



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?

3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.

4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.

6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leq 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.

7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

21

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 & (1) \\ yz = -6x + x^2 & (2) \\ zx = -6y + y^2 & (3) \end{cases}$$

(1) - (2):

$$xy - yz = -6z + z^2 + 6x - x^2$$

$$y(x - z) = 6(x - z) - (x^2 - z^2)$$

$$y(x - z) = 6(x - z) - (x - z)(x + z)$$

1) $x - z = 0 \quad x = z$

$$xy = -6x + x^2 \quad (1) \quad x \neq 0 \Rightarrow y = -6 + x = x - 6$$

$$x^2 = -6y + y^2 \quad (3)$$

$$x^2 = (x - 6)^2 - 6(x - 6)$$

$$x^2 = x^2 - 12x + 36 - 6x + 36$$

$$18x = 36 \cdot 2$$

$$x = 4 = z$$

$$y = 4 - 6 = -2$$

Проверка: $(4; -2; 4)$:

$$-8 = -24 + 16$$

$$-8 = -24 + 16$$

$$16 - 8 = 12 + 4$$

$$(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2 =$$

$$= (4 - 6)^2 + (-2 - 6)^2 + (4 - 6)^2 =$$

$$= 4 + 64 + 4 = 72$$

- верно

2) $y = 6 - x - z \quad z = 6 - x - y$

$$\begin{cases} y(6 - x - y) = -6x + x^2 & (2) \\ (6 - x - y)x = y^2 - 6y & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6y - xy - y^2 = -6x + x^2 \\ 6x - x^2 + xy = y^2 - 6y \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 - 6x - 6y + xy = 0$$

$$(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2 =$$

$$= (x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (6 - x - y - 6)^2 =$$

$$= x^2 - 12x + 36 + y^2 - 12y + 36 + x^2 + y^2 + 2xy =$$

$$= 2(x^2 + y^2 - 6x - 6y + xy) + 2 \cdot 36 = 0 + 2 \cdot 36 = 72$$

Ответ: 72



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}| + |y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}| \leq 8$$

$$|-y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}| + |-y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}| \leq 8.$$

$$|y + 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}| + |y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}| \leq 8$$

$$n = \underbrace{111 \dots 111}_{20.001} \cdot 9$$

$$n^3 = 111 \dots 11^3 \cdot 9^3 =$$

$$= 243 \cdot 111 \dots 11^3 - \text{девять}$$

цел содержит

Ответ: 0

$$\begin{array}{r} 999 \dots 99 \\ \times 999 \dots 99 \\ \hline \end{array}$$



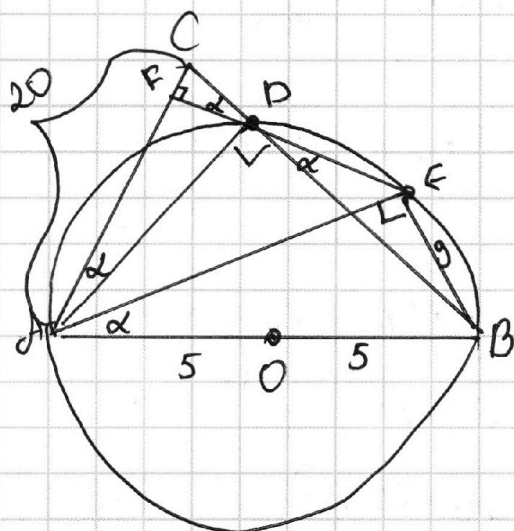
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3



$$AC=20 \quad AB=10 \quad BE=9$$

$$AO=OB=\frac{AB}{2}=5$$

$$\angle AEB=90^\circ \text{ (опер на диаметр)}$$

$$\angle ADB, \angle EAB=\alpha=\angle BDE \text{ (опер на BE)}$$

$$\angle EDB=\angle FDC=\alpha \text{ (верт)}$$

$$\angle FCD=90^\circ-\alpha \Rightarrow \angle CAD=\alpha \text{ (}\angle CDA=90^\circ\text{)}$$

$$\frac{EB}{AB} = \sin \alpha = \frac{9}{10}, \cos \alpha > 0 \text{ (т.к. нах. в прямоуг. } \Delta \text{)}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{9^2}{10^2}} = \frac{1}{10}$$

$$= \sqrt{\frac{10^2 - 9^2}{10^2}} = \frac{\sqrt{19}}{10}$$

$$\text{Пусть } \sin \alpha = \frac{9}{10} = \frac{FD=9x}{AD=10x}$$

$$AF = \sqrt{(10x)^2 - (9x)^2} = \sqrt{19}x$$

$$\tan \alpha = \frac{CF}{FD} = \frac{9}{\sqrt{19}} = \frac{CF}{9x} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$CF = \frac{81x}{\sqrt{19}}$$

$$CF + AF = 20 \quad \sqrt{19}x + \frac{81x}{\sqrt{19}} = 20 \quad | \cdot \sqrt{19}$$

