

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В теленгра ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2. (xy + yz + zx) = 0$$

$$(xy + yz + zx)^2 = 0$$

$$(xy)^2 + (yz)^2 + (zx)^2 + 2xy^2z + 2xyz^2 + 2x^2yz = 0$$

$$\boxed{(xy)^2 + (yz)^2 + (zx)^2 = -2x^2yz - 2xy^2z - 2xyz^2}$$

$$\frac{xy}{z} \quad xy = 3yz + z^2 \Rightarrow \frac{xy}{z} = 3 + z$$

$$(z+3) + (y+3) + (x+3) = \frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{xz}{y} =$$

$$= \frac{(xy)^2 + (yz)^2 + (xz)^2}{xyz} = \frac{-2x^2yz - 2xy^2z - 2xyz^2}{xyz} =$$

$$= -2x - 2y - 2z$$

$$x+3 + y+3 + z+3 = -2x - 2y - 2z$$

$$3x + 3y + 3z = -9$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = \boxed{x^2 + 3x} + 3x + 9 + \boxed{y^2 + 3y} + 3y + 9 + \boxed{z^2 + 3z} + 3z + 9 =$$

$$(xy + yz + zx) + (3x + 3y + 3z) + 3 \cdot 9 =$$

$$= -9 + 3 \cdot 9 = 18$$

Ответ: 18.

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned} xy &= 3z + z^2 \\ yz &= 3x + x^2 \\ xz &= 3y + y^2 \end{aligned} \right\} \rightarrow K = \frac{3z + z^2}{y} \\
 & \left(\frac{3z + z^2}{y} \right) \cdot z = 3y + y^2 \quad | \cdot y \\
 & 3z^2 + z^3 = 3y^2 + y^3 \\
 & 3z^2 - 3y^2 + z^3 - y^3 = 0 \\
 & \rightarrow 3(z-y)(z+y) + (z-y)(z^2 + zy + y^2) = 0 \\
 & (z-y)(z^2 + zy + y^2 + 3z + 3y) = 0 \\
 & (z-y)(Kz + zy + zx) = 0
 \end{aligned}$$

$$1. \quad z = y$$

$$x = \frac{3y + y^2}{y} = 3 + y$$

$$y \cdot y = 3(3+y) + y^2(3+y)^2$$

$$y^2 = 9 + 3y + 9 + 6y + y^2$$

$$0 \approx -18 = 9y$$

$$y = -2$$

$$z = -2$$

$$x = (3-2) = 1$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = (-1)^2 + (1)^2 + (-2)^2 = 18$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решением которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \underbrace{99\dots99}_{40600}$$

$$n = \underbrace{10\dots0}_{40001} - 1 = 10^{40000} - 1$$

$$\begin{aligned} n^3 &= (10^{40000} - 1)^3 = (10^{80000})^3 - 3(10^{40000})^2 + 3(10^{40000}) - 1 = \\ &= 10^{120000} - 3 \cdot 10^{80000} + 3 \cdot 10^{40000} - 1 = \\ &= \underbrace{999\dots99}_{39999} 7000\dots0002 \underbrace{9999\dots999}_{40000} \end{aligned}$$

Ответ: 79999



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:
 $AC = 10$
 $AB = 6$
 $BE = 5$
 $AF - ?$

$$\cancel{AC} \quad \text{в } \triangle A C = K$$

$$BK \perp AC \text{ m.k.}$$

$\angle BKA$ опирается на диаметр \Rightarrow

$\Rightarrow BK \parallel DE \Rightarrow BDEK - \text{трапеция} \Rightarrow$

$\Rightarrow BD = KE \Rightarrow \boxed{BE = KD} = 5$ (смугай когда E фигура \triangle треугольника аналогичен)

