



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

- ✓ 2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
- ✓ 3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.
- ✓ 4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
- ✓ 5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
- ✗ 6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left| y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \right| + \left| y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \right| \leq 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 \\ yz = -6x + x^2 \\ zx = -6y + y^2 \end{cases} \Rightarrow y^2 + z^2 + x^2 - 6x - 6z - 6y = xy + xz + yz = 0$$

$$\begin{aligned} (x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 &= \\ &= x^2 + y^2 + z^2 + 36 \cdot 3 - 12x - 12y - 12z = \\ &= 0 + 36 \cdot 3 - 6x - 6y - 6z + xy + xz + yz \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 999 \dots 999 \\ \times 999 \dots 999 \\ \hline 8999 \dots 9991 \\ + 89999 \dots 991 \\ + 899999 \dots 91 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 999 \dots 999 \\ \times 999 \dots 999 \\ \hline 8999 \dots 9991 \\ \hline \end{array}$$

$n-6$ знаков

$$\begin{array}{r} 999 \dots 999 \\ 8999 \dots 9991 \\ 89999 \dots 9991 \\ 99999 \dots 9991 \\ \hline \end{array}$$

$$9 \cdot (n-1) + 1 + n - 1 = 10n - 9 + 1 - 2 = 10(n-1)$$

м.к. + 1 на 3-ем месте слева,

$$9 \cdot (n-1) + 8 + n - 1 =$$

$$= 10n - 9 + 8 - 1 = 10(n-1) + 8$$

а это n -ое место а каждая раз увеличивает на 1

$$9(n-2) + 8 + (n-1) = 10n - 18 + 8 - 1 = 10(n-2) + 9$$

далее аналогично идут ответы

получаем число 2n знаков

$$\begin{array}{r} 999 \dots 999800 \dots 01 \\ \times 999 \dots 999800 \dots 01 \\ \hline 999 \dots 999800 \dots 01 \\ \hline \end{array}$$

$$2n - 3 + 3 + 1 = 2n + 1$$

$$99 \dots 9800 \dots 01$$

$$\begin{array}{r} 899 \dots 99820 \dots 009 \\ 899 \dots 99820 \dots 009 \\ 8999 \dots 820 \dots 09 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 99 \dots 9820 \dots 009 \\ 899 \dots 99820 \dots 009 \\ 899 \dots 9820 \dots 09 \\ \hline 99 \dots 9820 \dots 009 \\ \hline \end{array}$$

2n знаков

$$k = 2n - n + 1 - n - 1 = 2n - 10$$

$$\text{всего ответов } n-1 + n = 2n-1 = n-1 \text{ знаков}$$

$$n = 20001$$

$$\text{всего ответов } 20001 \cdot 2 - 1 = 40001$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

