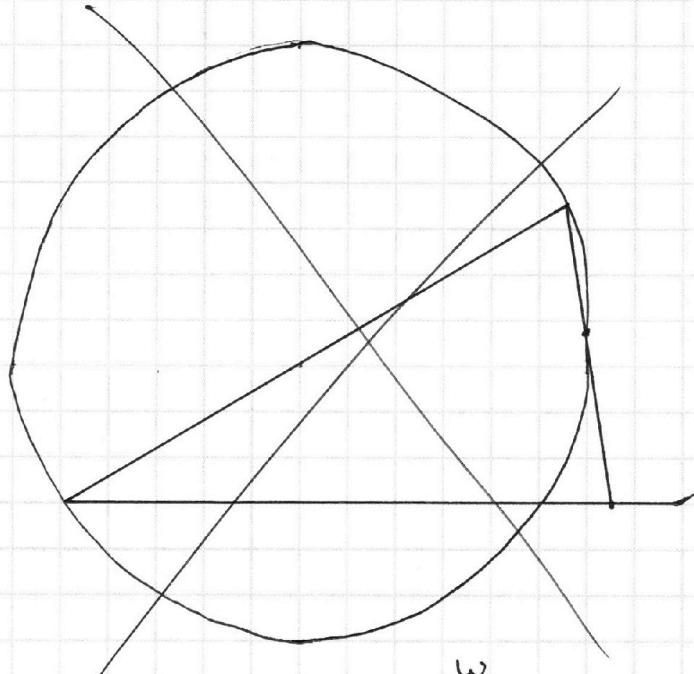
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

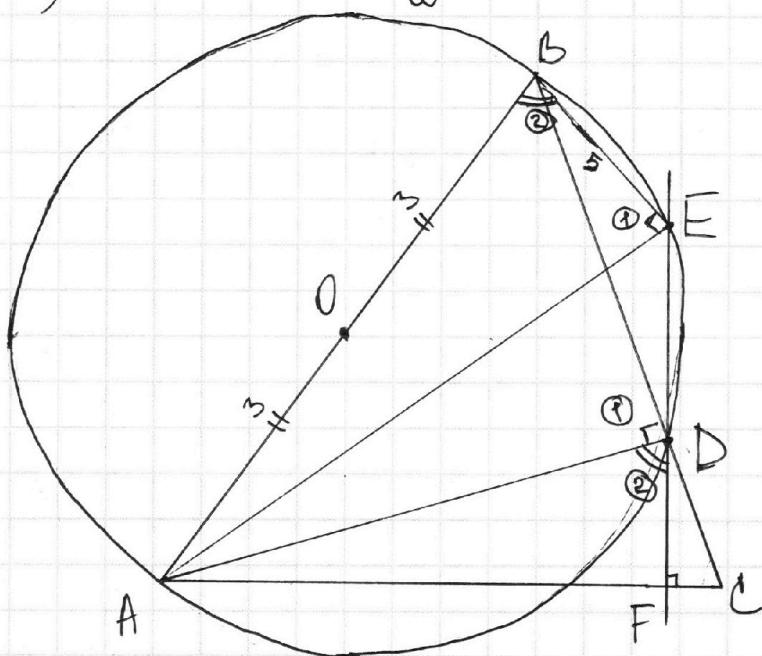
СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

✓ 3.



1



$$\begin{aligned}DF &\perp AC \\AC &= 10 \\AB &= 6 \\BE &= 5\end{aligned}$$

Решение:

$$\textcircled{1} \ AB - \text{guamem} \Rightarrow \angle AEB = 80^\circ ; \angle ADB = 80^\circ$$

② $\triangle ABE$ — висящий 4^x -угольник $\Rightarrow \angle ABE = \angle ADF$

③ $\triangle AEB \cong \triangle AFD$ no \leftarrow P.M. $\gamma\gamma\gamma\gamma\gamma$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 3.

$$\textcircled{3} \Rightarrow \angle BAE = \angle DAF$$

$$\sin \angle BAE = \frac{BE}{AB} = \frac{5}{6} = \sin \angle DAF$$

$$\cancel{\Rightarrow} \sin \angle DAF = \frac{CD}{AC} \Rightarrow \frac{5}{6} = \frac{CD}{10} ; CD = \frac{25}{3} .$$