$\triangle ABC \sim \triangle DKC \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{DC}{DK}$

$$DC = \frac{DK \cdot AC}{AB} \quad DC = \frac{5 \cdot 10}{6} = \frac{25}{3}.$$

$$CK \cdot CA = CD \cdot CB \text{ (степенью точки)}$$

$$\frac{CK}{CB} = \cancel{CA} \frac{CD}{CA} = \frac{25}{30}$$

$$\cos \angle BCK \quad \frac{CK}{CB} = \cos \angle BCK \quad \cos \angle BCK = \frac{25}{30}$$

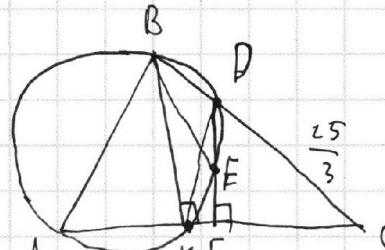
$$\cos \angle DCF \quad \cancel{CD} \quad \cos \angle DCF = \cos \angle BCK = \frac{25}{30}$$

$$CF = \frac{DC}{\frac{25}{30}} \quad CF =$$

$$CF = \cos \frac{25}{30} \cdot DC = \frac{25 \cdot 25}{90}$$

$$AF = AC - CF = 10 - \frac{25^2}{90} = \frac{900 - 625}{90} = \frac{275}{90}$$

$$\text{Ответ: } \frac{275}{90}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть n - кол-во коробок.

Найдем вероятность подбора игрока, когда он открывает 6 коробок

$$\text{вероятность} = \frac{\text{хорошие исходы}}{\text{все исходы}}$$

хороший исход - три шарика в 3 ящики

открытых коробках - C_5^3

все исходы - три шарика во всех коробках

$$- C_n^3 \Rightarrow \text{вероятность} = \frac{C_5^3}{C_n^3}$$

аналогично вероятность подбора игрока,

когда он открывает 6 коробок - $\frac{C_6^3}{C_n^3}$

$$\frac{\frac{C_6^3}{C_n^3}}{\frac{C_5^3}{C_n^3}} = \frac{C_6^3 \cdot C_n^3}{C_n^3 \cdot C_5^3} = \frac{C_6^3}{C_5^3} =$$

$$= \frac{\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6}}{\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{6}} = \frac{6}{3} = 2$$

Ответ: в два раза.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Мнж. } x_1 = a+4t \quad x_2 = a+5t$$

x_1, x_2 - корни первого уравнения

$$x_1 = b+4t \quad x_2 = b+5t$$

x_3, x_4 - корни второго уравнения

$$x_3 = b+2t \quad x_4 = b+7t$$

$$x_1+x_2 = x_3+x_4 = 2b+9t.$$

$$\text{по П. Виета } x_1+x_2 = \frac{(a^2-a)}{1}; \quad x_3+x_4 = \frac{(9^3-a^2)}{4}$$

$$(a^2-a) = \frac{(a^3-a^2)}{4} \quad 4a^2-4a = a^3-a^2 \quad a^3-5a^2+4a=0$$

$$a(a-1)(a-4) = 0 \quad a=0 \vee a=1 \vee a=4$$

1. если $a=0$

$$x^2-5=0 \quad 4x^2-4=0$$

$$x = \pm \sqrt{5}$$

$$x = \pm \sqrt{1}$$

$-\sqrt{5} | -1 | 1 | \sqrt{5} \quad !!! (348 \text{ решений прогрессии}$

не могут быть между 5 и 6)

2. если $a=1$

$$x^2-4=0 \quad 4x^2-1=0$$

$$x = \pm 2$$

$$x = \pm \frac{1}{2}$$

$$-2 \quad -\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad 2 \quad !!!$$