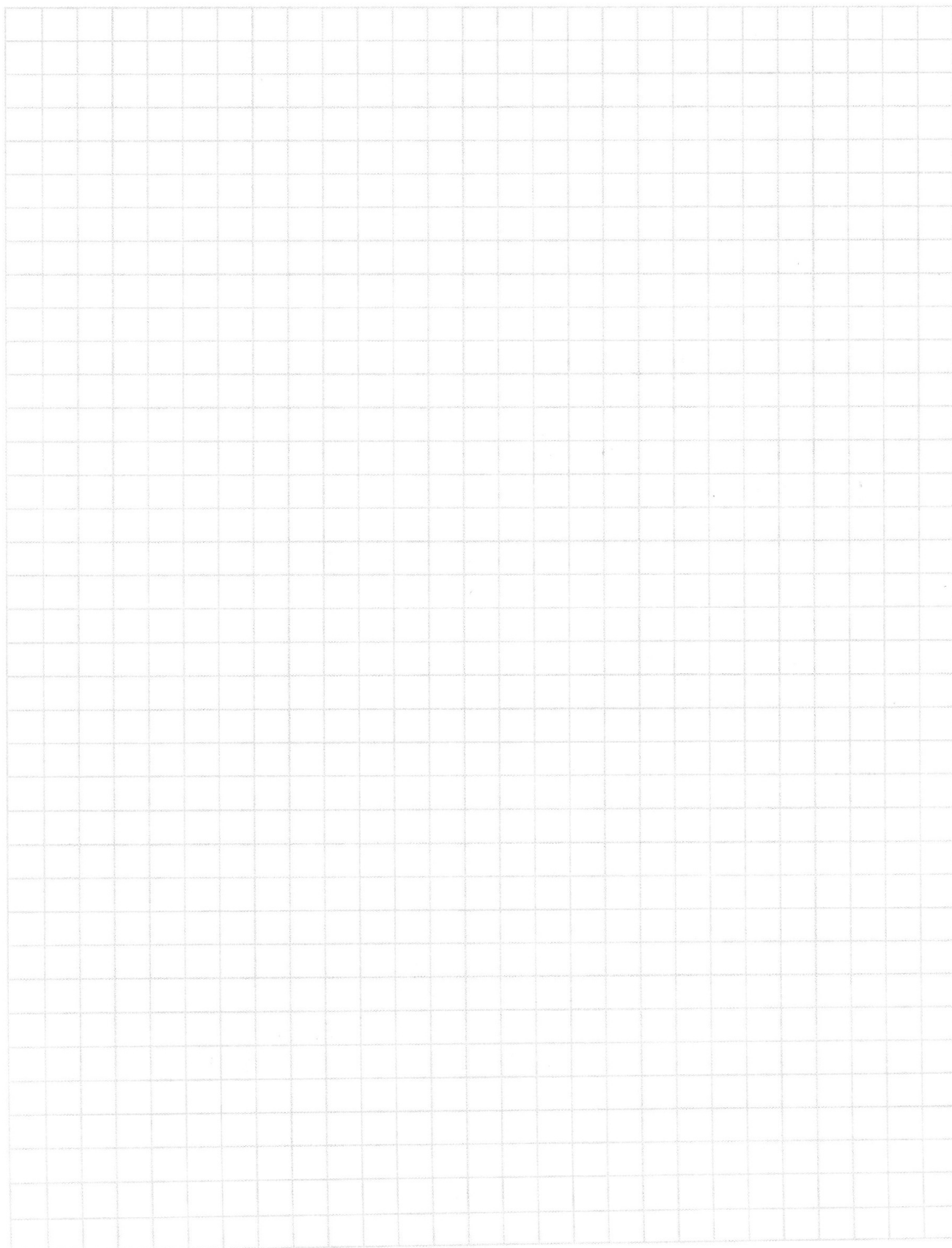
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



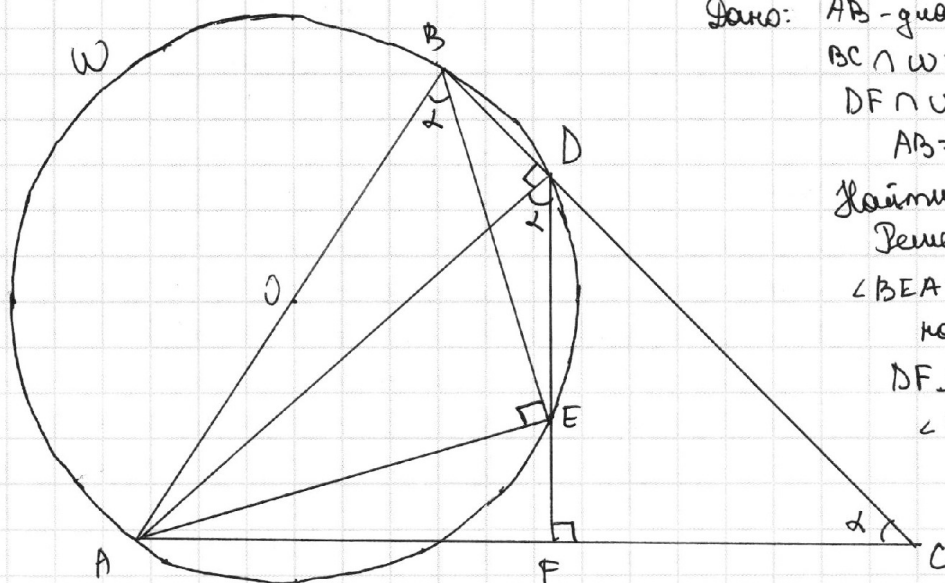


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: AB - диаметр окр. ω
 $BC \cap \omega = D$, $DF \perp AC$
 $DF \cap \omega = E$, $AC = 20$
 $AB = 10$, $AE = 9$

