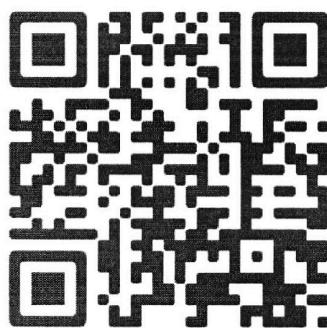


МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичную запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В теленгра ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+3)^2 + (y+9)^2 + (z+3)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 6(x+y+z) + 27 = \\ = P + 6(-3) + 27 = 9 - 18 + 27 = 18.$$

Ответ: 18.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x, y, z \neq 0:$$

$$\begin{cases} (1) xy = 3z + z^2 \\ (2) yz = 3x + x^2 \\ (3) zx = 3y + y^2 \end{cases}$$

(1)(2): $xy - yz = 3z - 3x + z^2 - x^2$
 $y(x-z) = 3(z-x) + (z-x)(z+x)$
 $-y(z-x) = (z-x)(z+x+3)$

$$0 = (z-x)(z+x+y+3)$$

Рассмотрим аналогичные равенства и получим:

$$(x-z)(x+y+z+1) = 0$$

Предположим, чтобы было 2 сущ.

$$(x-y)(x+y+z+3) = 0$$

Следов: $x-z$, $x-y$, $y-z$ равны нулю.

$$(y-z)(x+y+z+3) = 0.$$

Тогда $x=y=z$.

Тогда, из первого равенства: $x^2 = x + 3x \Rightarrow 3x = 0$, а это

знач. все числа ненулевые

$$x+y+z+3 = 0.$$

$$x+y+z = -3 \quad \vee 2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2xz = 9.$$

Пусть, $x^2 + y^2 + z^2 = p$

$$2(xy + yz + xz) = 2q$$

(1)(2)+(3):

$$p + 2q = 9$$

$$p + 3(x+y+z) = 9$$

$$p - q = 9$$

$$p = q + 9$$

$$q + 9 + 2q = 9$$

$$q + 3q = 0$$

$$q = 0, p = 9.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

N.2.

$$n = \underbrace{999\ldots}_{40000} 9$$

$$n = 10^{40000} - 1$$

$$\begin{aligned} n^3 &= (10^{40000} - 1)^3 = (10^{40000})^3 - 3 \cdot (10^{40000})^2 + 3 \cdot 10^{40000} \\ &\quad 10^{40000} (10^{40000} - 3 \cdot 10^{40000} + 3) - 1 \\ &\quad 10^{40000} (10^{40000} (10^{40000} - 3) + 3) - 1 \\ &\quad 10^{40000} ((99\ldots 97) \cdot 10^{40000} + 3) - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &10^{40} (\underbrace{99\ldots 97}_{39999} \underbrace{9700\ldots 0300}_{39999} \underbrace{0\ldots 0}_{40000} - 1) = \\ &= \underbrace{99\ldots 97}_{39999} \underbrace{970\ldots 0299}_{39999} \underbrace{\ldots 0\ldots 9}_{40000} \end{aligned}$$

$$39.999 + 40.000 = 79.999$$

Ответ: 79.999.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{2500}{36} - \frac{100 \cdot 11}{36} = x^2 - 100 + 20x - x^2$$

$$\frac{1400}{36} = 20x - 100$$

$$\frac{140}{36} = 2x - 10 \quad | \cdot 2$$

$$\frac{70}{36} = x - 5$$

$$x = 5 + \frac{70}{36} = 6 \frac{34}{36}$$

$$10 - x = 3 \frac{2}{36} = 3 \frac{1}{18} = AE$$

Ответ: $3 \frac{1}{18}$.