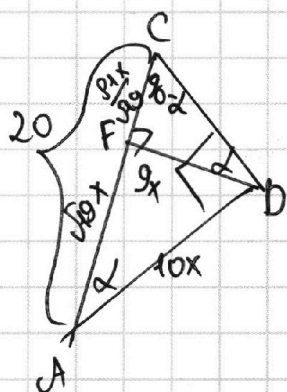
$$19x + 81x = 20\sqrt{19}$$

$$100x = 20\sqrt{19}$$

$$x = \frac{20\sqrt{19}}{100} = \frac{\sqrt{19}}{5}$$

$$AF = \sqrt{19}x = \frac{\sqrt{19} \cdot \sqrt{19}}{5} = \frac{19}{5}$$

$$\text{Ответ: } \frac{19}{5}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☒☐☐☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{C_{n-3}^6}{C_n^9} = \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)(n-8)}{6!}$$

$$C_n^9 = \frac{n \cdot (n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)(n-8)}{9!}$$

$$= \frac{1}{6!} \cdot \frac{n(n-1)(n-2)}{9!} = \frac{9!}{6! n(n-1)(n-2)}$$

Вероятность
увеличится в: $\frac{9!}{6! \cdot n(n-1)(n-2)} : \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{n(n-1)(n-2)} =$
 $= \frac{9!}{6! \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9}{3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{4 \cdot 3}{5} = \frac{12}{5} \text{ раза}$

Ответ: $\frac{12}{5}$ раза
 $= \frac{7 \cdot 8 \cdot 9}{3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{6 \cdot 7}{5} = \frac{42}{5} \text{ раза}$

Ответ: $\frac{42}{5}$ раза



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

24

1) 5 коробок. Пусть всего коробок n штук.

Многоспособов выбрать 5 коробок: $C_n^5 =$

$$= \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot (n-4)}{5!} \quad \begin{array}{l} \text{(сначала выбираем} \\ \text{одну из } n \text{ коробок, потом из } (n-1) \dots \\ \dots \text{ из } (n-4), \text{ делим на } 5!, \text{ т.е.} \\ \text{порядок выбора не важен)} \end{array}$$

Выигрыш наступает,
когда мы берём именно 3 коробки с шариками
и любые две из остальных: $C_{n-3}^2 = \frac{(n-3)(n-4)}{2!}$

Вероятность: $\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{\frac{(n-3)(n-4)}{2!}}{\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{5!}} =$

$$= \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{n(n-1)(n-2)} = \frac{(n-3)(n-4)}{2!} \cdot \frac{5!}{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)} =$$
$$= \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{n(n-1)(n-2)}$$

2) 9 коробок.

Способов выбрать 9 коробок: $C_n^9 =$

Выигрыш наступает, когда мы берём именно
3 коробки с шариками, а любые 6 из остальных:
 $(n-3)$

$$\Rightarrow C_{n-3}^6$$

Вероятность: $\frac{C_{n-3}^6}{C_n^9} = \frac{(n-3)(n-2)(n-1)}{C_n^9}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 &= 0 & x_1 \text{ и } x_2 \\ 5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 &= 0 & x_3 \text{ и } x_4 \end{aligned} \quad \text{— корни}$$

Пусть b — первый член ариф. прогр., тогда

d — разность

$$x_1 = b + 5d \quad x_2 = b + 6d \quad x_3 = b + 4d \quad x_4 = b + 7d$$

По т. Виета: $x_1 + x_2 = a^2 - 4a = 2b + 11d$

$$x_3 + x_4 = \frac{a^3 - 4a^2}{5} = 2b + 11d \Rightarrow$$

$$a^2 - 4a = \frac{a^3 - 4a^2}{5}$$

$$5a^2 - 20a = a^3 - 4a^2$$

$$a^3 - 9a^2 + 20a = 0$$

$$a(a^2 - 9a + 20) = 0$$

$$a(a - 5)(a - 4) = 0$$

1) $a = 0$ $x^2 - 0 \cdot x + 4 = 0$
 $x^2 + 4 = 0$

$x^2 = -4$ — нет реш. $a = 0$ — не подх.

2) $a = 4$ $x^2 - 6 \cdot 4 + 4 = 0$ $x^2 - 20 = 0$ $x = \pm \sqrt{20}$

$$5x^2 - (4^3 - 4^2)x - 2 \cdot 4^3 - 6 \cdot 4 - 15 = 0$$

$$5x^2 = 2 \cdot 64 + 24 + 15 = 167$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{167}{5}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (4^2 - 4)x + 4^2 - 6 \cdot 4 + 4 = 0$$

$$5x^2 - (4^2 - 4^2)x - 2 \cdot 4^2 - 6 \cdot 4 - 15 = 0$$

$$x^2 + 20 - 24 = 0 \quad x^2 - 4 = 0 \quad x = \pm 2.$$

$$5x^2 - 167 = 0 \quad x = \pm \sqrt{\frac{167}{5}}$$

Удобн:

$$-\sqrt{\frac{167}{5}}, -2, 2, \sqrt{\frac{167}{5}}$$

$$\sqrt{\frac{167}{5}}, 2, -2, -\sqrt{\frac{167}{5}}$$

Возрас: $-\sqrt{\frac{167}{5}}, -2, 2, \sqrt{\frac{167}{5}}$ — очевидно, тогда = 4 — не подх.

