



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$.
4. [4 балла] В теленгре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$ являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leq 6$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DBC = 35^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

Из системы получаем, что $\begin{cases} z^2 = xy - 4z \\ x^2 = yz - 4x \\ y^2 = zx - 4y \end{cases}$. Раскроем скобки в выражении и подставим полученные значения:

$$(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 8y + 8z + 48 = xy + yz + zx + 4x + 4y + 4z + 48$$

Перемножим уравнения из исходной системы, получим:

$$x^2 y^2 z^2 = xyz(x+4)(y+4)(z+4) \quad | :xyz$$

$$xyz = xyz + 4xy + 4yz + 16z + 4xz + 16x + 16z + 64$$

$$4xy + 4yz + 4xz + 16(x+y+z) = -64 \quad | :4$$

$$xy + yz + xz + 4(x+y+z) = -16$$

Тогда исходное выражение равно:

$$(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = xy + yz + xz + 4(x+y+z) + 48 = -16 + 48 = 32$$

Ответ: 32



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

Пусть n - кол-во девяток в десятичной записи числа. Рассмотрим кубы чисел для n от 1 до 5

$$n=1: 9^3 = 729$$

$$n=2: 99^3 = 970299$$

$$n=3: 999^3 = 997002999$$

$$n=4: 9999^3 = 999700029999$$

$$n=5: 99999^3 = 999970000299999$$

Тогда для произвольного n куб числа будет иметь вид:

$$\underbrace{9 \dots 9}_{n-1} \underbrace{70 \dots 0}_{n-1} \underbrace{29 \dots 9}_n$$

При $n > 25000$ десятичная запись числа n^3 будет иметь

$$n + n - 1 = 49999 \text{ девяток}$$

Ответ: 49999



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

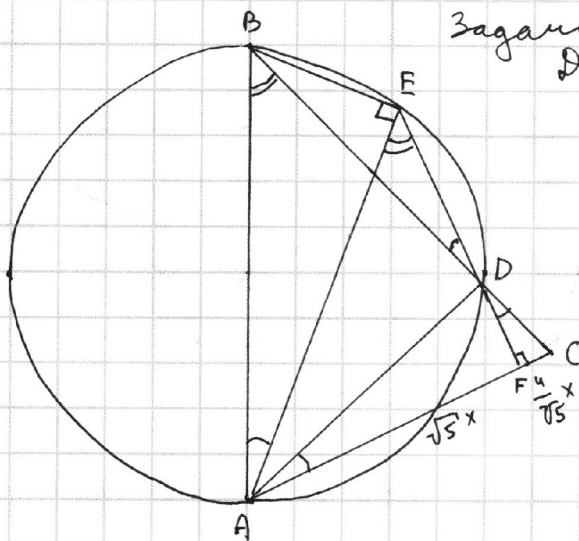
6
☐

7
☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Задача 3

Дано: $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$

Т.к. AB - диаметр, то $\angle AEB = 90^\circ$. По т. Пифагора $AE = \sqrt{15^2 - 10^2} = 5\sqrt{5}$

$\angle BAE = \angle BDE$ (вписанные, опираются на одну дугу) $\angle BDE = \angle CDE$ (вертикальные)
 $\angle DBA = \angle DEA$ (вписанные, опираются на одну дугу).

$\angle ADB = 90^\circ$ (AB - диаметр), $\angle EFA = 90^\circ \Rightarrow$
 $\triangle ABD \sim \triangle AEF \Rightarrow \angle FAE = \angle DAB \Rightarrow$
 $\angle FAD = \angle EAB$ ($\angle DAE$ - общий, а $\angle FAE$ и $\angle DAB$ складываются из 2 углов)

$\triangle ABE \sim \triangle ADF \sim \triangle DCF$ по 2 углам. Тогда $\frac{AF}{DF} = \frac{AE}{BE} = \frac{\sqrt{5}}{2}$. Пусть

$AF = \sqrt{5}x$, тогда $DF = 2x$. $\frac{DF}{FC} = \frac{AE}{BE} = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow FC = \frac{4x}{\sqrt{5}}$.

