МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8

1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3?

3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D. Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω, отличная от D. Найдите AF, если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.

4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.

6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leqslant 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M, которое замела фигура Φ при этом повороте.

7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D, для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 \\ yz = -6x + x^2 \\ zx = -6y + y^2 \end{cases} \Rightarrow \quad y^2 + z^2 + x^2 - 6x - 6z - 6y - xy - xz - yz = 0$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 =$$
$$= x^2 + y^2 + z^2 + 36 \cdot 3 - 12x - 12y - 12z =$$
$$= 0 + 36 \cdot 3 - 6x - 6y - 6z + xy + xz + yz$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} \times\ 999\ldots999 \\ 999\ldots999 \\ \hline 8999\ldots991 \\ +\ 89999\ldots91 \\ +\ 899999\ldots1 \end{array}$$

$n-6$ раз

$$\begin{array}{r} 899\ldots9991 \\ 8999\ldots91 \\ 89999\ldots9 \\ \hline 99999\ldots980\ldots001 \end{array}$$

$-1\ +2\ +3\ +4\ +5$ $\qquad$ $+3\ +2\ +1$

$9\cdot(n-1)+1+\underbrace{n-2}_{\text{т.к. } +1 \text{ на 3-ем месте слева, а это } n\text{-ое место а каждый раз увел. на } 1} = 10n-9+1-2=10(n-1)$

$9\cdot(n-1)+8+n-1=$

$=10n-9+8-1=10(n-1)+8$

$9(n-2)+8+(n-1)=10n-18+8-1=10(n-2)+9$

далее аналогично идут девятки

получаем число $\underbrace{99\ldots9}_{n-1}8\underbrace{00\ldots0}_{n-1}1$

$$\begin{array}{r} \times\ \overbrace{\underbrace{999\ldots99}_{n-1}\overset{87}{9}8\underbrace{00\ldots0}_{n-1}1}^{2n\text{ знаков}} \\ \cancel{99999\ldots9} \\ \cancel{999\ldots9}\ 9 \\ \hline \underbrace{999\ldots\underbrace{9820\ldots000}_{n-1}9}_{2n-3+3+1=\ =2n+1} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 899\ldots99820\ldots009 \\ 899\ldots9820\ldots009 \\ 8999\ldots820\ldots09 \\ 899\ldots9820\ldots009 \\ 899\ldots99820\ldots009 \\ 899\ldots9820\ldots09 \\ \hline \underbrace{99\ldots9\underbrace{70\ldots00}_{n-1}2\underbrace{99\ldots9}_{n}}_{\cancel{3}n\text{ знаков}} \end{array}$$

$k=\cancel{3}n-n+1-n-\cancel{4}-\cancel{1}=\cancel{2n-10}$

$=n-1$ знаков

Всего девяток $n-1+n=2n-1$

$n=20001$

Всего девяток $20001\cdot2-1=40001$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

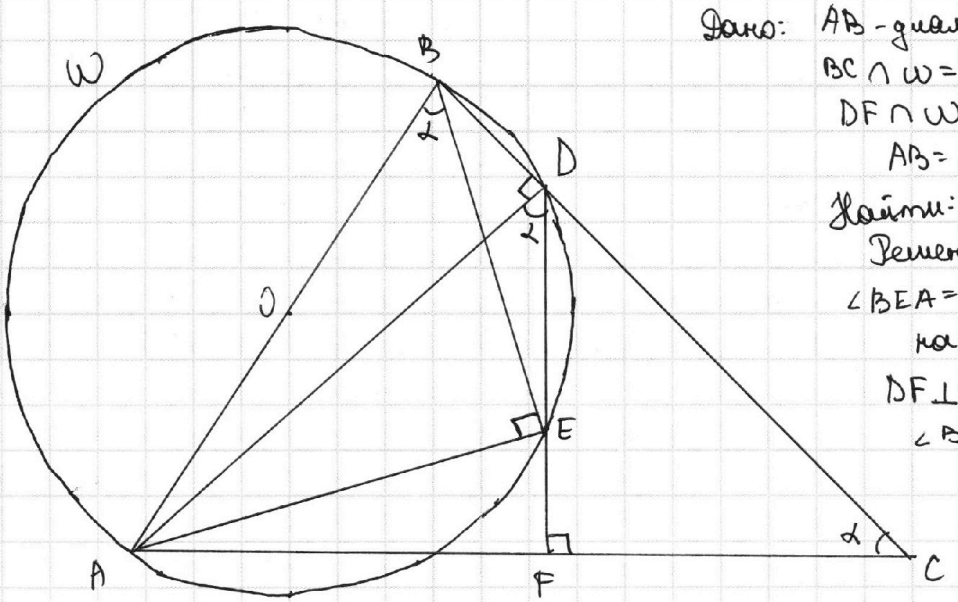
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



