

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases} \quad \begin{matrix} \sim (1+3) \\ 16 \\ x+2x-1=0 \end{matrix}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В геймре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии. ~~$64 - 16 = 48$~~ z^8
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.

~~25 + 48~~ ~~25~~

5

55

~~45~~
~~45~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{l} \text{№1} \\ \begin{cases} \textcircled{1} \quad xy = 3z + z^2 \\ \textcircled{2} \quad yz = 3x + x^2 \\ \textcircled{3} \quad zx = 3y + y^2 \end{cases} \end{array}$$

Тогда:

$$\begin{cases} x^2 = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} x \neq 0 \\ y \neq 0 \\ \therefore \end{array} \quad \begin{cases} x = 3z + z^2 \\ z = 3 + x \end{cases}$$

$$x^2 = 9 + 3x + 9 + 6x + x^2$$

$$9x = -18 \Rightarrow \boxed{x = -2} \Rightarrow y = -2; z = 1$$

Тогда если в системе **два** рабочих числа, то решение системы **только**

$$(-2; -2; 1) \text{ в каком-то порядке} \Rightarrow (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 =$$

$$= 1 + 1 + 16 = 18$$

Следовательно

$$\begin{array}{l} \text{Числа } x \neq y \neq z \text{ (числа все различные);} \\ \text{тогда получим} \\ \text{и} \textcircled{1} \text{ } \textcircled{2} \Rightarrow y(x-z) = (2-x)(2+x+3) \quad | : 2-x \neq 0 \text{ число} \\ \boxed{0 = 2+x+y+3} \quad S = x+y+z = -3 \quad \text{различны} \end{array}$$

Теперь получим что от нас хотят найти:

$$\begin{aligned} & \int = (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z + 27 = \\ & = x^2 + y^2 + z^2 - 18 + 27 = x^2 + y^2 + z^2 + 9 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Чтобы найти $x^2+y^2+z^2$ смотрим вот что:

$$x^2+y^2+z^2 = S^2 - 2 \underbrace{(xy+zx+yz)}_0 = S^2 - 2(6S + x^2+y^2+z^2)$$

Этот мы получим

$$\text{приложив все уравнения: } xy+zx+yz = 6S + x^2+y^2+z^2$$

Тогда

$$3(x^2+y^2+z^2) = S^2 - 12S$$

$$x^2+y^2+z^2 = \frac{S^2}{3} - 4S \Rightarrow x^2+y^2+z^2 = \frac{9}{3} + 12 = \underline{\underline{16}}$$

$$\text{Тогда } f = x^2+y^2+z^2+9 = 16+9 = 25$$

$$\text{но в этом случае } xy=3z+z^2$$

$$x(-3-x-z) = 3z+z^2$$

$$0 = z^2 + 3z + x^2 + 3x + xz$$

$$0 = \frac{(z+x)^2}{2} + 0 \quad \text{И частное решение } z = -0,5$$

$$x^2 + 2,5x + 1,25 = 0$$

$$x^2 + 5x - 2,5 = 0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{45}}{4}$$

$$\text{Одно } f = 18$$

и то

$$f = 25$$

$$y = \frac{3z - 3 + 0,5 + x}{2} = \frac{-12 + 2 + 5 - \sqrt{45}}{4} = \frac{-5 - \sqrt{45}}{4}$$

Видно что эта тройка не подходит



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Число } N = 40000$$

$$\text{Тогда } \underbrace{9999\dots 9}_{40000} = 10^N - 1$$

$$\text{Тогда } n^3 = (10^N - 1)^3 = \underbrace{10^{3N}}_{1} - \underbrace{3 \cdot 10^{2N}}_{-3} + \underbrace{3 \cdot 10^N}_{+3} - 1$$

Давайте вычтем бестолку

$$1) 10^{3N} - 1 = \underbrace{9999\dots 9}_{3N \text{ девяток}}$$

$$2) \begin{array}{r} 9999\dots 9 \\ - 300\dots 0 \\ \hline 99699\dots 9 \end{array}$$

$\left. \begin{matrix} 3N & 2N+1 \\ \downarrow & \downarrow \\ 3N & 2N+2 \end{matrix} \right\} 2N+1$

$$3) \begin{array}{r} 999\dots 99699\dots 999\dots 99 \\ + 30000 \\ \hline 99940002999 \end{array}$$