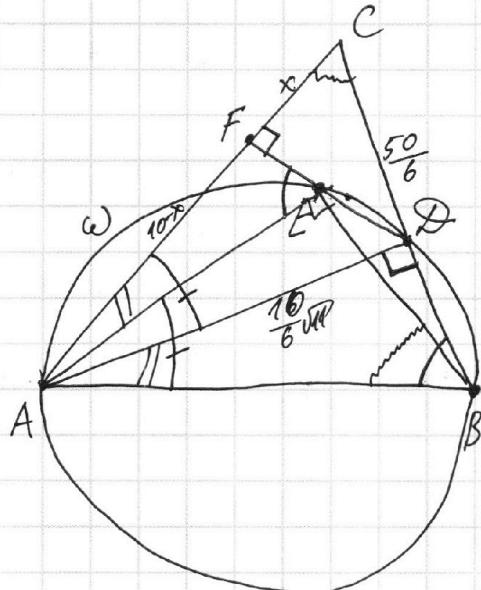
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$AC = 10$$

$$AB = 6$$

$$BE = 5.$$

AF? $\angle ADB$, т.к. AB -диаметр

т.к. $AEDB$ -вписаный, то

$$\angle AED = 180^\circ - \angle ABD$$

$$\angle AEF = \angle ABD.$$

$$\angle EAF = 90^\circ - \angle AEF = 90^\circ - \angle ABD = \angle CAD.$$

Проверим EB. $EB \perp AE$, т.к. AB -диаметр.

Заметим, что $\angle EAB = \angle CAD$.

$\angle AED = \angle ADC = 90^\circ \Rightarrow \triangle EAB \sim \triangle DAC$ по 2-му признаку.

$$\frac{EB}{CD} = \frac{AB}{AC} \quad \frac{5}{CD} = \frac{6}{10} \Rightarrow CD = \frac{50}{6}$$

$$AE^2 + EB^2 = AB^2$$

$$AE^2 + 25 = 36$$

$$AE = \sqrt{11} \Rightarrow AD = \frac{10}{6}\sqrt{11}$$

Последнее, заметим, что: $CD^2 - AD^2 = CF^2 - AF^2$

Пусть, $FC = x \Rightarrow AF = 10 - x$

$$\left(\frac{50}{6}\right)^2 - \left(\frac{10}{6}\right)^2 \cdot 11 = x^2 - (10-x)^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \frac{\text{Вероятность 6}}{\text{вероятность 5}} &= \frac{(k-3)! \cdot 6!}{3! \cdot k!} \cdot \frac{(k-5)! \cdot 5!}{2! \cdot k!} = \\ &= \frac{(k-5)! \cdot 6! \cdot 2! \cdot k!}{3! \cdot k! \cdot (k-3)! \cdot 5!} = \frac{6! \cdot 2!}{5! \cdot 5!} = \\ &= \frac{5! \cdot 6 \cdot 2!}{3 \cdot 4! \cdot 5!} = \frac{6}{3} = 2. \end{aligned}$$

Ответ: вероятность увеличилась в 2 раза.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4.

Пусть, у ведущего есть 6 коробок.

Посчитаем вероятность угадать первые 3 коробки,
если разрешено брать 5 коробок:

C_k^5 - всего кол-во наборов из 6 коробок.

C_k^2 - кол-во наборов, где 3 коробки выбраны с марками, и к.з коробки тоже есть в наборе, т.к оставшиеся 3-х коробки нужно выбрать 2.
тогда, вероятность угадать первые 3 коробки: $\frac{C_k^2}{C_k^5}$

Если брать 6 коробок:

по аналогии с 1-м случаем

C_k^6 - всего наборов из 6 коробок

C_k^3 - наборы, где 3 коробки с марками выбраны.

вероятность равна: $\frac{C_k^3}{C_k^6}$.

$$\frac{\text{вероятность}}{\text{вероятность}} = \frac{\left(\frac{C_k^3}{C_k^6}\right)}{\left(\frac{C_k^2}{C_k^5}\right)} = \frac{\frac{(k-3)!}{(3!(k-6)!)}}{\frac{k!}{6!(k-6)!}}$$

$$\text{вероятность 6: } \frac{C_k^3}{C_k^6} = \frac{\frac{(k-3)!}{3!(k-6)!}}{\frac{k!}{6!(k-6)!}} = \frac{(k-3)! \cdot k!}{3! \cdot 6!} = \frac{(k-3)! \cdot 6!}{3! \cdot k!}$$