$$3) a = 5$$

$$25 - 30 + 4$$

$$x^2 - (5^2 - 4 \cdot 5)x + 5^2 - 6 \cdot 5 + 4 = 0$$

$$x^2 - 5x - 1 = 0$$

$$D = 25 + 4 = 29$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{29}}{2}$$

$$5x^2 - (5^2 - 4 \cdot 5^2)x - 2 \cdot 5^2 - 6 \cdot 5 - 15 = 0$$

$$5x^2 - 25x - 195 = 0$$

$$x^2 - 5x - 39 = 0$$

$$D = 25 + 4 \cdot 39 = 181$$

$$x^2 - 5x - 59 = 0$$

$$D = 25 + 4 \cdot 59 = 261 = 9 \cdot 29$$

$$x_1 = \frac{5 + 3\sqrt{29}}{2}$$

$$x_2 = \frac{5 - 3\sqrt{29}}{2} \quad \text{или:}$$

$$\frac{5 - 3\sqrt{29}}{2}, \frac{5 - \sqrt{29}}{2}, \frac{5 + \sqrt{29}}{2}, \frac{5 + 3\sqrt{29}}{2}$$

в порядке убывания, тогда

$$d = 2\sqrt{29}$$

$$\text{Ответ: } a = 5$$

$$= \sqrt{64 \cdot 3 + 24^2} = \sqrt{64(3 + 9)} = \sqrt{64 \cdot 12} =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Площадь складывается из всего
кольца от CD до $A'B'$ и частей
прямоугольника, которые не выключены
в кольцо.

$$S_{\text{сектора } DOA'} = \frac{\pi \cdot (8\sqrt{7})^2}{360} \cdot \arccos\left(\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$$

$$S_{\text{сектора } COA'} = \frac{\pi \cdot (16\sqrt{3})^2}{360} \cdot 120^\circ$$

$$\pi \cdot (16\sqrt{3})^2 - \pi \cdot (8\sqrt{7})^2 + \left(\frac{\pi \cdot (8\sqrt{7})^2}{360} \cdot \arccos\left(\frac{4\sqrt{3}}{7}\right) - \frac{\pi \cdot (16\sqrt{3})^2 \cdot 120^\circ}{360} \right)$$

$$T = \frac{1}{2} \cdot 16\sqrt{3} \cdot 16$$

$$2T = 256\sqrt{48}$$

Вся $S =$

$$256\sqrt{48} + \pi \left((16\sqrt{3})^2 - (8\sqrt{7})^2 \right) + \left(\frac{\pi \cdot (8\sqrt{7})^2}{360} \cdot \arccos\left(\frac{4\sqrt{3}}{7}\right) - \frac{\pi \cdot (16\sqrt{3})^2 \cdot 120^\circ}{360} \right)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~6

$$|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}| + |y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}| \leq 8$$

$$1) y \geq -\frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$$

$$y \geq \frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$$

$$2y - 40 \leq 8$$

$$y - 20 \leq 4$$

$$y \leq 24$$

$$2) y \leq -\frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$$

$$y \leq -\frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$$

$$40 - 2y \leq 8$$

$$20 - y \leq 4$$

$$16 \leq y$$

$$y \geq 16$$

$$3) y \geq -\frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$$

$$y \leq \frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$$

$$\cancel{y - 20} + \frac{x}{2\sqrt{3}} - \cancel{y + 20} + \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8$$

$$\frac{2x}{2\sqrt{3}} \leq 8 \quad x \leq 8\sqrt{3}$$

$$4) y \leq -\frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$$

$$y \geq \frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$$

$$\cancel{-y + 20} - \frac{x}{2\sqrt{3}} + \cancel{y - 20} - \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8$$

$$-\frac{x}{\sqrt{3}} \leq 8$$

$$\frac{x}{\sqrt{3}} \geq -8 \quad x \geq -8\sqrt{3}$$

Рисунок повернули на 180°



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Площади пересечения

$$y = -\frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$$

$$y = 24 \quad 24 = -\frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$$

$$4 = -\frac{x}{2\sqrt{3}} \quad x = -8\sqrt{3}$$

$$y = 16 \quad 16 = -\frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$$

$$-4 = -\frac{x}{2\sqrt{3}} \quad x = 8\sqrt{3}$$

Аналогично: $y = \frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$

$$y = 24 \Rightarrow x = 8\sqrt{3}$$

$$y = 16 \Rightarrow x = -8\sqrt{3}$$

Фигуру повернули на 180°



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow AD = DQ = DP \text{ (радиусы)}$$

$$\angle ADP = 2 \cdot \angle AQP = 2 \cdot 88^\circ = 176^\circ = 2 \cdot 68^\circ = 136^\circ$$

$$\angle ADP + \angle C = 136^\circ + 44^\circ = 180^\circ \Rightarrow ADPC - \text{вписан}$$

$$\angle DCP = \angle DAP = \angle DPA = \frac{180^\circ - 136^\circ}{2} = 22^\circ$$

(центр на DP)

Ответ: 22° .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$y \geq 16$.