Найти: AF

Решение:

$\angle BEA = 90^\circ$, т.к. опирается на диаметр AB окр. ω

$DF \perp AC \Rightarrow \angle DFA = \angle DFC = 90^\circ$

$\angle BDA = 90^\circ$, т.к. опирается на диаметр AB окр. ω

$\angle ABE = \angle ADE = \alpha$ т.к. опираются на одну дугу ($\cup AE$)

$\angle ADC = 180^\circ - \angle BDA = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

$\angle FDC = \angle ADC - \angle ADF = 90^\circ - \alpha$ $\angle C = \angle DFC - \angle FDC = 90^\circ - (90^\circ - \alpha) = \alpha$

$\triangle ABE$ - н.у.: $AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{100 - 81} = \sqrt{19}$

$\triangle ABE \sim \triangle ADF \sim \triangle DFC$ по ~~двум~~ углам (90° и α)

$\triangle ABE \sim \triangle DCF \Rightarrow AB : BE : AE = DC : FC : DF = 10 : 9 : \sqrt{19}$

$DC = 10x$, $FC = 9x$, $DF = \sqrt{19}x$

$\triangle ABE \sim \triangle ADF \Rightarrow AB : BE : AE = AD : DF : AF = 10 : 9 : \sqrt{19}$

$AD = 10y$, $DF = 9y$, $AF = \sqrt{19}y$

$DF = \sqrt{19}x = 9y \Rightarrow y = \frac{\sqrt{19}x}{9}$

$\Rightarrow AF = \frac{\sqrt{19}x}{9} \cdot \sqrt{19} = \frac{x}{9}$

$AC = AF + FC = \frac{x}{9} + 9x = 9\frac{1}{9}x$

$AC = 20 \Rightarrow 9\frac{1}{9}x = 20$

$\frac{82}{9}x = 20 \Rightarrow \frac{41}{9}x = 10$

$\frac{41}{9}x = 10 \Rightarrow x = 10 : \frac{41}{9} = \frac{90}{41}$

$AF = \frac{x}{9} = \frac{90}{41} : 9 = \frac{10}{41}$

Ответ: $AF = \frac{10}{41}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

пусть всего n коробок

выбрать 3 из n вариантов: C_n^3

значит вер. выбрать нужную тройку: $\frac{1}{C_n^3}$

дополнительно выбираются в первом случае 2 коробки, во втором в

$\left(4 - \frac{1}{C_n^3}\right)^2$ - выбор не тех двух

$\left(1 - \frac{1}{C_n^3}\right)^6$ - выбор не тех 6

$$1 - \frac{1}{C_n^3} = \frac{C_n^3 - 1}{C_n^3}$$

т.е. вероятность в первом случае

$$P_1 = \frac{1}{C_n^3} \cdot \left(\frac{C_n^3 - 1}{C_n^3}\right)^2 = \frac{(C_n^3 - 1)^2}{(C_n^3)^3}$$

во втором случае

$$P_2 = \frac{1}{C_n^3} \cdot \left(\frac{C_n^3 - 1}{C_n^3}\right)^6 = \frac{(C_n^3 - 1)^6}{(C_n^3)^7}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{(C_n^3 - 1)^6 \cdot (C_n^3)^3}{(C_n^3)^7 \cdot (C_n^3 - 1)^2} = \frac{(C_n^3 - 1)^4}{(C_n^3)^4} = \left(\frac{C_n^3 - 1}{C_n^3}\right)^4$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{C_n^3 - 1}{C_n^3}\right)^4$$

где n - общее
число коробок



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

пусть первый член прогрессии равен a , разность d
 тогда шестой член прогрессии $n_6 = a + 5d$, седьмой $n_7 = a + 6d$
 пятый $n_5 = a + 4d$, восьмой $n_8 = a + 7d$

n_6 и n_7 - корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$,
 значит $n_6 + n_7 = \frac{a^2 - 4a}{2}$ - по т. Виета
 при этом $n_6 + n_7 = a + 5d + a + 6d = 2a + 11d$

n_5 и n_8 - корни уравнения $5x^2 - (a^2 - 4a^2)x - 2a^2 - 6a - 15 = 0$
 значит $n_5 + n_8 = \frac{a^2 - 4a^2}{10}$ - по т. Виета
 при этом $n_5 + n_8 = a + 4d + a + 7d = 2a + 11d$