$\left. \begin{matrix} 3N & 2N+1 \\ \downarrow & \downarrow \\ 3N & 2N+2 \end{matrix} \right\} 2N+2$

$$\text{Итого: } 3N - 2N - 2 + 1 + N = 2N - 1 \text{ девятка}$$

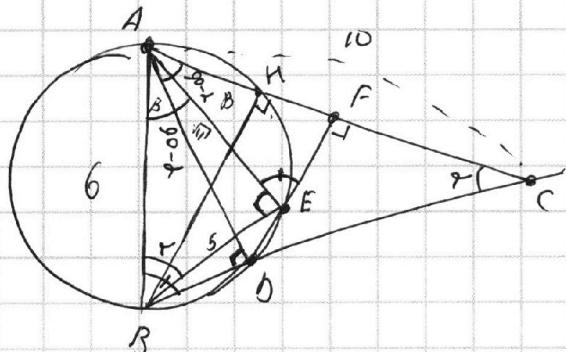
т. е. ответ: 19999 девяток.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



AB-диаметр

$$AF = ?$$

Решение: $k1$ - пересечение AC и $BN \Rightarrow \angle APB = 90^\circ; BN \parallel FD$

$\angle AEB = 90^\circ$ т.к. AB-диаметр $\Rightarrow \angle AEB$ по Тк. Пифагора $AE = \sqrt{36-25} = \sqrt{11}$

Проведём AD ; $\angle ADB$ тоже прямой AB -го.

Выпишем вписанные $\angle AEDB$: $\angle AEF = \angle ABD$ (суммногр. $= 180^\circ$)

$\Rightarrow \angle ADB \sim \triangle AFE$ общая и угол 90° У какого?

$$\Rightarrow \frac{AF}{AE} = \frac{AP}{AB} \Rightarrow \left(AF = AP \cdot \frac{\sqrt{11}}{6} \right); \text{ также из подобия } \angle FAE = \angle DAB = \beta$$

Чтобы найти AP будем угол $\alpha = \angle ACD \Rightarrow \angle ADC + \angle DAC = 90^\circ - \alpha$

но поскольку $\angle FAE + \angle DAE = \beta$ и $\angle DAF = 90^\circ - \alpha$, то угол

$$\angle EAB = 90^\circ - \alpha = \angle AEP + \beta \quad (\text{и просто прямые } AD \text{ и } AE \text{ симметричны относительно биссектрисы } ABE)$$

значит в $\triangle AEB$ $\angle ABE = 90^\circ - (90^\circ - \alpha) = \alpha \Rightarrow$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{11}}{6} \Rightarrow \text{б} \triangle ADC: AD = AC \sin \alpha = 10 \cdot \frac{\sqrt{11}}{6}$$

$$\text{Тогда } AF = AD \cdot \frac{\sqrt{11}}{6} = 10 \cdot \frac{\sqrt{11}}{6} \cdot \frac{11}{36} = \frac{110}{36}$$

$$\text{Ответ: } AF = \frac{110}{36}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

пусть в игре N кородок и $N \geq 6$ подразумевается;

$\underbrace{000000}_{r} \dots \circ$

тогда, поскольку все исходы

равновероятны, то в первом случае ~~всех~~ все исходы C_N^5

актуальные нам это C_{N-3}^2 вправду, ведь

мы должны выбрать 3 мужских кородки и еще две каких-нибудь

$$P_1 = \frac{C_{N-3}^2}{C_N^5}$$

во втором случае актуально: все исходы C_N^6

актуальные нам $C_{N-3}^3 \Rightarrow P_2 = \frac{C_{N-3}^3}{C_N^6}$

$$\text{Тогда } d = \frac{P_2}{P_1} = \frac{C_{N-3}^3}{C_N^6} \cdot \frac{C_N^5}{C_{N-3}^2} = \frac{6! \cdot 2}{6!} \frac{(N-3)(N-4)(N-5)}{(N-4)(N-3)(N-2)(N-1)} = \frac{N(N-1)(N-2)(N-3)(N-4)}{5!(N-5)(N-4)} = \\ = \frac{6! \cdot 2}{6 \cdot 5!} = \frac{12}{6} = 2$$

Ответ: ровно в 2 раза увеличится.

L

L



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5 Пусть арифм. прогрессия c_0, c_0+ad, \dots

Тогда пятый и шестой члены это c_0+4d и c_0+5d

А третий и восьмой соответственно c_0+2d , c_0+7d
поскольку прогрессия не постоянная, то все эти числа различны
значит можем применить Th Виета в дудуклем.

$$1) x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0 \quad \text{корни } c_0+2d \text{ и } c_0+5d$$

$$2) x^2 - \frac{a^3 - a^2}{4}x + \frac{2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4}{4} = 0 \quad \text{корни } c_0+2d \text{ и } c_0+7d$$

$$\text{Тогда по Th Виета } -b = x_1 + x_2 \Rightarrow \text{и3① } 2c_0 + 9d = a^2 - a$$

$$\text{и3② } 2c_0 + 9d = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$\text{Значит } a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$0 = a(a^2 - a + 4 - 4a) = a(a(a-1) - 4(a-1)) = a(a-1)(a-4)$$

