



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 5

1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В телевизионной игре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пяттым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leqslant 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1.

Перепишем три уравнения в системе:

$$x^2 y^2 z^2 = xyz(z+3)(y+3)(x+3) *$$

1) Если хотя бы одна из переменных будет 0, значит и любое обозначенное будет и какая-то другая. Решение $(a; 0; b)$ и $(a; b; 0)$ вида $(0; a; b)^T$, где $a \neq 0$ и $b \neq 0$ не может быть, в таком случае в системе найдется уравнение, при подстановке значений в которое окажется, что $ab = 3 \cdot 0 + 0^2$, что неверно.

2) Решение $(0; 0; 0)$ удовлетворяет системе.

3) Решения вида $(0; 0; a)$, $(a; 0; 0)$ и $(0; a; 0)^T$ тоже удовлетворят. Несложно сообразить, что $a = -3$ во всех трех случаях.

4) Теперь про ненулевые решения. Понятное уравнение в самой начале* разделим на xyz (т.к. $x, y, z \neq 0$, можем право)

$$xyz = (x+3)(y+3)(z+3)$$

$$\cancel{xyz} = 9(x+y+z) + 3(xy+yz+xz) + 27 + \cancel{xyz}$$

$$3(x+y+z) + (xy+yz+xz) + 9 = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заменили xz , xz и yz на соответствующие им выражения согласно системе:

$$3(x+y+z) + 3z + z^2 + 3y + y^2 + 3x + x^2 + 9 = 0 \quad | +18$$

$$(z^2 + 3z + 9) + (3x + x^2 + 9) + (3y + y^2 + 9) = 18$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 18$$

Однозначное значение требуемого выражения для критических решений.

Две решения ~~виде~~ $(0;0;-3)$, $(0;-3;0)$, $(-3;0;0)$
значение выражения будет $(-3+3)^2 + (0+3)^2 + (0+3)^2 =$
 $= 9+9=18$

Две решения ~~виде~~ $(0;0;0)$ значение будет
 $(0+3)^2 + (0+3)^2 + (0+3)^2 = 9+9+9=27$.

Ответ: {27;18}

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

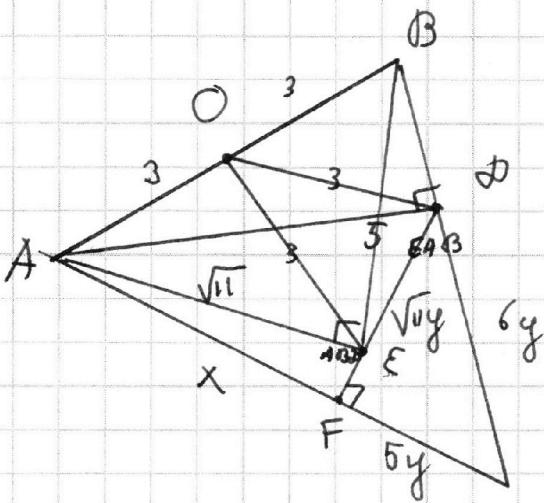


- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3.



Дано: $\triangle ABC$, окр ω ,
диаметр $\omega - AB$,
 $\omega \cap AC = \{D\}$, $F \in AC$,
 $DF \perp AC$, $E \in DF$, $E \in \omega$
 $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$
Найти AF .

Решение. С

AB - диаметр ω , значит O -центр ω и центр $\triangle ABC$.
 $AO = BO = OD = OE = 3$

$ABDE$ - вписанный четырёхугольник \Rightarrow

$\Rightarrow \angle ABD = 180^\circ - \angle ADE = \angle AEF$, т.к. $\angle ADE$ и $\angle AEF$ - смежные.