$$\begin{cases} n_6 + n_7 = \frac{a^2 - 4a}{2} \\ n_5 + n_8 = \frac{a^2 - 4a^2}{10} \\ n_6 + n_7 = n_5 + n_8 = 2a + 11d \end{cases} \Rightarrow \frac{a^2 - 4a}{2} = \frac{a^2 - 4a^2}{10} \quad | \cdot 10$$

$$5a^2 - 20a = a^2 - 4a^2 \Rightarrow a^3 - 9a^2 + 20a = 0$$

$$a(a-4)(a-5) = 0$$

$$\begin{cases} a=0 & ① \\ a=4 & ② \\ a=5 & ③ \end{cases}$$

корни уравнений могут образовывать арифметическую прогрессию только при этих a т.к. им соответствуют разности d , но не сами значения

① $a=0$

$$x^2 - (0 - 4 \cdot 0)x + 0 - 6 \cdot 0 + 4 = 0$$

$$x^2 + 4 = 0$$

$$x^2 = -4$$

но $x^2 \geq 0$, значит $x^2 + 4 = 0$ не имеет решений в действительных числах

значит $a=0$ не подходит

② $a=4$

$$x^2 - (16 - 16)x + 16 - 24 + 4 = 0$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$\begin{cases} x=2 \\ x=-2 \end{cases}$$

$$5x^2 - (64 - 64)x - 2 \cdot 64 - 24 - 15 = 0$$

$$5x^2 - 128 - 39 = 0$$

$$5x^2 - 167 = 0$$

$$5x^2 = 167$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{167}{5}}$$

$$\begin{cases} x = \sqrt{\frac{167}{5}} \\ x = -\sqrt{\frac{167}{5}} \end{cases} \Rightarrow |x_3 - x_4| = 2\sqrt{\frac{167}{5}} \Rightarrow |d| = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{167}{5}}$$

$$|x_1 - x_2| = 4 \Rightarrow |d| = 4, \text{ т.к. } |n_6 - n_7| = |d|$$

$$4 \neq \frac{1}{3}\sqrt{\frac{167}{5}} \Rightarrow a=4 \text{ не подходит}$$

③ $a=5$

$$x^2 - (25 - 20)x + 25 - 30 + 4 = 0$$

$$x^2 - 5x - 1 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{29}}{2}$$

$$D = 25 + 4 = 29$$

$$5x^2 - (125 - 100)x - 250 - 30 - 15 = 0$$

$$5x^2 - 25x - 295 = 0$$

$$x^2 - 5x - 59 = 0$$

$$D = 25 + 4 \cdot 59 = 25 + 236 = 261 = 9 \cdot 29$$

$$x = \frac{5 \pm 3\sqrt{29}}{2}$$

$$|x_1 - x_2| = |n_6 - n_7| = \left| \frac{5 + \sqrt{29}}{2} - \frac{5 - \sqrt{29}}{2} \right| = \sqrt{29} = |d|$$

$$|x_3 - x_4| = |n_5 - n_8| = \left| \frac{5 + 3\sqrt{29}}{2} - \frac{5 - 3\sqrt{29}}{2} \right| = 3\sqrt{29} = 3|d|$$

$$\sqrt{29} = \frac{3\sqrt{29}}{3} \Rightarrow \text{подходит}$$

прогрессия имеет вид

$$\begin{matrix} 5\text{-ый} & 6\text{-ый} & 7\text{-ый} & 8\text{-ый} \\ \frac{5-3\sqrt{29}}{2} & \frac{5-\sqrt{29}}{2} & \frac{5+\sqrt{29}}{2} & \frac{5+3\sqrt{29}}{2} \end{matrix}$$

$$\text{или} \begin{matrix} \frac{5+3\sqrt{29}}{2} & \frac{5+\sqrt{29}}{2} & \frac{5-\sqrt{29}}{2} & \frac{5-3\sqrt{29}}{2} \end{matrix}$$