Дано: AB - диаметр окр. ω

$BC \cap \omega = D$, $DF \perp AC$

$DF \cap \omega = E$, $AC = 20$

$AB = 10$, $BE = 9$

Найти: AF

Решение:

$\angle BEA = 90^\circ$, т.к. опирается на диаметр AB окр ω

$DF \perp AC \Rightarrow \angle DFA = \angle DFC = 90^\circ$

$\angle BDA = 90^\circ$, т.к. опирается на диаметр AB окр. ω

$\angle ABE = \angle ADE = \alpha$ т.к. опираются на одну дугу ($\cup AE$)

$\angle ADC = 180^\circ - \angle BDA = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

$\angle FDC = \angle ADC - \angle ADF = 90^\circ - \alpha$ $\quad \angle C = \angle DFC - \angle FDC = 90^\circ - (90^\circ - \alpha) = \alpha$

$\triangle ABE$ - п/у: $AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{100 - 81} = \sqrt{19}$

$\triangle ABE \sim \triangle ADF \sim \triangle DFC$ по ~~трём~~ двум углам (90° и α)

~~$\frac{AB}{DC} = \frac{AE}{}$~~

$\triangle ABE \sim \triangle DCF \Rightarrow AB : BE : AE = DC : FC : DF = 10 : 9 : \sqrt{19}$

$DC = 10x$, $FC = 9x$, $DF = \sqrt{19}x$

$\triangle ABE \sim \triangle ADF \Rightarrow AB : BE : AE = AD : DF : AF = 10 : 9 : \sqrt{19}$

$AD = 10y$, $DF = 9y$, $AF = \sqrt{19}y$

$DF = \sqrt{19}x = 9y \Rightarrow y = \frac{\sqrt{19}x}{9} \Rightarrow AF = \frac{\sqrt{19}x}{9} \cdot \sqrt{19} = \frac{x}{9}$

$AC = AF + FC = \frac{x}{9} + 9x = 9\frac{1}{9}x$ $\quad AC = 20 \Rightarrow 9\frac{1}{9}x = 20$

$\frac{82}{9}x = 20 \Rightarrow \frac{41}{9}x = 10$

$\frac{41}{9}x = 10 \Rightarrow x = 10 : \frac{41}{9} = \frac{90}{41}$

$AF = \frac{x}{9} = \frac{90}{41} : 9 = \frac{10}{41}$

Ответ: $AF = \frac{10}{41}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

пусть всего n коробок

выбрать 3 из n вариантов: C_n^3

значит вер. выбрать нужную тройку: $\frac{1}{C_n^3}$

дополнительно выбираются в первом случае 2 коробки, во втором 6

$\left(1-\frac{1}{C_n^3}\right)^2$ – выбор не тех двух

$\left(1-\frac{1}{C_n^3}\right)^6$ – выбор не тех 6

$$1-\frac{1}{C_n^3}=\frac{C_n^3-1}{C_n^3}$$

т.е. вероятность в первом случае

$$P_1=\frac{1}{C_n^3}\cdot\left(\frac{C_n^3-1}{C_n^3}\right)^2=\frac{(C_n^3-1)^2}{(C_n^3)^3}$$