Аналогично $\angle ABE = \angle FDC$, т.к. $\angle EAB + \angle EDB = \angle EDB + \angle FDC = 180^\circ$

$\angle AEB$ и $\angle ADB$ в ω опираются на диаметр \Rightarrow

\Rightarrow одна прямая, а $\angle AEB$ и $\angle ADB$ оба 90° .

$$AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{36 - 25} = \sqrt{11}$$

Пусть $AF = x$

Теперь односторонне три подобия:

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \angle EAB = \angle FDC \quad | \Rightarrow \triangle EAB \sim \triangle FDC \text{ по трем углам}$$

$\triangle EAB \text{ и } \triangle FDC - \text{ны}$

$$2) \angle AEF = \angle ABD \quad | \Rightarrow \triangle AEF \sim \triangle ABD \text{ по трем углам}$$

$\triangle AEF \text{ и } \triangle ABD - \text{ны}$

$$3) DF - \text{высота в } \triangle ABC \Rightarrow \triangle ADF \sim \triangle ADC$$

Закончили эти подобия

$$1) AE : AB : BE = DF : CD : FC = \sqrt{11} : 6 : 5$$

Введём коэффиц. подобия y .

$$2) \frac{AD}{AF} = \frac{BD}{EF} = \frac{AB}{AE} \Rightarrow \frac{AD}{x} = \frac{6}{\sqrt{11}} \Rightarrow AD = \frac{6x}{\sqrt{11}}$$

$$3) \frac{AD}{CD} = \frac{AF}{DF} = \frac{DF}{CF} \Rightarrow \frac{AD}{6y} = \frac{x}{\frac{\sqrt{11}x}{5y}} = \frac{\sqrt{11}x}{5y}.$$

$$5x = 11y \rightarrow \frac{5}{11}x = y \rightarrow$$

$$\rightarrow 5y = \frac{25x}{11}$$

$$AC = x + 5y = \frac{17}{11}x + \frac{25}{11}x = \frac{36}{11}x = 10$$

$$x = \frac{110}{36}$$

$$\text{Ответ: } \frac{110}{36} = AF$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№ 4.

Вероятности будем считать по формуле:

$$P = \frac{\text{благоприятные}}{\text{все}}$$

Пусть у нас n коробок.

При этом ^{считаем} вероятность в первые n слугал.

Всего способов C_n^5 - выбрали 5 коробок из n

Благоприятных $C_{(n-3)}^2$ - две слугалых пустых из $(n-3)$ оставшихся и 3 открытых фиксируемых с маркиками.

$$P_1 = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$$

Во втором случае аналогично считали:

C_n^6 - все исходы

$C_{(n-3)}^3$ - благоприятные (3 открытых фиксированных и 3 слугалых из $(n-3)$ оставшихся)

$$P_2 = \frac{C_{n-3}^3}{C_n^6}$$

$$\text{Считаем ответ: } \frac{P_2}{P_1} = \frac{C_{n-3}^3 \cdot C_n^5}{C_n^6 \cdot C_{n-3}^2} = \frac{(n-3)! \cdot n! \cdot (n-5)! \cdot 6! \cdot (n-1)!}{(n-6)! \cdot 3! \cdot (n-5)! \cdot 5! \cdot n! \cdot (n-3)!}$$

$$= \frac{6! \cdot 2!}{3! \cdot 5!} = \frac{6}{3} = 2$$

3

Ответ: в 2 раза



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№5

Пусть исходная арифм. прогрессия - (b_n) , ^{разность - d} ~~записано~~

По т. Виета можем записать:

$$\begin{cases} -(a^3 - a^2) = -4(b_3^2 + b_8^2), \text{ из второго уравнения} \\ -(a^2 - a) = -(b_5 + b_6), \text{ из первого} \end{cases}$$

Изъя, что $b_3 + b_8 = 2b_1 + 9d$, а $b_5 + b_6 = 2b_1 + 9d$

Перепишем:

$$\begin{cases} a^2(a-1) = 4(2b_1 + 9d) \\ a(a-1) = 2b_1 + 9d \end{cases}$$

Очевидно, что: $a^2(a-1) = 4a(a-1)$

$$a(a-1)(a-4) = 0$$

$$\begin{cases} a=0 \\ a=1 \\ a=4 \end{cases}$$

Но этого может быть недостаточно, например, прогрессия может быть постоянной.

Определить, для каких a это не так.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Для этого запишем т. Вместо где произведены корней:

$$\begin{cases} a-5 = b_5 b_6 \\ -a^6 + 2a^4 + 2a^2 - 4 = 4b_3 b_8 \end{cases}$$

$$1) a=0 \Rightarrow 2b_1 + 9d = 0 \Rightarrow b_1 = -4,5d$$

$$b_5 b_6 = (b_1 + 4d)(b_1 + 5d) = (-0,5d)(0,5d)$$

$$-5 = -0,25d$$

$$5 = \frac{d}{4}$$

$d=20$ - прогрессия не постоянна.