Ответ: $a=5$

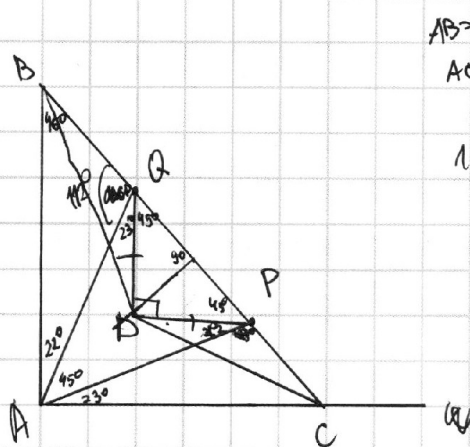


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AB = BP$$

$$AC = CR$$

$$180 - 68 = 112$$

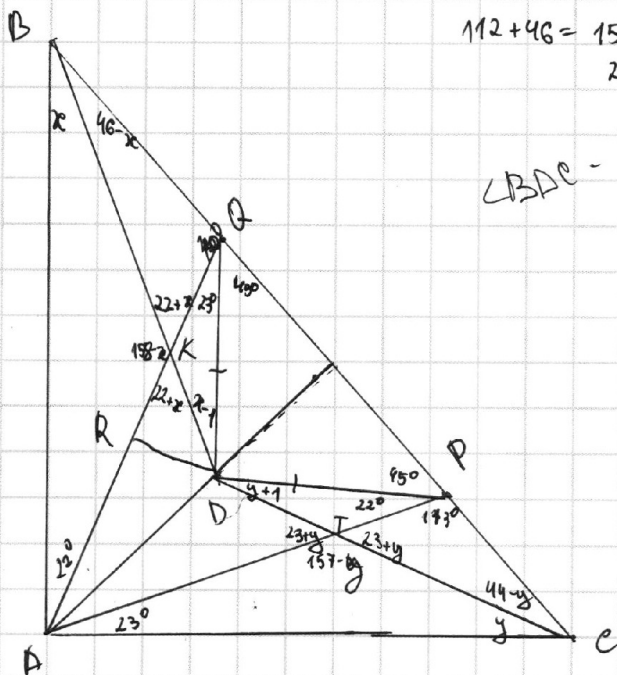
$$\frac{180 - 46}{2} = \frac{134}{2} = 67$$