(аналогично)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

3. если $a = 4$

$$x^2 - (16 - 4)x + 4 - 5 = 0$$

$$4x^2 - (4^3 - 4^2)x + 2 \cdot 4^4 + 2 \cdot 4^2 - 4^6 - 4 = 0 : 4$$

$$x^2 - 12x - 1 = 0$$

$$x^2 - 12x + 2 \cdot 64 + 2 \cdot 4 - 1024 - 1 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 36 + 1 = 37$$

$$x^2 - 12x - 889 = 0$$

$$x_{1,2} = 6 \pm \sqrt{37}$$

$$\frac{D}{4} = 36 + 889 = 925$$

$$x_{1,2} = 6 \pm \sqrt{925} = 6 \pm 5\sqrt{37}$$

Пакое же можно было

$$6 - \underset{1}{9}\sqrt{37}; 6 - \underset{2}{7}\sqrt{37}; 6 - \underset{3}{5}\sqrt{37}; 6 - \underset{4}{4}\sqrt{37}; 6 - \underset{5}{\sqrt{37}};$$

$$\underset{6}{6} + \sqrt{37}; \underset{7}{6} + 3\sqrt{37}; \underset{8}{6} + 5\sqrt{37};$$

Ошибка; при $a = 4$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{\sin^2(135^\circ - \beta)}{\sin^2 \beta} + \frac{\sin^2(115^\circ)}{\sin^2 20^\circ} = \frac{\sin^2(135^\circ - \beta)}{\sin^2 \beta} + \frac{\sin^2(115^\circ)}{\sin^2 20^\circ} + 2 -$$

$$+ 2 \frac{\sin(135^\circ - \beta) \sin(115^\circ)}{\sin \beta \cdot \sin(20^\circ)} - 2\sqrt{2} \frac{\sin(135^\circ - \beta)}{\sin \beta} - 2\sqrt{2} \frac{\sin(115^\circ)}{\sin(20^\circ)}$$

$$0 = 2 + \frac{\sin(135^\circ - \beta)}{\sin \beta} \left(2 \frac{\sin(115^\circ)}{\sin(20^\circ)} - 2\sqrt{2} \right) - 2\sqrt{2} \frac{\sin(115^\circ)}{\sin(20^\circ)}$$

$$2\sqrt{2} \frac{\sin(115^\circ)}{\sin(20^\circ)} - 2 = \frac{\sin(135^\circ) \cdot \cos \beta - \sin \beta \cos 135^\circ}{\sin \beta}$$

$$\frac{\sqrt{2} \sin(115^\circ) - 1}{\sin(115^\circ)} + \cos 135^\circ \\ \frac{\sin(20^\circ)}{\sin(20^\circ)} - \sqrt{2} \\ \frac{\sin(135^\circ)}{\sin(135^\circ)} = \operatorname{ctg} \beta$$

$$\beta = \arcc \operatorname{ctg} \left(\frac{\frac{\sqrt{2} \sin(115^\circ) - 1}{\sin(115^\circ)} + \cos 135^\circ}{\frac{\sin(20^\circ)}{\sin(20^\circ)} - \sqrt{2}} \right)$$

$$\text{Ответ: } \arcc \operatorname{ctg} \left(\frac{\frac{\sqrt{2} \sin(115^\circ) - 1}{\sin(115^\circ)} + \cos 135^\circ}{\frac{\sin(20^\circ)}{\sin(20^\circ)} - \sqrt{2}} \right)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Dано:

