



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$.
4. [4 балла] В теленгра ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$ являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 6$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DBC = 35^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

Из системы получаем, что $\begin{cases} z^2 = xy - 4z \\ x^2 = yz - 4x \\ y^2 = zx - 4y \end{cases}$. Раскроем скобки в выражении и подставим полученные значения:

$$(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 8y + 8z + 48 = xy + yz + zx + 4x + 4y + 4z + 48$$

Перенесем уравнение из исходной системы, получим:

$$x^2 y^2 z^2 = xy z (x+4)(y+4)(z+4) \quad | : xyz$$

$$xyz = xyz + 4xy + 4yz + 4zx + 16x + 16y + 16z + 64$$

$$4xy + 4yz + 4zx + 16(x+y+z) = -64 \quad | : 4$$

$$xy + yz + zx + 4(x+y+z) = -16$$

Тогда исходное выражение равно:

$$(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = xy + yz + zx + 4(x+y+z) + 48 = -16 + 48 = 32$$

Ответ: 32



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

Рассмотрим кубы чисел для n от 1 до 5

$$n=1 : 9^3 = 729$$

$$n=2 : 99^3 = 970299$$

$$n=3 : 999^3 = 997002999$$

$$n=4 : 9999^3 = 999700029999$$

$$n=5 : 99999^3 = 999970000299999$$

Тогда для произвольного n куб числа будет иметь вид:

$$\underbrace{9 \dots 9}_{n-1} \underbrace{70 \dots 0}_{n-1} \underbrace{29 \dots 9}_n$$

При $n > 25000$ десятичная запись числа n^3 будет иметь

$$n + n - 1 = 49999 \text{ девяток}$$

Итак: 49999

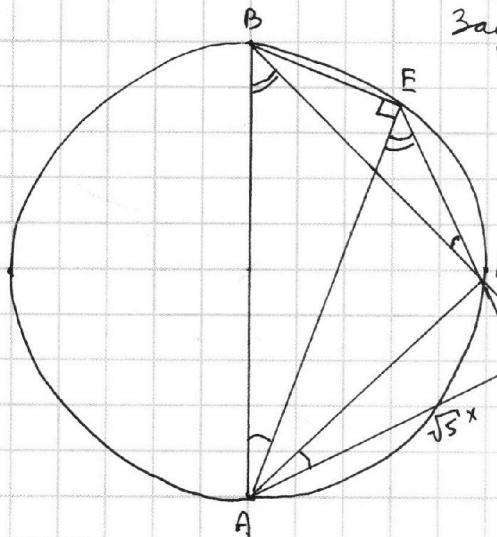


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



Задача 3

Дано: $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$

Т.к. AB -диаметр, то $\angle AEB = 90^\circ$. По т. Пифагора $AE = \sqrt{15^2 - 10^2} = 5\sqrt{5}$

$\angle BAE = \angle BDE$ (вписанные, опирающиеся на одну дугу) $\angle BDE = \angle CDF$ (вертикальные)

$\angle DBA = \angle DAE$ (вписанные, опирающиеся на одну дугу).

~~также~~ $\angle ADB = 90^\circ$ (AB -диаметр), $\angle EFA = 90^\circ \Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle AEF \Rightarrow \angle FAE = \angle DAB \Rightarrow \angle FAD = \angle EAB / \angle DAE - \text{один}, \text{ а } \angle FAE \text{ и } \angle DAB \text{ складываются из 2 углов}$

$\triangle ABE \sim \triangle ADF \sim \triangle DCF$ по 2 углам. Тогда $\frac{AF}{DF} = \frac{AE}{BE} = \frac{\sqrt{5}}{2}$. Решив

$$AF = \sqrt{5}x, \text{ тогда } DF = 2x. \frac{DF}{FC} = \frac{AE}{BE} = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow FC = \frac{4x}{\sqrt{5}}.$$

$$AC = AF + FC = 20$$

$$\sqrt{5}x + \frac{4}{\sqrt{5}}x = 20 \quad | \cdot \sqrt{5}$$

$$5x + 4x = 20\sqrt{5}$$

$$x = \frac{20\sqrt{5}}{9}$$

$$AF = \sqrt{5}x = \frac{100}{9} = 11\frac{1}{9}$$

$$\text{Ответ: } AF = 11\frac{1}{9}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.