$$67 - 45 = 22$$

$$\angle DPA = 22^\circ$$

$$\frac{180 - 44}{2} = \frac{136}{2} = 68$$

$$68 - 45 = 23$$



$$112 + 46 = 158$$

$$22$$

$$\angle BDC = ? = 270^\circ - x - y$$

$$90^\circ + x + y$$

$$x = 23^\circ \quad y = 22^\circ$$

ADP - вписанный

$$\angle DCB = \angle DPA = 22^\circ$$

$$\text{Ответ: } \angle DCB = 22^\circ$$

$\triangle QKD = \triangle DTP$ по двум сторонам и углу между ними

$$QK = DI, \quad QD = DP, \quad y + 1 = 23^\circ$$

BD и CD - биссектрисы

т.к. CR - высота р.б. равнобедренной



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

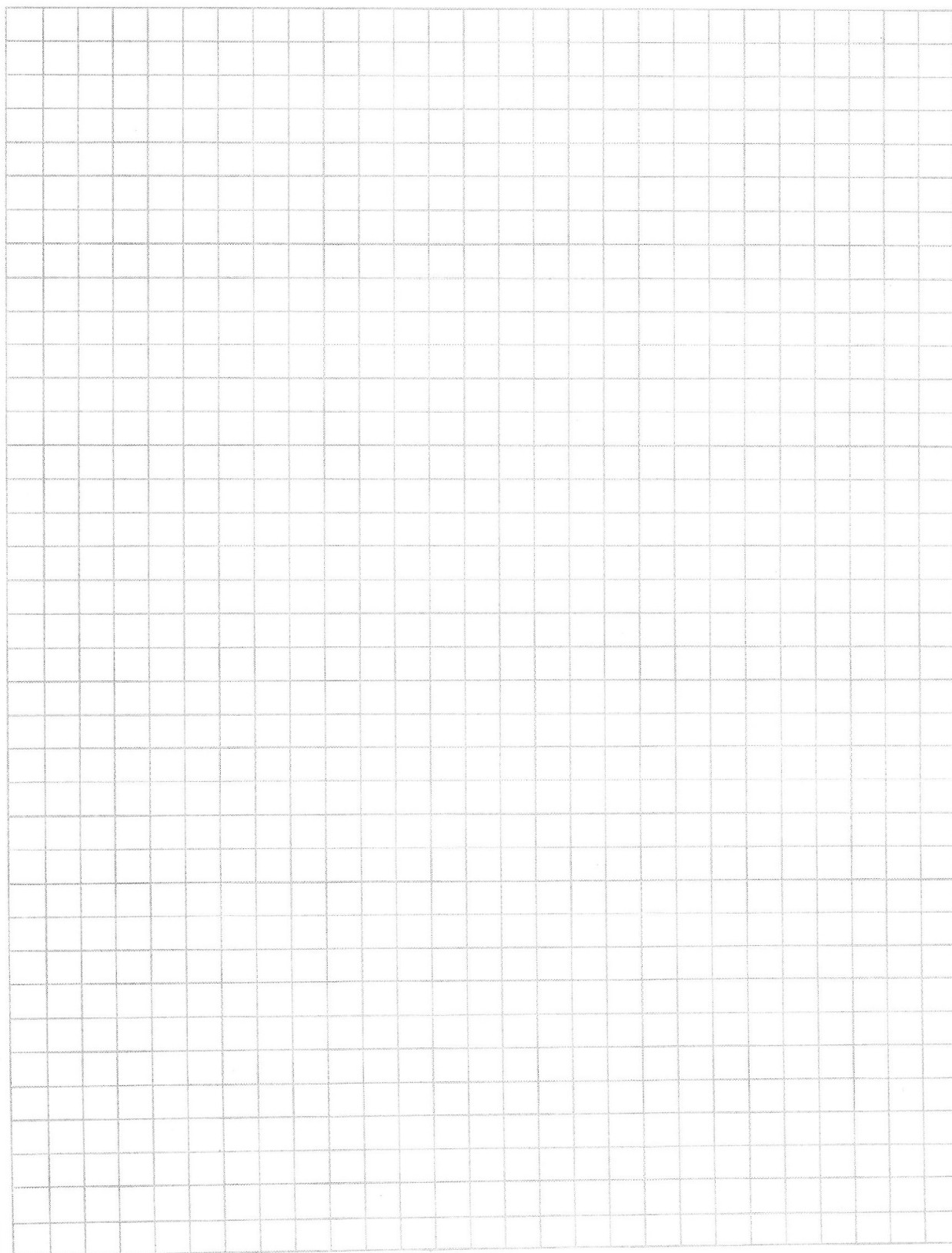
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



