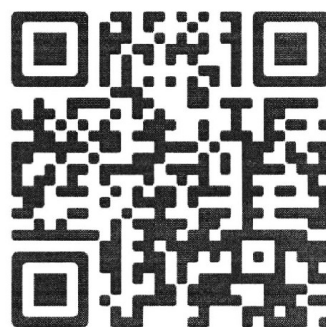




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



- ✓ 1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
- ✓ 3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
- ✓ 4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
- ✓ 5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sim 1. \begin{cases} xy = 3z + z^2 & (1) \\ yz = 3x + x^2 & (2) \\ xz = 3y + y^2 & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \neq 0 \\ y \neq 0 \\ z \neq 0 \end{cases}$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = x^2 + 3x + 9 + y^2 + 3y + 9 + z^2 + 3z + 9 =$$

$$= xy + yz + zx + 27 \quad (\text{т.к. система имеет хотя бы одно реш-е}).$$

① Рассмотрим случай, когда ~~среди x, y, z нет~~ $\{x; y; z\}$ попарно различны.

$$(1)-(2): y(x-z) = 3(z-x) + z^2 - x^2$$

$$y(x-z) = (x-z)(-3-(x+z))$$

$$y = -3 - x - z$$

$$x + y + z = -3. \Leftrightarrow 3 + z = -x - y$$

$$(1): xy = z(3+z) \Leftrightarrow 3+z = \frac{xy}{z}$$

ненул-е число

$$\frac{xy}{z} = -x - y$$

$$xy = -xz - yz$$

$$xy + xz + yz = 0$$

$$\Leftrightarrow xy + yz + zx + 27 = 0 + 27 = \boxed{27}.$$

② Пусть среди $\{x, y, z\}$ есть равные.

Будет: $x = y$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 3z + z^2 \\ xz = 3x + x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = (3+z) \cdot z \\ z = 3+x \end{cases}$$

ненул-е число

$$x^2 = (3+3+x)(3+x)$$

$$x^2 = x^2 + 6x + 3x + 18$$

$$9x + 18 = 0$$

$$xy + yz + zx + 27 = 4 - 2 - 2 + 27 = \boxed{27} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -2 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow x = -2$$

т.к. выраж-е симмет-е отно-но $\{x, y, z\}$, в случаях $x = z$ и $y = z$ — результат будет тот же.

Ответ: 27.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2.

$$n = \underbrace{99 \dots 99}_{40.000} = \underbrace{11 \dots 11}_{40.000} \times 9$$

$$\underbrace{11 \dots 11}_{40.000}^3 = 11 \dots \dots \dots 11$$

$$9^3 = 729.$$

60.000.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 3.

$$\textcircled{3} \Rightarrow \angle BAE = \angle DAF$$

$$\sin \angle BAE = \frac{BE}{AB} = \frac{5}{6} = \sin \angle DAF$$

$$\sin \angle DAF = \frac{CD}{AC} \Rightarrow \frac{5}{6} = \frac{CD}{10} ; CD = \frac{25}{3}$$

$$\textcircled{4} \triangle ADC \sim \triangle DFC \quad \text{по трём углам}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{DF} = \frac{CD}{CF} = \frac{AC}{CD}$$

$$CF = \frac{CD^2}{AC}$$

$$CF = \frac{25^2}{3^2 \cdot 10} = \frac{125}{92}$$

$$CF = \frac{125}{18}$$

$$\Rightarrow AF = AC - CF = 10 - \frac{125}{18} = \frac{180 - 125}{18} = \frac{55}{18} = 3 \frac{1}{18}$$

$$\text{Ответ: } AF = \frac{55}{18} = 3 \frac{1}{18}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☒5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 4.

Пусть ведущий выбрал n коробок.

① Тогда количество способов положить шары (по одному в 3 коробки) равно: $C_n^3 = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$.