во втором случае

$$P_2=\frac{1}{C_n^3}\cdot\left(\frac{C_n^3-1}{C_n^3}\right)^6=\frac{(C_n^3-1)^6}{(C_n^3)^7}$$

$$\frac{P_2}{P_1}=\frac{(C_n^3-1)^6\cdot(C_n^3)^3}{(C_n^3)^7\cdot(C_n^3-1)^2}=\frac{(C_n^3-1)^4}{(C_n^3)^4}=\left(\frac{C_n^3-1}{C_n^3}\right)^4$$

Ответ: $\left(\frac{C_n^3-1}{C_n^3}\right)^4$, где n – общее число коробок

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

пусть первый член прогрессии равен a, разность d

тогда шестой член прогрессии $n_6 = a+5d$, седьмой $n_7 = a+6d$

пятый $n_5 = a+4d$, восьмой $n_8 = a+7d$

n_6 и n_7 - корни уравнения $x^2-(a^2-4a)x+a^2-6a+4=0$,

значит $n_6+n_7 = \frac{a^2-4a}{2}$ - по т. Виета

при этом $n_6+n_7 = a+5d+a+6d = 2a+11d$

n_5 и n_8 - корни уравнения $5x^2-(a^3-4a^2)x-2a^3-6a-15=0$

значит $n_5+n_8 = \frac{a^3-4a^2}{10}$ - по т. Виета

при этом $n_5+n_8 = a+4d+a+7d = 2a+11d$

$$\begin{cases} n_6+n_7 = \frac{a^2-4a}{2} \\ n_5+n_8 = \frac{a^3-4a^2}{10} \\ n_6+n_7 = n_5+n_8 = 2a+11d \end{cases} \Rightarrow \frac{a^2-4a}{2} = \frac{a^3-4a^2}{10} \quad |\cdot 10$$

$5a^2-20a = a^3-4a^2$

$a^3-9a^2+20a=0$

$a(a^2-9a+20)=0$

$a^2-9a+20=0$

$D = 81-4\cdot 20 = 1$

$a = \frac{9\pm 1}{2}$ $\left[\begin{array}{l} a=4 \\ a=5 \end{array}\right.$

$a(a-4)(a-5)=0$

$\left[\begin{array}{l} a=0 \quad ① \\ a=4 \quad ② \\ a=5 \quad ③ \end{array}\right.$ $\Rightarrow$ корни уравнений могут образовать ар. прог. только при этих a т.к. мы нашли их выше, но не учли прогрессию

поэтому проверим их все

① $a=0$

$x^2-(0-4\cdot 0)x+0-6\cdot a+4=0$

$x^2+4=0$ $x^2=-4$,

но $x^2 \geq 0$, значит $x^2+4=0$ не имеет решений в действ. числах

значит $a=0$ не подходит

② $a=4$

$x^2-(16-16)x+16-24+4=0$

$x^2-4=0$ $\left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-2 \end{array}\right.$

$5x^2-(64-64)x-2\cdot 64-24-15=0$

$5x^2-128-39=0$

$5x^2-167=0$

$5x^2=167$

$x=\pm\sqrt{\frac{167}{5}}$

$\left[\begin{array}{l} x=\sqrt{\frac{167}{5}} \\ x=-\sqrt{\frac{167}{5}} \end{array}\right. \Rightarrow |x_3-x_4| = 2\sqrt{\frac{167}{5}} \Rightarrow |d| = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{167}{5}}$

