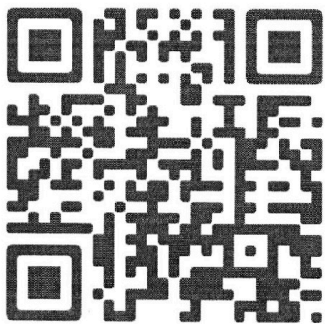




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

$$\sim \frac{7 \pm 5\sqrt{16}}{16}$$

$$x^2 + 2x - 1 = 0$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?

3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.

4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шару. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.

$$64 - 16 = 48 \quad 2^8$$

6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.

7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.

$$25 + 4 \cdot \frac{25}{5}$$

$$55$$

$$y = \left(x - \frac{15}{2}\right) \frac{1}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \text{N1 } ① & xy = 3z + z^2 \\ ② & yz = 3x + x^2 \\ ③ & zx = 3y + y^2 \end{cases}$$

Разберём 2 варианта 1) в этой системе есть хотя бы два равных числа, пусть не утратим общности $x = y$

Тогда:

$$\begin{cases} x^2 = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \end{cases}$$

$z \neq 0$
 $y \neq 0$
т.к. $x \neq 0$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} x^2 = 3z + z^2 \\ z = 3 + x \end{cases}$ $\nearrow$ подставим.

$$x^2 = 9 + 3x + 9 + 3x + x^2$$

$$9x = -18 \Rightarrow \boxed{x = -2} \Rightarrow y = -2; z = 1$$

Тогда если в системе два равных числа, то решение системы только

$$(-2; -2; 1) \text{ в каком-то порядке} \Rightarrow (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 =$$

$$= 1 + 1 + 16 = 18$$

Теперь положим $x \neq y \neq z$ (числа все различные); тогда вычитаем

$$\text{из } ① \text{ } ② \Rightarrow y(x-z) = (z-x)(z+x+3) \quad | : z-x \neq 0 \text{ число различные}$$

$$\boxed{0 = z + x + y + 3} \quad S = x + y + z = -3$$

Теперь подставим $z = -x - y - 3$ в формулу:

$$S = (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z + 27 =$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 - 18 + 27 = x^2 + y^2 + z^2 + 9$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Чтобы найти $x^2+y^2+z^2$ идем отсюда:

$$x^2+y^2+z^2 = S^2 - 2(xy+yz+xz) = S^2 - 2(6S + x^2+y^2+z^2)$$

Этот получим

присоединив все уравнения: $xy+yz+xz = 6S + x^2+y^2+z^2$

Тогда

$$3(x^2+y^2+z^2) = S^2 - 12S$$

$$x^2+y^2+z^2 = \frac{S^2}{3} - 4S \Rightarrow x^2+y^2+z^2 = \frac{9}{3} + 12 = \underline{\underline{16}}$$

Тогда $f = x^2+y^2+z^2+9 = 16+9=25$

Но в этом случае $xy = 3z+z^2$

$$x(-3-x-z) = 3z+z^2$$

$$0 = z^2+3z+x^2+3x+xz$$

$$0 = \frac{(z+x)^2}{2}$$

И частное решение $z = -0,5$

$$x^2+2,5x-1,25=0$$

$$2x^2+5x-2,5=0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{45}}{4}$$

$$y = -3 + 0,5 + x$$

$$\frac{-12 + 2 + 5 - \sqrt{45}}{4}$$

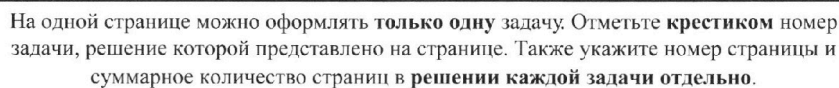
$$= \frac{-5 - \sqrt{45}}{4}$$

Видно что эта тройка подходит

Ответ $f = 18$

или

$$f = 25$$



СТРАНИЦА
(ИЗ (

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Total} = \underbrace{9999 \dots 9}_{40000} = 10^N - 1$$

Tolga ~~18~~ $n^3 = (10^N - 1)^3 = \underline{10^{3N}} - 3 \cdot 10^{2N} + 3 \cdot 10^N - 1$