$\Rightarrow a=0; 1; 4;$ разберём все три варианта

$$① a=0$$

$$x^2 - 5 = 0$$

$$x_{12} = \pm \sqrt{5}$$

$$\text{заметим, что } \left| (c_0 + 5d) - (c_0 + 4d) \right| = d$$

$$4x^2 - 4 = 0$$

$$x_{34} = \pm 1$$

$$(\text{отсд})$$

$$\left| \underbrace{c_0 + 7d}_{x_3} - \underbrace{(c_0 + 2d)}_{x_4} \right| = 5d$$

т.е разности корней по модулю должны отличаться в 5 раз

но как видно $|x_{12}| = 2\sqrt{5}$; $|x_{34}| = 2$ в 5 раз не отличаются

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{2} \quad a=1 \quad x^2 - 4 = 0 \quad x_1 = \pm 2 \quad |x_{12}| = 4$$

$$4x^2 + 2 + 2 - 1 - 4 = 0$$

$$x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow x_3 = \pm \frac{1}{2} \quad (\Delta x_{34}) = 1 \quad 65 \text{ раз} \text{ же} \\ \text{ошибка} \\ \text{не подходит}$$

\textcircled{3} \quad a=4 \quad \text{но следующий вариант.}

~~$$x^2 - 12x + \textcircled{1} x^2 - 12x - 1 = 0$$~~

~~$$\textcircled{1} \quad 4x^2 - 48x + 2 + 2 - 2 - 4 = 0$$~~

~~$$\textcircled{2} \quad x^2 - 12x + 2 + 2 + 2 - 2 - 1 = 0$$~~

~~$$\textcircled{3} \quad x^2 - 12x - 228 - 889 = 0$$~~

из первого уравнения $D = 144 \Rightarrow x_{12} = \frac{12 \pm 2\sqrt{37}}{2} = 6 \pm \sqrt{37}$

из второго уравнения $D = 3700 \Rightarrow x_{34} = \frac{12 \pm 10\sqrt{37}}{2} = 6 \pm 5\sqrt{37}$

Мы видим, что это за арифметическая прогрессия

$$\begin{array}{cccccc} \underbrace{6-3\sqrt{37}}_{-4-6\sqrt{4}} & \underbrace{6-\sqrt{37}}_{5-6\sqrt{4}} & \underbrace{6+\sqrt{37}}_{6-0\sqrt{4}} & \underbrace{6+3\sqrt{37}}_{7-0\sqrt{4}} & \underbrace{6+5\sqrt{37}}_{8-0\sqrt{4}} \end{array}$$

$$\underbrace{6-5\sqrt{37}}_{3-0\sqrt{4}}$$

Все ходят 3 шаги но ходят только $a=4$

Ответ: $a=4$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

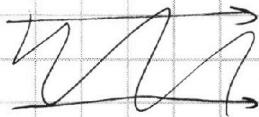
СТРАНИЦА
1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Сейчас будем ~~делать~~ раскрытие по определению:

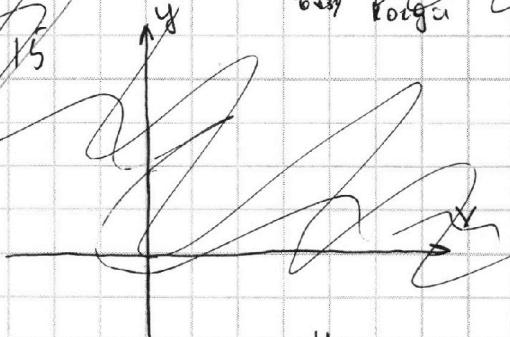
$$\left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3$$



$$\begin{aligned} & \text{Уравнение } f: y = \frac{15}{2} - x \\ & \text{Уравнение } g: y = \frac{15}{2} + x \\ & \text{Уравнение } h: y = 6\sqrt{3} \\ & \text{Уравнение } k: y = -6\sqrt{3} \end{aligned}$$

Уравнение f и g пересекают ось x в точках $(15, 0)$ и $(-15, 0)$. Уравнение h и k пересекают ось y в точках $(0, 6\sqrt{3})$ и $(0, -6\sqrt{3})$.