Проверим где второго уравнения:

$$-4 = 4(b_1 + 2d)(b_1 + 7d)$$

$$-4 = 4(-2,5d)(2,5d)$$

$$\begin{cases} 1 = d^2 \cdot (2,5)^2 \\ d=20 \end{cases} \quad \text{a=0 - не решение}$$

$$2) a=1 \Rightarrow 2b_1 + 9d = 0 \Rightarrow b_1 = -4,5d$$

$$-4 = -0,25d^2$$

$$4 = \frac{1}{4}d^2$$

$$d=16$$

$a=1$ - не решение

Проверим где второго ур-я:

$$-7 = 4(-3,5d)(2,5d) \Rightarrow \frac{1}{7} = (2,5d)^2 \Rightarrow d \neq 16$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) a=4 \Rightarrow 26 + 9d = 12 \Rightarrow b_1 = \frac{12-9d}{2} = 6-4,5d$$

$$-1 = (6-0,5d)(6+0,5d)$$

$$-1 = 36 - 0,25d^2$$

$$0,25d^2 = 37$$

$$d^2 = 4 \cdot 37$$

$$d = \pm 2\sqrt{37}$$

$$4(b_3 b_8) = 4(b_1 + 2d)(b_1 + 7d) = 4(6-2,5d)(6+2,5d) =$$

$$= 4\left(36 - \frac{25}{4}d^2\right) = 4 \cdot 36 - 25d^2$$

$$-4^6 + 2 \cdot 4^4 + 2 \cdot 4^2 - 4 = 4 \cdot 36 - 25d^2$$

$$-4^6 + 2 \cdot 4^4 + 2 \cdot 4^2 - 4 \cdot 37 = -25d^2$$

$$4^6 - 2 \cdot 4^4 - 2 \cdot 4^2 + 4 \cdot 37 = 25d^2$$

Удовлетворяют оба найденных d . Значит, $a=4$

Ответ: $d=4$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ .

$$\left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3$$

Граница множества точек: $\left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| = 3$

Раскроем модули:

$$\begin{cases} x - 7,5 + \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0 \\ x - 7,5 - \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0 \\ 2x - 15 = 3 \rightarrow x = 9 \end{cases}$$

- где оба выражения если они оба < 0 верно тоже самое; но с именами: $2x - 15 = -3$ и

$$x = 6$$

$$\begin{cases} x - 7,5 + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 0 \\ x - 7,5 - \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 0 \\ -\frac{2y}{6\sqrt{3}} = 3 \end{cases}$$

если первое > 0 , а второе < 0 ,
 $\Rightarrow \frac{2y}{6\sqrt{3}} = 3 \Rightarrow y = 9\sqrt{3}$

$$\rightarrow -2y = 18\sqrt{3} \Rightarrow y = -9\sqrt{3}.$$

Как ограничим представительные условия точки на плоскости? Две прямые:

$$x - \frac{15}{2} = \frac{y}{6\sqrt{3}} \quad \text{и} \quad x - \frac{15}{2} = -\frac{y}{6\sqrt{3}}$$

$$6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} = y \quad \text{и} \quad -6\sqrt{3}x + 45\sqrt{3} = y$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Строим их; для этого найдём точку пересечения:

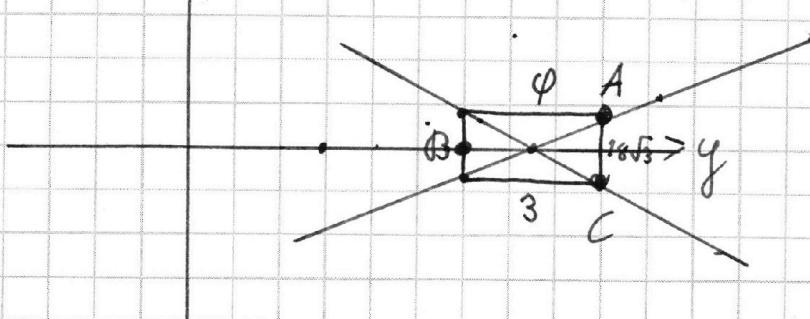
$$\begin{cases} y = -6\sqrt{3}x + 45\sqrt{3} \\ y = 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} \end{cases} \quad \left(\frac{15}{2}, 0 \right)$$

$$12\sqrt{3}x = 90\sqrt{3}$$

$$x = \frac{90}{72}; x = \frac{30}{4}; x = \frac{15}{2}$$

$$y = 0$$

(примерное
постр-е)