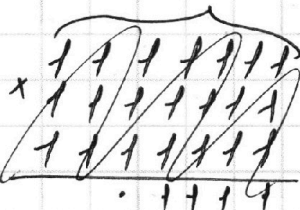
$\pi = 180^\circ$

$$n = \underbrace{9999 \dots 999}_{20.001}$$

$$n^3 = 9^3 \cdot (\underbrace{1111111}_{20.001})^3$$

$$9^3 = 243$$

20.001



$$\begin{array}{r} 20.001 \quad 20.001 \\ \times \quad 1111111 \\ \hline 1111111 \\ \times 1111111 \\ \hline 1111111 \\ \times 1111111 \\ \hline 1111111 \\ \vdots \end{array}$$

$$9^3 = 243$$

$$99^3 = 9^3 \cdot 11^3 = 243 \cdot 121 = 1331$$

$$n^3 = 9999 \dots 9^3 = 243 \cdot 1331$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ \times 121 \\ \hline 121 \\ \times 11 \\ \hline 121 \\ \times 1 \\ \hline 121 \\ \hline 1331 \end{array}$$

99

$(x_0; y_0)$

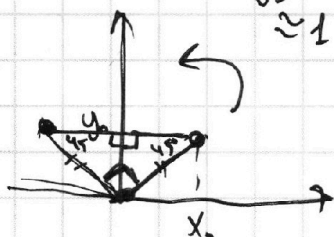
$$\begin{array}{r} 999 \\ \times 999 \\ \hline \end{array}$$

$(x_0; y_0)$

$(-y_0; x_0)$

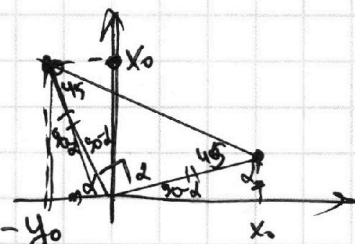
$$|y_0 - 20 + \frac{x_0}{2\sqrt{3}}| + |y_0 - 20 - \frac{x_0}{2\sqrt{3}}| \leq 8$$

$$|y_0 - 20|$$

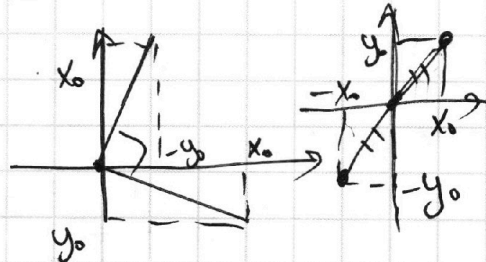


$$-\frac{1}{\sqrt{3}} + 20 \approx 19$$

$$\begin{array}{r} 243 \quad 1331 \\ \times 243 \\ \hline 3993 \\ + 5324 \\ \hline 2662 \\ \hline 323433 \end{array}$$



$$-\frac{2}{2\sqrt{3}} + 20 = -\frac{1}{\sqrt{3}} + 20$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x_1 + x_2 = a^2 - 4a$$

$$x_1 \cdot x_2 = a^2 - 6a + 4$$

$$x_3 + x_4 = \frac{a^3 - 4a^2}{5}$$

$$x_3 \cdot x_4 = \frac{-2a^3 - 6a - 15}{5}$$

$$x_1 = b + 5d$$

$$x_2 = b + 6d$$

$$x_3 = b + 4d$$

$$x_4 = b + 7d$$

$$2b + 11d = a^2 - 4a$$

$$2b + 11d = \frac{a^3 - 4a^2}{5}$$

$$a^2 - 4a = \frac{a^3 - 4a^2}{5}$$

$$5a^2 - 20a = a^3 - 4a^2$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 24 \\ \hline 500 \\ 200 \\ \hline 600 \\ - 20 \\ \hline 580 \end{array}$$

$$29 - 30 = -1$$

$$50 + 9 = 59$$

$$a = 0 \quad 5a - 20 = a^2 - 4a$$

$$a^2 - 9a + 20 = 0$$

$$D = 81 - 80 = 1$$

$$a_1 = \frac{9 + 1}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$a_2 = \frac{9 - 1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$\begin{array}{r} 112 \overline{) 4} \\ - 8 \\ \hline 32 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 112 \overline{) 16} \\ - 112 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 192 \\ \overline{) 256} \\ - 192 \\ \hline 64 \end{array}$$

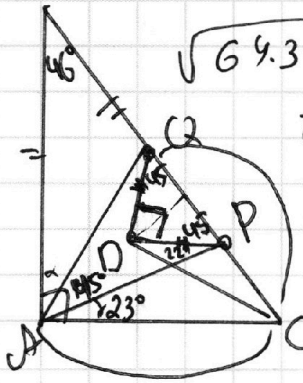
$$\begin{array}{r} 112 \overline{) 2} \\ - 112 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 180 \\ - 46 \\ \hline 134 \\ - 12 \\ \hline 122 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 2 \\ \hline 32 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 2 \\ \hline 64 \end{array}$$

$$32^2 = 64 \cdot 7 \cdot 2$$



$$\frac{64}{448} = \frac{67}{22}$$

$$= 4 \cdot 112$$

$$\alpha + \beta = 67$$

$$\beta + \delta = 68$$

$$\begin{array}{r} 261 \overline{) 29} \\ - 261 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$180 - 46 = 134$$