7) $10^{3N} - 1 = \underbrace{9999 \dots 9}_{3N \text{ Ziffern}}$

[illegible]

3) $\underbrace{999 \dots 99}_{3N}$ $\underbrace{699 \dots 999}_{2N+1 \text{ pa3pa3g}}$ $\underbrace{999 \dots 99}_N$

+ $\underbrace{30000}_{N \text{ gebieten}}$

$\underbrace{9 \dots 999}_{3N}$ $\underbrace{40 \dots 002}_{2N+1 \text{ pa3pa3g}}$ $\underbrace{9 \dots 99}_{N \text{ gebieten}}$

Итого: $3N - 2N - 2 + 1 + N = 2N - 1$ генератор

1. е ответ: 79999 габиток.

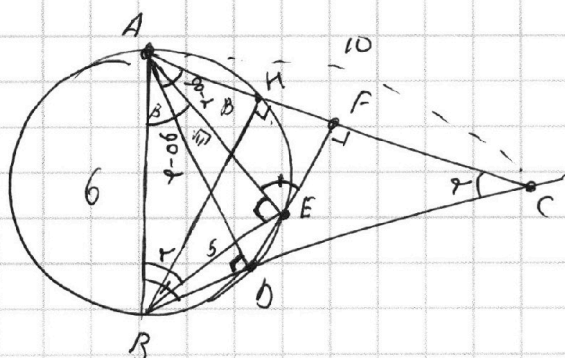


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



AB - диаметр
AF - ?

Решение: K - пересечение AC и $\omega \Rightarrow \angle AKB = 90^\circ$; $BK \parallel FD$

$\angle AEB = 90^\circ$ т.к. AB - диаметр; $\Rightarrow$ в $\triangle AEB$ по Тл. Пифагора $AE = \sqrt{36 - 25} = \sqrt{11}$

Проведем AD; $\angle ADB$ тоже прямой AB-го.

Ввиду вписанности $AEDB$: $\angle AEF = \angle ABD$ (суммарно. = 180°)

$\Rightarrow \triangle APB \sim \triangle AFE$ два угла и угол 90° у каждого

$$\Rightarrow \frac{AF}{AE} = \frac{AP}{AB} \Rightarrow \left(AF = AP \cdot \frac{\sqrt{11}}{6} \right); \text{ также из подобия } \angle FAE = \angle PAB = \beta$$

чтобы найти AP введем угол $\alpha = \angle ACD \Rightarrow$ из $\triangle ADC$ $\angle DAC = 90 - \alpha$

Но поскольку $\angle FAE + \angle DAE = \angle DAF = 90 - \alpha$, $\Rightarrow$ этот угол

$\angle EAB = 90 - \alpha = \angle AEP + \beta$ (ну просто прямые AD и AE симметричны относительно биссектрисы $\angle A$)
тождество

Значит в $\triangle AEB$ $\angle ABE = 90 - (90 - \alpha) = \alpha \Rightarrow$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{11}}{6} \Rightarrow \text{в } \triangle ADC: AD = AC \sin \alpha = 10 \cdot \frac{\sqrt{11}}{6}$$

$$\text{Тогда } AF = AD \cdot \frac{\sqrt{11}}{6} = 10 \cdot \frac{11}{36} = \frac{110}{36}$$

Ответ: $AF = \frac{110}{36}$



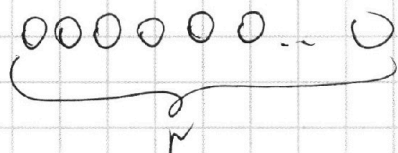
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
(из)

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

пусть Вигре N коронок т.ч. $N \geq 6$ подразумевается;