$AC = AF + FC = 20$

$$\sqrt{5}x + \frac{4}{\sqrt{5}}x = 20 \quad | \cdot \sqrt{5}$$

$$5x + 4x = 20\sqrt{5}$$

$$x = \frac{20\sqrt{5}}{9}$$

$$AF = \sqrt{5}x = \frac{100}{9} = 11\frac{1}{9}$$

Ответ: $AF = 11\frac{1}{9}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.

Рассмотрим вероятность выигрыша, когда игрок выбирает 5 коробок.

Всего способов выбрать 5 коробок - C_x^5 (x - всего коробок). Выигрышных способов - $C_{(x-3)}^2$ (3 коробки обязательно должны быть с шариками, 2 ~~оставшиеся~~ оставшиеся - любые). Вероятность выигрыша $P_1 = \frac{C_{x-3}^2}{C_x^5} = \frac{(x-3)! \cdot (x-5)! \cdot 5!}{(x-5)! \cdot 2 \cdot x!} = \frac{5!}{2 \cdot x \cdot (x-1) \cdot (x-2)}$

Рассмотрим вероятность выигрыша, когда игрок выбирает 8 коробок.

Всего способов - C_x^8 , Выигрышных - C_{x-3}^5 . Вероятность выигрыша:

$$P_2 = \frac{C_{x-3}^5}{C_x^8} = \frac{(x-3)! \cdot (x-8)! \cdot 8!}{(x-8)! \cdot 5! \cdot x!} = \frac{8!}{5! \cdot x \cdot (x-1) \cdot (x-2)}$$

Вероятность выигрыша увеличилась в:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{8! \cdot 2 \cdot x \cdot (x-1) \cdot (x-2)}{5! \cdot x \cdot (x-1) \cdot (x-2) \cdot 5!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 2}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{28}{5} = 5,6$$

Ответ: увеличилась в 5,6 раз



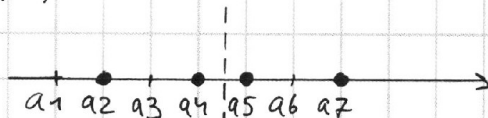
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

Заметим, что если расположить 4, 5, 2 и 7 члены АП на числовой прямой, то они будут расположены симметрично.



но. a_4 и a_5 - корни уравнения (1), а a_2 и a_7 - корни уравнения (2).

Графиками функций $y = x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2 - a^3}{3}$ и $y = 2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a^4$

- являются ~~дв~~ параболы ветвями вверх. Тогда, если корни функций симметричны относительно некоторой оси, значит параболы имеют общую координату вершины по оси Ox ($x_1 = x_2$)

$$x_1 = \frac{a^2 - a}{2 - a^3}; \quad x_2 = \frac{a^3 - a^2}{-2a^6 - 8a^4} \quad ; \quad x_1 = \frac{a^2 - a}{2}; \quad x_2 = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$\frac{3a(a-1)}{2-a^3} = \frac{a^2(a-1)}{-2a^6-8a^4}$$

$$\frac{a(a-1)}{2} = \frac{a^2(a-1)}{4}$$

$$2a(a-1) = a^2(a-1)$$

$$(a-1)(2a-a^2) = 0$$

$$a_1 = 1 \quad \text{или} \quad 2a - a^2 = 0$$

$$a(2-a) = 0$$

$$a = 0 \quad \text{или} \quad a_3 = 2$$

Проверим, подходят ли все значения параметра a .

1) $a_1 = 1$ $x^2 + \frac{2-1}{3} = 0$ (подставим в первое уравнение)
 $x^2 = -\frac{1}{3}$, что невозможно, a_1 не подходит

2) $a_2 = 0$ $x^2 + \frac{2}{3} = 0$
 $x^2 = -\frac{2}{3}$, $x^2 > 0$, a_2 не подходит



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) a_3 = 2 \quad x^2 - 2x - 2 = 0 \text{ (первое уравнение)}$$

$$x_1 = \frac{2 + \sqrt{12}}{2} \quad x_2 = \frac{2 - \sqrt{12}}{2}$$

$$2x^2 - 4x - 128 - 16 - 4 = 0 \text{ (второе уравнение)}$$

$$2x^2 - 4x - 148 = 0$$

$$x_1 = \frac{4 + \sqrt{300}}{2} \quad x_2 = \frac{4 - \sqrt{300}}{2}$$

Действительно, эти корни могут быть 2, 4, 5 и 7 членами АП:

$$a_2 = 1 - 5\sqrt{3}$$

$$a_4 = 1 - \sqrt{3}$$

$$a_5 = 1 + \sqrt{3}$$

$$a_7 = 1 + 5\sqrt{3}$$

Ответ: $a = 2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6.