Нарисуем графики $f=0$



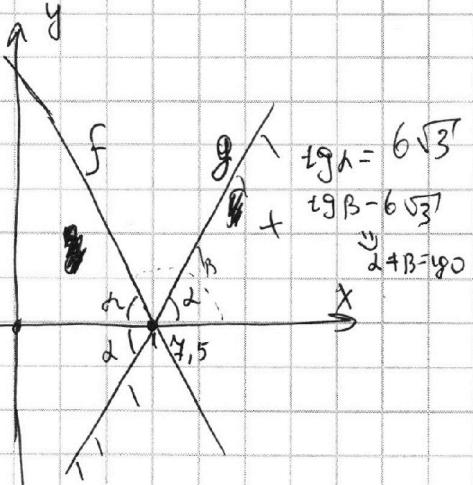
и $g=0$

$$f=0: y = \left(\frac{15}{2} - x\right) 6\sqrt{3}$$

$$g=0: y = \left(x - \frac{15}{2}\right) 6\sqrt{3}$$

Заметим, что все под f раскрывается с $-$ -

все что под g раскрывается с $+$



Аналогично всё что под f раскрывается с $-$ -

Всё что под g раскрывается с $+$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 4

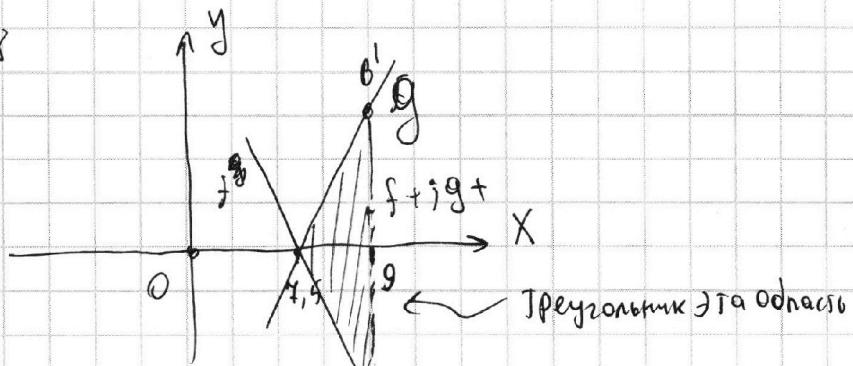
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Теперь настюм раскрыть модули 1) $f + ig+$

$$\text{Тогда } y - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} + x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$2x \leq 18$$

$$x \leq 9$$

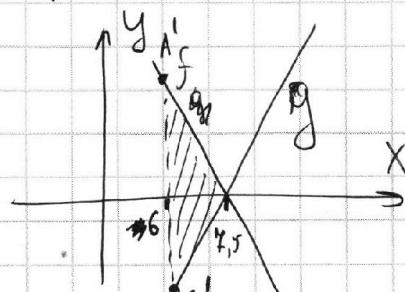


Теперь $f - g -$

$$\cancel{x} - \frac{15}{2} - x - x + \frac{15}{2} \leq 3$$

$$2x \geq 12$$

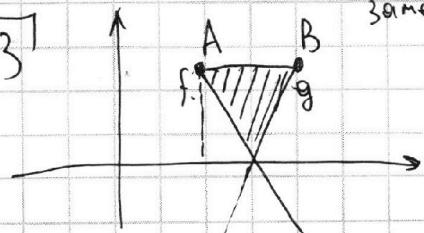
$$x \geq 6 \Rightarrow$$



Теперь $f + g -$

$$\cancel{x} - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} - x + \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$y \leq 9\sqrt{3}$$



заметим, что при $y = 9\sqrt{3}$ ахсиссы

$$x - \frac{15}{2} + \frac{9\sqrt{3}}{6\sqrt{3}} = 0$$

$$x = 7,5 - 1,5 = 6$$

и $x = 9$ соответв. т.е. точки (A, A') (B, B') совпадают

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

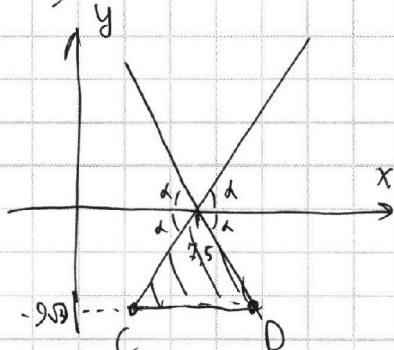
СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Теперь $f - g +$