$|x_1-x_2| = 4 \Rightarrow |d| = 4$, т.к. $|n_6-n_7| = |d|$

т.к. $|n_5-n_8| = |3d|$

$4 \neq \frac{2}{3}\sqrt{\frac{167}{5}} \Rightarrow a=4$ - не подходит

③ $a=5$

$x^2-(25-20)x+25-30+4=0$

$x^2-5x-1=0$ $x=\frac{5\pm\sqrt{29}}{2}$

$D = 25+4 = 29$

$5x^2-(125-100)x-250-30-15=0$

$5x^2-25x-295=0$

$x^2-5x-59=0$

$D = 25+4\cdot 59 = 25+236 = 261 = 9\cdot 29$

$x = \frac{5\pm 3\sqrt{29}}{2}$

$|x_1-x_2| = |n_6-n_7| = \left|\frac{5+\sqrt{29}}{2} - \frac{5-\sqrt{29}}{2}\right| = \sqrt{29} = |d|$

$|x_3-x_4| = |n_5-n_8| = \left|\frac{5+3\sqrt{29}}{2} - \frac{5-3\sqrt{29}}{2}\right| = 3\sqrt{29} = |3d|$

$\sqrt{29} = \frac{3\sqrt{29}}{3} \Rightarrow$ подходит

прогрессия имеет вид

5-ый	6-ой	7-ой	8-ой
$\frac{5-3\sqrt{29}}{2}$	$\frac{5-\sqrt{29}}{2}$	$\frac{5+\sqrt{29}}{2}$	$\frac{5+3\sqrt{29}}{2}$
или $\frac{5+3\sqrt{29}}{2}$	$\frac{5+\sqrt{29}}{2}$	$\frac{5-\sqrt{29}}{2}$	$\frac{5-3\sqrt{29}}{2}$

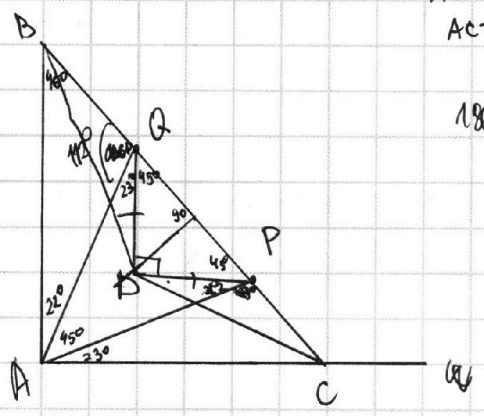
$\boxed{\text{Ответ: } a=5}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



AB = BP

AC = CQ

$180 - 68 = 112$

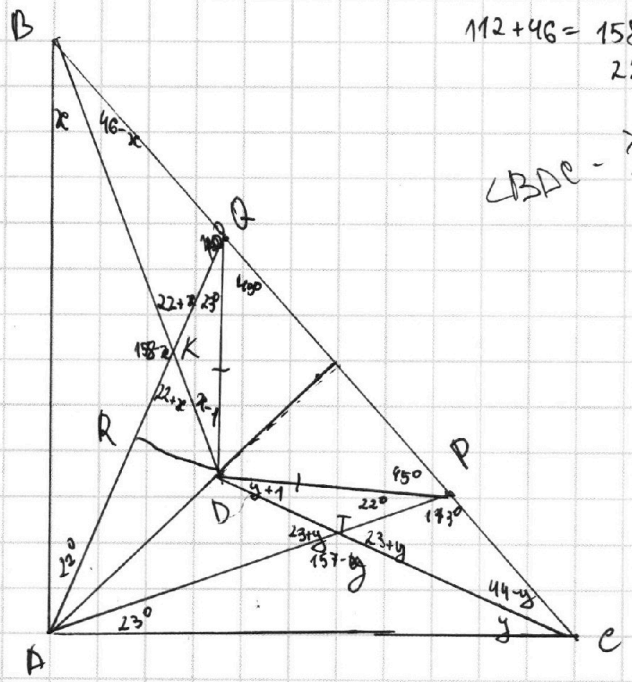
$\frac{180^\circ - 46^\circ}{2} = \frac{134^\circ}{2} = 67^\circ$