Сначала решим уравнение $|y-15+\frac{x}{6\sqrt{3}}|+|y-15-\frac{x}{6\sqrt{3}}|=6$. Сделаем

замену: $a=y-15$, $b=\frac{x}{6\sqrt{3}}$:

$$|a+b|+|a-b|=6 \quad |^2$$

$$(a+b)^2+(a-b)^2-36=-2|a+b||a-b|$$

$$2a^2+2b^2-36=-2|a+b||a-b|$$

$$a^2+b^2-18=-|a+b||a-b| \quad |^2$$

$$a^4+b^4+a^2b^2-18a^2+a^2b^2-18b^2-18a^2-18b^2+324=a^4-2a^2b^2+b^4$$

$$4a^2b^2-36a^2-36b^2+324=0$$

$$a^2b^2-9a^2-9b^2+81=0$$

$$a^2(b^2-9)-9(b^2-9)=0$$

$$(a^2-9)(b^2-9)=0$$

$$a^2=9 \quad (1) \quad \text{или} \quad b^2=9 \quad (2)$$

Рассмотрим 2 случая:

$$1) (y-15)^2=9$$

$$y^2-30y+225-9=0$$

$$y^2-30y+216=0$$

$$y_1=18 \quad (1) \quad y_2=12 \quad (2)$$

$$2) \frac{x^2}{36-3}=9$$

$$x^2=9 \cdot 72$$

$$x_1=18\sqrt{3} \quad (3) \quad x_2=-18\sqrt{3} \quad (4)$$

Рассмотрим 4 случая:

$$1) y=18$$

$$2) y=12$$

~~$$\begin{aligned} & \left| 3 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| + \left| 3 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| = 6 \quad |^2 \\ & \left(3 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \right)^2 + \left(3 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \right)^2 - 36 = -2 \left| 3 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| \left| 3 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| \\ & \frac{x^2}{108} + 9 - 18 = - \left| 3 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| \left| 3 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| \\ & \frac{x^2}{108} - 9 = - \left(9 - \frac{x^2}{108} \right) \end{aligned}$$~~

При $y=18$ и $y=12$ x -любое число, графиком является прямая, параллельная Ox

3) $x=18\sqrt{3}$ При $x=18\sqrt{3}$ и $x=-18\sqrt{3}$, y -любое число, графиком является прямая, параллельная Oy .

$$4) x=-18\sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Построим график неравенства
Подставив $T(0;0)$ получим, что
всё прямоугольники не
удовлетворяют неравенству,
значит фигура Φ - закрашенная
область (рис. 1)

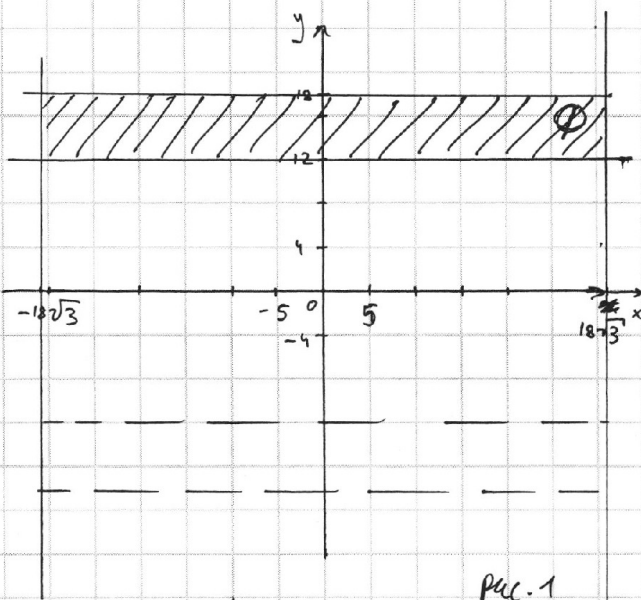


рис. 1

При повороте на π по час. стрелке
фигура превращается на 180° .
Тогда площадь, которую она занимает
отметили на графике (рис. 2)