Рассмотрим вероятность выигрыша, когда игрок выбирает 5 городов.

Всего способов выбрать 5 городов - C_x^5 (x -всего городов). Выигрышных способов - $C_{(x-3)}^2$ (3 города обязательно должны быть с маркиами, 2 ~~оставшихся~~ оставшихся - любые). Вероятность выигрыша $P_1 = \frac{C_{x-3}^2}{C_x^5} = \frac{(x-3)!(x-5)!5!}{(x-5)! \cdot 2 \cdot x!} = \frac{5!}{2 \cdot (x-1)(x-2)}$

Рассмотрим вероятность выигрыша, когда игрок выбирает 8 городов.

Всего способов - C_x^8 . Выигрышных - C_{x-3}^5 . Вероятность выигрыша?

$$P_2 = \frac{C_{x-3}^5}{C_x^8} = \frac{(x-3)!(x-8)!8!}{(x-8)! \cdot 5! \cdot x!} = \frac{8!}{5! \cdot x \cdot (x-1)(x-2)}$$

Вероятность выигрыша увеличилась в:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{8! \cdot 2 \cdot x \cdot (x-1)(x-2)}{5! \cdot x \cdot (x-1)(x-2) \cdot 5!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 2}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{28}{5} = 5,6$$

Ответ: увеличилась в 5,6 раз



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

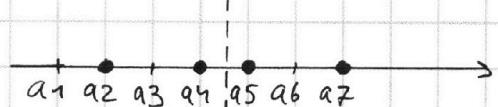
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

Заменили, что если расположим 4, 5, 2 и 7 члены АП на числовой прямой, то они будут расположены симметрично.



но. a_4 и a_5 - корни уравнения (1), а a_2 и a_7 - корни уравнения (2).

Графиками функций $y = x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3}$ и $y = 2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a^4$

- \rightarrow являются параболы ветвящимися вверх. Тогда, если нашеим функции симметричные относительно некоторой оси, значит параболы имеют общую координату вершины по оси Ox ($x_1 = x_2$)

$$x_1 = \frac{3(a^2 - a)}{2 - a^3} ; x_2 = \frac{a^3 - a^2}{-2a^6 - 8a^4} \quad x_1 = \frac{a^2 - a}{2} ; x_2 = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$\frac{3a(a-1)}{2-a^3} = \frac{a^2(a-1)}{-2a^6-8a^4} \quad \frac{a(a-1)}{2} = \frac{a^2(a-1)}{4}$$

$$2a(a-1) = a^2(a-1)$$

$$(a-1)(2a-a^2) = 0$$

$$a_1 = 1 \text{ или } 2a - a^2 = 0$$

$$a(2-a) = 0$$

$$a_2 = 0 \text{ или } a_3 = 2$$

Проверим, подходит ли все полученные значения параметра a .

$$1) a_1 = 1 \quad x^2 + \frac{2-1}{3} = 0 \quad (\text{подходит к первое уравнение})$$

$x^2 = -\frac{1}{3}$, что невозможно, a_1 не подходит

$$2) a_2 = 0 \quad x^2 + \frac{2}{3} = 0$$

$x^2 = -\frac{2}{3}$, $x^2 > 0$, a_2 не подходит



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

3) $a_3=2$ $x^2 - 2x - 2 = 0$ (первое уравнение)

$$x_1 = \frac{2 + \sqrt{12}}{2} \quad x_2 = \frac{2 - \sqrt{12}}{2}$$

$$2x^2 - 4x - 128 - 16 - 4 = 0 \quad (\text{второе уравнение})$$

$$2x^2 - 4x - 148 = 0$$

$$x_1 = \frac{4 + \sqrt{300}}{2} \quad x_2 = \frac{4 - \sqrt{300}}{2}$$

Действительно, эти корни могут быть 2, 4, 5 и 7 членами АП:

$$a_2 = 1 - 5\sqrt{3}$$

$$a_4 = 1 - \sqrt{3}$$

$$a_5 = 1 + \sqrt{3}$$

$$a_7 = 1 + 5\sqrt{3}$$

Ответ: $a=2$

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6.