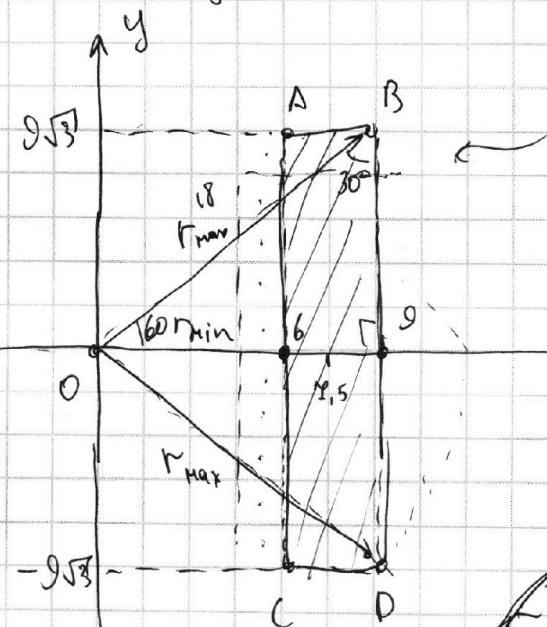
$$-x + \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} + x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$-9\sqrt{3} \leq y \Rightarrow$$



Из симметрии
от Ох получаем, что
(C и C') (D и D') симметричны

Значит фигура φ имеет вид как прямогольник.

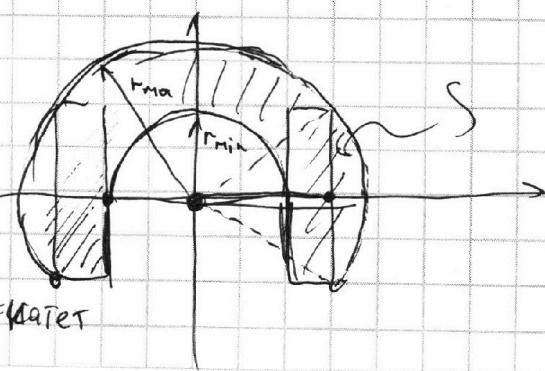


заметим, что при повороте точки движутся

по окружности, а границы
фигуры обрастают вокруг О

X Задают ли R max и r min
→ максимум радиус векторы

нарисует, что будет происходить:



$$r_{\min} = 6$$

$$r_{\max} = \sqrt{8^2 + 3^2} = 18$$

∴

$$\angle OBD = 30^\circ \text{ и угол } \frac{1}{2} \text{ катет}$$



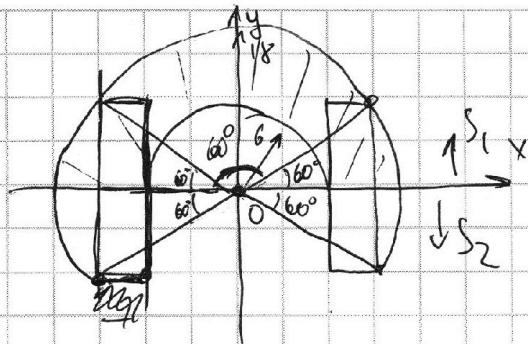
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
Ч ИЗ Ч

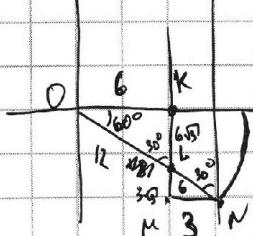
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда площадь:



Тогда в верхне полу пло скости прошада $S_1 = \frac{\pi}{2} (18^2 - 6^2)$

Аплоада 6 вижней полу пло скости:



площадь сектора 60° :

$$\frac{1}{6} \pi 18^2$$

надо к этому прибавить S_{MNL} и вычесть S_{OKL}

$$\text{Тогда } S' = \frac{\pi 18^2}{6} + \frac{9\sqrt{3}}{2} - \frac{36\sqrt{3}}{2}$$

но это всправа, а слева ширина трикло $\Rightarrow S_2 = 2S'$

$$\begin{aligned} \Rightarrow S_{op} &= S_1 + S_2 = \frac{\pi}{2} (18^2 - 6^2) + \left(\frac{\pi 18^2}{3} + 9\sqrt{3} - 36\sqrt{3} \right) = \\ &= \pi \left(\frac{324}{2} - \frac{36}{2} + \frac{324}{3} \right) - 27\sqrt{3} = \pi (162 - 18 + 108) - 27\sqrt{3} = \\ &= 252\pi - 27\sqrt{3} \end{aligned}$$



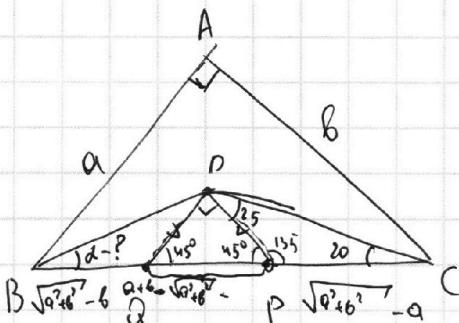
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N7