$$\text{вероятность 5: } \frac{C_k^2}{C_k^5} = \frac{\frac{(k-3)!}{2!(k-5)!}}{\frac{k!}{5!(k-5)!}} = \frac{(k-3)!}{2!} \cdot \frac{k!}{5!} = \frac{(k-3)! \cdot 5!}{2! \cdot k!}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) a=4.$$

$$X^2 - (18 - 4)X + 4 - 5 = 0$$

$$X^2 - 12X - 1 = 0 \text{ - первое уравнение. } D = 144 + 4 = 148 = 37 \cdot 4$$

$$4X^2 - 48X + 2 \cdot 256 + 2 \cdot 16 - 4^6 - 4 = 0 \quad | :4$$

$$X^2 - 12X + 2 \cdot 64 + 2 \cdot 4 - 4^5 - 1 = 0.$$

$$X^2 - 12X + 128 + 8 - 1024 - 1 = 0.$$

$$(2) X^2 - 12X - (900 - 111) = 0.$$

$$D = 144 + 3600 - 44 = 3700 = 37 \cdot 100$$

$$x_1 = \frac{12 - 10\sqrt{37}}{2} = 6 - 5\sqrt{37}$$

$$x_2 = \frac{12 + 10\sqrt{37}}{2} = 6 + 5\sqrt{37}$$

первое уравнение:

$$X^2 - 12X - 1 = 0. \quad D = 144 + 4 = 148 = 37 \cdot 4$$

$$x_1 = \frac{12 + 2\sqrt{37}}{2} = 6 + \sqrt{37}$$

$$x_2 = \frac{12 - 2\sqrt{37}}{2} = 6 - \sqrt{37}$$

$$6 - 5\sqrt{37}, 6 + \sqrt{37}, 6 + \sqrt{37}, 6 + 5\sqrt{37}$$

Образуют арифм прогрессию с шагом $2\sqrt{37}$.

3 член: $6 - 5\sqrt{37}$

$$5 \text{ член: } 6 - 5\sqrt{37} + 2 \cdot 2\sqrt{37} = 6 - \sqrt{37}$$

$$6 \text{ член: } 6 - \sqrt{37} + 2\sqrt{37} = 6 + \sqrt{37}$$

$$8 \text{ член: } 6 + \sqrt{37} + 2 \cdot 2\sqrt{37} = 6 + 5\sqrt{37}. \Rightarrow a = 4 - \text{некорректно.}$$

Ответ: $a = 4$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Арифметическое число - уч-рение.

Если d - арифметич. ч. то $1, 61 - 1$ прогрессия

$$1 + nd = -1 \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$nd = -2$$

$d = -\frac{2}{n}$ - рациональное - уч-рение

и т.д.

$1, -1, \sqrt{5}, -\sqrt{5}$ - не могут быть в одн. прогрессии

$a=0$ - не подходит.

2) $a=1$:

$$\cancel{x^2} - 0 \cdot x + 1 - 5 = 0 = x^2 - 4 = 0 - \text{первое упр.}$$

$$4x^2 - 0 \cdot x + 2 + 2 - 1 - 4 = 0 = 4x^2 - 1 = 0 - \text{второе упр.}$$

$2, -1$ - корни первого уравнения

$\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ - корни второго уравнения.

П.к. корни первого уравнения - соседние члены ариф. прогрессии, то: $|d| = |2 - (-1)| = 3 \Rightarrow$ шаг ариф. прогрессии

целый, 2- член прогрессии - целый \Rightarrow все члены

этой прогрессии - целые, но тогда $\frac{1}{2}$ - не целое члено

и не может вспасть в этой прогрессии - уч-рение

$a=1$ - не подходит.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$

Пусть, корни второго уравнения: $x_1, x_1 + 5d$, где d -разность арифм. прогрессии.

Тогда: $x_1 + 2d, x_1 + 3d$ -корни первого уравнения.

