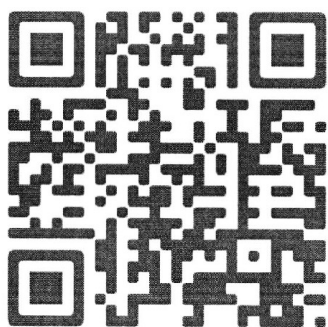




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 6(x+y+z) + 27 =$$

$$= 9 + 6(-3) + 27 = 9 - 18 + 27 = 18.$$

Ответ: 18.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x, y, z \neq 0:$$

$$\begin{cases} (1) xy = 3z + z^2 \\ (2) yz = 3x + x^2 \\ (3) zx = 3y + y^2 \end{cases}$$

$$(1)-(2): xy - yz = 3z - 3x + z^2 - x^2$$

$$y(x-z) = 3(z-x) + (z-x)(z+x)$$

$$-y(z-x) = (z-x)(z+x+3)$$

$$0 = (z-x)(z+x+y+3)$$

Рассмотрим аналогичные разности и полугам:

$$(x-z)(x+y+z+3) = 0$$

Предположим, хотя бы 2 из

$$(x-y)(x+y+z+3) = 0$$

Скорее: $x-z, x-y, y-z$ равны нулю.

$$(y-z)(x+y+z+3) = 0$$

Тогда $x=y=z$.

Тогда, из первого равенства: $x^2 = x^2 + 3x \quad 3x = 0$, а по усл. все числа ненулевые

$$\Downarrow$$

$$x+y+z+3 = 0$$

$$x+y+z = -3 \quad \vee 2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2xz = 9$$

$$\text{Пусть, } x^2 + y^2 + z^2 = p$$

$$2(xy + yz + xz) = 2q$$

$$(1)+(2)+(3):$$

$$p + 2q = 9$$

$$p + 3(x+y+z) = 9$$

$$p - 9 = 9$$

$$p = 18$$

$$9 + 9 + 2q = 9$$

$$9 + 3q = 0$$

$$q = 0, p = 9$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N.2.

$$n = \underbrace{999 \dots 9}_{40000}$$

$$n = 10^{40000} - 1$$

$$n^3 = (10^{40000} - 1)^3 = (10^{40000})^3 - 3 \cdot (10^{40000})^2 + 3 \cdot 10^{40000} - 1$$

$$10^{40000} \cdot (10^{40000} - 3 \cdot 10^{40000} + 3) - 1$$

$$10^{40000} \cdot (10^{40000} - 3) + 3 - 1$$

$$10^{40000} \cdot \underbrace{(99 \dots 97) \cdot 10^{40000} + 3}_{39999} - 1$$

$$10^{40000} \cdot \left(\underbrace{99 \dots 9700 \dots 03}_{39999} - 1 \right)$$

$$\underbrace{99 \dots 9700 \dots 0300 \dots 0}_{39999} - 1 =$$

$$= \underbrace{99 \dots 970 \dots 0299 \dots 9}_{39999}$$

$$39.999 + 40.000 = 79.999$$

Ответ: 79.999.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{2500}{36} - \frac{100 \cdot 11}{36} = x^2 - 100 + 20x - x^2$$

$$\frac{1400}{36} = 20x - 100$$

$$\frac{140}{36} = 2x - 10 \quad | \cdot 2$$

$$\frac{70}{36} = x - 5$$

$$x = 5 + \frac{70}{36} = 6 \frac{34}{36}$$

$$10 - x = 3 \frac{2}{36} = 3 \frac{1}{18} = AF$$

Ответ: $3 \frac{1}{18}$.