$$\begin{array}{r} 90 \\ - 46 \\ \hline 44 \end{array}$$

$$\frac{180 - 44}{2} = 90 - 22 = 68$$

$$\alpha + \beta + \delta = 90^\circ \quad \delta = 90 - 67 = 23$$

$$\beta = 68 - 23 = 45$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☐☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{C_n^2}{C_n^5}$$

$$\frac{C_n^6}{C_n^9} : \frac{C_n^2}{C_n^5}$$



$$\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$$

$$\frac{C_n^6}{C_n^9} : \frac{C_n^5}{C_n^2}$$

$$\frac{n \cdot (n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)}{6!}$$

$$999 = 9 \cdot 111^3$$
$$243.$$

$$\begin{array}{r} 111 \\ \times 111 \\ \hline 111 \\ 1110 \\ 11100 \\ \hline 12321 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12321 \\ \times 111 \\ \hline 12321 \\ 123210 \\ 1232100 \\ \hline 1362631 \end{array}$$

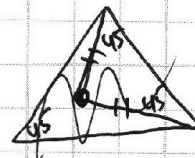
$$\begin{array}{r} 45 \\ +23 \\ \hline 68 \\ 3 \\ \times 2 \\ \hline 6 \\ +4 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$9999 \dots 999 = n$$

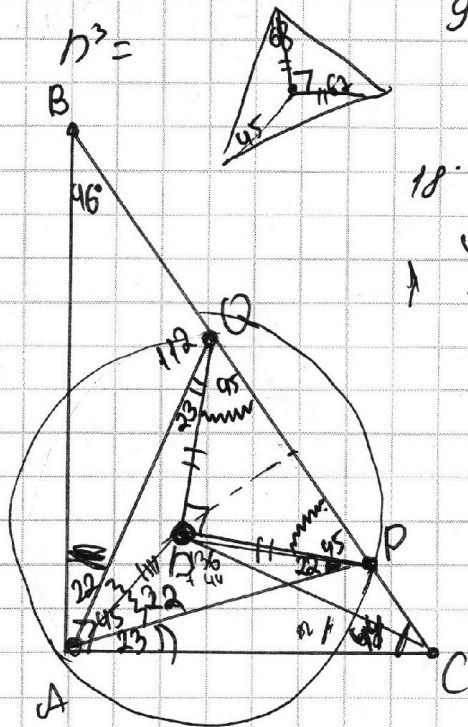
20.001 гектару

$$9999$$

$$\begin{array}{r} 1111111 \\ \times 1111111 \\ \hline 1111111 \\ 11111110 \\ 111111100 \\ 1111111000 \\ 11111110000 \\ 111111100000 \\ \hline 1111111111111 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 90 \\ -48 \\ \hline 42 \\ 90 \\ -46 \\ \hline 44 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 180 \\ -46 \\ \hline 134 \\ +46 \\ \hline 180 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 90 \\ -68 \\ \hline 22 \\ 45 \\ +23 \\ \hline 68 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ +45 \\ \hline 67 \\ \times 2 \\ \hline 134 \\ +46 \\ \hline 180 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ +23 \\ \hline 68 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 90 \\ -46 \\ \hline 44 \\ 45 \\ +23 \\ \hline 68 \\ \times 2 \\ \hline 136 \\ +44 \\ \hline 180 \end{array}$$

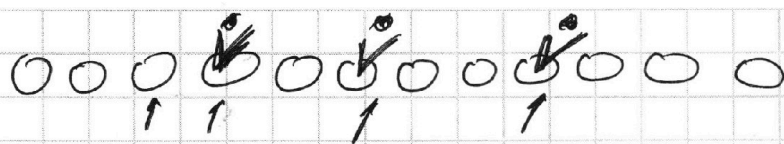


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



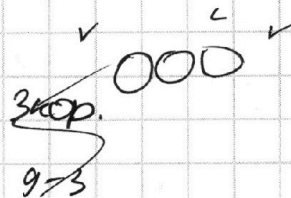
5 кораблей

$$C_n^5$$

жупных

$$C_n^2$$

$$\frac{C_n^2}{C_n^5}$$



3 кор.

$$9-3$$

...

$$9-3=6$$

9 кораблей

$$C_n^9$$

жупных

$$C_n^6$$

$$\frac{C_n^6}{C_n^9}$$

$$\frac{C_n^2}{C_n^5} \cdot \frac{C_n^9}{C_n^6} =$$

$$\frac{n(n-1)}{2} \cdot \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)(n-8)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} \cdot \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}$$

$$\frac{(n-6)(n-7)(n-8)}{(n-2)(n-3)(n-4)}$$

$$\frac{(5-2)(5-3)(5-4)}{5-6}$$

$$\frac{(n-2)(n-3)(n-4)}{(n-6)(n-7)(n-8)}$$

$$\frac{3}{15} \cdot \frac{7}{105}$$

$$\frac{(9-2)(9-3)(9-4)}{(9-6)(9-7)(9-8)}$$

$$= \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{15 \cdot 7}{4}$$

$$\frac{(10-2)(10-3)(10-4)}{(10-6)(10-7)(10-8)}$$

$$= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{56}{4}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 + z^2 - 12x - 12y - 12z + 3 \cdot 36 =$$

$$z = 6 - x - y.$$

$$y^2 - 4 \cdot 4 = 0$$

$$= (x-6)^2 + (y-6)^2 + (6-x-y-6)^2 =$$

$$= x^2 - 12x + 36 + y^2 - 12y + 36 + x^2 + y^2 + 2xy = -24 + 4$$

$$= 2x^2 + 2y^2 + 2xy - 12x - 12y + 2 \cdot 36$$

20.001 гевятку

n^3 .