Начала решить уравнение $|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}| + |y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}| = 6$. Сделал замену: $a = y - 15$, $b = \frac{x}{6\sqrt{3}}$:

$$|a+6| + |a-6| = 6 \quad |^2$$

$$(a+6)^2 + (a-6)^2 - 36 = -2|a+6||a-6|$$

$$2a^2 + 2b^2 - 36 = -2|a+6||a-6|$$

$$a^2 + b^2 - 18 = -|a+6||a-6| \quad |^2$$

$$a^4 + b^4 + a^2b^2 - 18a^2 + a^2b^2 - 18b^2 - 18a^2 - 18b^2 + 324 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$$

$$4a^2b^2 - 36a^2 - 36b^2 + 324 = 0$$

$$a^2b^2 - 9a^2 - 9b^2 + 81 = 0$$

$$a^2(b^2 - 9) - 9(b^2 - 9) = 0$$

$$(a^2 - 9)(b^2 - 9) = 0$$

$$a^2 = 9 \quad \text{или} \quad b^2 = 9 \quad (1) \quad (2)$$

Рассмотрим 2 случая:

$$1) (y-15)^2 = 9$$

$$y^2 - 30y + 225 - 9 = 0$$

$$y^2 - 30y + 216 = 0$$

$$y_1 = 18 \quad y_2 = 12 \quad (1) \quad (2)$$

$$2) \frac{x^2}{36 \cdot 3} = 9$$

$$x^2 = 972$$

$$x_1 = 18\sqrt{3} \quad x_2 = -18\sqrt{3} \quad (3) \quad (4)$$

Рассмотрим 4 случая:

$$1) y = 18$$

$$\left| \frac{y-15}{6\sqrt{3}} + \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| = 6 \quad |^2$$

$$\left(\frac{y-15}{6\sqrt{3}} + \frac{x}{6\sqrt{3}} \right)^2 = 36$$

$$\frac{y^2 - 30y + 225}{108} + \frac{x^2}{108} + \frac{xy}{108} = 36$$

$$\frac{18^2 - 30 \cdot 18 + 225}{108} + \frac{x^2}{108} + \frac{18x}{108} = 36$$

$$-\frac{108}{108} + \frac{x^2}{108} + \frac{18x}{108} = 36$$

$$\frac{x^2 + 18x - 108}{108} = 36$$

$$(x + 18)^2 = 36 \cdot 108$$

$$2) y = 12$$

При $y=18$ и $y=12$ x -любое чило, графиком является прямая, параллельная Ox

3) $x = 18\sqrt{3}$ При $x = 18\sqrt{3}$ и $x = -18\sqrt{3}$, y -любое чило, графиком является прямая, параллельная Oy .

$$4) x = -18\sqrt{3}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Постройте график кривой линии
Подставив в $T(0;0)$ получали, что
одна из всех прямоугольников не
удовлетворяет кривой линии,
заполните фигура Φ - запрашиваемая
область (рис. 1)

При повороте на π по час. стрелке
фигура переворачивается на 180° .
Тогда получас., которую она занесла
отметили на графике (рис. 2)

Найдем радиус большей окружности
по T . Пифагор: $R = \sqrt{18^2 + (18\sqrt{3})^2} =$
 $\sqrt{324 + 972} = 36$;

радиус меньшей окружности равен
 $r = 12$

Найдем площадь запрашиваемой
области:

$$S = \pi R^2 - \frac{\pi r^2}{2} - S_{\text{тр}}$$

$$S = \pi R^2 - \frac{\pi r^2}{2} - S_{\text{тр}} - S_{\text{н}}$$

где S - площадь запрашиваемой,

$S_{\text{тр}}$ - площадь предыдущего

$S_{\text{н}}$ - площадь области, ограниченной

одной из сторон кривой линии слева круга

$$S = \pi R^2 - \frac{\pi r^2}{2} - 24 \cdot 18\sqrt{3} - S_{\text{н}} = 1$$

$$= \pi \cdot 1296 - \frac{\pi \cdot 144}{2} - 24 \cdot 18\sqrt{3} - S_{\text{н}}$$