Найдем радиусе большей окружности
по т. Пифагора: $R = \sqrt{18^2 + (18\sqrt{3})^2} =$
 $\sqrt{324 + 972} = 36$;

радиус меньшей окружности равен
 $r = 12$

Найдем площадь закрашенной
области:

$$S = \pi R^2 - \frac{\pi r^2}{2} - S_{\text{пр}} - S_{\pi}$$

$$S = \pi R^2 - \frac{\pi r^2}{2} - S_{\text{пр}} - S_{\pi}$$

где S - площадь закр. части,

$S_{\text{пр}}$ - площадь прямоугольника

S_{π} - площадь области, ограниченной

выпуклой частью лева круга

$$S = \pi R^2 - \frac{\pi r^2}{2} - 24 \cdot 18\sqrt{3} - S_{\pi} =$$

$$= \pi \cdot 1296 - \frac{\pi \cdot 144}{2} - 24 \cdot 18\sqrt{3} - S_{\pi}$$

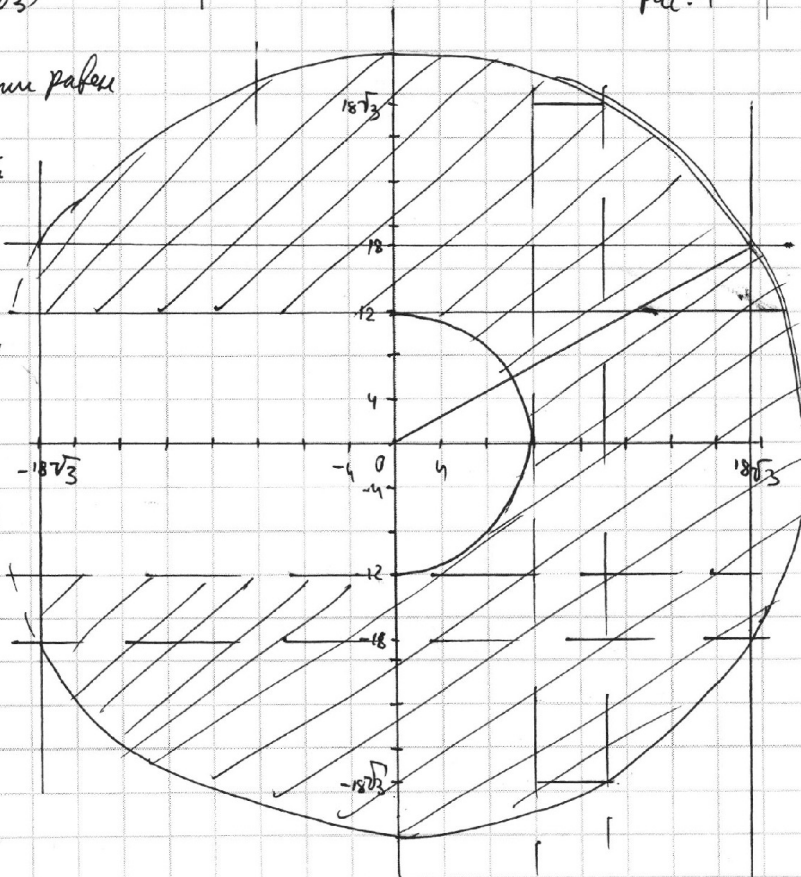


рис. 2



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 8y + 8z + 3 \cdot 16 = xy + yz + zx + 4x + 4y + 4z + 48 = xy + yz + zx + yz - x^2 + 2x - y^2 + xy - z^2 + 48 = -x^2 - y^2 - z^2 + 2xy + 2zx + 2yz + 48 = -(x-y)^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4(x+y+z) = xy + yz + zx$$