② Если игрок выбрал 5 коробок, то количество из выбранных им 5 коробок выбрать тройку (в которой могут лежать 3 шара потенциально):

$$C_5^3 = \frac{5!}{3!2!} = \frac{4 \cdot 5}{2} = 10.$$

$$\Rightarrow \text{Вероятность: } k_5 = \frac{10}{C_n^3}.$$

③ Для 6 выбранных коробок:

$$C_6^3 = \frac{6!}{3!3!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6}{6} = 20.$$

$$\Rightarrow \text{Вер-ть: } k_6 = \frac{20}{C_n^3}$$

$$\frac{k_6}{k_5} = \frac{20}{10} \cdot \frac{C_n^3}{C_n^3} = 2$$

Ответ: в 2 раза.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓ 5.

① Пусть a_k - арифм. прогрессия, b - её шаг.

Тогда $\{a_5; a_6\}$ и $\{a_3; a_8\}$ корни ур-н соответственно.

~~Пусть $a_5 = a_3 + 2b$~~ $a_3 = a_5 - 2b; a_8 = a_6 + 2b$

обр-н

$\Leftrightarrow a_5 + a_6 = a_3 + a_8$

По в. Виета: если корни сум-т, то:

② $(ax^2 + bx + c = 0)$ их произв-е $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$

$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$

$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$

т.к. $a_5 + a_6 = a_3 + a_8$:

$\frac{a^2 - a}{1} = \frac{a^3 - a^2}{4}$

1) $a = 0$

$4a - 4 = a^2 - a$
 $a^2 - 5a + 4 = 0$

$\begin{cases} a = 0 & (1) \\ a = 1 & (2) \\ a = 4 & (3) \end{cases}$

2) $a = 1$ 3) $a = 4$

т.к. АП невоз-на: (4) $a_3 < a_5 < a_6 < a_8$!

③ (1): $a = 0$

$\begin{cases} a_5 \cdot a_6 = a - 5 \\ a_5 + a_6 = a^2 - a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_5 \cdot a_6 = -5 \\ a_5 + a_6 = 0 \end{cases} \Rightarrow a_5^2 + a_5 a_6 = 0$

$\frac{2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4}{4} = \frac{-4}{4} = -1$

$a = 0$ - не подходит.

$\begin{cases} a_5 = -5\sqrt{5} \\ a_8 = 5\sqrt{5} \end{cases}$

(4) $\begin{cases} a_5^2 = 5 \\ a_5 = -\sqrt{5} \\ a_6 = \sqrt{5} \end{cases}$

$a_3 \cdot a_8 = -25 \cdot 5 = -125$

$b = 2\sqrt{5}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7



СТРАНИЦА

2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 5.

(2): $Q = 1$.

$$\begin{cases} a_5 \cdot a_6 = Q - 5 \\ a_5 + a_6 = Q^2 - Q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_5 \cdot a_6 = -4 \\ a_5 + a_6 = 0 \end{cases}$$

$$a_5^2 + a_5 a_6 = 0$$

$$a_5^2 = 4$$

(4) $\begin{cases} a_5 = -2 \\ a_6 = 2 \end{cases} \Rightarrow b = 4 \Rightarrow \begin{cases} a_3 = -10 \\ a_8 = 10 \end{cases}$

$$\frac{2a^4 + 2a^2 + a^6 - 4}{4} = \frac{2 + 2 - 1 - 4}{4} = -\frac{1}{4}$$

$\frac{a_3 \cdot a_8}{\cancel{100}} = \frac{-10 \cdot 10}{\cancel{100}} = \frac{-100}{\cancel{100}} \Rightarrow \oplus \Rightarrow Q = 1$ — не подходит.