\textcircled{4} \triangle ADC \sim \triangle DFC \text{ по трём углам}

$$\Rightarrow \frac{AD}{DF} = \frac{CD}{CF} = \frac{AC}{CD} ; \quad \begin{array}{c} \cancel{AD} \\ \cancel{DF} \end{array} = \cancel{AC} \cancel{CD} \quad CF = \frac{CD^2}{AC} = \frac{25^2}{3^2 \cdot 10} = \frac{125}{90} .$$

$$CF = \frac{125}{18}$$

$$\Rightarrow AF = AC - CF = 10 - \frac{125}{18} = \frac{180 - 125}{18} = \frac{55}{18} = 3 \frac{1}{18}$$

$$\text{Ответ: } AF = \frac{55}{18} =$$

$$= 3 \frac{1}{18} .$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4.

Пуск ведущий выбрал н коробок.

① Тогда кол-во способов положить шары (по одному в \geq коробки) равно: $C_n^3 = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$.

② Если игрок выбрал 5 коробок, то кол-во из всевозможных им 5 коробок выбрать шары (в коробке могут лежать 3).
 \geq вероятность: $C_5^3 = \frac{5!}{3!2!} = \frac{4 \cdot 5}{2} = 10$.

\Rightarrow Вероятность: $k_5 = \frac{10}{C_n^3}$.

③ При 6 выбр-х коробок:

$$\cancel{k_6} \cdot C_6^3 = \frac{6!}{3!3!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6}{6} = 20.$$

\Rightarrow Вер-тс: $k_6 = \frac{20}{C_n^3}$

$$\frac{k_6}{k_5} = \frac{20}{10} \cdot \frac{C_n^3}{C_n^3} = \textcircled{2}$$

Ответ: б) 2 раза.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

11

① Рисунок a_k -стадии митотического процесса, б-ее мер.

Тогда $\{a_5; a_6\} \neq \{a_3; a_8\}$ корни ур-я
составляют

~~$$Q_3 = Q_5 - 26; Q_8 = Q_6 + 26$$~~

$$\Leftrightarrow Q_5 + Q_6 = Q_3 + Q_8.$$

3) АО "Л. Буэна": есть копии сертиф., то:

$$\textcircled{2} \quad (Qx^2 + Bx + C = 0) \quad \text{从 } x_1 + x_2 = -\frac{B}{Q} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{B}{Q} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{C}{Q} \end{cases}$$

$$x^2 - (q^2 - q)x + q - 5 = 0$$

$$4x^2 - (q^3 - q^2)x + 2q^4 + 2q^2 - q^6 - 4 = 0 \quad | \quad \frac{q^2 - q}{1} = \frac{q^3 - q^2}{4}$$

$$\begin{cases} \alpha = 0 & (1) \\ \alpha = 1 & (2) \\ \alpha = 4 & (3) \end{cases}$$

$$s) Q = 0$$

$$4Q - 4 = Q^2 - Q$$

$$e^2 - 5e + 4 = 0$$

$$2) \alpha = 1 \quad 3) \alpha = 4$$

$$\text{Т.к. } A\tilde{T} \text{ не воск-ва: (4): } Q_3 < Q_5 < Q_6 < Q_8$$

$$\textcircled{3} \quad (1): \alpha = 0$$

$$\begin{cases} a_5 \cdot Q_6 = a_5 - 5 \\ a_5 + Q_6 = a^2 - a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_5 \cdot Q_6 = -5 \\ a_5 + Q_6 = 0 \end{cases} \quad | \quad a_5^2 + a_5 Q_6 = 0$$

$$\frac{2Q^4 + 2Q^2 - Q^6 - 4}{4} = \frac{-4}{4} = -1$$

$Q=0 \rightarrow \text{ne}$

$\oplus \quad \begin{cases} Q_3 = -5\sqrt{5} \\ Q_8 = 5\sqrt{5} \end{cases}$

 ~~$Q_3 \cdot Q_8 = -25\cdot 5 = -125$~~

$$\text{ergo} \Rightarrow \begin{cases} a_5^2 = 5 \\ a_5 = -\sqrt{5} \\ a_6 = \sqrt{5} \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 5.