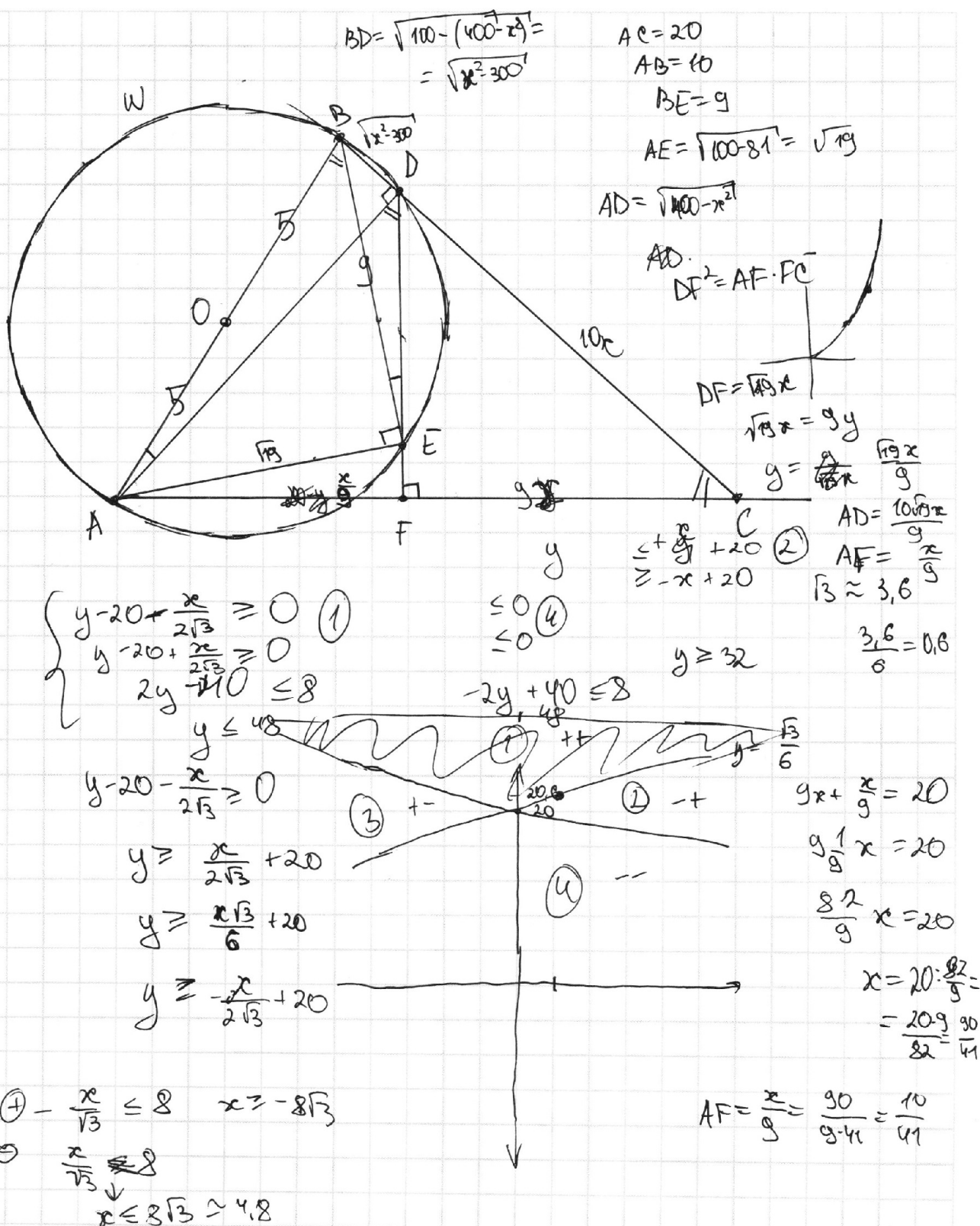


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

было n коробок

вероятность 1-ого $\frac{3}{n}$

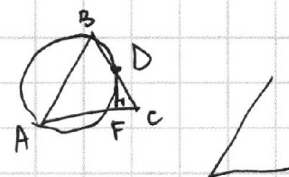
$$1 - \left(\frac{3}{n} \left(\frac{n-3}{n-1} \right)^4 \right) < \left(\frac{3}{n} \cdot \frac{2}{n-1} \right)$$

C_n^3

$$C_n^3 = \frac{n!}{(n-3)! \cdot 3!} = \frac{n(n-1)(n-2)}{12} \quad C_n^5 = \frac{n!}{5!(n-5)!}$$

$$\frac{1}{C_n^3} = \frac{12}{n(n-1)(n-2)}$$

вероятность
нулевой трёх

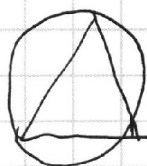


+ 2 нулевые

$$C_{n-3}^2 = \frac{(n-3)!}{(n-5)! \cdot 2} = \frac{(n-3)(n-4)}{2}$$

+ 6 нулевых

$$C_{n-5}^6 = \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)(n-8)}{6!}$$