(3): $Q = 4$:

$$\begin{cases} a_5 \cdot a_6 = Q - 5 \\ a_5 + a_6 = Q^2 - Q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_5 a_6 = -1 \\ a_5 + a_6 = 12 \end{cases}$$

$$a_5^2 + a_5 a_6 - 12a_5 = 0$$

$$a_5^2 - 12a_5 - 1 = 0$$

$$D = 144 + 4 \cdot 1 \cdot 1 = 148$$

$$a_5 = \frac{12 \pm \sqrt{148}}{2} = 6 \pm \sqrt{37} \Rightarrow \begin{cases} a_5 = 6 - \sqrt{37} \\ a_6 = 6 + \sqrt{37} \end{cases} \Rightarrow b = 2\sqrt{37}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_3 = 6 - 5\sqrt{37} \\ a_8 = 6 + 5\sqrt{37} \end{cases}$$

$$\frac{2a^4 + 2a^2 + a^6 - 4}{4} = \frac{2 \cdot 4^4 + 2 \cdot 4^2 - 4^6 - 4}{4} =$$

$$= 2 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4 - 4^5 - 1 = 128 + 8 - 1024 - 1 = -889$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 5.

$$\ominus 136 - 1025 = -889.$$

$$a_3 \cdot a_8 = \frac{(6-5\sqrt{37})(6+5\sqrt{37})}{\cancel{1444}} = \frac{36-25 \cdot 37}{\cancel{1444}} = \frac{36-925}{\cancel{1444}} = -889.$$

$\Rightarrow a=4$ — подходит.

Ответ: $a=4$.

Заметим, что при выборе ~~а~~ значений для a_5 и a_6 ~~кажд~~ не имеет смысла рассматривать оба случая, так как в обоих случаях $a_3 \cdot a_8 = (a_5 - 26)(a_6 + 26)$, что приведет к тому же результату.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

$a=0? k=0?$

Произв-е корней:

$$a_5 \cdot a_6 = k^2 - \frac{b^2}{4}$$

$$a_3 \cdot a_8 = k^2 - \frac{b^2}{4}$$

$$\begin{array}{l|l} a=4/a=1/a=0 & a_5+a_6=4 \\ k=2/k=0,5/k=0 & a_5+a_6=1. \end{array}$$

$$\begin{cases} a_5 \cdot a_6 = -1 \\ a_5 + a_6 = 4^2 - 4 = 12 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad a_5 &= 2 - \sqrt{5} & a_3 &= 2 - \sqrt{5} \\ a_6 &= 2 + \sqrt{5} & a_8 &= 2 + \sqrt{5} \\ \text{мод.} &= 2\sqrt{5} \\ \frac{2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4}{4} &= a_3 \cdot a_8 \end{aligned}$$

$$a=4 \Rightarrow a_5 \cdot a_6 = -1$$

$$a_5 = 6 - \sqrt{37} \quad a_6 = 6 + \sqrt{37}$$

$2\sqrt{37}$ - мод.

$$a_3 = 6 - 5\sqrt{37}; \quad a_8 = 6 + 5\sqrt{37}$$

$$a_3 \cdot a_8 = 36 - 25 \cdot 37 = -925 + 36 = -889$$

$$\frac{2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4}{4} = \frac{2 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4 - 4^6 - 4}{4} = \frac{128 + 8 - 4096 - 4}{4} = \frac{-4064}{4} = -1016$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ + 37 \\ 175 \\ 75 \\ \hline 925 \end{array}$$

$$a=4$$



$$\begin{array}{r} 3999 \\ \times 9999 \\ \hline 35991 \\ 359910 \\ 3599100 \\ 35991000 \\ \hline 39980001 \end{array}$$

$$\begin{aligned} a_5^2 + a_5 a_6 - 4a_5 &= 0 \\ a_5^2 - 4a_5 - 1 &= 0 \end{aligned}$$

$$D = 16 + 4 \cdot 1 \cdot 1 = 20$$

$$a_5 = \frac{4 \pm \sqrt{20}}{2} = 2 \pm \sqrt{5}$$

$$\begin{cases} a_5 a_6 = -1 \\ a_5^2 + a_5 a_6 - 12a_5 = 0 \end{cases}$$

$$a_5^2 - 12a_5 - 1 = 0$$

$$D = 144 + 4 \cdot 1 \cdot 1 = 148$$

$$a_5 = \frac{12 \pm \sqrt{148}}{2}$$

$$= 6 \pm \sqrt{37}$$

$$-889$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a=1 \Rightarrow \begin{cases} a_5 \cdot a_6 = -4 \\ a_5 + a_6 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -a_5 = -4 \\ a_5 = -a_6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_5 = -2 \\ a_6 = 2 \end{cases}$
 черновик 2
 мер -4.