Прямые симметричны относительно Ox , т.к. члены
коэффиц.- противоположные числа.

Значит, градуса φ образует прямоугольник
с координатами вершин $(6; 9\sqrt{3}), (6; -9\sqrt{3}),$
 $(9; 9\sqrt{3}), (9; -9\sqrt{3})$.

~~Поверните на угол π на 180° . Значит,~~
~~прямоугольник замкнут круг диаметра, равного~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

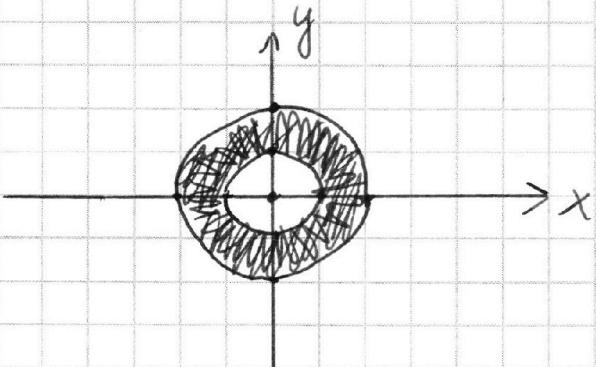
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Повернули вокруг начала координат на 180°

После этого фигура выглядела бы так:



Большую окр. описывает точка ~~коорд-мат~~, как
идущая удалённая от центра, малую - наиме-
нее удалённая. Ясно, что это будут точки
A (или C) и B соответственно.

$$OA = \sqrt{9^2 + 3 \cdot 9^2} = 9\sqrt{4} = 18$$

$$OB = 6$$

Площадь большого круга $S_1 = 5\pi \cdot OA^2 = 18\pi$

Малого: $S_2 = 6\pi$ $S_1 - S_2 = 12\pi$

Ответ: 12π

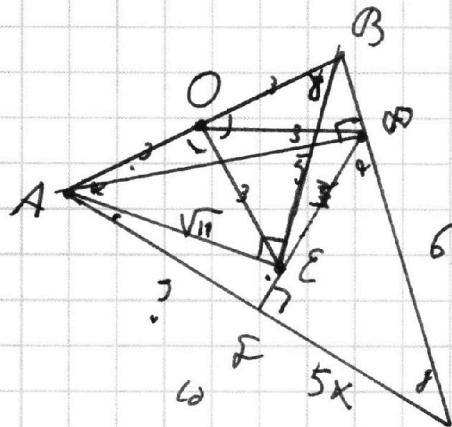


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$x - 7,5 = -\frac{y}{6\sqrt{3}}$$

$$\begin{aligned} 6x - y &= 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} \\ y &= -6\sqrt{3}x + 45\sqrt{3} \\ y &= 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} \end{aligned}$$



$$\left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| = 0$$

~~$y = 0$~~

$$x = 7,5, \text{ если обе } \geq 0$$

~~если~~

$$\text{если первый } \angle \text{ и второй } \geq 0, \text{ то } -\frac{2y}{6\sqrt{3}} = 0$$

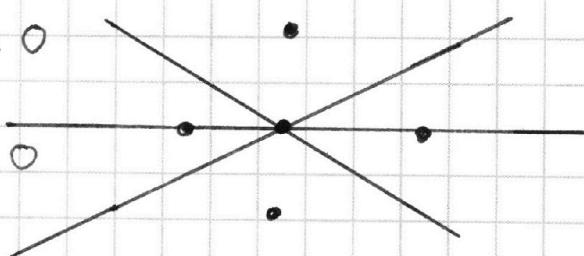
$$\text{если второй } \geq 0 \text{ первый } \geq 0 - \text{ тоже } y = 0$$

$$90\sqrt{3} = 12\sqrt{3}x \quad x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0$$

$$90 = 12x$$

$$30 = 4x \quad 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} + y \geq 0$$

$$x = \frac{15}{2} = 7,5$$



$$x^2 + y^2 = 3$$

$$x^2 + y^2 = 6$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

A F?