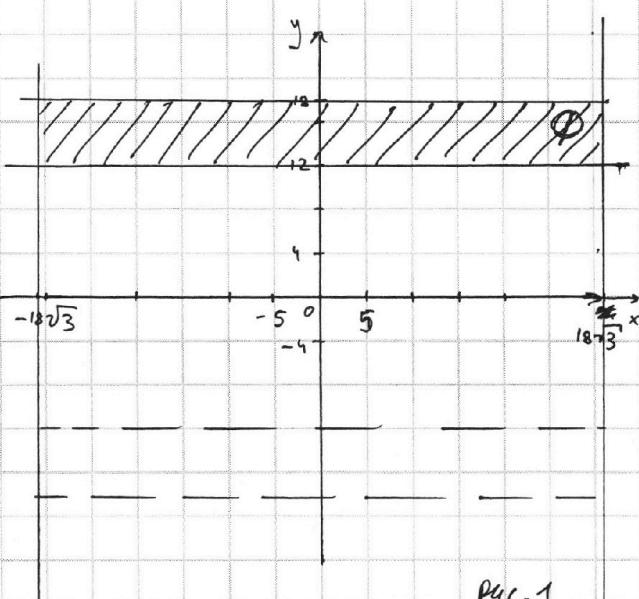


Рис. 1

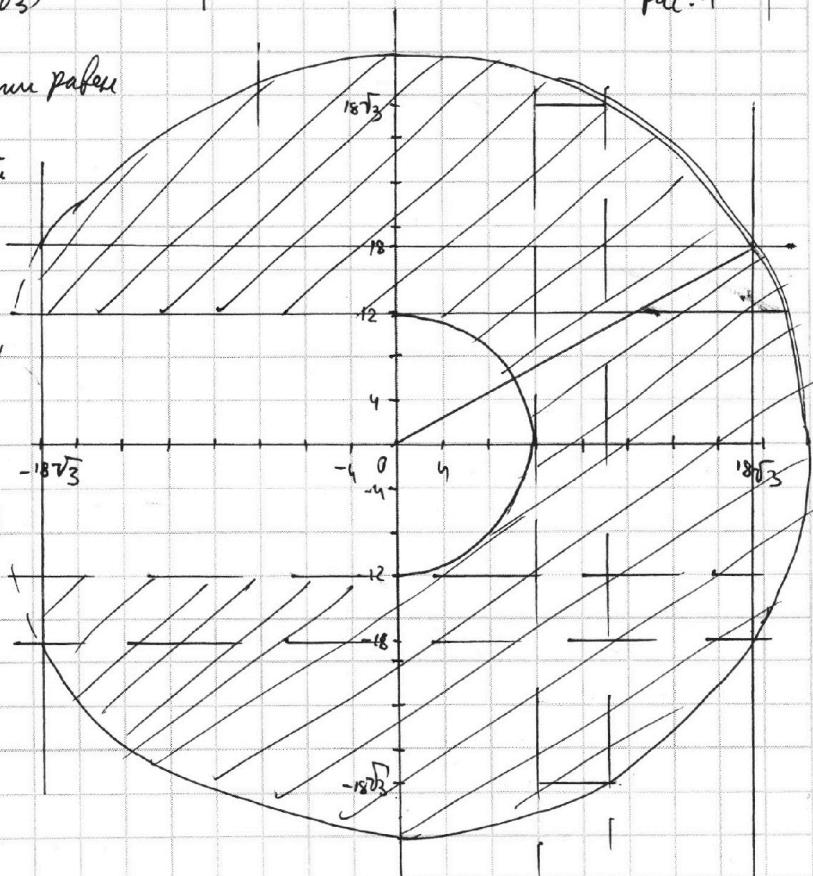


Рис. 2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 8y + 8z + 3 \cdot 16 = xy + yz + zx + 4x + 4y + 4z + 48 = xy + yz + zx$$