$$(2) : Q = 1.$$

$$\begin{cases} Q_5 \cdot Q_6 = Q - 5 \\ Q_5 + Q_6 = Q^2 - Q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Q_5 \cdot Q_6 = -4 \\ Q_5 + Q_6 = 0 \end{cases}$$

$$Q_5^2 + Q_5 Q_6 = 0$$

$$(4) \begin{cases} Q_5^2 = 4 \\ Q_5 = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q_5 = -2 \\ Q_6 = 2 \end{cases} \Rightarrow b = 4 \Rightarrow \begin{cases} Q_3 = -10 \\ Q_8 = 10 \end{cases}$$

$$\frac{2Q^4 + 2Q^2 - Q^6 - 4}{4} = \frac{2+2-1-4}{4} = -\frac{1}{4}.$$

$$\frac{Q_3 \cdot Q_8}{4} = \frac{-10 \cdot 10}{4} = -\frac{100}{4} \quad \oplus \quad \Rightarrow Q = 1 \text{ - не подходит.}$$

$$(3) : Q = 4:$$

$$\begin{cases} Q_5 \cdot Q_6 = Q - 5 \\ Q_5 + Q_6 = Q^2 - Q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Q_5 Q_6 = -1 \\ Q_5 + Q_6 = 12 \end{cases}$$

$$Q_5^2 + Q_5 Q_6 - 12 Q_5 = 0$$

$$Q_5^2 - 12 Q_5 - 1 = 0$$

$$D = 144 + 4 \cdot 1 \cdot 1 = 148$$

$$Q_5 = \frac{12 \pm \sqrt{148}}{2} = 6 \pm \sqrt{37} \Rightarrow \begin{cases} Q_5 = 6 - \sqrt{37} \\ Q_6 = 6 + \sqrt{37} \end{cases} \Rightarrow b = 2\sqrt{37}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Q_3 = 6 - 5\sqrt{37} \\ Q_8 = 6 + 5\sqrt{37} \end{cases}$$

$$\frac{2Q^4 + 2Q^2 - Q^6 - 4}{4} = \frac{2 \cdot 4^4 + 2 \cdot 4^2 - 4^6 - 4}{4} =$$

$$= 2 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4 - 4^5 - 1 = 128 + 8 - 1024 - 1 \oplus$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 5.

$$\textcircled{\ominus} \quad 136 - 1025 = -888.$$

$$\cancel{a_3 \cdot a_8} = \cancel{(6-5\sqrt{37})(6+5\sqrt{37})} = \cancel{\frac{36-25 \cdot 37}{2001}} = \cancel{\frac{36-925}{2001}} = -888.$$

$\cancel{2 \times 2=4}$ — необходимо.

Ответ: $a = 4$.

Заметим, что при выборе из значений a_1 и a_6 — ~~когда~~ не имеет смысла рассматривать оба случая, так как в обоих случаях $a_3 \cdot a_8 = (a_5 - 26)(a_6 + 26)$, что приведет к тому же результату.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

$$\begin{array}{r} \times 9999 \\ 9999 \\ \hline 89999 \\ 89999 \\ \hline 168890009 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 9999 \\ 9999 \\ \hline 89999 \\ 89999 \\ \hline 188820008 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 9999 \\ 9999 \\ \hline 89999 \\ 89999 \\ \hline 188820008 \end{array}$$

$$20880001$$

$$3339$$

$$168890009$$

$$188820008$$

$$20880129999$$

Произв-е корней: $Q_5 \cdot Q_6 = k^2 - \frac{b^2}{4}$

$$Q_5 \cdot Q_6 = k^2 - \frac{b^2}{4}$$

$$Q_5 \cdot Q_6 = k^2 - \frac{2569991}{80980001}$$

$$\begin{cases} a=4/a=1/a=0 \\ k=2/k=0,5/k=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q_5+Q_6=4 \\ Q_5+Q_6=1 \end{cases}$$

$$\textcircled{a=4} \Rightarrow \begin{cases} Q_5 \cdot Q_6 = -1 \\ Q_5 + Q_6 = 4^2 - 4 = \textcircled{12} \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q_5 = 2 - \sqrt{5} \\ Q_6 = 2 + \sqrt{5} \end{cases}$$

$$2\sqrt{4} + 2\sqrt{4} - 4 = 4$$

$$= Q_3 \cdot Q_8 \textcircled{11}$$

$$Q_5 = 6 - \sqrt{37}$$

$\sqrt{37}$ - ирр.