Ответ: 25° ; Док-60

Пусть $AB = a$; $AC = b$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Т.к. $QC = b$ и $BP = a \Rightarrow$

$$\Rightarrow PC = \sqrt{a^2 + b^2} - a$$

$$BQ = \sqrt{a^2 + b^2} - b$$

\Rightarrow на отрезок PQ остаётся

$$PQ = \sqrt{a^2 + b^2} - 2\sqrt{a^2 + b^2} + a + b = a + b - \sqrt{a^2 + b^2}$$

Теперь: $\triangle DPQ$ по условию прямоугольный Р.б \Rightarrow

\Rightarrow углы при основании по 45° и катеты $= PQ \cdot \sin 45^\circ = \frac{PQ}{\sqrt{2}}$

Теперь докажем, что $\triangle BQD \sim \triangle DPC$ именно таким образом!

Для этого проверим, что $\frac{BQ}{QD} \stackrel{(!)}{=} \frac{DP}{PC}$, тогда если это правда, то

Треугольники подобны ведь у них есть угол общий 135° и стороны пропорциональны

проверяем:

$$\frac{\sqrt{2}(\sqrt{a^2 + b^2} - b)}{a + b - \sqrt{a^2 + b^2}} \stackrel{!}{=} \frac{a + b - \sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{2}(\sqrt{a^2 + b^2} - a)}$$

Доказано

$$2(a^2 + b^2 + ab - (a+b)\sqrt{a^2 + b^2}) \stackrel{!}{=} a^2 + 2ab + b^2 + a^2 + b^2 - 2\sqrt{a^2 + b^2}(a+b)$$

Как видно это то же что и $\triangle BQD \sim \triangle DPC \Rightarrow \angle DBQ = \angle DPC =$

$$= 180 - 135 - 20 = 25^\circ$$

Ответ: 25° .

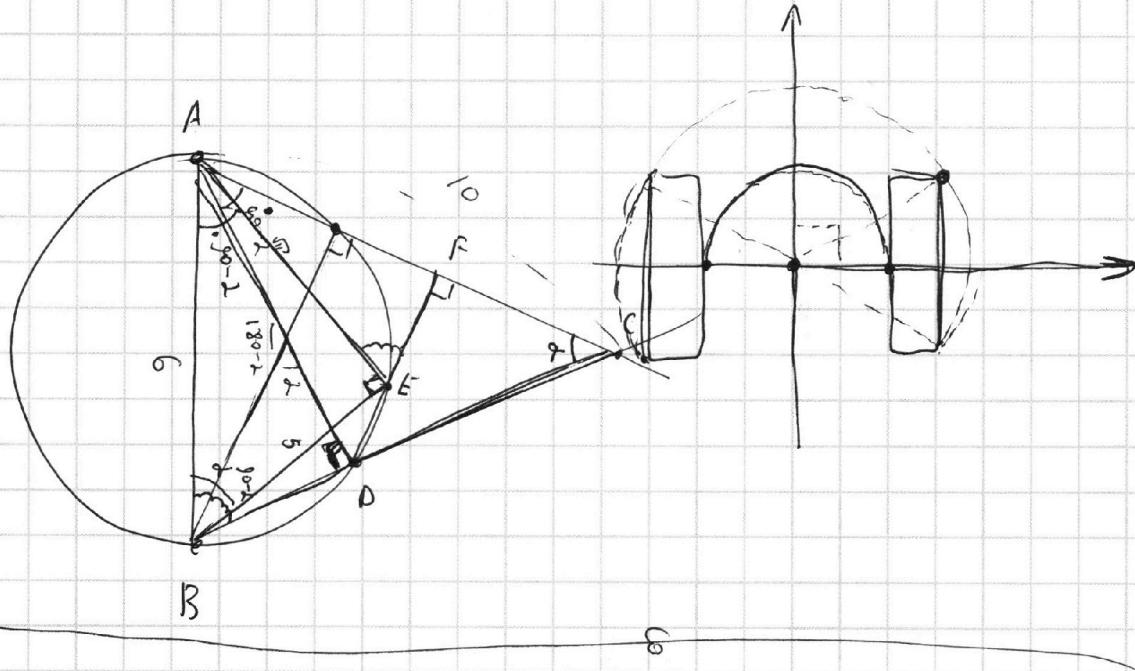


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5$$

$$\begin{aligned} & \text{---} \\ & c_0 + 4d \\ & c_0 + 5d \end{aligned}$$

$$x^2 - \frac{a^3 - a^2}{4}x + \frac{2a^2 - a^6 - 4}{4} = 0$$

$$\left| \begin{array}{l} c_0 + 2d \\ c_0 + 7d \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} 144 + 4 \\ 34 \\ \hline 12 \pm \sqrt{148} \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \frac{34}{m8} \\ \frac{12 \pm \sqrt{148}}{2} \end{array}$$