$$+ yz - x^2 + zx - y^2 + xy - z^2 + 48 = -x^2 - y^2 - z^2 + 2xy + 2zx + 2yz + 48 = -(x-y-z)^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4(x+y+z) = xy + yz + zx$$

$$4(x+y+z) + xy + zx + yz + 48$$

$$x(x+8) + y(y+8) + z(z+8) + 48 =$$

$$1. 9^3 = 729$$

$$2. 99^3 = 920299$$

$$3. 999^3 = 997002999$$

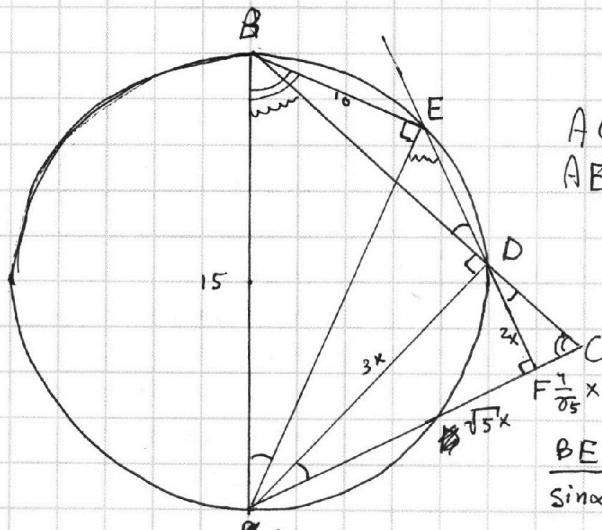
$$4. 9999^3 = 999690830999$$

$$25000 + 24999 = 49999$$

Начало и конец

$$\begin{array}{r} 64 \\ 175 \\ 18 \\ \hline 1400 \\ 175 \\ \hline 3150 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 88 \\ 999 \\ 999 \\ \hline 28991 \\ 18991 \\ \hline 8991 \\ 898001 \\ \hline 999 \\ 28982009 \\ 18982009 \\ \hline 8982009 \\ \hline 997002999 \end{array} \quad \begin{array}{r} 888 \\ 9999 \\ 9999 \\ \hline 389991 \\ 189991 \\ \hline 8991 \\ 89991 \\ \hline 99979001 \\ 99979001 \\ 9999 \\ \hline 3899811009 \\ 2899811009 \\ 1899811009 \\ 899811009 \\ \hline 993690030999 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ 99 \\ 99 \\ \hline 329 \\ 1891 \\ \hline 29801 \\ 88209 \\ \hline 970299 \end{array}$$



$$AC = 20$$

$$AF =$$

$$\sqrt{5}x + \frac{4}{\sqrt{5}}x = 20$$

$$5x + 4x = 20\sqrt{5}$$

$$x = \frac{20\sqrt{5}}{9}$$

$$AF = x \cdot \sqrt{5} = \frac{20\sqrt{5}}{9} = \frac{100}{9} = 11\frac{1}{9}$$

$$BD = 2R \sin B = 15 \sin B$$

$$BD = \frac{BE \sin B}{\sin \alpha}$$

$$D = 900 - 864 = 36 \quad 3 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 6$$

$$g_1 = \frac{30+6}{2} = 18$$

$$g_2 = \frac{21}{2} = 12 \quad \frac{x^2}{108} - 9$$

$$AC = 20 \quad EF? \quad 27$$

$$AB = \sqrt{225 - 100} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5} \quad CD? \quad \frac{36}{162}$$

$$\triangle CDF \sim \triangle ABE \quad \triangle ABD \sim \triangle AEF$$

$$\frac{AB}{BE} = \frac{CD}{CF} = \frac{3}{2}$$

$$\angle DAF = \frac{3}{2}$$

$$T. \text{sinusov } \triangle BED \quad BD - ? \quad \frac{AD}{DF} = \frac{3}{2} \quad 108$$