Запишем и. в. для первого и второго уравнений:

$$x_1 + x_1 + 5d = \frac{a^2 - a}{1}$$

$$x_1 + 2d + x_1 + 3d = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$\frac{a^3 - a^2}{4} = a^2 - a$$

$$\frac{a \cdot a(a-1)}{4} = a(a-1)$$

$$a(a-1)\left(\frac{a}{4} - 1\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=1 \\ a=4 \end{cases}$$

1) $a=0$:

$$x^2 - 0 \cdot x + 0 - 5 = 0 = x^2 - 5 = 0 - \text{первое уравнение.}$$

$$4x^2 - 0 \cdot x - 4 = 0 = 4x^2 - 4 = 0 - \text{второе уравнение.}$$

Корни первого уравнения: $\sqrt{5}, -\sqrt{5}$.

Корни второго: 1, -1.

Сумм д-рациональное \Rightarrow все числа ариф.

прогрессия рациональна, т.к. 1-раз., но $\sqrt{5} -$

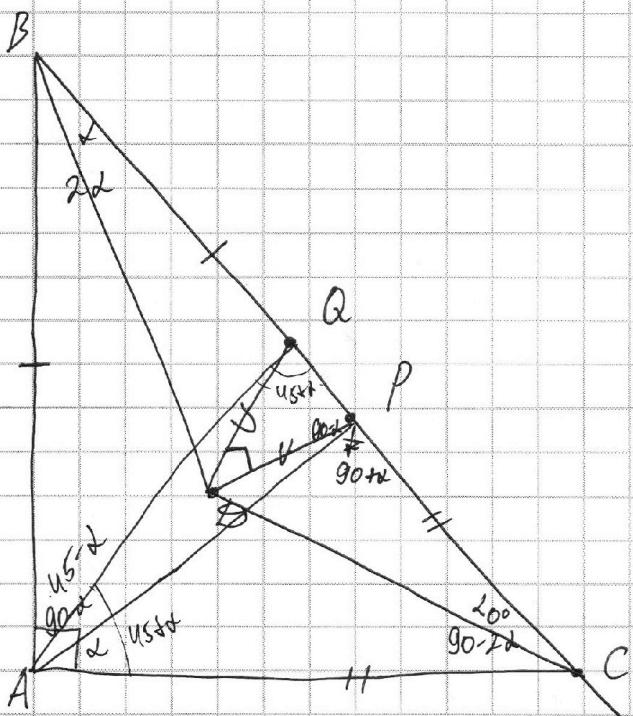


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle PAQ = \alpha.$$

III-к. иусгб, $\angle ABC = 2\alpha$.

$$\angle BAP = 90 - \alpha. \quad \angle APB = 90 - \alpha.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

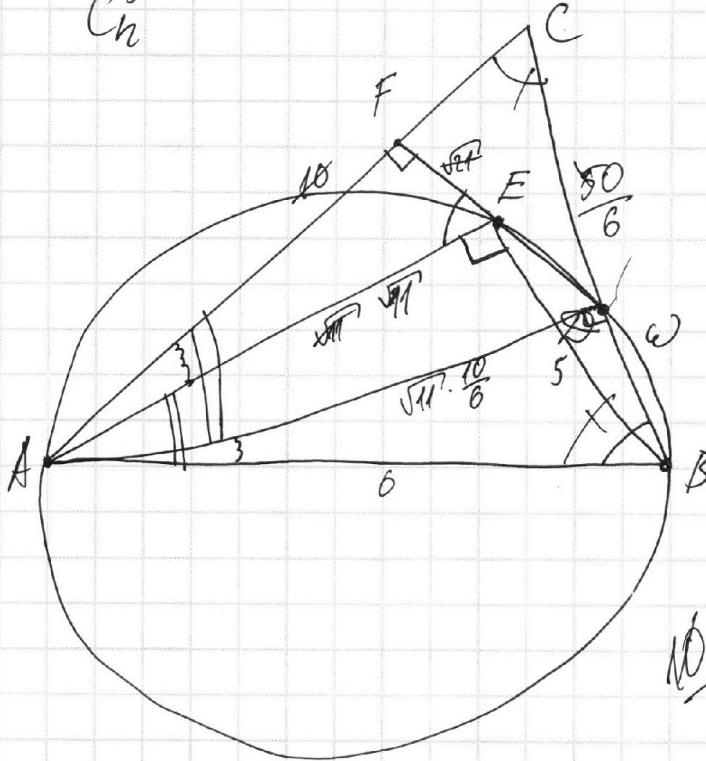
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