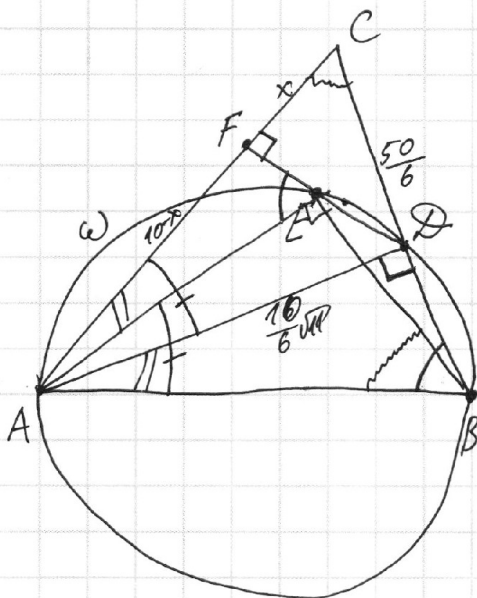
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AC = 10$$

$$AB = 6$$

$$BE = 5.$$

$$AF = ? \quad AD \perp BD, \text{ т.к. } AB - \text{диаметр}$$

т.к. $AEDB$ - вписанный, то

$$\angle AED = 180^\circ - \angle ABD$$

$$\angle AEF = \angle ABD.$$

$$\angle EAF = 90^\circ - \angle AEF = 90^\circ - \angle ABD = \angle DAB.$$

Проведем EB . $EB \perp AE$, т.к. AB - диаметр.

Заметим, что $\angle EAB = \angle CAD$.

$$\angle AED = \angle ADC = 90^\circ \Rightarrow \triangle EAB \sim \triangle DAC \text{ по 2-м углам.}$$

$$\frac{EB}{CD} = \frac{AB}{AC} \quad \frac{5}{CD} = \frac{6}{10} \Rightarrow CD = \frac{50}{6}$$

$$AE^2 + EB^2 = AB^2$$

$$AE^2 + 25 = 36$$

$$AE = \sqrt{11} \Rightarrow AD = \frac{10}{6} \sqrt{11}$$

$$\text{Также заметим, что: } CD^2 - AD^2 = CF^2 - AF^2$$

$$\text{Пусть, } FC = x \Rightarrow AF = 10 - x$$

$$\left(\frac{50}{6}\right)^2 - \left(\frac{10}{6}\right)^2 \cdot 11 = x^2 - (10 - x)^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}\frac{\text{вероятность 66}}{\text{вероятность 5}} &= \frac{(k-3)! \cdot 6!}{3! \cdot k!} \cdot \frac{(k-5)! \cdot 5!}{2! \cdot k!} = \\ &= \frac{(k-5)! \cdot 6! \cdot 2! \cdot k!}{3! \cdot k! \cdot (k-5)! \cdot 5!} = \frac{6! \cdot 2!}{3! \cdot 5!} = \\ &= \frac{5! \cdot 6 \cdot 2!}{3 \cdot 4 \cdot 5!} = \frac{6}{3} = 2.\end{aligned}$$

Ответ: вероятность увеличилась в 2 раза.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

НЧ.

Пусть, у ведущего есть k коробок.

Рассчитаем вероятность угадать верные z коробки, если разрешено брать 5 коробок:

C_k^5 - всего кол-во наборов из 5 коробок.

C_{k-3}^2 - кол-во наборов, где 3 коробки выбраны с марками и, т.е. 3 коробки тогда есть в наборе. из оставшихся $k-3$ коробок нужно выбрать 2 .

тогда, вероятность угадать верные 3 коробки: $\frac{C_{k-3}^2}{C_k^5}$

Если брать 6 коробок:

по аналогии с 4-м случаем

C_k^6 - всего наборов из 6 коробок.

C_{k-3}^3 - наборы, где 3 коробки с марками выбраны.

вероятность равна: $\frac{C_{k-3}^3}{C_k^6}$

$$\frac{\text{вероятность 6}}{\text{вероятность 5}} = \frac{\left(\frac{C_{k-3}^3}{C_k^6} \right)}{\left(\frac{C_{k-3}^2}{C_k^5} \right)} = \frac{\left(\frac{(k-3)!}{3!(k-6)!} \right)}{\left(\frac{(k-3)!}{2!(k-5)!} \right)}$$

$$\text{вероятность 6: } \frac{C_{k-3}^3}{C_k^6} = \frac{\left(\frac{(k-3)!}{3!(k-6)!} \right)}{\left(\frac{k!}{6!(k-6)!} \right)} = \frac{k-3!}{3!} \cdot \frac{k!}{6!} = \frac{k-3! \cdot 6!}{3! \cdot k!}$$

$$\text{вероятность 5: } \frac{C_{k-3}^2}{C_k^5} = \frac{\left(\frac{(k-3)!}{2!(k-5)!} \right)}{\left(\frac{k!}{5!(k-5)!} \right)} = \frac{(k-3)!}{2!} \cdot \frac{k!}{5!} = \frac{(k-3)! \cdot 5!}{2! \cdot k!}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) $a=4$.