$\frac{2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4}{4} \xrightarrow{a=1} \frac{2+2-1-4}{4} = -\frac{1}{4}$
 $\begin{cases} a_3 = -10 \\ a_8 = 10 \end{cases}$

$\frac{a_3 \cdot a_8}{4} = \frac{-100}{4} = -25$ (X)

$a=0: \begin{cases} a_5 \cdot a_6 = -5 \\ a_5 + a_6 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -a_5^2 = -5 \\ a_5 = -\sqrt{5} \\ a_6 = \sqrt{5} \end{cases}$

$\frac{-1}{4} \xrightarrow{a=0} \frac{-4}{4} = -1$
 $\begin{cases} a_3 = 0 - 5\sqrt{5} \\ a_8 = 0 + 5\sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow \frac{a_3 \cdot a_8}{4} = \frac{-25 \cdot 5}{4} = -\frac{125}{4} \neq -1$
 (X)
 (X)

$\sim 2 \cdot n = 99 \dots 99$
 40.000

$n = 11 \dots 11 \cdot 9$
 40.000

$(9 \cdot 10^{99999} + 9 \cdot 10^{99998} + \dots + 9 \cdot 10^1 + 9)^3 =$

a

$n^3 = ?$

$\begin{array}{r} 121 \\ \times 121 \\ \hline 121 \\ 121 \\ 121 \\ \hline 1331 \end{array}$

$\begin{array}{r} 99 \\ \times 99 \\ \hline 891 \\ 891 \\ \hline 9801 \end{array}$

$\begin{array}{r} 9801 \\ \times 99 \\ \hline 88209 \\ 88209 \\ \hline 970299 \end{array}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

$$\sim 5. \quad x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$$

$$x_1 \leq x_2$$

корни - 5 и 6 члены АН.

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$

$$x_3 \leq x_4$$

корни - 3 и 8 члены этой АН?

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$$

$$x_2 - x_1 = \sqrt{D_1} = \text{---}$$

$$D_1 = (a^2 - a)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (a - 5)$$

$$x_4 - x_3 = \sqrt{D_2} = 5m.$$

$$D_1 = a^4 - 2a^3 + a^2 - 4a + 20$$

$$5\sqrt{D_1} = \sqrt{D_2}$$

$$x_{1,2} = \frac{a^2 - a \pm \sqrt{D_1}}{2}$$

$$25D_1 = D_2$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$

$$D_2 = (a^3 - a^2)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4) = a^6 - 2a^5 + a^4 - 32a^4 - 32a^2 + 16a^6 + 64 = 17a^6 - 2a^5 - 31a^4 - 32a^2 + 64$$

$$25a^4 - 50a^3 + 25a^2 - 100a + 500 = 17a^6 - 2a^5 - 31a^4 - 32a^2 + 64$$

$$17a^6 - 2a^5 - 56a^4 + 50a^3 - 57a^2 + 100a - 436 = 0$$

$a=0$:

b -член, a_1 - первый член АН.