$4^2(4^4 - 2 \cdot 4^2 - 2) = c^2 + 3cd + 2cd + 6d^2$

$4^2(256 - 32 - 2) = c^2 + 5cd + 6d^2 + 5d^2$

$c_1 + 5d = 0$

$c_6 = 0$

$\begin{cases} a=0 \\ a=1 \\ a=4 \end{cases}$

$c_1, c_6 = 2$

$c_3, c_4 = 1$

$-2^4 + 2^2 + 2^2 - 1 = -2 \cdot 4^2$

$4^2(4^4 + 1) = 24 \cdot 32$

$\begin{cases} a^2 - a = c_3 + c_4 \\ a - 5 = c_3 c_4 \\ a^2(a-1) = 4(c_1 + c_6) \end{cases}$

$\begin{cases} a(a-1) = 2c_1 + 5d \\ a - 5 = (c+2d)(c+3d) \\ a^2(a-1) = 4(2c_1 + 5d) \end{cases}$

$a(a-1) = c_5 + c_6$

$a(a-1) = 4(c_3 + c_4)$

$4a(a-1) = a^2(a-1)$

$a(a-1)(a+4) = 0$

$a(a-1)(4-a) = 0$

$a(a-1) = 2c_1 + 9$

$a^2(a-1) = 1(2c_1 + 9)$

$d = -\frac{5}{6}$

$P = \frac{c_5}{c_5}$

$c_1 = 2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & \text{QR} \\
 & \text{1} \quad \text{2} \quad \text{3} \quad \text{4} \quad \text{5} \quad \text{6} \quad \text{7} \quad \text{СТРАНИЦА} \\
 & \text{из } \boxed{11} \\
 & \boxed{(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9} \quad (x^2 + 3x) + (3x + 9) \\
 & \boxed{(y+3)^2 = y^2 + 6y + 9} \quad xy + yz + xz + 3(x+y+z) + 27 \\
 & \quad \cdot z^2 + 6z + 9 \quad (x+3)(y+3)(z+3) = 0 \\
 & (c_3 c_4 + 5)(3c_4 + 4) = c_3 + c_4 \quad = xyz + \underbrace{3xy + 3xz + 3yz}_{= 0} + 27 + 9(x+y+z) \\
 & \boxed{a^2(a-1) = c_1 + c_6} \quad x^2 y^2 z^2 = xyz(x+3)(y+3)(z+3) \\
 & \boxed{a^2(a-1)} \cdot xyz = (x+3)(y+3)(z+3) \\
 & 3xy + 3xz + 3yz + 27 + 9(x+y+z) = 0 \\
 & \cancel{2} \cancel{1} \cancel{2} \cancel{5} \quad 3(3z+z^2) + 3(3x+x^2) + 3(y+y^2) + 27 + 9(x+y+z) = 0 \\
 & \cancel{2} \cancel{5} \quad 3z+z^2 + 3x+x^2 + 3y+y^2 + 9 + (x+y+z) = 0 \\
 & (x-a)(x-b)^2 \\
 & = x^2 - (a+b)x + ab \\
 & -(a^2 - a) = -c_3 - c_4 \quad z(z+2) = 0 \\
 & \boxed{a(a-1) = c_3 + c_4} \quad z = 0 \quad (0; 0; -3) \\
 & \boxed{a-5 = c_3 c_4} \quad z = -3 \\
 & \boxed{a^3 - a^2 = 4(c_1 + c_6)} \quad y = 0 \Rightarrow \cancel{y=0} \\
 & \boxed{x^2 - (a^2 - a)x + (a-5) = 0} \quad c_1 c_6 \\
 & \boxed{-a^6 + 2a^4 + 2a^2 - 4 = 4c_1 c_6} \quad \boxed{c_3 c_8} \\
 & \cancel{c_1} \cancel{c_2} \cancel{c_3} \cancel{c_4} \cancel{c_5} \cancel{c_6} \\
 & \cancel{N} \quad \cancel{O} \quad \cancel{P} \quad \cancel{Q} \quad \cancel{R} \quad \cancel{S} \\