$$AB = BP$$

$$AC = CQ$$

$$P, Q \in BC$$

$$DP = PQ$$

$$\angle PQC = 90^\circ$$

$$\angle DCB = 20^\circ$$

$$\angle DBC - ?$$

$$QP = DP = a$$

$$QP = \sqrt{2}a$$

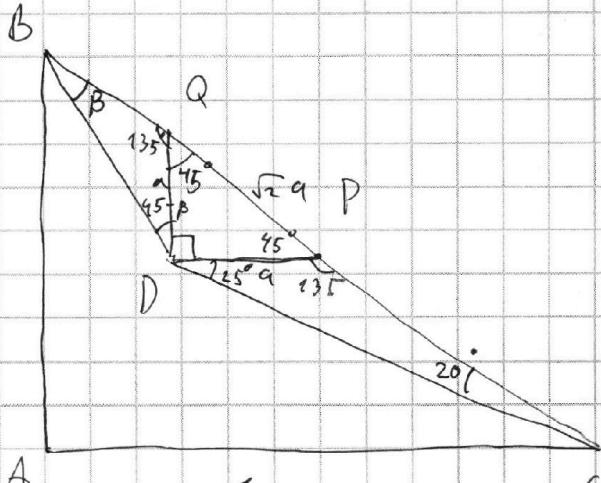
$$\angle BQD = \angle DPC =$$

$$= 135^\circ$$

$$\angle DBC = \beta$$

$$\angle QDB = 180^\circ - 135^\circ - \beta = 45^\circ - \beta$$

$$\angle PDC = 180^\circ - 135^\circ - 20^\circ = 25^\circ$$



б) CDQ

$$\frac{CQ}{\sin(90^\circ + 25^\circ)} = \frac{a}{\sin 20^\circ} \quad CQ = \frac{a \cdot \sin(115^\circ)}{\sin(20^\circ)}$$

$$AC = CQ = \frac{a \cdot \sin(115^\circ)}{\sin(20^\circ)}$$

$$B \not\sim BDP \quad \frac{BP}{\sin(90^\circ + 45^\circ - \beta)} = \frac{a}{\sin \beta}$$

$$BP = \frac{a \sin(90^\circ + 45^\circ - \beta)}{\sin \beta}$$

$$AB = BP = \frac{a \cdot \sin(135^\circ - \beta)}{\sin \beta}$$

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$AB^2 + AC^2 = (BP + QC - QP)^2$$

$$\frac{a^2 \cdot \sin^2(135^\circ - \beta)}{\sin^2 \beta} + \frac{a^2 \cdot \sin^2(115^\circ)}{\sin^2 20^\circ} = \left(\frac{a \cdot \sin(135^\circ - \beta)}{\beta} + \frac{a^2 \cdot \sin(115^\circ)}{\sin(20^\circ)} - \sqrt{2}a \right)^2 / : a$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$4a^2 - 4a = a^3 - a^2$$

$$a^3 - 5a^2 + 4a = 0$$

$$a(a^2 - 5a + 4) = 0$$

$$a(a-1)(a-4) = 0$$

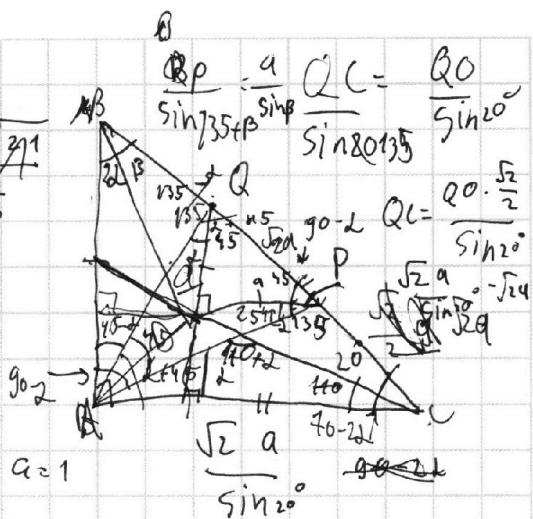
$$a=0 \vee a=1 \vee a=4$$

$$x^2 - 5 = 0 \quad x = \pm \sqrt{5}, 11!$$

$$4x^2 - 4 = 0 \quad 2\sqrt{5} - 1105 \text{ or } 11!$$

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 - 4 = 0$$



$$x = \pm 1$$

$$xx^2 - 1 = 0$$

$$x = \pm 2$$

$$\frac{\sqrt{2}a}{\sin 20^\circ} = \sqrt{2}a$$

$$x^2 - 12x - 1 = 0$$

$$BP = \frac{a \cdot \sin(135 + p)}{\sin p} = 2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \quad 4^6 = 1024$$