$$2(z+4) = xy$$

$$4(x+y+z) + xy + 2x + yz + 48$$

$$x(x+8) + y(y+8) + z(z+8) + 48 =$$

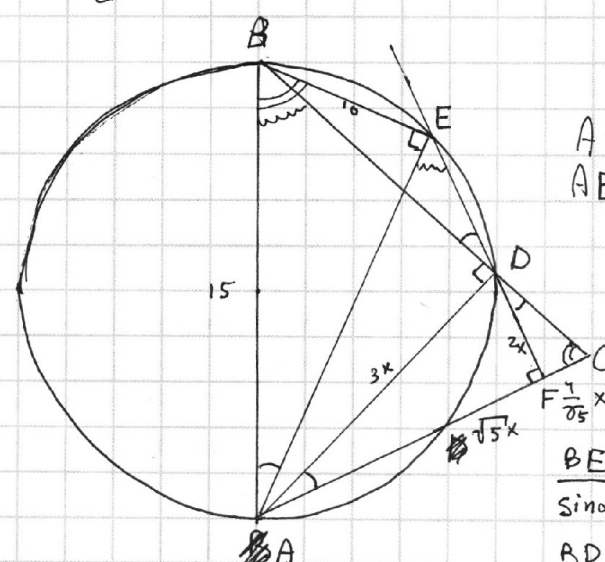
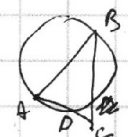
$$\begin{array}{r} 64 \\ 175 \\ \hline 18 \\ 1400 \\ 175 \\ \hline 31,50 \end{array}$$

1 $889^3 = 729$ начало и конец
2 $99^3 = 970299$
3 $999^3 = 997002999$
4 $9999^3 = 998690830999$
 $25000 + 24999 = 49999$

$$\begin{array}{r} 88 \\ 999 \\ 999 \\ \hline 28991 \\ 18991 \\ 8991 \\ \hline 998001 \\ 999 \\ \hline 28982009 \\ 18982009 \\ 8982009 \\ \hline 997002999 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 888 \\ 9999 \\ 9999 \\ \hline 289991 \\ 189991 \\ 89991 \\ \hline 99979001 \\ 9999 \\ \hline 2899811009 \\ 1899811009 \\ 899811009 \\ \hline 999690030999 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ 999 \\ 999 \\ \hline 28991 \\ 18991 \\ 8991 \\ \hline 998001 \\ 999 \\ \hline 28982009 \\ 18982009 \\ 8982009 \\ \hline 997002999 \end{array}$$



$AC = 20$
 $AE = \sqrt{225 - 100} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$

$\triangle CDF \sim \triangle ABE$ $\triangle ABD \sim \triangle AEF$

$\frac{AB}{BE} = \frac{CD}{CF} = \frac{3}{2}$

$\frac{BE}{\sin \alpha} = \frac{BD}{\sin \beta} = 2R$

$BD = 2R \sin \beta = 15 \sin \beta$

$BD = \frac{BE \sin \beta}{\sin \alpha}$

$AD = 20$
 $AF =$
 $\sqrt{5}x + \frac{4}{\sqrt{5}}x = 20$
 $5x + 4x = 20\sqrt{5}$
 $x = 20\sqrt{5}/9$

$AF = x \cdot \sqrt{5} = \frac{20 \cdot 5}{9} = \frac{100}{9} = 11 \frac{1}{9}$

$D = 900 - 864 = 36$
 $g_1 = \frac{30+6}{2} = 18$
 $g_2 = \frac{21}{2} = 12$
 $\frac{x^2}{108} - 9$

$AC = 20$
 $AF =$
 $\sqrt{5}x + \frac{4}{\sqrt{5}}x = 20$
 $5x + 4x = 20\sqrt{5}$
 $x = 20\sqrt{5}/9$

$AF = x \cdot \sqrt{5} = \frac{20 \cdot 5}{9} = \frac{100}{9} = 11 \frac{1}{9}$

$D = 900 - 864 = 36$
 $g_1 = \frac{30+6}{2} = 18$
 $g_2 = \frac{21}{2} = 12$
 $\frac{x^2}{108} - 9$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

x коп
3 вып.

$$C_x^3 = \frac{x \cdot (x-1) \cdot (x-2)}{6} \text{ всего способов}$$

$$C_x^5 = \frac{x \cdot \dots}{5!} \text{ всего способов}$$

$$C_{x-3}^2 = \frac{(x-3)(x-4)}{2} \text{ выпрыгивающих}$$

$$C_x^8$$

$$C_{x-3}^5$$

$$\frac{(x-3)(x-4) \cdot 5!}{2x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$$

$$\frac{8(x-3)(x-4)(x-5)(x-6)(x-7)}{5! \cdot x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)(x-6)(x-7)}$$