$$x^2 - (10 - 4)x + 4 - 5 = 0$$

$$x^2 - 12x - 1 = 0 \text{ - первое уравнение. } D = 144 + 4 = 148 = 37 \cdot 4$$

$$4x^2 - 48x + 2 \cdot 256 + 2 \cdot 16 - 4^6 - 4 = 0 \quad 1.4$$

$$x^2 - 12x + 2 \cdot 64 + 2 \cdot 4 - 4^5 - 1 = 0.$$

$$x^2 - 12x + 128 + 8 - 1024 - 1 = 0.$$

$$(2) \quad x^2 - 12x - (900 - 111) = 0.$$

$$D = 144 + 3600 - 44 = 3700 = 37 \cdot 100$$

$$x_1 = \frac{12 - 10\sqrt{37}}{2} = 6 - 5\sqrt{37}$$

$$x_2 = \frac{12 + 10\sqrt{37}}{2} = 6 + 5\sqrt{37}$$

первое уравнение:

$$x^2 - 12x - 1 = 0. \quad D = 144 + 4 = 148 = 37 \cdot 4$$

$$x_1 = \frac{12 + 2\sqrt{37}}{2} = 6 + \sqrt{37}$$

$$x_2 = \frac{12 - 2\sqrt{37}}{2} = 6 - \sqrt{37}$$

$$6 - 5\sqrt{37}, 6 - \sqrt{37}, 6 + \sqrt{37}, 6 + 5\sqrt{37}$$

образуют арифм прогрессию с шагом $2\sqrt{37}$.

$$3 \text{ член: } 6 - 5\sqrt{37}$$

$$5 \text{ член: } 6 - 5\sqrt{37} + 2 \cdot 2\sqrt{37} = 6 - \sqrt{37}$$

$$6 \text{ член: } 6 - \sqrt{37} + 2\sqrt{37} = 6 + \sqrt{37}$$

$$8 \text{ член: } 6 + \sqrt{37} + 2 \cdot 2\sqrt{37} = 6 + 5\sqrt{37}. \Rightarrow a = 4 \text{ - проверка.}$$

Ответ: $a = 4$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

иррациональное число - ир-решие.

Если d - иррационально, то $1, n - 1$ в прогрессии

$$\Downarrow$$
$$1 + nd = -1 \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$nd = -2$$

$d = -\frac{2}{n}$ - рациональное - ир-решие

$\Downarrow$
 $1, -1, \sqrt{5}, -\sqrt{5}$ - не могут быть в одной прогрессии
 $\Downarrow$
 $a = 0$ - не подходит.

и и.

2) $a = 1$:

~~$4x^2 - 0 \cdot x + 1 - 5 = 0$~~ $x^2 - 0 \cdot x + 1 - 5 = 0 = x^2 - 4 = 0$ - первое ур.

$$4x^2 - 0 \cdot x + 2 + 2 - 1 - 4 = 0 = 4x^2 - 1 = 0$$
 - второе ур.

$2, -2$ - корни первого уравнения

$\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ - корни второго уравнения.

III. К. корни первого уравнения - соседние члены ариф. прогрессии, то: $|d| = |2 - (-2)| = 4 \Rightarrow$ та же ариф. прогрессия целый, 2 - член прогрессии - целый $\Rightarrow$ все члены

этой прогрессии - целые, но тогда $\frac{1}{2}$ - не целое число не может встать в этой прогрессии - ир-решие

$\Downarrow$
 $a = 1$ - не подходит.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$

Пусть, корни второго уравнения: $x, x + 5d$, где d — ~~разн~~ разность арифм. прогрессии.