$67 - 45 = 22$

$\angle DPA = 22^\circ$

$\frac{180^\circ - 44^\circ}{2} = \frac{136^\circ}{2} = 68^\circ$

$68 - 45 = 23$



$112 + 46 = 158$

22

$\angle BDC - ? = 270^\circ - x - y$

$90^\circ + x + y$

$x = 23^\circ \quad y = 22^\circ$

ADPC - вписанный

$\Downarrow$

$\angle DCB = \angle DPA = 22^\circ$

Ответ: $\angle DCB = 22^\circ$

$\triangle QKD = \triangle DTP$ по двум сторонам и углу между ними

$QK = DI$, $QD = DP$, $y + 1 = 23^\circ$

BD и CD - биссектрисы

т.к. CR - высота р/б треугольника

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно.**

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$BD = \sqrt{100-(400-x^2)} = \sqrt{x^2-300}$

$AC = 20$

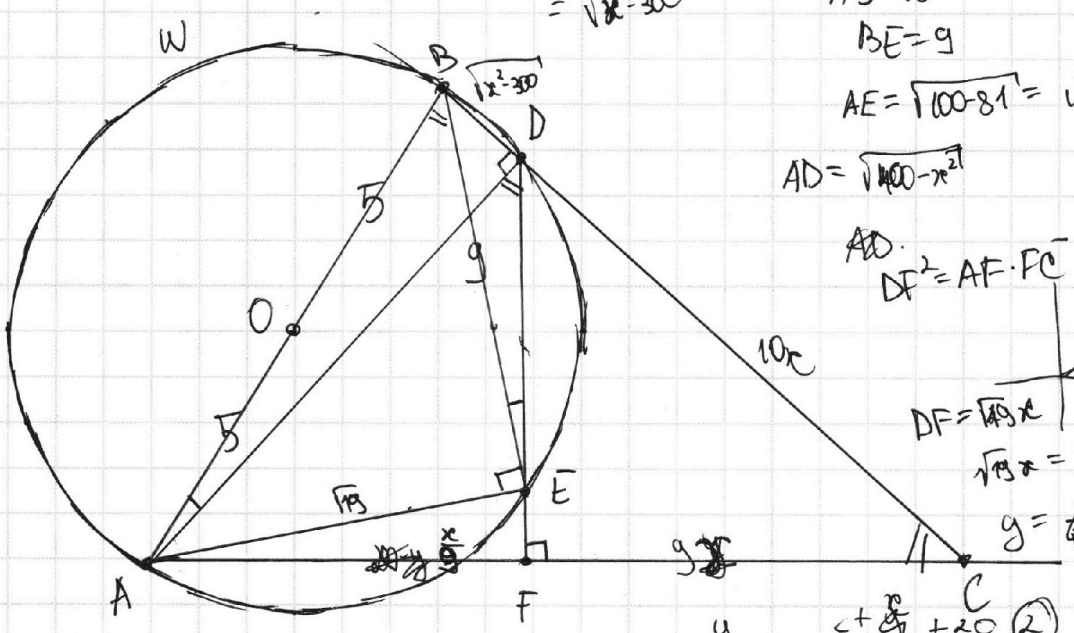
$AB = 10$

$BE = 9$

$AE = \sqrt{100-81} = \sqrt{19}$

$AD = \sqrt{400-x^2}$

$DF^2 = AF \cdot FC$



$DF = \sqrt{19}x$

$\sqrt{19}x = 9y$

$y = \frac{\sqrt{19}x}{9}$

$AD = \frac{10\sqrt{19}x}{9}$

$AF = \frac{x}{9}$

$\sqrt{3} \approx 3{,}6$

$\frac{3{,}6}{6} = 0{,}6$

$y \le +\frac{x}{9} + 20$ (2)

$\ge -x + 20$

$y \le 0$ (4)

≤ 0

$y \ge 32$

$$\begin{cases} y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \ge 0 \quad (1) \\ y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \ge 0 \\ 2y - 40 \le 8 \end{cases}$$