$$at \quad a^2 - a = 2c_0 + 9d$$

$$a - 5 = c_0^2 + 9cd + 20d^2$$

$$\frac{a^3 - a^2}{4} = 2(c_0 + 9d)$$

$$\frac{2a^2 - a^6 - 4}{4} = 4(c_0^2 + 9cd + 14d^2)$$

$$4(a^2 - a) = a^3 - a^2$$

$$4a(a-1) = a^2(a-1) + 144 \quad 6 \pm 5\sqrt{37}$$

$$4a^2(a-1) = a^3(a-1) + 144$$

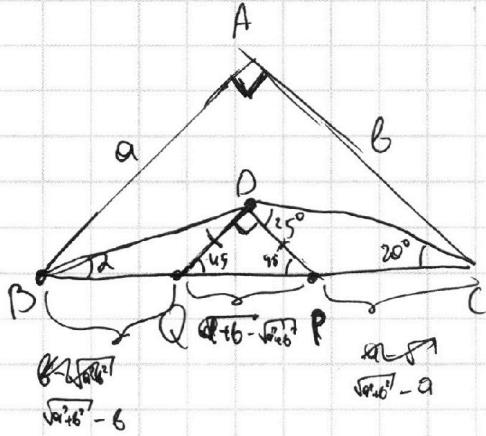


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

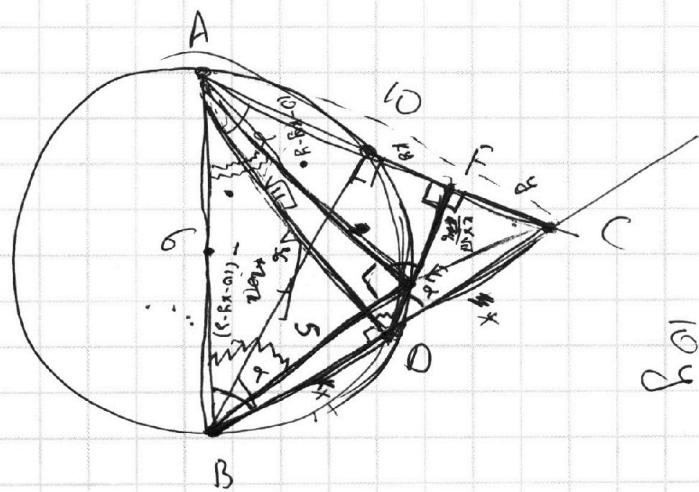
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{(\sqrt{a^2+b^2})^2 - b^2} \text{ vs } \frac{a+b-\sqrt{a^2+b^2}}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{a^2+b^2} - a \right)$$

$$2(a^2+b^2 + ab) - \sqrt{a^2+b^2}(a+b) \text{ vs } a^2+b^2+2ab + a^2+b^2 - 2$$



$$x(x+1)^2 = y(y+1)^2 + 36 - (10-x-y)^2$$

$$x(x+1)^2 = y(y+1) \cdot 10$$

$A \vdash$

$C \vdash$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

9999

$$90 \cdot \underbrace{11111 \dots 1}_{\text{Число}} =$$

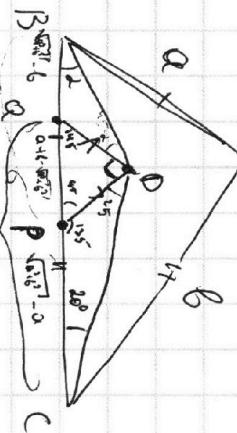
11³

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 11 \\ \hline 121 \\ 121 \\ \hline 1331 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ \times 29 \\ \hline 729 \end{array}$$

100 - 1

$$\begin{cases} a_0 + 4d \\ a_0 + 5d \\ a_0 + 2d \\ a_0 + 7d \end{cases}$$



$$\begin{aligned} 18 &= 90 - 25 = 65^\circ \\ \sin 65^\circ &= \frac{x}{a} \end{aligned}$$

$$(10^N - 1)^3 = 10^3 N - 3 \cdot 10^2 N + 3 \cdot 10^1 N - 1$$

$$1000000 - 1$$

$$\underbrace{00000000}_N \quad \underbrace{3N}_{30000}$$

$$AE = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{11}$$

$$\begin{aligned} \frac{x}{\sin 20^\circ} &= \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{\sin 22^\circ} - a \\ \frac{x}{\sin 20^\circ} &= \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{\sin 16^\circ} - a \end{aligned}$$