Тогда: $x, x + 2d, x + 3d$ — корни первого уравнения;

Запишем т. Виета для первого и второго уравнений:

$$x + x + 5d = \frac{a^2 - a}{1}$$

$$x + 2d + x + 3d = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$\frac{a^3 - a^2}{4} = a^2 - a$$

$$\frac{a \cdot a(a - 1)}{4} = a(a - 1)$$

$$a(a - 1)\left(\frac{a}{4} - 1\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 1 \\ a = 4 \end{cases}$$

1) $a = 0$:

$$x^2 - 0 \cdot x + 0 - 5 = 0 = x^2 - 5 = 0 \text{ — первое уравнение.}$$

$$4x^2 - 0 \cdot x - 4 = 0 = 4x^2 - 4 = 0 \text{ — второе уравнение.}$$

Корни первого уравнения: $\sqrt{5}, -\sqrt{5}$.

Корни второго: $1, -1$.

Если d — рациональное $\Rightarrow$ все члены ариф.

прогрессии рациональны, т.к. 1 — рац., но $\sqrt{5}$ —

$$\angle BAP = 90^\circ - \alpha, \quad \angle APB = 90^\circ - \alpha.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(10^3 - 1)^3 = 10^6 - 3 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^2 - 1$$

$$1000000 - 30000 + 300 - 1$$

$$99970000$$

$$(10^4 - 1)^3 = 10^6 - 3 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^2 - 1$$

$$n \rightarrow n+1$$

$$(10^4 - 1)^3$$

$$(10^{3n} - 10^{2n} \cdot 3 + 10^{4n} \cdot 3 - 1) \cdot 1000$$

$$10^{3n+3} - 10^{2n+2} \cdot 3 + 10^{4n+3} \cdot 3 - 1$$

$$10^{3n+3} - 10^{2n+2} \cdot 3 + 10^{4n+3} \cdot 3 - 1$$

$$(10^3 - 1)^3 = 10^6 - 3 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^2 - 1$$

$$1000000000 - 300000000 + 300000 - 1$$

$$99970000000$$

$$99970000000 - 1 = 99969999999$$

$$99970000000 - 1 = 99969999999$$

$$\frac{1}{(6121)} = \frac{1}{(6121)}$$

$$\frac{1}{(6121)} = \frac{1}{(6121)}$$

$$\frac{1}{(6121)} = \frac{1}{(6121)}$$

Вариант ответа не
корректен.
Множественный выбор:
С₁ - верно
С₂ - верно
С₃ - верно
С₄ - верно
С₅ - верно
С₆ - верно
С₇ - верно
С₈ - верно
С₉ - верно
С₁₀ - верно
С₁₁ - верно
С₁₂ - верно
С₁₃ - верно
С₁₄ - верно
С₁₅ - верно
С₁₆ - верно
С₁₇ - верно
С₁₈ - верно
С₁₉ - верно
С₂₀ - верно
С₂₁ - верно
С₂₂ - верно
С₂₃ - верно
С₂₄ - верно
С₂₅ - верно
С₂₆ - верно
С₂₇ - верно
С₂₈ - верно
С₂₉ - верно
С₃₀ - верно
С₃₁ - верно
С₃₂ - верно
С₃₃ - верно
С₃₄ - верно
С₃₅ - верно
С₃₆ - верно
С₃₇ - верно
С₃₈ - верно
С₃₉ - верно
С₄₀ - верно
С₄₁ - верно
С₄₂ - верно
С₄₃ - верно
С₄₄ - верно
С₄₅ - верно
С₄₆ - верно
С₄₇ - верно
С₄₈ - верно
С₄₉ - верно
С₅₀ - верно
С₅₁ - верно
С₅₂ - верно
С₅₃ - верно
С₅₄ - верно
С₅₅ - верно
С₅₆ - верно
С₅₇ - верно
С₅₈ - верно
С₅₉ - верно
С₆₀ - верно
С₆₁ - верно
С₆₂ - верно
С₆₃ - верно
С₆₄ - верно
С₆₅ - верно
С₆₆ - верно
С₆₇ - верно
С₆₈ - верно
С₆₉ - верно
С₇₀ - верно
С₇₁ - верно
С₇₂ - верно
С₇₃ - верно
С₇₄ - верно
С₇₅ - верно
С₇₆ - верно
С₇₇ - верно
С₇₈ - верно
С₇₉ - верно
С₈₀ - верно
С₈₁ - верно
С₈₂ - верно
С₈₃ - верно
С₈₄ - верно
С₈₅ - верно
С₈₆ - верно
С₈₇ - верно
С₈₈ - верно
С₈₉ - верно
С₉₀ - верно
С₉₁ - верно
С₉₂ - верно
С₉₃ - верно
С₉₄ - верно
С₉₅ - верно
С₉₆ - верно
С₉₇ - верно
С₉₈ - верно
С₉₉ - верно
С₁₀₀ - верно