$$\frac{D}{4} = 36 + 1 = 37$$

$$9x^2 -$$

$$4^3 = 64$$

$$6 \times \sqrt{37}$$

$$x^2 - (12x + 928 + 8 - 1024 - 1) = 0$$

$$1025 - 1025 + 128 + 8:$$

$$= -1025 + 136 =$$

$$\begin{array}{r} 1025 \\ - 736 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$36 + 889 = 925$$

$$x^2 - 12x - 889$$

$$\frac{D}{4} = 36 + 889 = 925$$

$$6 \pm 5\sqrt{37}$$

$$6 + 5\sqrt{37} \quad 6 - 5\sqrt{37}$$

$$\begin{array}{r} 925 \\ - 75 \\ \hline 25 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$3 \quad 5 \quad 6 \quad 8 \\ 6 - 5\sqrt{37} \quad 6 - \sqrt{37} \quad 6 + \sqrt{37} \quad 6 + 5\sqrt{37}$$

$$7 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \\ 6 - 9\sqrt{37} \quad 6 - 7\sqrt{37} \quad 6 - 5\sqrt{37} \quad 6 - 3\sqrt{37} \quad 6 - \sqrt{37} \quad 6 + \sqrt{37}$$

$$6 + 8\sqrt{37} \quad 6 + 5\sqrt{37}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = \frac{3z^2 + z^3}{y}$$

$$3z^2 + 3z^3 - 3y^2 + y^3$$

$$\left(\frac{a \cdot \sin(135 + \beta)}{\sin \rho} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}a}{2 \sin 120^\circ} \right)^2 =$$

$$z^3 - y^3 + 3z^2 - 3y^2 = 0$$

$$\frac{3z^2 + z^3}{y} = 3y + y^2$$

$$(z-y)(z^2 + zy + y^2) + 3(z-y)(z+y) = 0$$

$$\left(\frac{a \cdot \sin(135 + \beta)}{\sin \beta} \right)^2 +$$

$$(z-y)(z^2 + zy + y^2 + 3z + 3y) = 0$$

$z \neq y$

$$(z-y)(xy + zy + zx) = 0$$

$$\frac{yz}{y+z} - \frac{3z^2 + z^3}{y}$$

$$xy = \frac{3z^2 + z^3}{y} + \frac{3y^2 + y^3}{y}$$

$$x = -\frac{yz}{y+z}, y^2 = (3+z)(y+z)$$

$$y^2 = g + gy + g + 6y + y^2$$

$$yz = -yz +$$

$$y^2 = 3g + 3z + 2gy^2$$

$$12y = 6 - 18$$

$$y = -\frac{12}{12} = -\frac{3}{2} = z$$

$$x = 3 + y = 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

$$(xy + zy + zx) = 0 \quad (xy)^2 + (zy)^2 + (zx)^2 = -2xy^2z - 2xz^2y - 2xy^2z$$

$$\frac{xy}{z} + \frac{zy}{x} + \frac{xz}{y} = \frac{(xy)^2 + (zx)^2 + (zy)^2}{xyz} = -2x - 2y - 2z$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = -6x - 9 - 6y - 9 - 6z = 9$$

$$z + 3 + x + 3 + y + 3 = -2x - 2y - 2z$$

$$x + y + z = -3$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = x^2 + 6x + 9 + y^2 + 6y + 9 + z^2 + 6z + 9 =$$

$$= 6x + 3x + 9 + xz + 3x + 9 + xy + 3x + 9 -$$

$$= -9 + 9 + 9 + 9 = 18$$

$$\left(\frac{\sin(135 + \beta)}{\sin \beta} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2 \sin 120^\circ} \right)^2 = \left(\frac{\sin(135 + \beta)}{\sin \rho} \right)^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