$-2y + 40 \le 8$

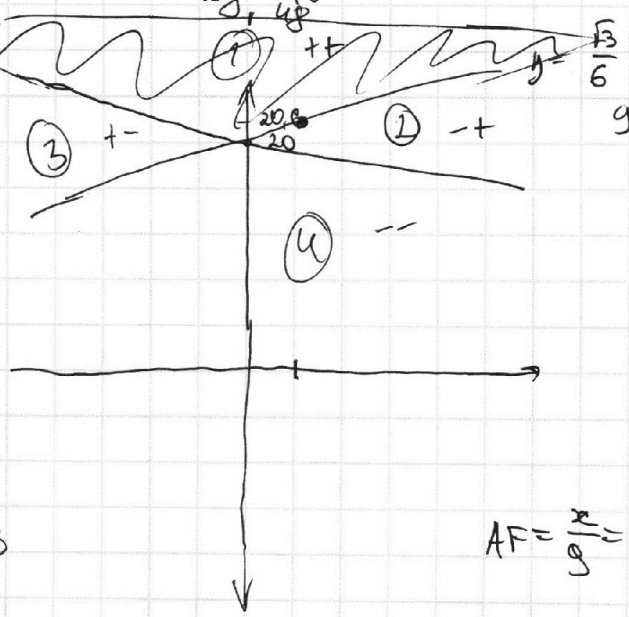
$y \le 48$

$y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \ge 0$

$y \ge \frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$

$y \ge \frac{x\sqrt{3}}{6} + 20$

$y \ge -\frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$



$9x + \frac{x}{9} = 20$

$9\frac{1}{9}x = 20$

$\frac{82}{9}x = 20$

$x = 20 : \frac{82}{9} = \frac{20 \cdot 9}{82} = \frac{90}{41}$

$AF = \frac{x}{9} = \frac{90}{9 \cdot 41} = \frac{10}{41}$

$(-)(+) - \frac{x}{\sqrt{3}} \le 8 \quad x \ge -8\sqrt{3}$

$(+)(-) \quad \frac{x}{\sqrt{3}} \le 8$

$x \le 8\sqrt{3} \approx 4{,}8$

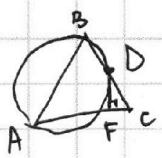
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

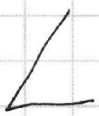
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

было n коробок вероятность 1-ого $\frac{3}{n}$





n

$1-\left(\frac{3}{n}\left(\frac{n-3}{n-1}\right)^4\right) < \left(\frac{3}{n}\cdot\frac{2}{n-1}\right.$

C_n^3 $\quad C_n^3 = \frac{n!}{(n-3)!\cdot 3!} = \frac{n(n-1)(n-2)}{12}$ $\quad C_n^5 = \frac{n!}{5!(n-5)!}$

+ 2 ненужные

$C_{n-3}^2 = \frac{(n-3)!}{(n-5)!\cdot 2} = \frac{(n-3)(n-4)}{2}$

$\frac{1}{C_n^3} = \frac{12}{n(n-1)(n-2)}$

+6 ненужные

$C_{n-3}^6 = \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)(n-8)}{6!}$

вероятность нужных тёх

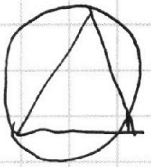
$\frac{1}{C_n^3}\cdot\left(\frac{C_n^3-1}{C_n^3}\right)^2$