~~a_1~~

$$k = \frac{a_5 + a_6}{2}$$

$$a_5 = k - \frac{b}{2}$$

$$a_6 = k + \frac{b}{2}$$

$$a_3 = k - \frac{5b}{2}$$

$$a_8 = k + \frac{5b}{2}$$

$$\begin{cases} x^2 - 5 = 0 \\ 4x^2 - 4 = 0 \end{cases}$$

$$x = \pm\sqrt{5}$$

$$x = \pm 1$$

$$\text{---}$$

$$a = 2k$$

$$\begin{cases} k = 2 \\ k = 0,5 \end{cases}$$

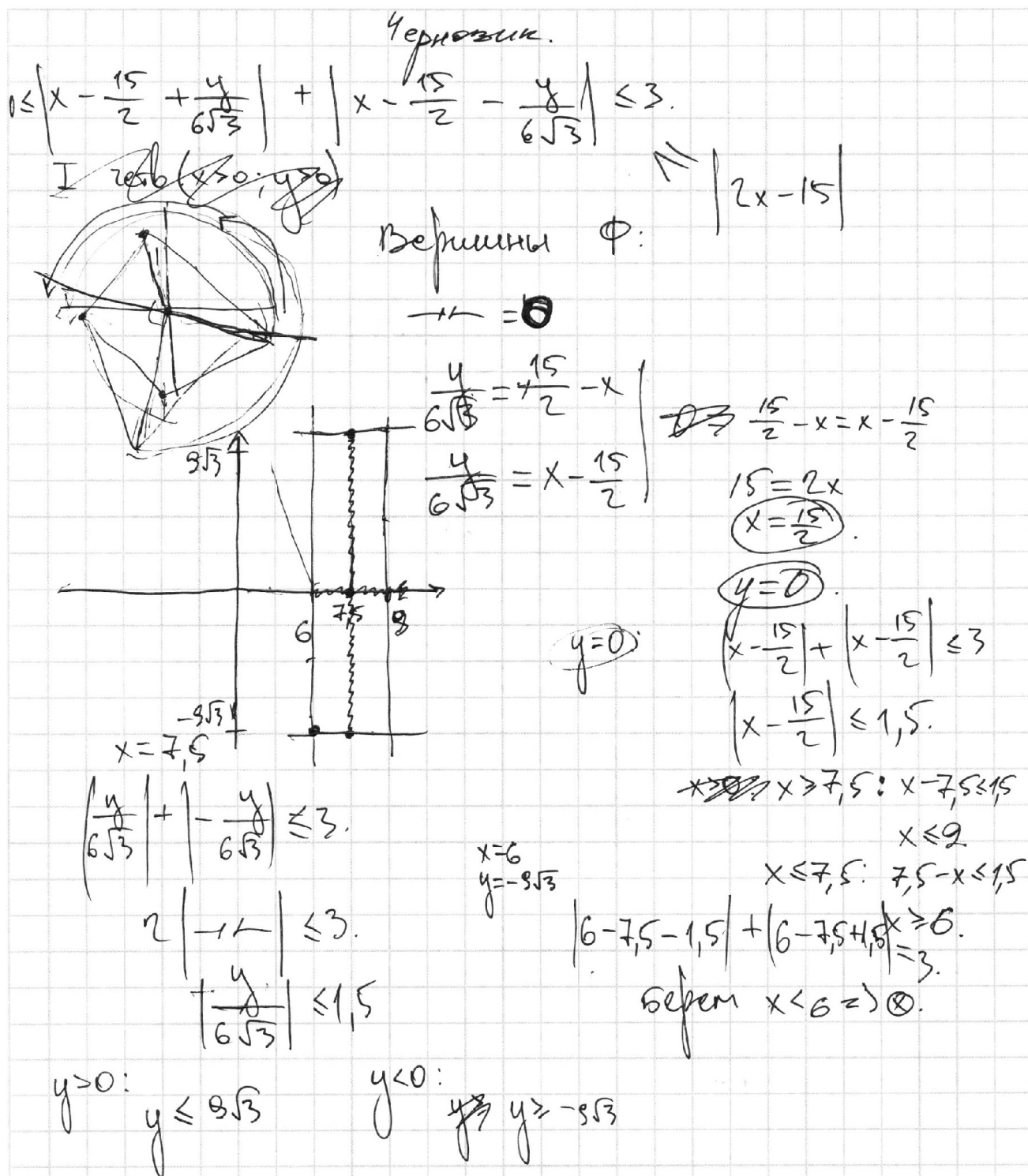
Суммы равны: $a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{4}$