 & \cancel{1} \cancel{2} \cancel{3} \cancel{4} \cancel{5} \cancel{6} \cancel{7} \cancel{8} \cancel{9} \cancel{10} \cancel{11} \cancel{12} \cancel{13} \cancel{14} \cancel{15} \cancel{16} \cancel{17} \cancel{18} \cancel{19} \cancel{20} \cancel{21} \cancel{22} \cancel{23} \cancel{24} \cancel{25} \cancel{26} \cancel{27} \cancel{28} \cancel{29} \cancel{30} \cancel{31} \cancel{32} \cancel{33} \cancel{34} \cancel{35} \cancel{36} \cancel{37} \cancel{38} \cancel{39} \cancel{40} \cancel{41} \cancel{42} \cancel{43} \cancel{44} \cancel{45} \cancel{46} \cancel{47} \cancel{48} \cancel{49} \cancel{50} \cancel{51} \cancel{52} \cancel{53} \cancel{54} \cancel{55} \cancel{56} \cancel{57} \cancel{58} \cancel{59} \cancel{60} \cancel{61} \cancel{62} \cancel{63} \cancel{64} \cancel{65} \cancel{66} \cancel{67} \cancel{68} \cancel{69} \cancel{70} \cancel{71} \cancel{72} \cancel{73} \cancel{74} \cancel{75} \cancel{76} \cancel{77} \cancel{78} \cancel{79} \cancel{80} \cancel{81} \cancel{82} \cancel{83} \cancel{84} \cancel{85} \cancel{86} \cancel{87} \cancel{88} \cancel{89} \cancel{90} \cancel{91} \cancel{92} \cancel{93} \cancel{94} \cancel{95} \cancel{96} \cancel{97} \cancel{98} \cancel{99} \cancel{100} \\
 & \cancel{K} = \frac{(a-1)(a+1)(a^2-1)(a^4-1)(a^8-1)}{(a-2)(a+2)(a^2-2)(a^4-2)(a^8-2)} \\
 & \cancel{L} = \frac{(a-1)(a+1)(a^2-1)(a^4-1)(a^8-1)}{(a-3)(a+3)(a^2-3)(a^4-3)(a^8-3)} \\
 & \cancel{M} = \frac{(a-1)(a+1)(a^2-1)(a^4-1)(a^8-1)}{(a-4)(a+4)(a^2-4)(a^4-4)(a^8-4)} \\
 & \cancel{N} = \frac{(a-1)(a+1)(a^2-1)(a^4-1)(a^8-1)}{(a-5)(a+5)(a^2-5)(a^4-5)(a^8-5)} \\
 & \cancel{O} = \frac{(a-1)(a+1)(a^2-1)(a^4-1)(a^8-1)}{(a-6)(a+6)(a^2-6)(a^4-6)(a^8-6)} \\
 & \cancel{P} = \frac{(a-1)(a+1)(a^2-1)(a^4-1)(a^8-1)}{(a-7)(a+7)(a^2-7)(a^4-7)(a^8-7)} \\
 & \cancel{Q} = \frac{(a-1)(a+1)(a^2-1)(a^4-1)(a^8-1)}{(a-8)(a+8)(a^2-8)(a^4-8)(a^8-8)} \\
 & \cancel{R} = \frac{(a-1)(a+1)(a^2-1)(a^4-1)(a^8-1)}{(a-9)(a+9)(a^2-9)(a^4-9)(a^8-9)} \\
 & \cancel{S} = \frac{(a-1)(a+1)(a^2-1)(a^4-1)(a^8-1)}{(a-10)(a+10)(a^2-10)(a^4-10)(a^8-10)}
 \end{aligned}$$

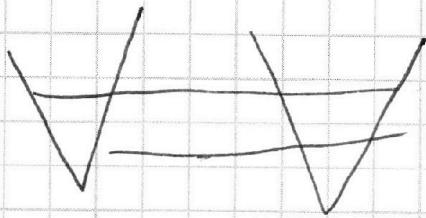
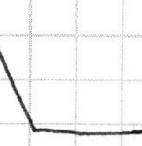