$$Q_3 = 6 - 5\sqrt{37}; Q_8 = 6 + 5\sqrt{37}.$$

$$Q_3 \cdot Q_8 = 36 - 25 \cdot 37 = 36 - 825 = \textcircled{-889}.$$

$$\frac{2Q^4 + 2Q^2 - Q^6 - 4}{4} = \frac{2 \cdot 6^4 + 2 \cdot 6^2 - 6^6 - 4}{4} - 1 = 2 \cdot 6^4 + 8 - 1024 - 1 = 136 - 1025 =$$

$$\begin{matrix} 25 \\ + 37 \\ 175 \\ 75 \\ \hline 925 \end{matrix}$$

$$Q=4$$

$$\textcircled{Q=888}$$

✓



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\alpha = 1 \Rightarrow \begin{cases} Q_5 \cdot Q_6 = -4 \\ Q_5 + Q_6 = 0 \end{cases}$$

Черновик

$$\begin{aligned} & \xrightarrow{-Q_5 = -4} Q_5 = -4 \rightarrow \cancel{Q_5 = 2} \\ & \xrightarrow{Q_5 = -Q_6} Q_5 = -Q_6 \quad \begin{cases} Q_5 = -2 \\ Q_6 = 2 \end{cases} \\ & \text{шер-4.} \end{aligned}$$

$$\frac{2e^6 + 2e^2 - e^6 - 4}{4} \xrightarrow[\alpha=1]{\cancel{2+2-1-x}} = -\frac{1}{4} \quad \begin{cases} Q_3 = -10 \\ Q_8 = 10 \end{cases}$$

$$\cancel{\frac{Q_3 \cdot Q_8}{4}} = \cancel{\frac{-100}{4}} = -25 \quad \text{X.}$$

$$\alpha = 0: \quad \begin{cases} Q_5 \cdot Q_6 = -5 \\ Q_5 + Q_6 = 0 \end{cases} \quad -Q_5^2 = -5$$

$$\begin{cases} Q_5 = -\sqrt{5} \\ Q_6 = \sqrt{5} \end{cases} \quad \text{шер-2}\sqrt{5}$$

$$Q_3 = 0 - 5\sqrt{5} \quad Q_8 = 0 + 5\sqrt{5} \Rightarrow \frac{Q_3 \cdot Q_8}{4} = \frac{-25\sqrt{5}}{4} = -\frac{125}{4} \neq -1$$

$$\cancel{\frac{1}{4}}_{\alpha=0} = \cancel{-\frac{4}{4}} = -1. \quad \text{X.}$$

$$Q_5 = 4.$$

$$n = \underbrace{99\dots99}_{40.000}$$

$$n^3 = ?$$

$$\begin{array}{r} \cancel{1} \\ \times 121 \\ \hline 11 \\ 121 \\ \hline 1331 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 99 \\ \times 99 \\ \hline 891 \\ 891 \\ \hline 9801 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9801 \\ 99 \\ \hline 88209 \end{array}$$

$$n = \underbrace{11\dots11}_4 \cdot 8$$

$$40.000$$

$$(9 \cdot 10^{9999} + 9 \cdot 10^{9998} + \dots + 9 \cdot 10^1 + 9)^3 =$$

a



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

$$\sim 5. \quad x^2 - (a^2 - a)x + a^2 - 5 = 0 \quad x_1 \leq x_2$$

корни - 5 и 6 глены АД.

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0 \quad x_3 \leq x_4$$

корни - 3 и 8 глены этой АД?

$$x^2 - (a^2 - a)x + a^2 - 5 = 0$$

$$x_2 - x_1 = \sqrt{D_1} = \cancel{5}$$

$$D_1 = (a^2 - a)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (a^2 - 5)$$

$$x_4 - x_3 = \sqrt{D_2} = 5m.$$

$$D_1 = a^4 - 2a^3 + a^2 - 4a + 20$$

$$5\sqrt{D_1} = \sqrt{D_2}.$$

$$x_{1,2} = \frac{a^2 - a \pm \sqrt{D_1}}{2}$$

$$25D_1 = D_2.$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0.$$

$$D_2 = (a^3 - a^2)^2 - 4 \cdot \frac{1}{16} \cdot (2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4) = a^6 - 2a^5 + a^4 - 32a^4 -$$

$$-32a^2 + 16a^6 + 64 = 17a^6 - 2a^5 - 31a^4 - 32a^2 + 64.$$

$$25a^4 - 50a^3 + 25a^2 - 100a + 500 = 17a^6 - 2a^5 - 31a^4 - 32a^2 + 64$$

$$17a^6 - 2a^5 - 56a^4 + 50a^3 - 57a^2 + 100a - 436 = 0.$$

б - шаг, a_1 - первый глен АД.