Тогда, поскольку все исходы

равновероятны, то в первом случае ~~Р₁~~ все исходы C_N^5

а нужные нам это C_{N-3}^2 в 6 раз вуду, ведь

мы должны выбрать 3 нужных коронки и ещё две каких-нибудь

$$P_1 = \frac{C_{N-3}^2}{C_N^5}$$

Во втором случае аналогично: все исходы C_N^6

а нужные нам $C_{N-3}^3 \Rightarrow P_2 = \frac{C_{N-3}^3}{C_N^6}$

$$\begin{aligned} \text{Тогда } k &= \frac{P_2}{P_1} = \frac{C_{N-3}^3}{C_N^6} \cdot \frac{C_N^5}{C_{N-3}^2} = \frac{6! \cdot 2 \cdot \cancel{(N-3)(N-4)(N-5)}}{6 \cdot \cancel{N(N-1)(N-2)(N-3)(N-4)}} \cdot \frac{\cancel{N(N-1)(N-2)(N-3)(N-4)}}{5! \cdot \cancel{(N-3)(N-4)}} \\ &= \frac{6! \cdot 2}{6 \cdot 5!} = \frac{12}{6} = 2 \end{aligned}$$

Ответ: ровно в 2 раза увеличится.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5 Пусть арифм. прогрессия $a_0, a_0+d, \dots$

Тогда пятый и шестой члены это a_0+4d и a_0+5d

А третий и восьмой соответственно a_0+2d и a_0+7d

поскольку прогрессия не постоянная, то все эти числа различны

значит можем применить Тн Виета в будущем.

1) $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ корни a_0+4d и a_0+5d

2) $x^2 - \frac{a^3 - a^2}{4}x + \frac{2a^2 - a^6 - 4}{4} = 0$ корни a_0+2d и a_0+7d

Тогда по Тн Виета $-b = x_1 + x_2 \Rightarrow$ из 1) $2a_0 + 9d = a^2 - a$

из 2) $2a_0 + 9d = \frac{a^3 - a^2}{4}$

значит $a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{4}$

$0 = a(a^2 - a + 4 - 4a) = a(a(a-1) - 4(a-1)) = a(a-1)(a-4)$

$\Rightarrow a = 0; 1; 4$; разберём все три варианта

1) $a = 0$

$x^2 - 5 = 0$

$x_{12} = \pm \sqrt{5}$

Заметим, что $\left| \overset{x_1}{(a_0+5d)} - \overset{x_2}{(a_0+4d)} \right| = |d|$

$4x^2 - 4 = 0$

$x_{34} = \pm 1$

$\overset{a_0+8d}{\underbrace{(a_0+7d)}_{x_3}} - \overset{a_0+2d}{\underbrace{(a_0+2d)}_{x_4}} = 5d$

т.е. разности корней по модулю должны отличаться в 5 раз

Но как видно $|x_{12}| = 2\sqrt{5}$; $\Delta x_{34} = 2$ в 5 раз не отличаются



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

☒ 5

☐ 6

☐ 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{2} a=1 \quad x^2-4=0 \quad x_{1,2}=\pm 2 \quad |x_{1,2}|=4$$

$$4x^2+2+2-1-4=0$$

$$x^2=\frac{1}{4} \Rightarrow x_{3,4}=\pm \frac{1}{2}$$

$|x_{3,4}|=1$ в 5 раз не
отличаются
не подходит

$\textcircled{3} a=4$ последний вариант.

$$~~x^2-12x+1~~ \textcircled{1} x^2-12x-1=0$$

$$\textcircled{2} 4x^2-48x+2^9+2^5-2^{12}-4=0$$

$$\textcircled{2} x^2-12x+2^7+2^3-2^{10}-1=0$$

$$\textcircled{3} x^2-12x-889=0$$

из первого уравнения $D=148 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{12 \pm 2\sqrt{37}}{2} = 6 \pm \sqrt{37}$

из второго уравнения $D=3700 \Rightarrow x_{3,4} = \frac{12 \pm 10\sqrt{37}}{2} = 6 \pm 5\sqrt{37}$

Итак видно, что это арифметическая прогрессия

$$\begin{array}{ccccc} \frac{6-3\sqrt{37}}{4-64} & \frac{6-\sqrt{37}}{5-64} & \frac{6+\sqrt{37}}{6-64} & \frac{6+3\sqrt{37}}{7-64} & \frac{6+5\sqrt{37}}{8-64} \\ \downarrow & & & & \\ \frac{6-5\sqrt{37}}{3-64} & & & & \end{array}$$