1
4
5
6
7

C_h



$AF = ?$

$$\frac{10}{6} = \frac{x}{8}$$

$$x = \frac{50}{6}$$

$$10 \cdot h = \frac{10}{6} \cdot \frac{50}{6} \cdot \sqrt{11}$$

$$h = \frac{50\sqrt{11}}{36}$$

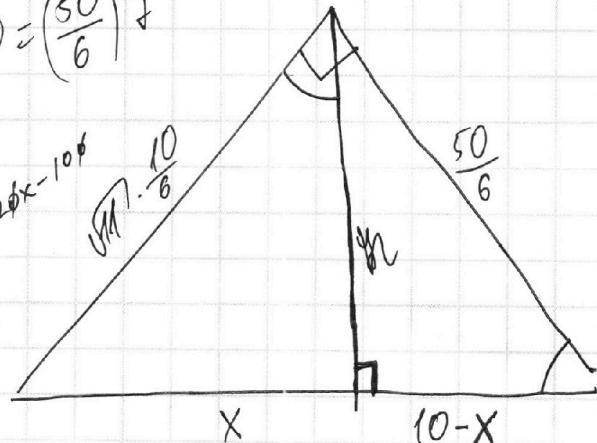
$$100 = \left(\frac{50}{6}\right)^2 +$$

$$x^2 - (10-x)^2 = 11 \cdot \frac{100}{36} - \frac{50^2}{36}$$

$$x^2 - 100 + 20x - x^2 = \frac{1100}{36} - \frac{2500}{36}$$

$$20x - 100 = \frac{1100 - 2500}{36}$$

$$20x - 100 = \frac{-1400}{36}$$



$$x(10-x) = \frac{50^2 \cdot 11}{36^2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(10^2 - 1)^3 = 10^6 - 3 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^2 - 1$$

"

$$1.000.000 - 30.000 + 300 - 1$$

"

$$(10^3 - 1)^3 = 10^9 - 3 \cdot 10^7 + 3 \cdot 10^5 - 1$$

$$1000 - 300 + 30 - 1$$

$$\underline{729}$$

$$889. \underline{\underline{9}} 90.000 \quad 990.300 - 1$$

$$(10^n - 1) \quad 2n - 1$$

$$n \rightarrow n + 1$$

$$(10^4 - 1)^3 \quad 2n - 1$$

$$(10^{3n} - 10^{2n} \cdot 3 + 10^{n} \cdot 3 - 1) \cdot 1000$$

$$n+1 \rightarrow 2n-1$$

$$10^{3n+3} - 10^{2n+2} \cdot 3 + 10^{n+1} \cdot 3 - 1$$

$$4$$

$$\cancel{10^{n+4}} = \cancel{10^{2n+2}} +$$

$$(10^2 - 1)^3 = 10^9 - 3 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^3 - 1$$

$$1.000.000.000 - 3000.000. + 3.000. - 1$$

$$\underline{997.000.000}$$

$$997.000.000 - 1 \quad 997.000.000 - 1$$

$$\underline{\underline{997.}}$$

$$5.$$

Всегда ли доказан **теорема** о
всесносодов бага.
C_n - багаси бага.
C_n⁵ - багаси бага.
C_n. C_{n-3} - CN-багаси бага.

Норма:

C_n⁶ - багаси бага.