$$a_1 = \cancel{a_1} \quad k = \frac{a_5 + a_6}{2}$$

$$a_5 = \cancel{\frac{a^4 + 2a^2 - a^6 - 4}{4}}$$

$$\text{Сумма разности: } a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$a \neq 0: 4a - 4 = a^2 - a \\ a^2 - 5a + 4 = 0$$

$$a_5 = k - \frac{6}{2} \\ a_6 = k + \frac{6}{2}$$

$$a_3 = k - \frac{5}{2} \\ a_8 = k + \frac{5}{2}$$

$$x^2 - 5 = 0 \\ 4x^2 - 4 = 0$$

$$x = \pm \sqrt{5}$$

$$x = \pm 1$$

$$\cancel{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8}$$

$$a = 2k$$

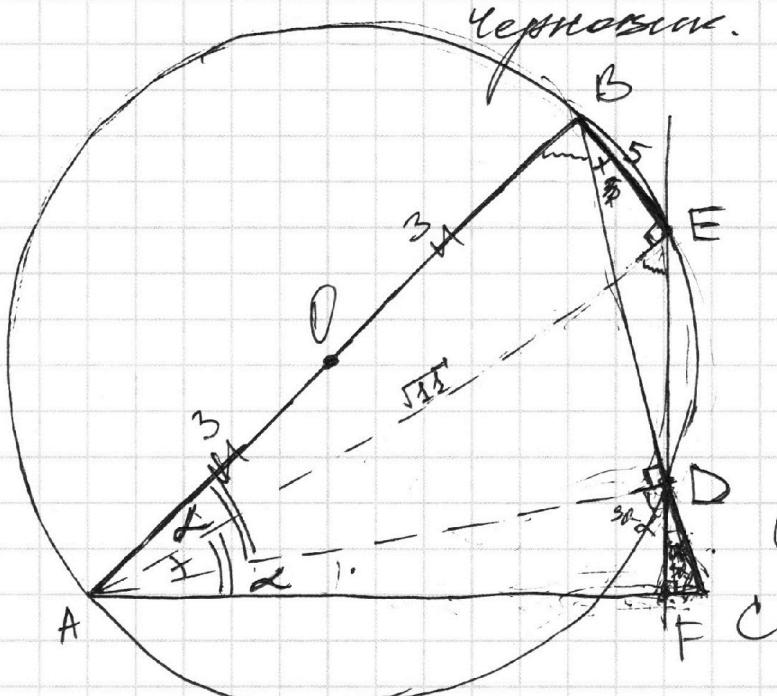
$$k = 2 \\ k = 0,5$$



На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО** одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{l} AC = 10 \\ AB = 6 \\ BE = 5 \end{array}$$

$\triangle ABE \sim \triangle ADF$

$$\frac{AF}{AD} = \frac{\sqrt{11}}{6}$$

$$\textcircled{A} \sin L = \frac{5}{6} = \frac{BE}{AB}$$

$$\frac{CD}{AC} = \frac{5}{6}$$

$$AC = 10 \Rightarrow CB = \frac{50}{6}$$

$$CD = \frac{25}{3}$$

$\triangle ADF \sim \triangle BCF$ (2) $\frac{AD}{CD} = \frac{DF}{CF} = \frac{AF}{DF}$

$$\frac{AD}{DF} = \frac{AC}{CD} = \frac{CD}{FC}$$

$$CF = CP \quad CD^2 = CF \cdot CA.$$

$$FC = \frac{CD^2}{AC}$$

$$FC = \frac{25^2}{3^2 \cdot 10} = \frac{5^2 \cdot 5^3}{9 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{125}{18}$$

№ 4. Несколько коробок. В трех - по одному из ру.
У первых - 5 коробок на выбор.

$$\frac{1}{n} \quad \frac{1}{n-1} \quad \frac{1}{n-2} \quad \frac{1}{n-3} \quad \frac{1}{n-4}$$

$\frac{n-1}{n} \rightarrow 0$, это мало
но много в среднем?
booker - $\frac{3}{n}$.