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

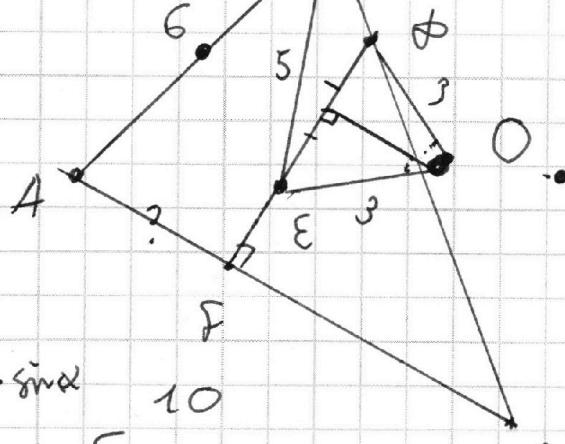


$$\cos(\alpha - x) = \\ = \cos \alpha \cos x - \sin \alpha \sin x$$

B

7.3.25

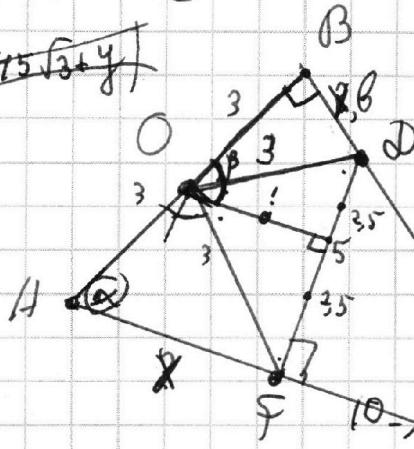
✓ ✓



$$\frac{1}{2} \cdot 60 \cdot \sin \alpha$$

$$30 \sin \alpha = 5$$

$$| 8\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} + 4 |$$



$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 45 \\ \hline 225 \\ 180 \\ \hline 4025 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 25 \\ \hline 125 \\ 125 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$9 - 6,25 = 6,25$$

$$= \boxed{2,75} \quad 428$$

$$2,5 \cancel{\cdot} 2$$

$$\begin{array}{r} 275 \\ 25 \mid 25 \\ 25 \quad 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\left| x - \frac{15}{2} + \frac{4}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{4}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$15 = \frac{15}{2}$$

$$-x + \frac{15}{2} = x - \frac{15}{2}$$

$$\begin{array}{r} 81(1111\dots1)^3 \\ \times 111 \\ \hline 111 \\ 111 \\ \hline 111 \\ \times 111 \\ \hline 12321 \\ 111 \\ \hline 12327 \\ 12327 \\ 12321 \\ \hline 1367637 \end{array}$$

$$15 = 2x$$

$$\begin{aligned} 15 &= \frac{15}{2} \\ x &= \frac{15}{2} \\ 36-25^2 &= 11 \end{aligned}$$

$$y = 0$$

$$\begin{aligned} 0 &= |x - x| \\ &= \left| \frac{x}{\sqrt{5}} - \frac{x}{\sqrt{5}} \right| \\ &= \left| \frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{2}{\sqrt{5}} \right| \end{aligned}$$

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

$$(11)^3 =$$

$$\begin{array}{r} = \frac{11}{77} \times 127 \\ \times 127 \\ \hline 127 \\ 7337 \\ \hline 15 \\ (-x + \frac{15}{2}) 6\sqrt{3} \\ y = \end{array}$$