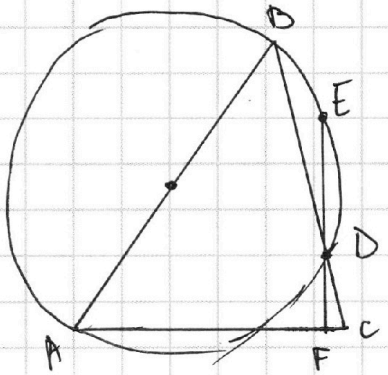
$:\uparrow$

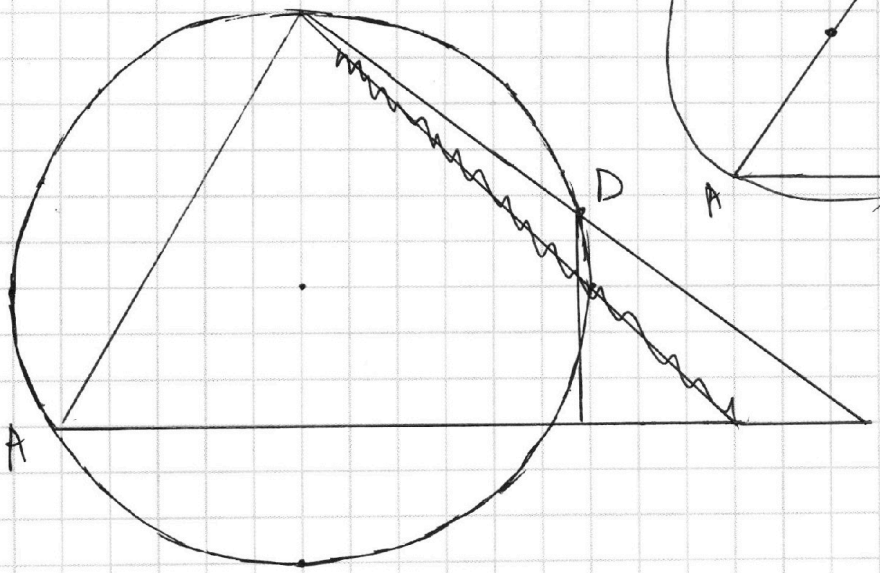
$\frac{1}{C_n^3}\cdot\left(\frac{C_n^3-1}{C_n^3}\right)^6$

$\frac{(C_n^3-1)^4}{(C_n^3)^5}$

$\frac{1\cdot(C_n^3-1)^2\cdot(C_n^3)^{\cancel{3}}}{(C_n^3)^5\cdot(C_n^3-1)^6} = \frac{(C_n^3)^{\cancel{4}}}{(C_n^3-1)^{\cancel{4}}}$







На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$x^2-(a^2-4a)x+a^2-6a+4=0$

$(a^2-4a)^2-4(a^2-6a+4)\geq 0$

$a^4-8a^3+16a^2-4a^2+2a-16\geq 0$

6-ой и 7-ой

$a+5d+a+6d=2a+11d=\frac{-b}{2a}=\frac{a^2-4a}{2}$

$5x^2-(a^3-4a^2)x-2a^3-6a-15=0$

$(a^3-4a^2)^2+20(2a^3+6a+15)>0$

$a^9-8a^5+16a^4+40a^3+120a+300>0$

5-ый и 8-ой

$a+4d+a+7d=2a+11d=\frac{-b}{2a}=\frac{a^3-4a^2}{10}$

$\frac{a^2-4a}{2}=\frac{a^3-4a^2}{10}$

$a=0 \quad x^2+4=0$

$(a+5d)(a+6d)=a^2+30d^2+11ad$

$(a+4d)(a+7d)=$

$5a^2-20a=a^3-4a^2$

$a^3-9a^2+20a=0$

$a(a^2-9a-20)=0$

$D=81-4\cdot 20=\cancel{16}\,11$

$\cancel{a=\frac{9\pm\sqrt{161}}{2}}$

$\cancel{a=0}$

$a^3-9a^2+20a=0$

$D=81-80=1$

$a=\frac{9\pm 1}{2}$ $\left[\begin{array}{l}a=0\\a=5\\a=4\end{array}\right.$

$a^4-8a^3+\cancel{16a^2-4a^2}+12a^2+2a-16\geq 0$

$a=2$

$16+\cancel{8\cdot 8}+\cancel{16\cdot 4}+16+4-16$

$a=0$ ✗

$a=4$

$a=4$

$\underbrace{2^8-2^9}_{-2^8}+\underbrace{3\cdot 2^6}_{2^7+2^6}+\underbrace{2^3-2^4}_{-2^3}$ $\quad 4^3=2^6$