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases}$$

$$\underbrace{x^2 + y^2 + z^2}_b \underbrace{(x+y+z)}_a = \underbrace{xy + yz + zx}_c$$

$$c = b + 3a$$

$$a^2 = b + 2c$$

$$3a = c - b$$

$$9a^2 = c^2 + b^2 - 2bc = 9b^2 + 16a^2$$

$$x^2 + 3x - z^2 - 3z = yz - 3x$$

$$(x-z)(x+z) + 3(x-z) = y(z-x)$$

$$(x-z)(x+z) + 3(x-z) + y(x-z) = 0$$

$$(x-z)(x+z+y+3) = 0$$

$$x+y+z+3=0$$

$$x+y+z = -3 \quad \vee \quad z$$

$$\underbrace{x^2 + y^2 + z^2}_p + \underbrace{2xy + 2xz + 2yz}_q = 9$$

$$128 + 8 - 1024 = -1$$

$$125 + 3 + 8 - 1025 = -1$$

$$11 - 900 = -(900 - 11)$$

$$(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = ?$$

$$xy + yz + zx = q$$

$$q = p + 3(-3)$$

$$q = p - 9$$

$$p = q + 9$$

$$p + 2q = 9$$

$$3q + 9 = 0$$

$$p + 3(-3) = q$$

$$p - q = 9$$

$$p + q = 9$$

$$p = 9$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$xy = 3z + z^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 3(x + y + z) = t$$

$$yz = 3x + x^2$$

$$\cancel{x^2 + y^2 + z^2 + 3(x + y + z)}$$

$$zx = 3y + y^2$$

$$\cancel{x^2 + y^2 + z^2 + 3(x + y + z)}$$

$$-3(x + y + z) = t - x^2 - y^2 - z^2$$

$$x^2 + 6x + 9 + y^2 + 6y + 9 + z^2 + 6z + 9$$

$$t + 3(x + y + z) + 27$$

$$\cancel{x^2 + y^2} \cdot \cancel{x + y}$$

$$3(x + y + z) = t - (x^2 + y^2 + z^2)$$

$$(x + y + z)^2 = \overset{a}{x^2} + \overset{b}{y^2} + z^2 + 2\cancel{x + y} + 2t$$

$$a^2 = b + t$$

$$t + 3a + 27$$

$$b + 3a = t$$

$$a^2 = b + 2b + 6a$$

$$a^2 - 2t + 6a$$

$$a^2 = 3b + 6a$$

$$a^2 - b$$

$$a^2 - 6a - 3b = 0$$

$$D =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найти все значения a :

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$$

$$x_1 + 2d, x_1 + 3d$$

корни - члены

ариф. прогрессии. 5, 6

a корни $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$
 $x_1, x_1 + 5d$ 3, 8.

$$\begin{aligned} 1) & \boxed{x_1 + x_2 = a^2 - a} \\ 2) & \boxed{x_1 + x_2 = \frac{a^3 - a^2}{4}} \end{aligned}$$

$$a^2 - a = a^3 - a^2$$

~~$a = 0$~~
 ~~$a = 1$~~
 $a \neq 1$

$$\textcircled{2} \quad a(a-1) = a^3(a-1)$$

$$(a-1)(a^2 - a) = 0$$

$$a(a-1)^2 = 0$$

$$1) \quad a = 0.$$

$$x^2 - 5 = 0. \quad \sqrt{5} - \sqrt{5}$$

$$4x^2 - 4 = 0. \quad 1 - 1$$

$$-2 \quad 2$$

$$1) \quad a = 1 \quad x^2 + 1 - 5 = 0 \quad x^2 - 4 \quad \lambda = \pm 2$$

$$2) \quad 4x^2 + 2 + 2 - 1 - 4 = 4x^2 + 2 + 2 - 1 - 4 =$$

$$= 4x^2 - 1 \quad -\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}$$