$$\frac{BE}{\sin \alpha} = \frac{BD}{\sin \beta} = 2R$$

$$\frac{DF}{CF} = \frac{AE}{BE} = \frac{5\sqrt{5}}{10} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$BD = 2R \sin B = 15 \sin B$$

$$CF = \frac{2 \cdot 2x}{\sqrt{5}}$$

$$BD = \frac{BE \sin B}{\sin \alpha}$$

$$D = 900 - 864 = 36 \quad 3 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 6$$

$$g_1 = \frac{30+6}{2} = 18$$

$$g_2 = \frac{21}{2} = 12 \quad \frac{x^2}{108} - 9$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Х кор
3 фами.

$$C_x^3 = \frac{x \cdot (x-1) \cdot (x-2)}{6} \text{ всего способов}$$

+++ 10

$$C_x^5 = \frac{x \dots}{5!} \text{ всего способов}$$

C_x^8

$$C_{x-3}^2 = \frac{(x-3)(x-4)}{2} \text{ быстрых}$$

$C_{(x-3)}^{*5}$

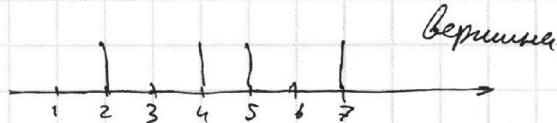
$$(x-3)(x-4) \cdot 5!$$

$$\frac{8(x-3)(x-4)(x-5)(x-6)(x-7)}{5! \times (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)(x-6)(x-7)}$$

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad C_5^2 = \frac{5 \cdot 4}{2!} \quad \frac{5!}{3! \cdot 2!}$$

$$\frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 2}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{28}{5} \quad \frac{5!}{2 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 5}{2 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6} = \frac{5}{28} \quad \frac{6}{3} - \frac{4}{3}$$

$$\frac{8!}{5! \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6} = 1 \quad \frac{28}{5}$$



$$D_1 = (a^2 - a)^2 - 4 \cdot \frac{2-a^3}{3} = a^4 - 2a^3 + a^2 - \frac{8}{3} + \frac{4}{3}a^3 = a^4 - \frac{2}{3}a^3 + a^2 - \frac{8}{3}$$

$$x_1 = \frac{a^2 - a + \sqrt{a^4 - \frac{2}{3}a^3 + a^2 - \frac{8}{3}}}{2}$$

$$2^6 = 64$$

$$D_2 = (a^3 - a^2)^2 - 8(-2a^6 - 8a - 4) = a^6 - 2a^5 + a^4 + 16a^6 + 64a + 32 = 17a^6 - 2a^5$$

$$x_1 = \frac{a^3 - a^2 + \sqrt{D_2}}{4}$$



$$2(a^2 - a)(-2a^6 - 8a - 4) = 2a^2(a-1)$$

$$x_1 = -\frac{b}{2a} = \frac{a^2 - a}{2}$$

$$2a(a-1)(-2a^6 - 8a - 4 - a) = 0 \quad | \quad a=0, a=1$$

$$x_2 = -\frac{b}{2a} = \frac{a^3 - a^2}{2(-2a^6 - 8a - 4)}$$

$$-2a^6 - 9a - 4 = 0 \quad | \quad \frac{9}{296}$$

$$y = -2x^6 - 9x - 4 \quad -\frac{1}{2} - \frac{2}{64} + \frac{9}{2} - 4$$

$$x^2 - 2x - 74 = 0$$

$$2a^6 + 9a + 4 = 0 \quad a \text{ отр.}$$

$$x = 0, 1, -1 \quad \frac{1}{2} - \frac{1}{32}$$

$$4 + 8 = 12$$

$$y = -4, -15, 3$$

$$x^2 - 2x - 74 = 0$$

$$\frac{2-8}{3} = \frac{-6}{3}$$

$$8 - 4$$

$$\begin{array}{l} 1+\sqrt{3} \\ 2+\sqrt{75} \\ 2+5\sqrt{3} \end{array} \quad \begin{array}{l} 1-\sqrt{3} \\ 2-\sqrt{75} \\ 2-5\sqrt{3} \end{array}$$