$x^2+16-24+4=x^2-4$

$\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-2\end{array}\right.$

$-295 \,|\, 5$, 25, 45

$5x^2-(64-64)x-2\cdot 2^6-24-15=$

$a=5$

$-261 \,|\, 9$, 18, 81, -81, 0

$=5x^2-128-39$

$x^2-5x+25-30+4=0$

$x^2-5x-1=0$

$59\times 5=295$

$5x^2-167$

$x^2=\frac{167}{5}$ ✗

$D=25+4=29$

$x=\frac{5\pm\sqrt{29}}{2}$

$x=\frac{5\pm 3\sqrt{29}}{2}$

$5x^2-25x-250-30-15$

$5x^2-25x-295$

$x^2-5x-59=0$

$D=25+4\cdot 59=25+236=261=(3\sqrt{29})^2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$99999 \times 99999 = 9999800001$

$999 \times 999 = 998001$

$999999 \times 999999 = 999998000001$

$999999998000001 \times 999999 = 999998000000999999$

$999999 \div 999999 = 1$

$999999998000001 \div 999999 = 999999998000001$

$1\,2\,3\,4\,5\,5\,4\,3\,2\,1$

$+6x+6y+6z$

$(x-6)(y-6)+(x-6)(z-6)+(z-6)(y-6)$

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 \\ yz = -6x + x^2 \\ zx = -6y + y^2 \end{cases}$$

$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = x^2+y^2+z^2 + 36\cdot 3 - 12x - 12y - 12z$

$z^2 + x^2 + y^2 - 6x - 6y - 6z - xy - yz - zx = 0$

$z(z-6) = xy$

$z - 6 = \frac{xy}{z}$

$36 = -36 + 36$

108

$= 36\cdot 3 - 6x - 6y - 6z + xy + yz + zx$

$x - 6 = \frac{yz}{x}$

$(z-6)^2 = \frac{x^2y^2}{z^2}$

$= 36\cdot 3 - (6x + 6y - xy)$

$\frac{x^2y^2}{z^2} + \frac{x^2z^2}{y^2} + \frac{y^2z^2}{x^2} =$

$x(6-y) + 6(6-y)$

$-6x - 6y + xy$

$x(y-6) - 6y =$

$= \frac{x^4y^4 + x^4z^4 + y^4z^4}{x^2y^2z^2}(y-6)(x+6) + ($

$= x(y-6) - 6(y-6) = (x-6)(y-6) + 36$

$21 \times 9 = 729$

$xy + yz + zx + 36\cdot 3 - 6x - 6y - 6z$

$y^2 - 6y - zx = 0$

$\frac{D}{4} = 9 + zx \geq 0$

$9 + xy \geq 0$

$9 + yz \geq 0$

$zx \geq 9$

$xy \geq 9$

$yz \geq 9$

$\Rightarrow zx + yx + yz \geq -27$

$x^2y^2z^2 \geq 9^3 = 729$

$\frac{x^4y^4 + x^4z^4}{2} \geq \sqrt{} = x^4y^2z^2$

$\frac{x^4y^4 + x^4z^4 + y^4z^4}{x^2y^2z^2} \geq x^2 + y^2 + z^2 = 6z + xy + 6x + yz + 6y + zx =$

$3z + 3z$ $\quad 3x + 3x$ $\quad 3y + 3y$

$9 \times 9 = 81$

$99 \times 99 = 891 + 8910 = 9801$

$999 \times 999 = 891 + 8910 + 89910 = 998001$

$9999 \times 9999 = 89991 + 899910 + 8999100 = 99980001$

$10n - 9 + 1 - 2$

$998001 \times 999 = 898209 + 8982009 + 89820090 = 897002999$

$9801 \times 99 = 88209 + 882090 = 970299$