$$\begin{array}{r} 64 \\ + 8 \\ \hline 72 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 27 \\ \hline 243 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ + 6 \\ \hline 24 \\ \times 9 \\ \hline 2187 \end{array}$$

$$n = \underbrace{9999 \dots 999}_{20.001 \text{ штук.}}$$

20.001 штук.

$$\begin{array}{r} 9999 \dots 99 \\ \times 9999 \dots 99 \\ \hline 9999 \dots 99 \end{array}$$

$$99^3$$

$$9^3 = 729$$

$$111 \dots 11$$

$$n^3 = 9^3 \cdot (111 \dots 11)^3$$

$$\begin{array}{r} 111 \dots 11 \\ \times 111 \dots 11 \\ \hline 111 \dots 11 \end{array}$$

$$n = 9 \cdot \underbrace{1111 \dots 111}_{20.001 \text{ штук}}$$

$$9^3 = 243$$

$$\begin{array}{r} 1111111 \\ \times 1111111 \\ \hline 1111111 \\ 1111111 \\ 1111111 \\ 1111111 \\ 1111111 \\ 1111111 \\ 1111111 \\ \hline 243 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 4 \\ \hline 64 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12333 \dots 3321 \\ \times 243 \\ \hline 36999999963 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 493333384 \\ + 666642 \\ \hline 128 \end{array}$$

$$-2 \cdot 64 - 24 - 15 =$$

$$= -128 - 24 - 15$$

$$\begin{array}{r} 128 \\ + 15 \\ \hline 143 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1111 \\ \times 1111 \\ \hline 1111 \\ 1111 \\ 1111 \\ 1111 \\ \hline 1234321 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 128 \\ + 24 \\ \hline 152 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



~~11~~

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 \\ yz = -6x + x^2 \\ zx = -6y + y^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 &= \\ &= x^2 + y^2 + z^2 + 36 \cdot 3 - 12x - 12y - 12z = 5 \end{aligned}$$

$$4^2 - 6 \cdot 4 + 4 = 20 - 24 = -4$$

$$xy - yz = -6z + 6x + z^2 - x^2$$

$$y(x-z) = 6(x-z) - (x^2 - z^2)$$

$$125 - 4 \cdot 25 =$$

$$y(x-z) = 6(x-z) - (x-z)(x+z)$$

$$= 25(5-4) = 25$$

$$1) x = 2 \quad 2) y = 6 - x - z.$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ \times 2 \\ \hline 150 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 150 \\ + 30 \\ \hline 180 \\ + 15 \\ \hline 195 \end{array}$$

$$\begin{cases} xy = -6x + x^2 \\ x^2 = -6y + y^2 \end{cases}$$

$$xy + yz + zx = -6x - 6y - 6z + x^2 + y^2 + z^2$$

$$\begin{aligned} S &= xy + yz + zx + 6x + 6y + 6z + 36 \cdot 3 - 12x - 12y - 12z = \\ &= xy + yz + zx - 6x - 6y - 6z + 36 \cdot 3 \end{aligned}$$

$$1) x = 2 \quad \begin{cases} xy = -6x + x^2 \\ x^2 = -6y + y^2 \end{cases} \quad y = -6 + x.$$

$$\begin{array}{r} 195 \\ - 15 \\ \hline 180 \end{array}$$

$$\textcircled{2} \approx 25 + 4 = 29.$$

$$x^2 = -6(-6+x) + (x-6)^2$$

$$x^2 = 36 - 6x + x^2 - 12x + 36.$$

$$18x = 36$$

$$x = 2 = 2$$

$$y = -6 + 2 = -4.$$

$$2) y \quad z = 6 - x - y.$$

$$\begin{array}{r} 39 \\ \times y \\ \hline 156 \\ + 25 \\ \hline 181 \\ + 9 \\ \hline 190 \end{array}$$

$$y(6-x-y) = x^2 - 6x$$

$$6y - xy - y^2 + x^2 - 6x = 0$$

$$x(6-x-y) = y^2 - 6y$$

$$6x - x^2 - xy = y^2 - 6y$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 6x + xy - 6y = 0 \\ x^2 + y^2 - 6x - 6y + xy = 0 \end{cases}$$

$$25 - 30 + 4 =$$

$$= 29 - 30 = -1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☐☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} \cdot \frac{C_{n-3}^6}{C_n^9} = \\ & = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} \cdot \frac{C_n^9}{C_{n-3}^6} = \frac{(n-3)(n-4)}{2} \cdot \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)(n-8)}{9!} \\ & = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{5!} \cdot \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)(n-8)}{6!} = \\ & = \frac{5! \cdot 6!}{2 \cdot 9!} = \frac{5!}{2 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{2 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9} = \\ & = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{2 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9} = \frac{5}{14 \cdot 3} = \frac{5}{42}. \end{aligned}$$

$$\left(\frac{2 \cdot 9!}{5! \cdot 6!} \right) = \frac{2 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9^3}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} = \frac{18 \cdot 7}{15} \quad 6 \cdot 7 = 42.$$

$$\begin{aligned} & \frac{5! \cdot 6!}{2! \cdot 9!} = \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} \cdot \frac{9!}{6!} = \\ & = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9^3}{2 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{6 \cdot 7}{5} = \frac{42}{5} \\ & 9^3 \cdot 111 \dots 11^3 - \text{нет девяток.} \\ & \underline{93} \quad 243 \cdot 111 \dots 11^3 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 9999 \\ 9999 \\ 9999 \\ \hline \end{array}$$