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_5^2 = \frac{5 \cdot 4}{2!} = \frac{5!}{3! \cdot 2!}$$

$$\frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 2}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{28}{5}$$

$$\frac{5!}{2 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{2 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 8} = \frac{5}{28}$$

$$\frac{8!}{5! \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6} = 1$$

$$\frac{28}{5}$$

$$\frac{6}{3} - \frac{4}{3}$$

Вершина

$$D_1 = (a^2 - a)^2 - 4 \cdot \frac{2 - a^3}{3} = a^4 - 2a^3 + a^2 - \frac{8}{3} + \frac{4}{3}a^3 = a^4 - \frac{2}{3}a^3 + a^2 - \frac{8}{3}$$

$$x_1 = \frac{a^2 - a + \sqrt{a^4 - \frac{2}{3}a^3 + a^2 - \frac{8}{3}}}{2}$$

$$2^6 = 64$$

$$D_2 = (a^3 - a^2)^2 - 8(-2a^6 - 8a - 4) = a^6 - 2a^5 + a^4 + 16a^6 + 64a + 32 = 17a^6 - 2a^5$$

$$x_1 = \frac{a^3 - a^2 \pm \sqrt{D_2}}{4}$$

$$x_1 = -\frac{b}{2a} = \frac{a^2 - a}{2}$$

$$x_2 = -\frac{b}{2a} = \frac{a^3 - a^2}{2(-2a^6 - 8a - 4)}$$

$$y = -2x^6 - 9x - 4$$

$$-\frac{1}{2} - \frac{2}{64} + \frac{9}{2} - 4$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{32}$$

$$4 + 8 = 12$$

$$x^2 - 2x - 74 = 0$$

$$D = 4 + 296 = 300$$

$$2a^6 + 9a + 4 = 0 \quad a \text{ отриц.}$$

$$2 - 5\sqrt{3} \quad 1 - \sqrt{3} \quad 1 + \sqrt{3} \quad 2 + 5\sqrt{3}$$

$$\frac{2 - 8}{3} = \frac{-6}{3}$$

$$8 - 4$$

$$\frac{1 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{75}} \quad \frac{1 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{75}}$$

$$\frac{2 + 5\sqrt{3}}{2 - 5\sqrt{3}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(|a+b| + |a-b|)^2 = 36$$

$$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 36 = -2|a+b||a-b|$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + a^2 - 2ab + b^2 - 36$$

$$2a^2 + 2b^2 - 36 = -2|a+b||a-b|$$

$$a^2 + b^2 - 6 = -|a+b||a-b|$$

$$(a^2 + b^2 - 6)(a^2 + b^2 - 6) = (a^2 - b^2)^2$$

$$a^4 + a^2b^2 - 6a^2 + a^2b^2 + b^4 - 6b^2 - 6a^2 - 6b^2 + 36 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$$