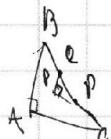
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = x^2 + 6x + 9 + y^2 + 6y + 9 + z^2 + 6z + 9 = \frac{C_n^3 \cdot C_n^2}{C_n^5}$$

$$= yz + 3x + 9 + zx + 3y + 9 + xy + 3z + 9$$



$$\frac{xy}{z} = z + 3 \quad | \cdot 3 = 3 \frac{xy}{z} = 3z + 9$$

$$\left(\frac{xy}{z}\right)^2 + \left(\frac{yz}{x}\right)^2 + \left(\frac{zx}{y}\right)^2$$

$$yz + 3\frac{yz}{x} + zx + 3\frac{zx}{y} + xy + 3\frac{xy}{z} = C_n^3 \cdot C_n^2$$

$$= yz(1 + \frac{3}{x}) + zx(1 + \frac{3}{y}) + xy(1 + \frac{3}{z})$$

$$\begin{aligned} & 999\dots99 \\ & (100\dots00 - 1)^3 = \end{aligned}$$

$$g^3 = 81 \cdot 9 = 729$$

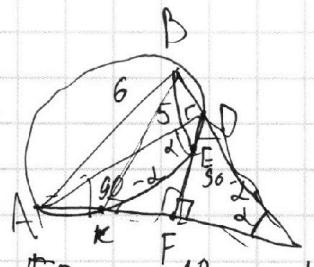
$$\frac{CD}{CA} = \cos \angle$$

$$gg^3 = 10$$

$$1000\dots00^3 = 3 \cdot 100\dots00^2 + 3 \cdot 10\dots00 - 1$$

$$5^2 = BD^2 + DE^2 - 2BD \cdot DE \cos$$

$$\frac{C_n^3 \cdot C_n^2}{C_n^5} = \frac{C_n^3 C_n^5}{C_n^5 C_n^2}$$



$$FA = \frac{FE \cdot FD}{AK \cdot FK}$$

$$FA = \frac{\sin \alpha \cdot PC \cdot FE}{AK}$$

$$AK = \sqrt{AB^2 + BK^2}$$

$$BK = \sin \alpha \cdot BC$$

$$AK \cdot AF = FE \cdot FD$$

$$CK \cdot CA = CD \cdot CB$$

$$\frac{CD}{AC} = \frac{FD}{AD} = \frac{FD}{AD}$$

$$\frac{CD}{AC} = \frac{FD}{AD} = \frac{FC}{DC}$$

$$\frac{CK}{CB} = \frac{FC}{DC} = \frac{FD}{AD}$$

$$5^2 = BD^2 + DE^2 - 2BD \cdot DE \cdot \cos(90^\circ + \alpha) =$$

$$25 = BD^2 + DE^2 + 2BD \cdot DE \sin \alpha$$

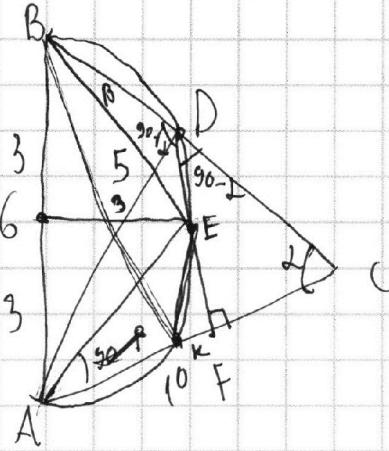
$$AK = \sqrt{36 - \sin^2 \alpha \cdot BC}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
ИЗ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$BD^2 = 36 + 36 - AD^2$$