$$2-5\sqrt{3} \quad 1-\sqrt{3} \quad 1+\sqrt{3} \quad 2+5\sqrt{3}$$

$$4 + 8 = 12$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

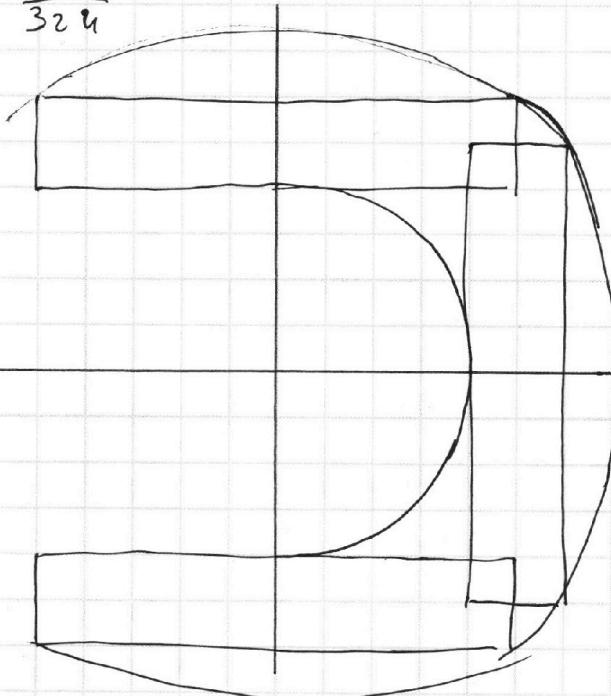
$$\begin{aligned}
 &(|a+b| + |a-b|)^2 = 36 \\
 &(a+b)^2 + (a-b)^2 - 36 = -2|a+b||a-b| \\
 &a^2 + 2ab + b^2 + a^2 - 2ab + b^2 - 36 = -2|a+b||a-b| \\
 &2a^2 + 2b^2 - 36 = -2|a+b||a-b| \\
 &a^2 + b^2 - 6 = -|a+b||a-b| \\
 &(a^2 + b^2 - 6)(a^2 + b^2 - 6) = (a^2 - b^2)^2 \\
 &a^4 + a^2b^2 - 6a^2 + a^2b^2 + b^4 - 6b^2 - 6a^2 - 6b^2 + 36 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 9a^2 - 12a^2 - 12b^2 + 36 = 0 \\
 a^2 b^2 - 3a^2 - 3b^2 + 9 = 0 \\
 a^2(b^2 - 3) - 3(b^2 - 3) = 0 \\
 (b^2 - 3)(a^2 - 3) = 0 \\
 b^2 = 3 \quad a^2 = 3
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 6 \\
 18 \\
 18 \\
 144 \\
 18 \\
 324
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 324/2 \\
 162/2 \\
 81 \\
 1
 \end{array}
 \qquad
 0, 0$$

$$\begin{array}{r}
 10 - 15 + 10 - 15 = 0 \\
 15 + 15 = 30 \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 6 \\
 18 \\
 18 \\
 \hline
 144 \\
 18 \\
 \hline
 324 \\
 324 \\
 \hline
 3 \\
 3 \\
 \hline
 972 \\
 324 \\
 162 \\
 81 \\
 \hline
 9 \\
 \hline
 500 \\
 45 \\
 3 \\
 \hline
 31 \\
 36 \\
 36 \\
 216 \\
 168 \\
 \hline
 1299
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 & 6 \\
 & 18 \\
 & 18 \\
 \hline
 1 & 94 \\
 1 & 8 \\
 \hline
 & 324
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 324 \mid 2 \\
 162 \mid 2 \\
 81 \\
 \hline
 \end{array}$$