$$4a^2b^2 - 12a^2 - 12b^2 + 36 = 0$$

$$a^2b^2 - 3a^2 - 3b^2 + 9 = 0$$

$$a^2(b^2 - 3) - 3(b^2 - 3) = 0$$

$$(b^2 - 3)(a^2 - 3) = 0$$

$$b^2 = 3 \quad a^2 = 3$$

$$|0-15| + |0-15| = 0$$

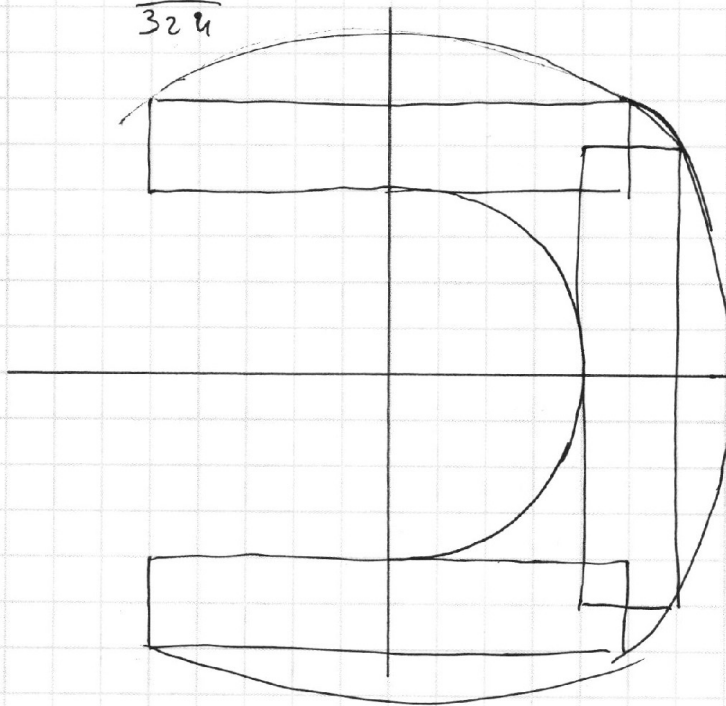
$$15 + 15 = 30$$

$$600$$

6	972	31
18	324	36
18	1296	36
144	648	216
18	324	108
324	162	1295
3	81	
972		



6	0, 0
18	324/2
18	162/2
144	81
18	
324	





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a+b) + |a-b| = 6$$

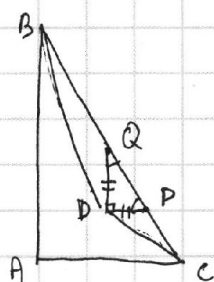
$$(a+b)^2 + (a-b)^2 + 2|a+b|(a-b) = 36$$

$$(a+b)^2 + (a-b)^2 - 36 = -2|a+b|(a-b)$$

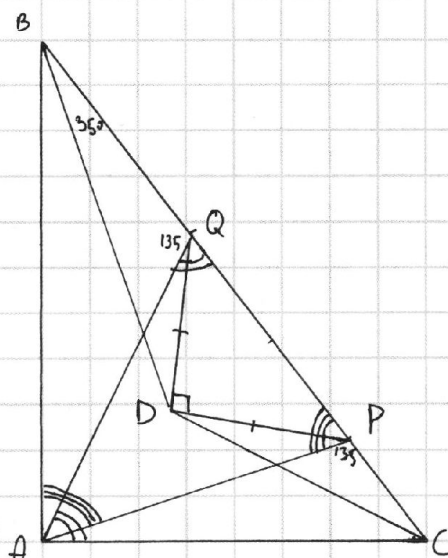
$$((a+b)^2 + (a-b)^2 - 36)^2 = 4(a^2 - b^2)^2$$

$$((a+b)^2 + (a-b)^2 - 36)(a-b+6) = 4(a^2 - 2ab^2 + b^4)$$

$$(a+b)^4 + 2(a+b)^2(a-b-6)(a-b+6) +$$



1 2 3 4 5 6 7
 ?



$$z^2 + x^2 + y^2 + 4z + 4x + 4y = xy + yz + xz$$

$$z^2 + x^2 + y^2 + 8z + 8x + 8y + 48 = xy + yz + xz + 4z + 4x + 4y + 48$$

$$4(x+y+z) = xy + xz + yz - z^2 - x^2 - y^2$$

$$2 = 3 - 4 = 24$$

$$(4+4)(4-3)$$

$$2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$$

$$(5+4)$$

$$x^2 y^2 z^2 = xyz(x+4)(y+4)(z+4)$$

$$xyz = (x+4)(y+4)(z+4)$$

$$xyz = (xy + 4y + 4x + 16)(z+4) = xyz + 4xy + 4yz + 16z + 4xz + 16x + 16y + 64$$

$$4xy + 4yz + 4xz + 16(x+y+z) + 64 = 0$$

$$xy + yz + xz + 4(x+y+z) = -16$$

$$999 = (900 + 90 + 9)^3$$

$$\begin{array}{r} 888 \\ 9999 \\ 39999 \\ 3899991 \\ 2899991 \\ 1899991 \\ 899991 \\ 999991 \\ 99990001 \\ 39999999 \\ 389999820009 \\ 289999820009 \\ 189999820009 \\ 89999820009 \\ 9999700029999 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8882 \\ 99999 \\ 99999 \\ 48999991 \\ 38999991 \\ 28999991 \\ 18999991 \\ 8999991 \\ 9999800001 \end{array}$$