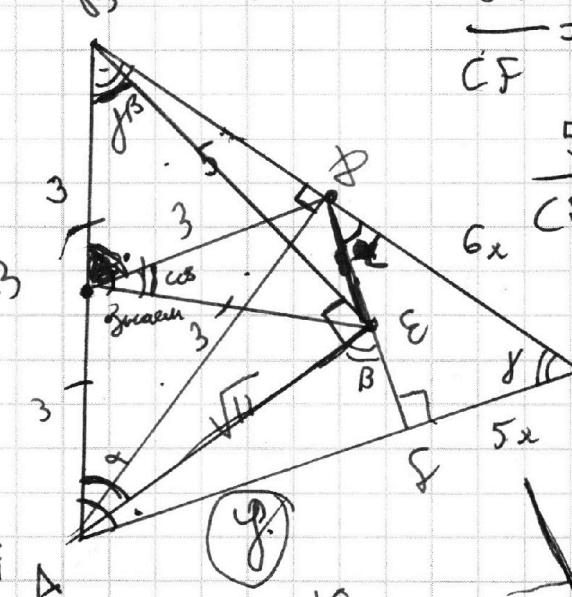
$$\begin{array}{r} 1234321 \\ 1111 \\ \hline 1234327 \\ 1234327 \\ 1234321 \\ \hline 9631 \end{array}$$

$$6-7,5 = \frac{y}{6\sqrt{3}}$$

$$\begin{array}{r} 9+9-25 \\ -\frac{3}{2} \cdot 6\sqrt{3} = g \\ -9\sqrt{3} = y \end{array}$$

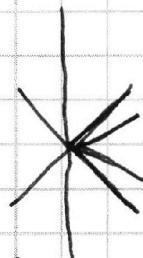
$$\frac{CE}{CF} = \frac{6}{CD} = \frac{\cancel{DE}}{\cancel{CD}} \frac{AE}{CE}$$

$$\frac{5}{CF} =$$



$$9 \cdot 81(111\dots1)^3$$

$$\begin{aligned} &9+18^2 \cdot 9 = \\ &= 9(18^2+1)^2 \end{aligned}$$



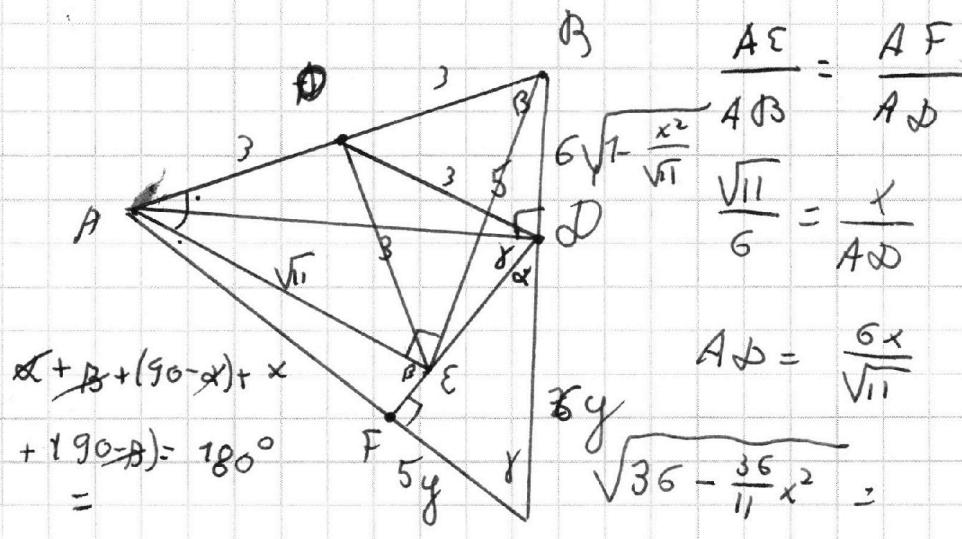


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AF}{DF} = \frac{DF}{CF} = \frac{AD}{CD}$$

$$C = 6 \sqrt{1 - \frac{x^2}{\sqrt{11}}}$$

$$4+4+5+5=18 \rightarrow 31$$

$$\frac{x}{\sqrt{11}y} = \frac{\sqrt{11}y}{5y} = \frac{AD}{6y} \quad 2+5+6=13$$

$$9(111 \dots 1)$$

$$40000$$

$$\frac{x}{\sqrt{11}y} = \frac{\sqrt{11}}{5} = \frac{8x}{\sqrt{11} \cdot 8y}$$

$$5x = 11y$$

$$y = \frac{5}{11}x$$

$$\begin{array}{r} 9999999 \\ \cdot 9999999 \\ \hline 91 \end{array}$$

$$31 - 8 = 23$$

$$\begin{array}{r} 73 + 8 = 31 \\ - 26 \\ \hline \end{array}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!