все сходится Значит подходит только $a=4$

Ответ: $a=4$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

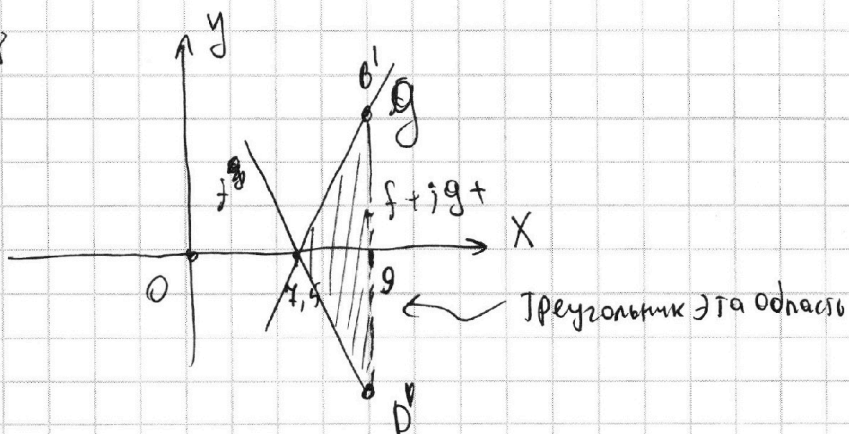
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Теперь начнем раскрывать модули 1) $f+ig+$

Тогда $x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} + x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$

$$2x \leq 18$$

$$x \leq 9$$

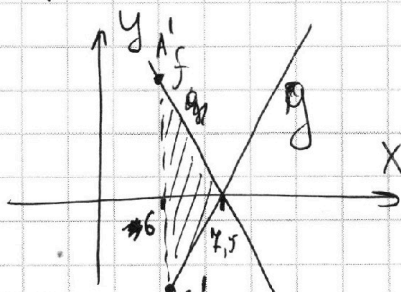


Теперь $f-g-$

~~$x - \frac{15}{2} - x - x + \frac{15}{2} \leq 3$~~

$$2x \geq 12$$

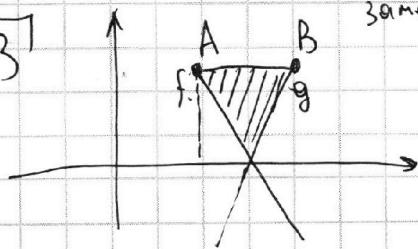
$$x \geq 6 \Rightarrow$$



Теперь $f+g-$

~~$x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} - x + \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$~~

$$y \leq 9\sqrt{3}$$



заметьте, что при $y = 9\sqrt{3}$ абсциссы

$$x - \frac{15}{2} + \frac{9\sqrt{3}}{6\sqrt{3}} = 0$$

$$x = 4.5 - 1.5 = 3$$

и $x = 9$ соотв., т.е. точки $(A-A')$ $(B \text{ и } B')$ совпадают



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

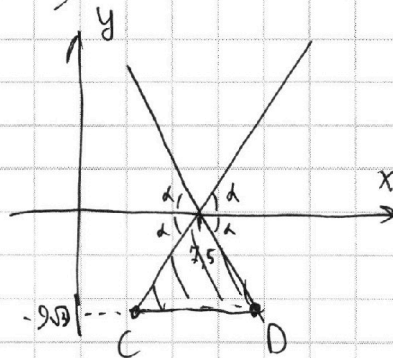
СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Теперь $f - g +$

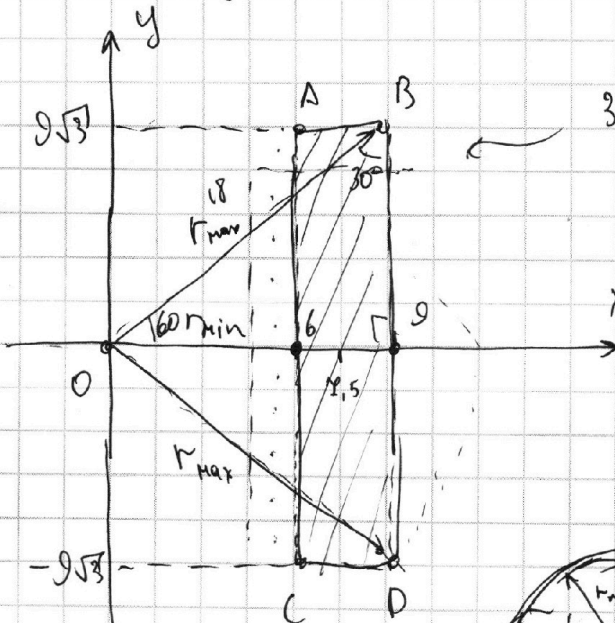
$$-x + \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} + x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$-9\sqrt{3} \leq y \Rightarrow$$