$$\cos \alpha = \frac{25}{30}$$

$$AD^2 = AC^2 - CD^2$$

$$BD^2 = 36 - 100 + CD^2$$

$$CD = \cos \alpha \cdot AC$$

$$CK = BC \cos \alpha$$

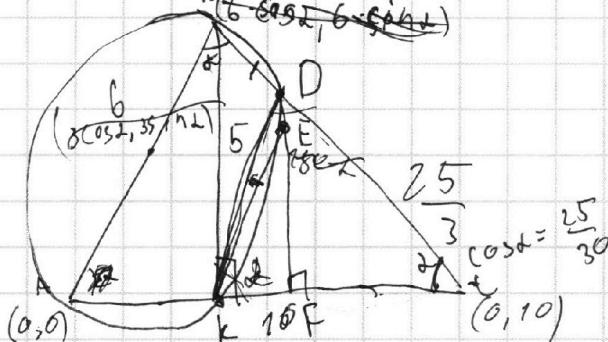
$$\frac{CD}{DB} = \frac{CF}{FK}$$

$$AE = AE \cdot \sin$$

$$BD^2 = 25 = BD^2 + DE^2 + BD \cdot DE \sin \alpha$$

$$CK \cdot CA = CD \cdot CB$$

$$\frac{CK}{CB} = \frac{CD}{CA} = \frac{25}{30}$$



$$(x - 3\cos 35^\circ)^2 + (y - 3\sin 35^\circ)^2 = 16$$

$$\frac{CK^2}{CB} \quad \frac{CK}{CB} = \frac{CK}{CB}$$

$$PD = BE$$

$$\frac{BAC}{DC} = \frac{DK}{DK}$$

$$BK = \sqrt{CB^2 - CK^2}$$

$$DC = \frac{AC \cdot DK}{AB} = \frac{10 \cdot 5}{6} = \frac{25}{3}$$

$$CD \cdot CB = CK \cdot CA$$

$$\frac{DF}{BK} = \frac{CD}{CB}$$

$$DF = \frac{CD \cdot BK}{CB}$$

$$CD = CK \cdot CA$$

$$DF = \frac{BK \cdot CK \cdot CA}{CB} = 10 \sqrt{1^2 - \frac{CE^2}{CB^2}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~доказательство~~

$$\frac{C_n^3 \cdot C_n^2}{C_4^3 C_5^3} = \frac{C_n^3 \cdot C_n^3}{C_n^6}$$
$$\frac{\frac{C_n^3 \cdot C_n^3}{C_n^6 C_6^3}}{\frac{C_n^3 \cdot C_n^2}{C_n^5}} = \frac{C_n^3 \cdot C_n^5}{C_n^6 \cdot C_n^2} = \frac{\frac{n(n-1)(n-2)}{6} \cdot \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{120}}{\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)}{720} \cdot \frac{n(n-1)}{2}} =$$
$$= 2 \frac{n-2}{n-5}$$

$$\frac{C_5^3}{C_5^3 + C_5^2 \cdot C_{n-5}^1 + C_5^1 \cdot C_{n-5}^2 + C_{n-5}^3} =$$

~~5 \cdot 4 \cdot 3 / 6 = 10~~

$$= \frac{10 + 10(n-5) + 5(n-5)(n-4) + (n-5)(n-4)(n-3)}{6}$$
$$\sin(2+\beta) = \sin\alpha \cos\beta + \sin\beta \cos\alpha$$

$$\frac{C_5^3}{C_n^3} \rightarrow \frac{C_6^3}{C_n^3}$$

$$\frac{C_6^3}{C_5^3} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3} =$$

$\sin^2(135+\beta)$

$$+ \frac{\sin(135+\beta)}{\sin 20^\circ} = \frac{\sin(135+\beta)}{\sin 20^\circ} + \frac{1}{2 \sin 20^\circ} + 2 +$$

$$+ \frac{\sin(135+\beta) \cdot \sqrt{2}}{\sin(\beta) \cdot \sin 20^\circ} - \frac{1}{\sin 20^\circ} - 2 \frac{\sin(135+\beta) \cdot \sqrt{2}}{\sin(\beta)}$$