$$a \neq 0: 4a - 4 = a^2 - a$$

$$a^2 - 5a + 4 = 0$$

$$\begin{cases} a = 4 \\ a = 1 \end{cases}$$

мне не то, что мер в к^н коробке $\left(\frac{3}{n}\right)$. *не мер в коробке?*





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a+b-\sqrt{a^2+b^2}$
 $m\sqrt{2} = \sqrt{a^2+b^2} + a+b-c$
 $(\sqrt{a^2+b^2})^2 = a^2+b^2$
 $(a+b-\sqrt{a^2+b^2})^2 = a^2+b^2$
 $a^2+b^2-2a\sqrt{a^2+b^2}+2ab = a^2+b^2$
 $-2a\sqrt{a^2+b^2}+2ab = 0$
 $a\sqrt{a^2+b^2} = ab$
 $\sqrt{a^2+b^2} = b$
 $a^2+b^2 = b^2$
 $a^2 = 0$
 $a = 0$

$k = a+b-\sqrt{a^2+b^2}$
 $CD = \frac{k^2}{2} + \frac{k^2}{2} + \frac{1}{2}k(c-b) + \frac{1}{2}(c-b)^2$
 $\frac{m\sqrt{2}}{2} = \frac{a+b-c}{2}$
 $m\sqrt{2} = a+b-c$
 $\frac{20}{C^3}$
 $\frac{10}{C^3}$
 $n+2h = b$
 $m+2h = c$

$AB=BP$ $AC=CQ$
 $DP=DQ$ $\angle D=80^\circ$
 $a-\frac{m\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ $b-\frac{m\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$
 $c-(c-a+c-b) =$
 $= c-c+a-c+b =$
 $= b-a+b-c =$
 $= a+b-\sqrt{a^2+b^2}$
 $b-(a+b-c) =$
 $= -a+c =$
 $= c-a$
 $180-3=540$
 $180(80-d) = 80+d$
 $180d$

$\sim 4. \frac{5}{n} \frac{6}{n}$
 $\frac{20}{C^3}$
 $\frac{10}{C^3}$
 $n+2h = b$
 $m+2h = c$

□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □

$$C_n^3 = \frac{n!}{(n-3)! \cdot 3!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)}{6}$$

← способов положить 3 шара

$$C_n^5 = \frac{n!}{(n-5)! \cdot 5!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot (n-4)}{120}$$

← способов выбрать 5 шаров

$$C_5^3 = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = 10$$

← исходов из 5 выбранных

$$C_6^3 = \frac{6!}{3! \cdot 3!} = 20$$

← из 6 —



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 = z(z+3)$$
$$z = 3+x$$

Черновик.

$$x^2 = (3+x)(6+x)$$
$$x^2 = 18 + 3x + 6x + x^2$$
$$9x + 18 = 0$$
$$x = -2 \Rightarrow z = 1$$
$$y = -2$$

$$x^2 + 2xz + 2z = 4 + 2 \cdot (-2) \cdot 1 + 2 \cdot 1 = -2$$

N 2. w : в записи - 40000 "8". $w \in \mathbb{N}$
 w^3 : в записи - ? "8".

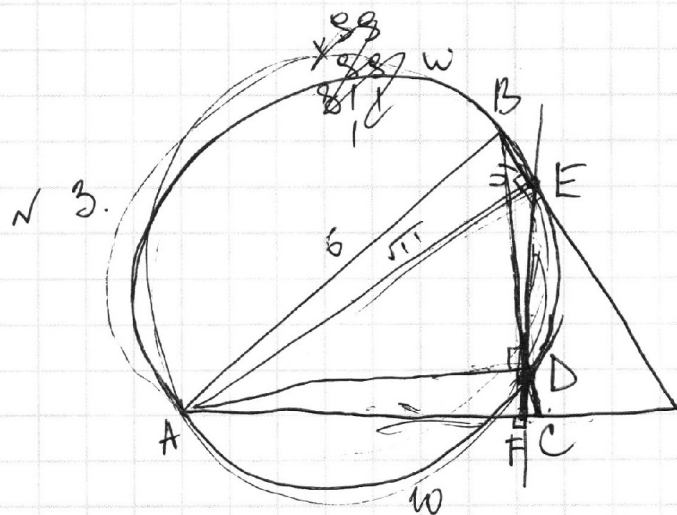
$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 18 \\ \hline 171 \\ + 180 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$8^3 = 81 \cdot 9 = 729$$
$$\begin{array}{r} 81 \\ \times 81 \\ \hline 819 \\ + 8100 \\ \hline 8281 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 91 \\ \times 81 \\ \hline 819 \\ + 8100 \\ \hline 8281 \end{array}$$