Ну из симметрии
относительно Ox понятно, что
(C и C') (D и D') совпадают

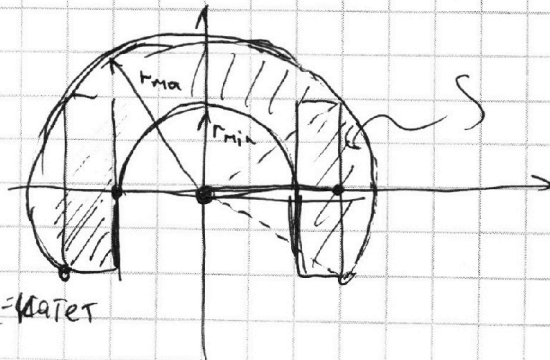
Значит фигура Φ ничто иное как прямоугольник.



Заметим, что при повороте точки движутся
по окружности, а границы
фигуры обращены вокруг O

Зададут нам $R_{\max}$ и $R_{\min}$
 $\rightarrow$ max и min радиус векторы

Нарисуем, что будет происходить:



$$r_{\min} = 6$$

$$r_{\max} = 9 + \sqrt{81 + 3 \cdot 81} = 18$$

$\Rightarrow$

$$\angle OBD = 30^\circ$$

гипотенуза $\frac{1}{2}$ - катет



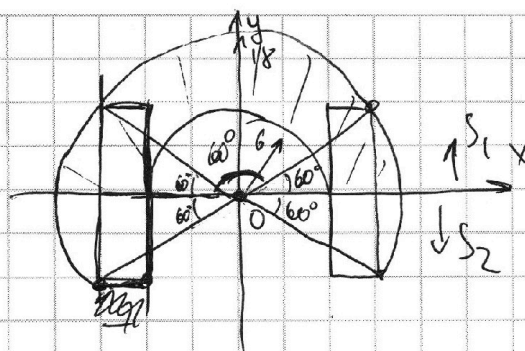
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 из 4

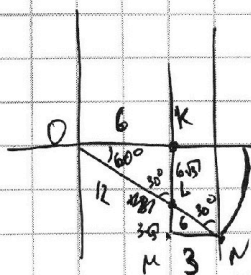
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда площадь:



Тогда в верхней полукруглости площадь $S_1 = \frac{\pi}{2} (18^2 - 6^2)$

А площадь в нижней полукруглости:



Важно! радиус стороны делится 2:1

Площадь сектора 60° :

$$\frac{1}{6} \pi 18^2$$

К этому прибавить S_{MPL} и вычесть S_{OKL}

$$\text{Тогда } S' = \frac{\pi 18^2}{6} + \frac{9\sqrt{3}}{2} - \frac{36\sqrt{3}}{2}$$

Но это справа, а слева штрих триго $\Rightarrow S_2 = 2S'$

$$\begin{aligned} \Rightarrow S_{\text{оп}} &= S_1 + S_2 = \frac{\pi}{2} (18^2 - 6^2) + \frac{\pi 18^2}{3} + 9\sqrt{3} - 36\sqrt{3} = \\ &= \pi \left(\frac{324}{2} - \frac{36}{2} + \frac{324}{3} \right) - 27\sqrt{3} = \pi (162 - 18 + 108) - 27\sqrt{3} = \\ &= 252\pi - 27\sqrt{3} \end{aligned}$$