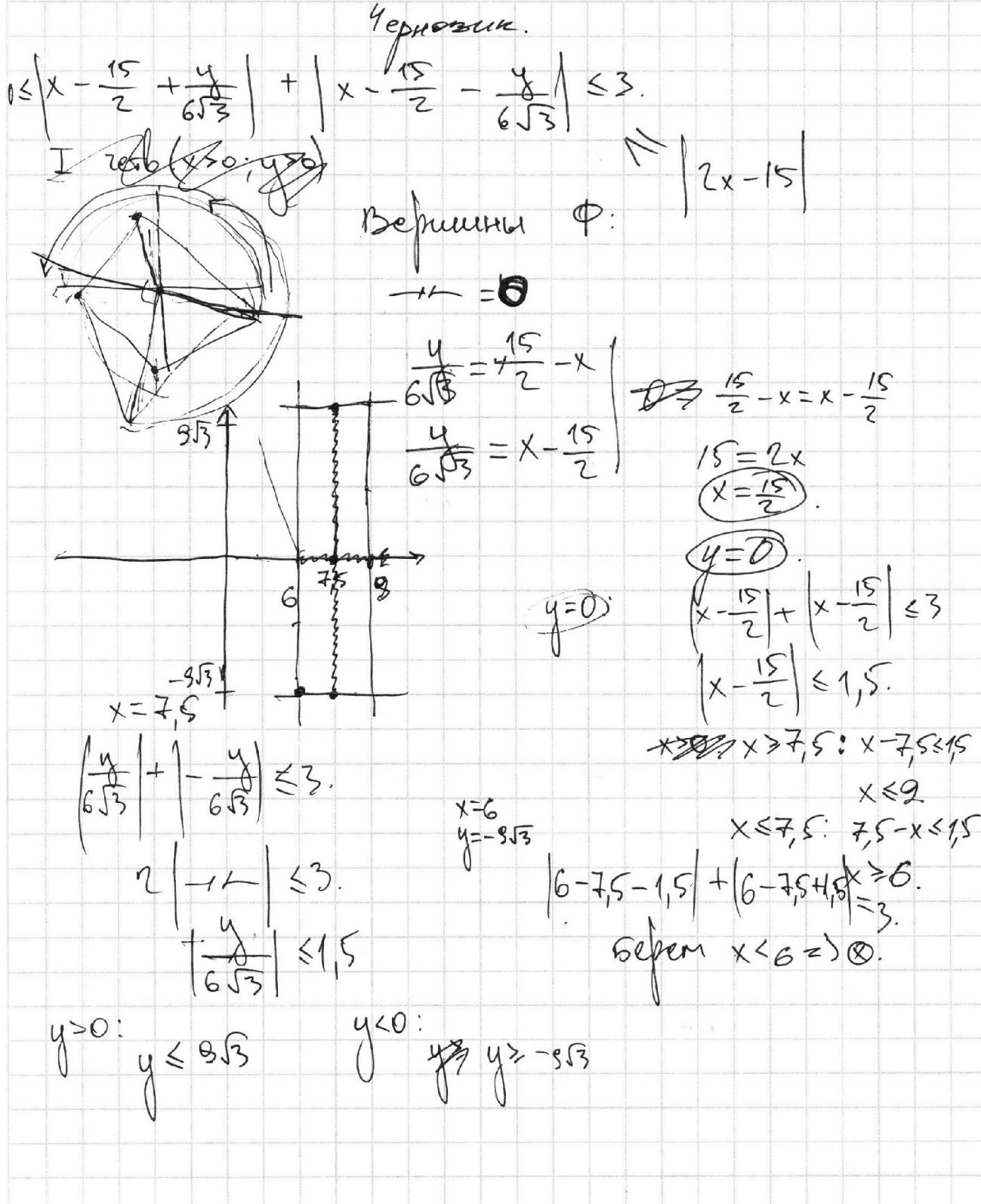


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



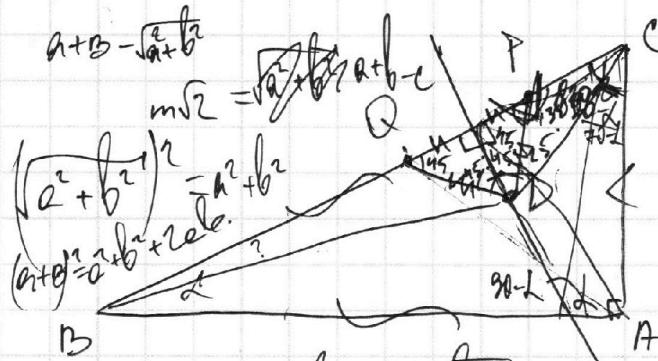


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AB = BP \quad AC = CQ.$$

$$\angle DP = \angle DQ \quad \angle D = 80^\circ$$

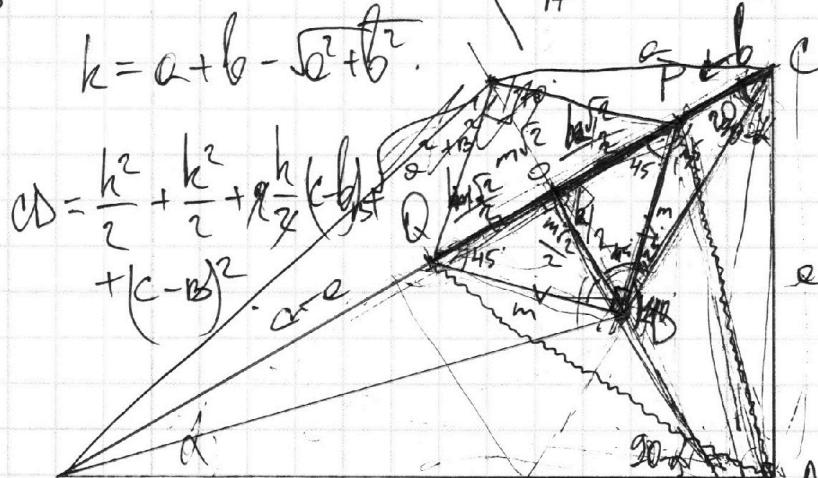
$$a = \frac{m\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \quad b = \frac{m\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$c - (c - a + c - b) =$$

$$= c - c + a - c + b =$$

$$= b - a + b - c =$$

$$= a + b - \sqrt{a^2 + b^2}.$$



$$b - (a + b - c) =$$

$$= -a + c + b - c =$$

$$= a + b - \frac{a^2 + b^2}{2}.$$

$$180 \cdot 3 = 540.$$

$$180(90 - \alpha) = 90 + \alpha$$

$$\sim 4. \quad \frac{5}{n} \quad \frac{6}{n}$$

<input type="checkbox"/>											
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

$$\binom{n}{3} = \frac{n!}{(n-3)! \cdot 3!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)}{6} \quad \leftarrow \text{способов подобрать 3 из } n$$

$$\binom{n}{3} = \frac{n!}{(n-3)! \cdot 3!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot (n-4)}{6} \quad \leftarrow \text{выбрать 3 из } n$$

$$\binom{5}{3} = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = 10. \quad \text{исходя из 5 выбранных из } 5.$$

$$\binom{6}{3} = \frac{6!}{3! \cdot 3!} = 20 \quad \rightarrow \quad \text{из 6 есть 3.}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}x^2 &= z(z+y) \\z &= 3+x\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\text{Черновик.} \\&x^2 = (3+x)(6+x) \\&x^2 = 18 + 3x + 6x + x^2 \\&5x + 18 = 0 \\&x = -2 \Rightarrow z = 1 \\&y = -2 \\&x^2 + 2xz + z^2 = 4 + 2 \cdot (-2) \cdot 1 + 27 = 27\end{aligned}$$