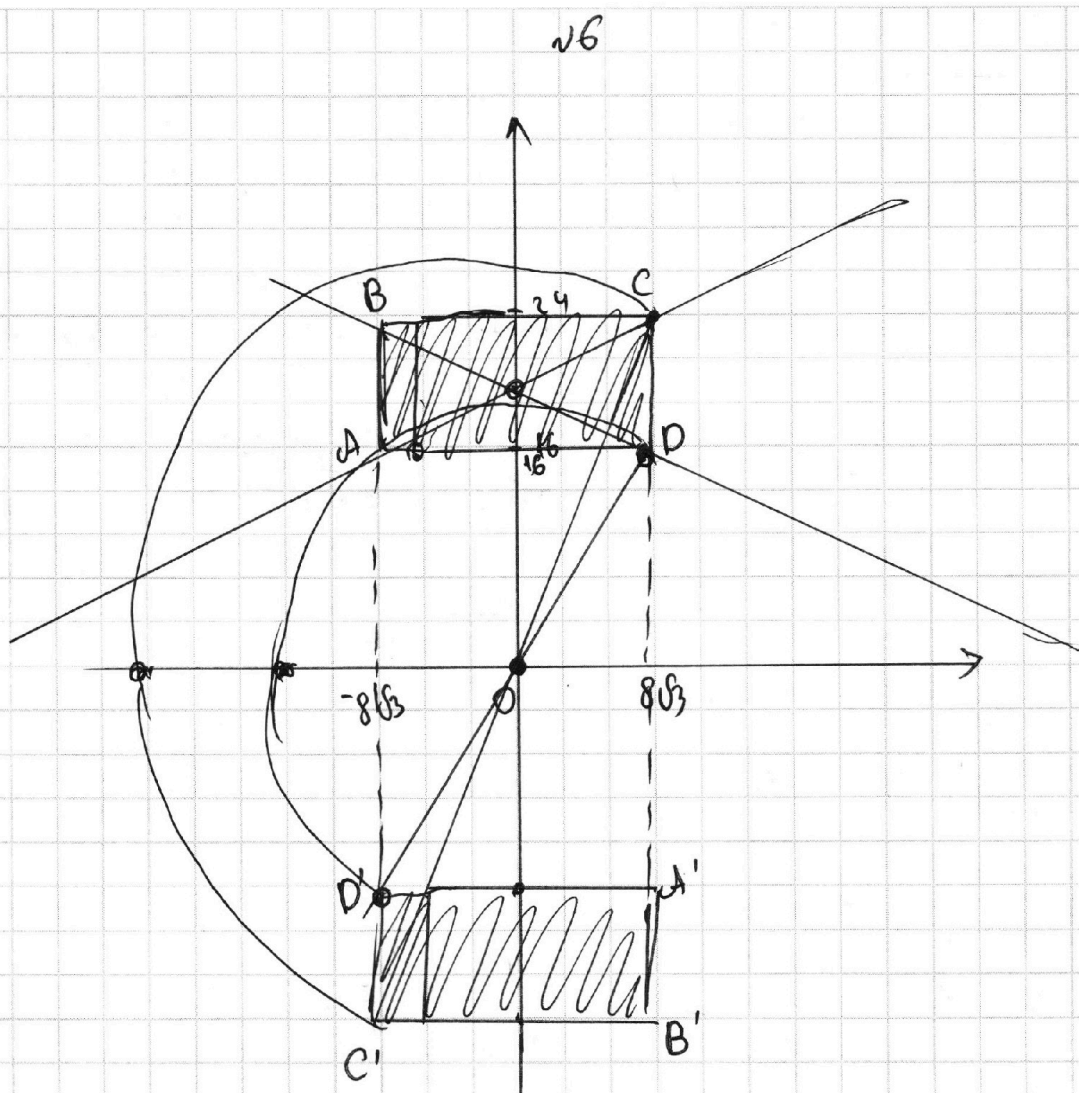


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

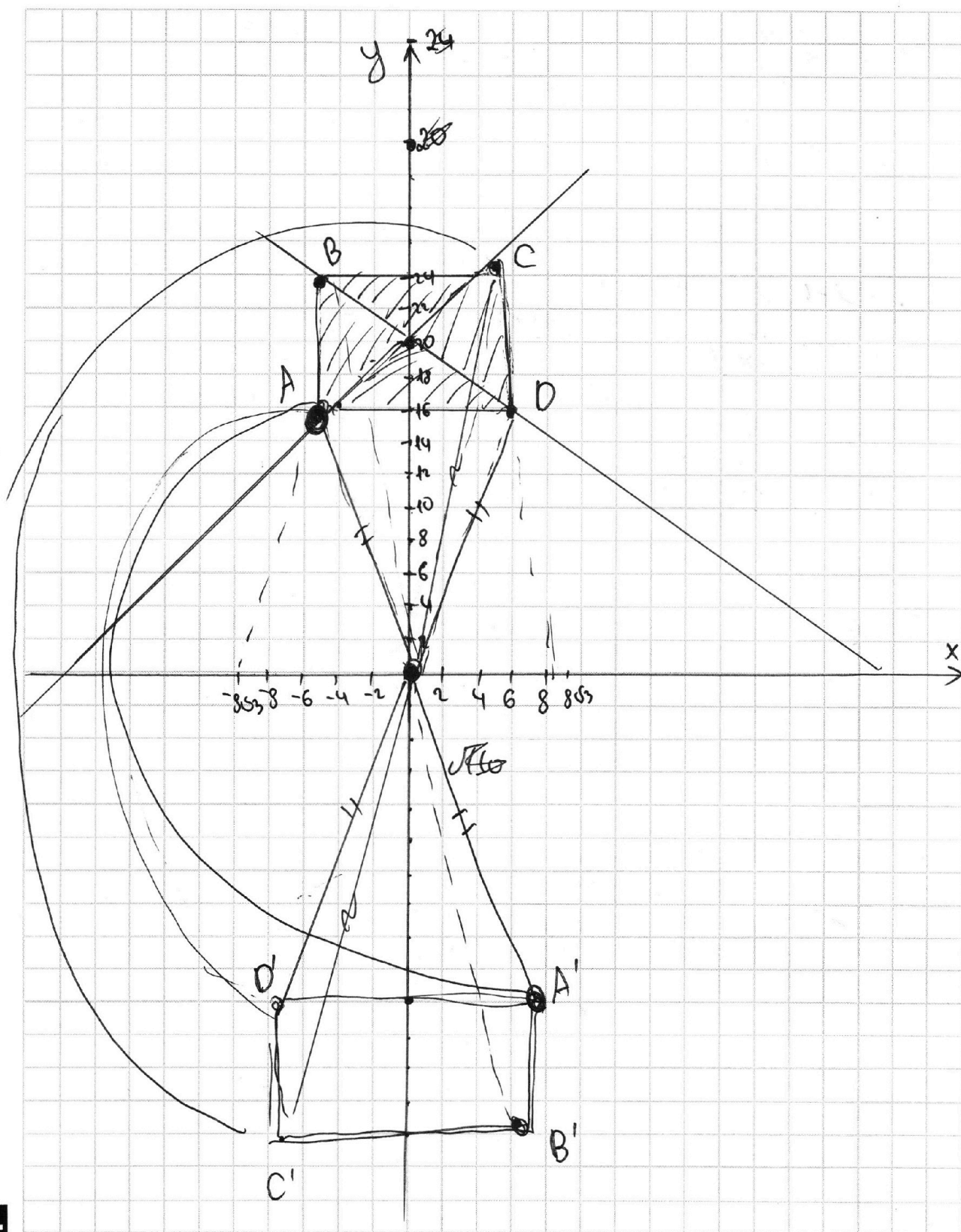
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



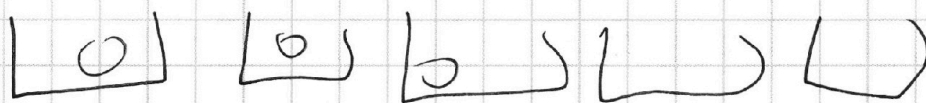


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

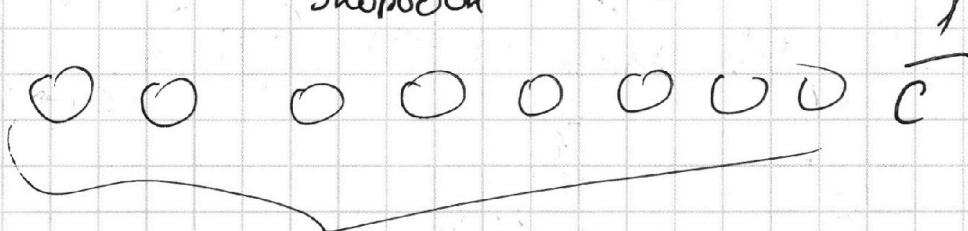
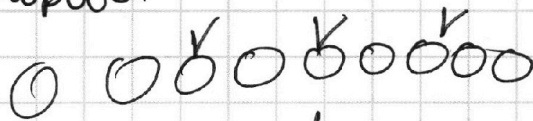


5 коробок.

9 коробок

n коробок.

9 коробок



выбираем 5 любых, нужная комбинация одна

$$\frac{C_n^5}{C_n^9} = \frac{C_n^5}{C_n^9}$$

$$\frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot (n-4)}{5!} \cdot \frac{9!}{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot (n-4) \cdot (n-5) \cdot (n-6) \cdot (n-7) \cdot (n-8)} =$$

$$= \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{(n-5) \cdot (n-6) \cdot (n-7) \cdot (n-8)}$$