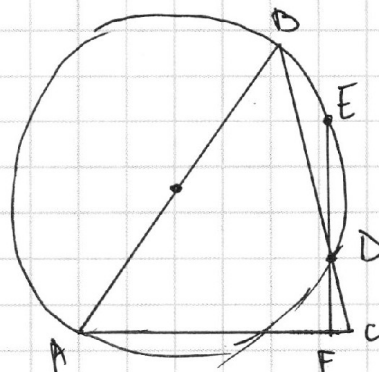
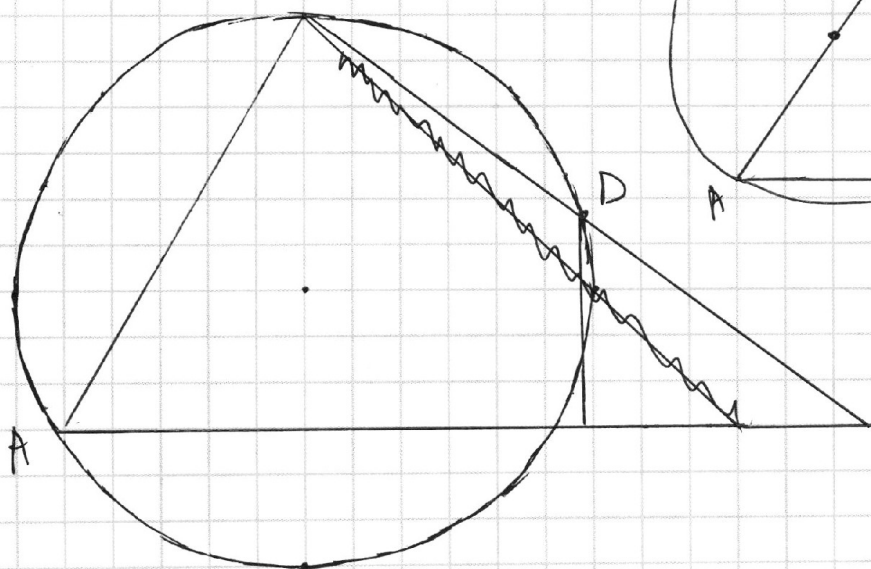


$$\frac{1}{C_n^3} \cdot \left(\frac{C_n^3 - 1}{C_n^3} \right)^2$$

$$\frac{1}{C_n^3} \cdot \left(\frac{C_n^3 - 1}{C_n^3} \right)^6$$

$$\frac{(C_n^3 - 1)^4}{(C_n^3)^5}$$

$$\frac{1 \cdot (C_n^3 - 1)^2 \cdot (C_n^3)^2}{(C_n^3)^5 \cdot (C_n^3 - 1)^6} = \frac{(C_n^3)^4}{(C_n^3 - 1)^4}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$$

$$6-a \quad \text{и} \quad 2-a$$

$$a+5d + a+6d = 2a+11d = \frac{-6}{2a} = \frac{a^2-4a}{2}$$

$$5x^2(a^3-4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$$

$$5-a \quad \text{и} \quad 8-a$$

$$a+4d + a+7d = 2a+11d = \frac{-6}{2a} = \frac{a^3-4a^2}{10}$$

$$\frac{a^2-4a}{2} = \frac{a^3-4a^2}{10}$$

$$5a^2 - 20a = a^3 - 4a^2$$

$$a^3 - 9a^2 + 20a = 0$$

$$a(a^2 - 9a + 20) = 0$$

$$D = 81 - 4 \cdot 20 = 1$$

$$a = \frac{9 \pm \sqrt{1}}{2}$$

$$a^4 - 8a^3 + 16a^2 - 4a + 16 = 0$$

$$a=2 \quad 16 - 8 \cdot 8 + 16 \cdot 4 - 4 + 16 = 0$$

$$a=0 \quad x$$

$$2^8 - 2^9 + 3 \cdot 2^6 + 2^3 - 2^4 \quad 4^3 = 2^6$$

$$x^2 + 16 - 24 + 4 = x^2 - 4$$

$$\begin{cases} x=2 \\ x=-2 \end{cases}$$

$$5x^2 - (64-64)x - 2 \cdot 2^6 - 24 - 15 =$$

$$a=5$$

$$-\frac{261}{18} \frac{9}{29}$$

$$= 5x^2 - 128 - 39$$

$$x^2 - 5x + 25 - 30 + 4 = 0$$

$$5x^2 - 167$$

$$x^2 - 5x - 1 = 0$$

$$x^2 = \frac{167}{5} \quad x$$

$$D = 25 + 4 = 29$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{29}}{2}$$

$$x = \frac{5 \pm 3\sqrt{29}}{2}$$

$$5x^2 - 25x - 250 - 30 - 15$$

$$5x^2 - 25x - 295$$

$$x^2 - 5x - 59 = 0$$

$$D = 25 + 4 \cdot 59 = 25 + 236 = 261 = (3\sqrt{29})^2$$

$$\begin{array}{r} 7 \text{ } 2 \\ 9801 \\ \times \quad 99 \\ \hline 88209 \\ + 88209 \\ \hline 970299 \\ \text{ } 1 \text{ } 1 \end{array}$$