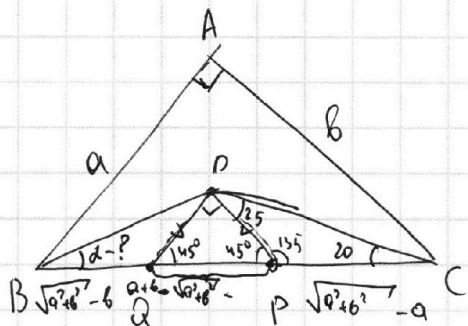
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N7



Ответ: 25° ; Док-во

Пусть $AB = a$; $AC = b$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{a^2 + b^2}$$

т.к. $QC = b$ и $BP = a \Rightarrow$

$$\Rightarrow PC = \sqrt{a^2 + b^2} - a$$

$$BQ = \sqrt{a^2 + b^2} - b$$

$\Rightarrow$ на отрезок PQ остаётся

$$PQ = \sqrt{a^2 + b^2} - 2\sqrt{a^2 + b^2} + a + b = a + b - \sqrt{a^2 + b^2}$$

Теперь: $\triangle DQR$ по условию прямоугольный $P.6 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ углы при основании по 45° и катеты $= PQ \cdot \sin 45^\circ = \frac{PQ}{\sqrt{2}}$

Теперь Докажем, что $\triangle BQD \sim \triangle DPC$ именно таким образом!

Для этого проверим, что $\frac{BQ}{QD} \stackrel{(!)}{=} \frac{DP}{PC}$, тогда если это правда, то

Треугольники подобны, ведь у них есть угол общий 135° и стороны пропорциональны

проверяем:

$$\frac{\sqrt{2}(\sqrt{a^2 + b^2} - b)}{a + b - \sqrt{a^2 + b^2}} \stackrel{!}{=} \frac{a + b - \sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{2}(\sqrt{a^2 + b^2} - a)} \quad \text{Должно хватить}$$

$$2(a^2 + b^2 + ab - (a+b)\sqrt{a^2 + b^2}) \stackrel{!}{=} a^2 + 2ab + b^2 + a^2 + b^2 - 2\sqrt{a^2 + b^2}(a+b)$$

как видно это тождество $\Rightarrow \triangle BQD \sim \triangle DPC \Rightarrow \angle DBQ = \angle CDP =$

$$= 180 - 135 - 20 = 25^\circ$$

Ответ: 25° .