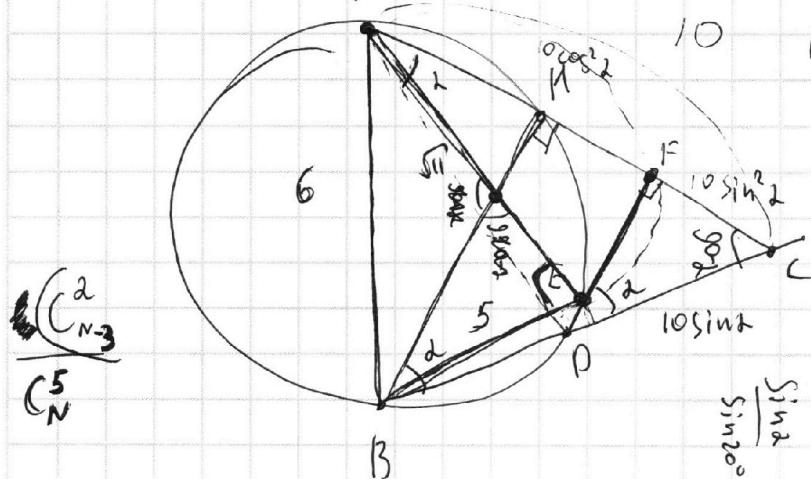
$$\begin{aligned} 10FC &= DC^2 \\ FC &= DC \sin \angle C \end{aligned}$$

$$9-6,15$$

$$10 \sin \angle C = DC$$

$$\begin{aligned} \frac{x}{\sin 20^\circ} &= \frac{10 \sin \angle C}{\sin 22^\circ} \\ \frac{x}{\sin 20^\circ} &= \frac{10 \sin \angle C}{\sin 16^\circ} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} C^2 \\ N-3 \end{cases}$$



$$\begin{aligned} \frac{x}{\sin 20^\circ} &= \frac{10 \sin \angle C}{\sin 16^\circ} \\ \frac{x}{\sin 20^\circ} &= \frac{10 \sin \angle C}{\sin 65^\circ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{x}{\sin 20^\circ} &= \frac{9}{\sin \angle C} \\ \frac{x}{\sin 20^\circ} &= \frac{9}{\sin 165^\circ} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\underline{x^2 + 6x}$$

x.

$$-2z = -3$$

$$xy = 0$$

$$3z^2 + z^2 \leq \frac{x^2 + y^2}{2}$$

$$z^2 = -2 \\ (z+1,5) = 2,25 + xy \\ x+y = -1$$

$$xy = -2$$

$$(x+2)^2 : (x+8+1,5)^2 - xz - \\ 3z + 3x + 3y \leq 0$$

$$(x-z)(x+z+3) = y(z-x)$$

$$-2 \quad 1$$

$$x=2$$

$$xy \neq 2$$

$$-2 - 2 \quad 1$$

$$x^2 + 6x + y^2 + 6y + z^2 + 6z + 27$$

№28

$$x+2+3 = -y \quad xy = y$$

$$xy + yz + zx + 3(x+y+z) + 27$$

$$x+y+2+3 = 0$$

$$x+y = 1$$

$\begin{cases} xy = 2 \\ x+y+2+3 = 0 \end{cases}$

$$x = \frac{y}{y} \quad \frac{y}{y} + y = 1$$

$$(x-y)(x+y+3) = 2(y-x)$$

$$(x-y)(x+y+3) = 2(y-x)$$

$$t^3 + (xy+yz+xz)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 0$$

$$y^2 - y + 4 = 0$$

$$(x+2+3)(x+2)$$

$$y = -3 - z - y$$

$$x^2 + xz + 3x + 8y + 2^2$$

$$z = 3 + x$$

$$x = y$$

$$3z^2 + z^2 = -3y - 2y - y^2 \quad \text{№28}$$

$$y^2 = 3z^2 + z^2$$

$$xz = 3x^2 + x^2$$

$$3z^2 + z^2 + 3y + 2y + y^2 = 0$$

$$\begin{cases} -y^2 + 6y + z^2 + 6z + \\ 6z + y^2 + z^2 + y^2 + 6z + 6y + 2zy \end{cases}$$

000 000

3
5

$$(x+3)^2 + (x+3)^2 = (z+3)^2$$

1 3
5 6

$$x^2 + y^2 + z^2 = (x+y+z)^2 - (2xy + 2yz + 2zx)$$

$$-2 \left(\begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{matrix} \right) (x+y+z) + 2$$

1
3
6