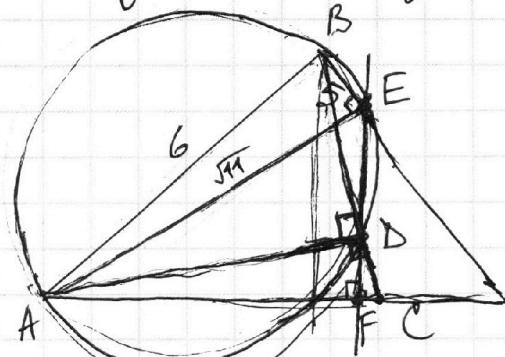
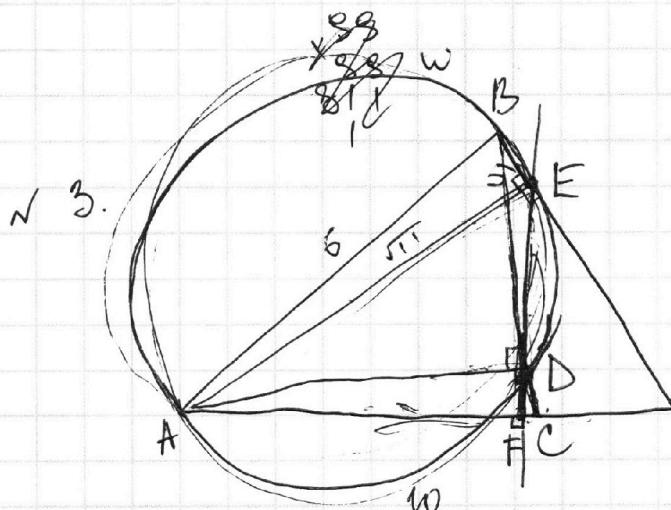
№ 2. №: В записи $40.0000 \cdot 8''$. $n \in \mathbb{N}$

n^3 : в записи $-?$, $8''$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 19 \\ \hline 361 \\ 19 \\ \hline 361 \\ 19 \\ \hline 6855 \\ 81 \\ \times 81 \\ \hline 81 \\ 81 \\ \hline 81 \\ 81 \\ \hline 74529 \\ 8281 \\ \hline 763571 \\ 8281 \\ \hline 763571 \end{array} \quad 8^3 = 81 \cdot 9 = 729.$$

$$\begin{array}{r} 91 \\ \times 91 \\ \hline 81 \\ 91 \\ \hline 8281 \\ 74529 \\ 763571 \\ 8281 \\ \hline 81 \\ 81 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 753571 \\ \times 81 \\ \hline 728 \\ 255 \\ \hline 782 \\ 737 \\ \hline 728 \\ 81 \\ \hline 0 \end{array}$$



$$AF^2 + EF^2 = 11$$

$$\begin{aligned}AE^2 + 6^2 &= AE^2 \\AE^2 &= 36 \\AE &= \sqrt{6^2 - 5^2} = \sqrt{11}\end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

~ 1.

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases}$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = ?$$

система имеет
коэффициенты
при $x, y, z \neq 0$

$$xy + yz + zx = 3(x+y+z) + x^2 + y^2 + z^2.$$

$$\rightarrow -1 = \underbrace{x^2 + 3x + 3}_\text{yz} + \underbrace{y^2 + 3y + 3}_\text{zx} + \underbrace{z^2 + 3z + 3}_\text{xy} = xy + yz + zx + 27.$$

$$\begin{cases} x = \frac{z}{3} \\ y = \frac{z}{3} \\ z = \frac{z}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = z(3+z) \\ yz = x(3+x) \\ zx = y(3+y) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3+z = \frac{xy}{z} \\ 3+x = \frac{yz}{x} \\ 3+y = \frac{zx}{y} \end{cases}$$

$$y(x-z) = 3(z-x) + z^2 - x^2$$

$$\cdot y(x-z) \cancel{\neq 0} \quad y(x-z) = (x-z)(-3-(x+z)) \quad (x \neq z)$$

$$y = -x - z - 3.$$

$$xy + yz + zx =$$

$$\begin{cases} -1 = x+z+3 \\ -1 = y+x+3 \\ -x = y+z+3 \end{cases}$$

$$x+y+z = -3.$$

$$3+z = -x-y = \frac{xy}{z}.$$

$$x+y = -\frac{xy}{z}.$$

$$xz + yz = -xy.$$

$$\cancel{x^2 + 2xz + 27}$$

$$\begin{cases} xz = 3y + y^2 \\ xz = 3 + y^2 \end{cases}$$

$$500: x=y: \begin{cases} x^2 = 3z + z^2 \\ xz = 3x + x^2 \\ zx = 3x + x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = 3z + z^2 \\ z = 3+x \\ z = -3+x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = z(3+z) \\ z = 3+x \end{cases}$$