C_n³. C_{n-1} - CN-багаси бага.

$$1) \frac{C_n^3 \cdot C_{n-3}^2}{C_n^5}$$

$$2) \frac{C_n^3 \cdot C_{n-3}^2}{C_n^6}$$

$$1) \frac{C_n^3 \cdot C_{n-3}^2}{C_n^5}$$

$$2) \frac{(C_n^3 \cdot C_{n-3}^2)}{C_n^6}$$

$$\frac{1}{\frac{1}{C_n^3 \cdot C_{n-3}^2}} = \frac{1}{\frac{1}{C_n^6}} = \frac{C_n^6}{C_n^3 \cdot C_{n-3}^2} = ?$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} XY = 3z + z^2 \\ Yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases} \quad (x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 - ?$$

$$xy + yz + zx = 9$$

$$\underbrace{x^2 + y^2 + z^2}_{P} + \underbrace{2(xy + yz + zx)}_{Q} = \underbrace{9}$$

$$Q = P + 3(-3)$$

$$Q = P - 9$$

$$C = b + 3a \quad \text{нашли: } b + 6a \quad P = Q + 9$$

$$a^2 = b + 2C \quad P + 2Q = 9$$

$$3a = C - b \quad 3Q + 9 = 0.$$

$$9 = \cancel{C} + \cancel{6a} + \cancel{2b} = \cancel{9} + \cancel{18}$$

$$P + 3(-3) = Q$$

$$P - Q = 9$$

$$x^2 + 3x - z^2 - 3z = yz - yx \quad P + Q = 9.$$

$$(x-z)(x+z) + 3(x-z) = y(z-x) \quad P = 9.$$

$$(x-z)(x+z+y+3) + y(x-z) = 0.$$

$$(x-z)(x+z+y+3) = 0.$$

$$x + y + z + 3 = 0.$$

$$x + y + z = -3 \quad \vee 2$$

$$\underbrace{x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz}_{P} = 9.$$

$$Q$$

$$128 + 8 - 1024 - 1$$

$$=$$

$$125 + 3 + 8 - 1025$$

$$=$$

$$11 - 900 = -(900 - 11)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$xy = 3z + z^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 3(x+y+z) = t$$

$$yz = 3x + x^2$$

~~$$x^2 + y^2 + z^2 + 3(x+y+z)$$~~

$$zx = 3y + y^2$$

~~$$x^2 + y^2 + z^2 - t = 3(x+y+z)$$~~

~~$$3(x+y+z) = t + x^2 + y^2 + z^2$$~~

$$x^2 + 6x + 9 + y^2 + 6y + 9 + z^2 + 6z + 9$$

$$t + 3(x+y+z) + 27$$

~~$$x^2 + y^2 + z^2 + 3(x+y+z)$$~~

$$3(x+y+z) = t - (x^2 + y^2 + z^2)$$

a

b

$$(x+y+z)^2 = a^2 + b^2 + t^2 + 2(x+y+z)t$$

$$a^2 = b^2 + t^2$$

$$t^2 + 3a + 27$$

$$b^2 + 3a = t$$

$$a^2 = b^2 + 2b + 6a$$

$$a^2 - 2t + 6a$$

$$a^2 = 3b + 6a$$

$$a^2 - b$$

$$a^2 - 6a - 3b = 0.$$

$$\Delta =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найти все значения a :

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$$

$$x_1 + 2d, x_1 + 3d$$

корни - члены

ариф. прогрессии. 5, 6

$$a \text{ корни } ux^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$

$$x_1, x_1 + 5d$$

$$3, 8.$$

$$1) \boxed{x_1 + x_2 = a^2 - a}$$

$$a^2 - a = a^3 - a^2$$

$$2) \boxed{x_1 + x_2 = \frac{a^3 - a^2}{4}}$$

~~$$\frac{a^3 - a^2}{4} = a^2(a-1)$$~~

$$a=1$$

$$\downarrow a \neq 1$$

$$2) a(a-1) = a^2(a-1)$$

$$(a-1)(a^2-a) = 0$$

$$a(a-1)^2 = 0.$$

$$1) a=0.$$

$$x^2 - 5 = 0. \quad \sqrt{5} - \sqrt{5}$$

$$4x^2 - 4 = 0. \quad 1 - 1$$

$$-2 \quad 2$$

$$1) a=1 \quad x^2 + 1 - \cancel{4} = 0 \quad x^2 - 4 \quad x = \pm 2$$

$$2) \cancel{ux^2 + 2 + 2 - 1 + 4} - ux^2 + 2 + 2 - 1 - 4 =$$

$$-ux^2 = 1 - \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}$$