2





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

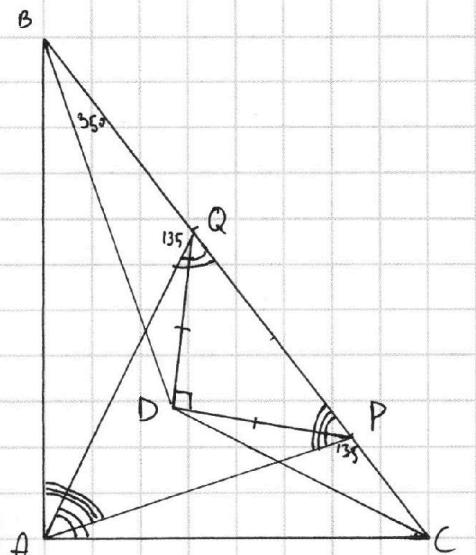
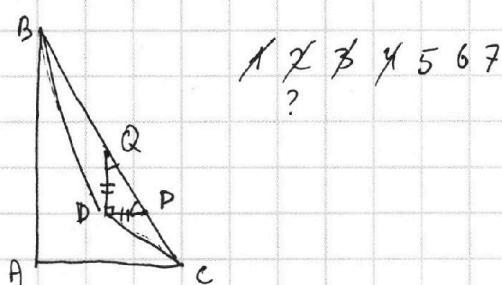
$$(a + b) + |a - b| = b$$

$$(a+6)^2 + (a-6)^2 + 2|a+6||a-6| = 36$$

$$(a+6)^2 + (a-6)^2 - 36 = -2|a+6||a-6|$$

$$(a+b)^2 + (a-b)^2 - 36 = 4(a^2 - b^2)$$

$$((a+b)^2 + (a-b-6)(a-b+6))^2 = 4(a+b)^4 + 2(a+b)^2(a-b-6)(a-b+6) +$$



$$z^2 + x^2 + y^2 + 4z + 4x + 4y = xy + yz + zx$$

$$\frac{z^2 + x^2 + y^2 + 8z + 8x + 8y + 48}{xy + y^2 + x^2 + 4z + 4x + 4y + 48} = \frac{z^2 + x^2 + y^2 + 2xy - 2z^2 - z^2 - x^2 - y^2 + 2xy + 2x^2 + 2y^2 + 48}{xy + y^2 + x^2 + 4z + 4x + 4y + 48}$$

$$^4(x+y+z) = xy + xz + yz - z^2 - x^2 - y^2$$

$$2 \div 3 - 4 = 24$$

$$(q+4)(q-3)$$

$$2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$$

$$x^2y^2z^2 = xyz(x+y)(y+z)(z+x)$$

$$xyz = (x+u)(y+u)(z+u)$$

$$xyz = (xy + 4y + 4x + 16)(2 + y) = xyz + 4xy + 4y^2 + 16y + 4x^2 + 16x + 16z + 64$$

$$4x^2 + 4y^2 + 8xz + 16(x + y + z) + 64 = 0$$

$$4xy + 4yz + 4xz + 16(x+y+z) + 64 = 0$$

$$xy + y^2 \geq xz + y(x+y+z) = -16$$

$$\overline{999} = (900 + 90 + 9)^3$$

$$\begin{array}{r}
 & 888 \\
 & 999 \\
 & 999 \\
 -16 & \overline{)9999} \\
 & 8 \\
 & 9 \\
 & 9 \\
 & 9 \\
 & 1 \\
 & 8 \\
 & 9 \\
 & 9 \\
 & 8 \\
 & 9 \\
 & 9 \\
 & 1 \\
 & \overline{)99980001} \\
 & 9 \\
 & 9 \\
 & 9 \\
 & 8 \\
 & 2 \\
 & 0009 \\
 & \overline{)99999999}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 & 8 & 8 & 8 & 8 \\
 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 \\
 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 \\
 \hline
 & 4 & & & & \\
 & 4 & 8 & 9 & 3 & 9 & 2 & 9 & 1 \\
 & 3 & 8 & 9 & 9 & 9 & 9 & 1 \\
 & 2 & 8 & 9 & 9 & 9 & 9 & 1 \\
 & 1 & 8 & 9 & 9 & 9 & 9 & 1 \\
 & 8 & 9 & 9 & 9 & 9 & 1 \\
 \hline
 & 9 & 9 & 9 & 8 & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{array}$$