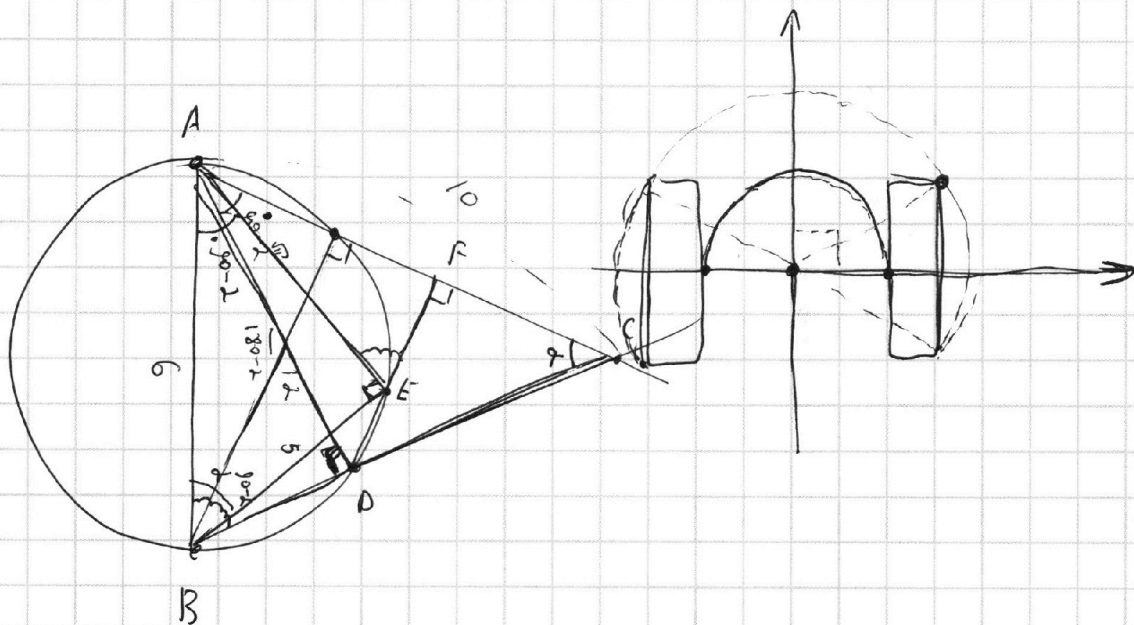


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5$$

$$\begin{aligned} c_0 + 4d \\ c_0 + 5d \end{aligned}$$

$$x^2 - \frac{a^3 - a^2}{4}x + \frac{2a^2 - a^6 - 4}{4} = 0$$

$$\begin{aligned} c_0 + 2d \\ c_0 + 4d \end{aligned}$$

$$12 \pm \sqrt{148}$$

$$a^2 - a = 2c_0 + 9d$$

$$a - 5 = c_0^2 + 9cd + 2cd^2$$

$$\frac{a^3 - a^2}{4} = 2(c_0 + 9d)$$

$$\frac{2a^2 - a^6 - 4}{4} = c_0^2 + 9cd + 14d$$

$$4(a^2 - a) = a^3 - a^2$$

$$4a(a - 1) = a^2(a - 1)$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 18 \\ \hline 144 \\ 180 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 324 \overline{) 108} \\ 108 \\ \hline 0 \\ \hline 18 \\ \hline 18 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$324 \overline{) 12}$$

$$\begin{array}{r} 128 \\ + 8 \\ \hline 136 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 428 \overline{) 3556} \\ 3556 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$a = 0, a = 1, a = 4$$

$$12 \pm \frac{12 \pm 10\sqrt{37}}{2}$$

$$6 \pm 5\sqrt{37}, 6 \pm \sqrt{37}$$



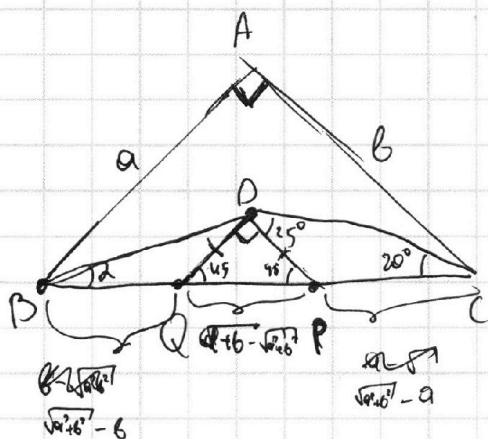


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

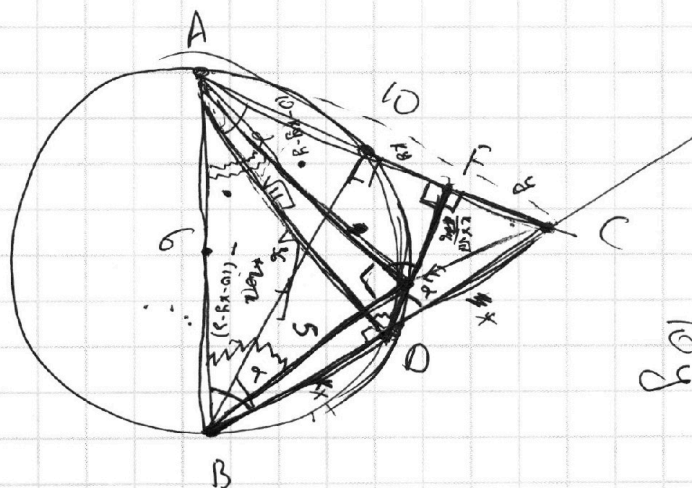
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{\sqrt{2}(\sqrt{a^2+b^2}-b)}{a+b-\sqrt{a^2+b^2}} \text{ vs } \frac{a+b-\sqrt{a^2+b^2}}{\sqrt{2}(\sqrt{a^2+b^2}-a)}$$

$$2(a^2+b^2+ab\sqrt{2}-\sqrt{a^2+b^2}(ab)) \text{ vs } a^2+b^2+2ab+a^2+b^2-2$$



$$x^2(k+1)^2 = y^2(k+1)^2 + 36(10-ky-y)^2$$

AF=8

xx(

$$x(x+kx)$$

$$x^2(k+1) = y(k+1) \cdot 10$$

$$(x^2=10y)$$

$$x^2=y \cdot 10$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper, including:

- Arithmetic: 9999 , $9 \cdot 11111 \dots 1$, 40000 , 11^3 , $121 \div 11$, $121 \div 133$, $81 \div 729$, 729 , $100 - 1$, $N = 40000$.
- Algebra: $(10^{N/4} - 1)^3 = 10^{3N} - 3 \cdot 10^{2N} + 3 \cdot 10^N - 1$, $1000000 \dots 0$, $3N$, 3000 , $AE = \sqrt{36 - 25} = \sqrt{11}$.
- Geometry: A diagram of a triangle ABC with a circle passing through points A, B, C, D, E, F . Angles and lengths are labeled, including $10 \sin 2^\circ$, $10 \sin 4^\circ$, $10 \sin 6^\circ$, $10 \sin 8^\circ$, $10 \sin 10^\circ$, $10 \sin 12^\circ$, $10 \sin 14^\circ$, $10 \sin 16^\circ$, $10 \sin 18^\circ$, $10 \sin 20^\circ$, $10 \sin 22^\circ$, $10 \sin 24^\circ$, $10 \sin 26^\circ$, $10 \sin 28^\circ$, $10 \sin 30^\circ$.
- Trigonometry: $X = \frac{a+b-\sqrt{a^2+b^2}}{\sqrt{2}}$, $\frac{X}{\sin 20^\circ} = \frac{\sqrt{a^2+b^2}-a}{\sin 45^\circ}$, $10 \sin 2^\circ = DC$, $FC = DC \sin 2^\circ$, $10 \sin 2^\circ = DC$, $\frac{X}{\sin 20^\circ} = \frac{a}{\sin 65^\circ}$, $\frac{X}{\sin 20^\circ} = \frac{a}{\sin 65^\circ}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 6x$$

x.

$$-11z = -3$$

$$xy = 0$$

$$3z + z^2 \leq \frac{x^2 + y^2}{2}$$

$$z = -2 \quad xy = -2$$

$$x + y = -1$$

$$-2 \quad 1$$

$$(x+2)^2 (x+2+1.5)^2 - xz -$$

$$(x-z)(x+z+3) = y(z-x)$$

$$3z + 3x + 3y \leq 0$$

$$x = z$$

$$x + y + z$$

$$-2 - 2 \quad 1$$

$$x^2 + 6x + y^2 + 6y + z^2 + 6z + 27$$

$$x \neq z$$

$$x + z + 3 = -y$$

$$xy = 4$$

$$xy + yz + zx + 3(x + y + z) + 27$$

$$x + y = 1$$

$$(x + y + z + 3) = 0$$

$$x = \frac{y}{y}$$

$$\frac{y}{y} + y = 1$$

xyz-корни

$$(t-x)(t-y)(t-z)$$

$$(x-y)(x+y+3) = z(y-x)$$

$$t^3 + (xy + yz +$$

$$x + y + z + 3 = 0$$

$$y^2 + y + 4 = 0$$

$$(x+2+3)(x+2)$$

$$x^2 + xz + 3x + 2x + z^2$$

$$z = 3 + x$$

$$x = y$$

$$x = -3 - z - y$$

$$3z + z^2 = -3y - zy - y^2$$

$$x^2 = 3z + z^2$$

$$3z + z^2 + 3y + zy + y^2 = 0$$

$$xz = 3x^2 + x^2$$

$$f = y^2 + 6y + z^2 + 6z + 27 + z^2 + y^2 + 6z + 6y + 2zy$$

$$000 \quad 000$$

$$C_5^3$$

$$(x+3)^2 + (x+3)^2 = (z+3)^2$$

$$\frac{1}{5} \quad \frac{3}{6}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = (x+y+z)^2 - (2xy + 2yz + 2zx)$$

$$\frac{1}{C_6^3}$$