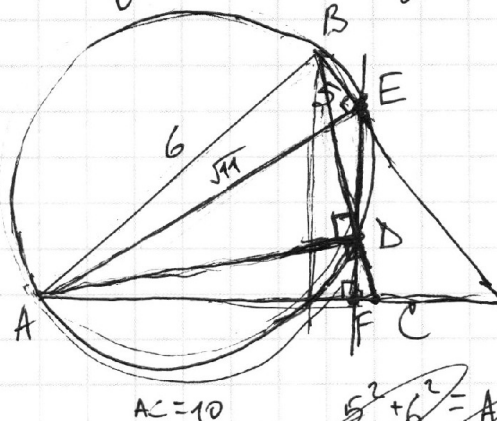
$$\begin{array}{r} 8281 \\ \times 81 \\ \hline 8281 \\ + 82810 \\ \hline 753571 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 753571 \mid 81 \\ \underline{728} \\ 255 \\ \underline{782} \\ 737 \\ \underline{728} \\ 91 \\ \underline{91} \\ 0 \end{array}$$



$$AF^2 + EF^2 = 11$$

$$AF \cdot AC =$$



$$5^2 + 6^2 = AE^2$$
$$AE = \sqrt{11}$$
$$AE = \sqrt{6^2 - 5^2} = \sqrt{11}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

~ 1.

~~$xy + yz$~~

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases}$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = ?$$

*система имеет
хотя бы 1 решение
при $\{x, y, z\} \neq 0$*

$$xy + yz + zx = 3(x + y + z) + x^2 + y^2 + z^2$$

$$-1 = \underbrace{x^2 + 3x + 9}_{yz} + \underbrace{y^2 + 3y + 9}_{zx} + \underbrace{z^2 + 3z + 9}_{xy} = xy + yz + zx + 27$$

$$\frac{x}{z} = \frac{z}{x} \frac{3+z}{3+x}$$

$$\frac{y}{z} = \frac{z}{y} \frac{3+z}{3+y}$$

$$\begin{cases} xy = z(3+z) \\ yz = x(3+x) \\ xz = y(3+y) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3+z = \frac{xy}{z} \\ 3+x = \frac{yz}{x} \\ 3+y = \frac{xz}{y} \end{cases}$$

$$y(x-z) = 3(z-x) + z^2 - x^2$$

$$y(x-z) = (x-z)(-3 - (x+z)) \quad (x \neq z)$$

$$y = -x - z - 3$$

$$xy + yz + xz =$$

$$\begin{cases} -4 = x + z + 3 \\ -4 = y + x + 3 \\ -4 = y + z + 3 \end{cases}$$

$$x + y + z = -3$$

$$\begin{cases} xz = 3y + y^2 \\ \frac{xz}{y} = 3 + y \end{cases}$$

$$3 + z = -x - y = \frac{xy}{z}$$

$$x + y = -\frac{xy}{z}$$

$$xz + yz = -xy$$

$$xy = -xz - yz \quad \text{①} \Rightarrow \text{②7} \quad \text{при } x \neq y \neq z$$

БОО! $x=y$:

$$\begin{cases} x^2 = 3z + z^2 \\ xz = 3x + x^2 \\ 2xz = 3x + x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = 3z + z^2 \\ z = 3 + x \\ z = 3 + x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = z(3+z) \\ z = 3 + x \end{cases}$$