



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа  $x, y, z$  удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения  $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$ , если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа  $n$  состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа  $n^3$ ?
3. [5 баллов] Окружность  $\omega$  с диаметром  $AB$  пересекает сторону  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  в точке  $D$ . Точка  $F$  выбрана на отрезке  $AC$  так, что  $DF \perp AC$ , а  $E$  — точка пересечения отрезка  $DF$  с окружностью  $\omega$ , отличная от  $D$ . Найдите  $AF$ , если  $AC = 20$ ,  $AB = 15$ ,  $BE = 10$ .
4. [4 балла] В теленгра ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых корни уравнения  $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$  являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения  $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$  являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура  $\Phi$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют неравенству  $|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}| + |y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}| \leqslant 6$ . Фигуру  $\Phi$  непрерывно повернули вокруг начала координат на угол  $\pi$  по часовой стрелке. Найдите площадь множества  $M$ , которое замела фигура  $\Phi$  при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбраны точки  $P$  и  $Q$  так, что  $AB = BP$ ,  $AC = CQ$ . Внутри треугольника  $ABC$  выбрана точка  $D$ , для которой  $DP = DQ$ , а  $\angle PDQ = 90^\circ$ . Найдите  $\angle DCB$ , если известно, что  $\angle DBC = 35^\circ$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2 \quad (1) \\ yz = 4x + x^2 \quad (2) \\ zx = 4y + y^2 \quad (3) \end{cases}$$

$\text{Уз } (1)+(2): xy + yz = 4(z+x) + x^2 + z^2 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow -yz(x-z) = 4(x-z)(x+z) \Rightarrow$   
 $\Rightarrow (x-z)(4x+4z) = 0.$

$\text{Уз } (3)-(1): (y-z)(4x+4z+2) = 0.$

Если  $x+4z+2 \neq 0$ , то  $x=2$  и  $y=2 \Rightarrow x=y=z=2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow xy = 4z + z^2 \Rightarrow x^2 = 4x + x^2 \Rightarrow 4x = 0 \Rightarrow x = 0 \quad (!!)$$

$(x \neq 0)$

Значит,  $x+4z+2 = -4 \Rightarrow (x+4z)^2 = 76$   
 $(*) \quad x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx) = 76.$

$\text{Уз } (1)+(2)+(3): x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = -4(x+y+z)$

$$x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = 76 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2(x^2 + y^2 + z^2) - 2(xy + yz + zx) = 32,$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx) = 76 (*) \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2(xy + yz + zx) = 32 \end{array} \right. \quad (\times 2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3(x^2 + y^2 + z^2) = 48 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 16. (**)$$

Рассмотрим  $(x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx) \leq 48 =$

$$= x^2 + y^2 + z^2 - 32 + 48 = x^2 + y^2 + z^2 + 16 =$$

$$= 16 + 16 \quad (**) = 32 - \text{решение есть но уловило.}$$

Ответ: 32



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 2.

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3.$$

$$\begin{aligned} \underbrace{999\dots9}_{25000}^3 &= (\underbrace{700\dots0}_{25000} - 1)^3 = \underbrace{700\dots0}_{25000}^3 - 3 \cdot \underbrace{70\dots0}_{25000}^2 + \underbrace{300\dots0}_{25000} - 1 = \\ &= \underbrace{700\dots0}_{25000} - 3 \underbrace{00\dots0}_{50000} + \underbrace{30\dots0}_{25000} - 1 = \\ &= \underbrace{99\dots9}_{24999} \underbrace{70\dots0}_{50000} + \underbrace{300\dots0}_{25000} - 1 = \underbrace{99\dots9}_{24999} \underbrace{70\dots0}_{25000} \underbrace{30\dots0}_{25000} - 1 = \\ &= \underbrace{99\dots9}_{24999} \underbrace{700\dots0}_{24999} \underbrace{299\dots9}_{25000}. \text{ Число, убывающее в чисто } \\ &\quad \underbrace{9\dots9}_{25000}^3 \text{ равно } 25000 \times 24999 = \\ &\quad = 499999 \end{aligned}$$

Ответ: 499999



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3.

$$0,45x^2 - 79x + 180 = 0.$$

$$D = 79^2 - 4 \cdot 180 = 79^2 - 720 = 9^2$$

$$x_1 = \frac{79 - 9}{0,9} = \frac{70}{0,9} = \frac{700}{9} = 77,77$$

$$x_2 = \frac{79 + 9}{0,9} = \frac{88}{0,9} = \frac{880}{9} = 97,77 \quad (\Rightarrow DC \perp AC \Rightarrow \angle DAB = 90^\circ, \text{ а } \angle A - \text{ острый})$$

ответ:

Ответ:  $77\frac{7}{9}$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 4.

Будем говорить, что случалась игрок Билли-  
ролл коробки, а затем ведущий случайным  
образом кладёт марки. Вероятность выпади-  
ти от этого не изменяется. Тогда, необходимо  
известить вероятности, все 3 раза падаючи марки,  
все это падаючи в выбранном игроком ко-  
робки. Т.е., если игрок берёт на выбор  $x$  коробок,  
а всего коробок  $n$ , вероятность выпадения первого  
марки падаючи в одну из  $X$ :  $\frac{x}{n}$ , второй мар-  
ки  $\frac{x-1}{n-1}$ , третий марки  $\frac{x-2}{n-2}$ . Т.е. вероятность  
последнея коробка равна  $\frac{x}{n} \cdot \frac{x-1}{n-1} \cdot \frac{x-2}{n-2}$ .

Тогда, в первом случае вероятность равна

$$\frac{5}{n} \cdot \frac{4}{n-1} \cdot \frac{3}{n-2} = \frac{60}{n(n-1)(n-2)}, \text{ а во втором } \frac{8}{n} \cdot \frac{7}{n-1} \cdot \frac{6}{n-2} = \frac{336}{n(n-1)(n-2)}.$$

Тогда вероятность умножится в

$$\frac{336}{n(n-1)(n-2)} : \frac{60}{n(n-1)(n-2)} = \frac{336}{60} = \frac{56}{70} = 5,6 \text{ раза.}$$

Ответ: 5,6.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5.

$$x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0.$$

По ПК. Вместо,  $\begin{cases} x_1 x_2 = \frac{2-a^3}{3}, \\ x_1 + x_2 = a^2 - a \end{cases}$  При этом если арифм. прогрессия  $8+Kd$ , то

$$x_1 x_2 = 28 + 9d = a^2 - a$$

$$x_1 = 8 + 4d$$

$$x_2 = 8 + 5d.$$

$$2x^2 - (a^2 - a)x - 2a^6 - 8a^4 - 4 = 0.$$

По ПК. вместо,  $\begin{cases} x_3 x_4 = \frac{-2a^6 - 8a^4 - 4}{2}, \\ x_3 + x_4 = \frac{a^3 - a^2}{2} \end{cases}$  При этом,  $x_3 = 8 + 2d$   
 $x_4 = 8 + 4d$

$$\text{Получа, } 2(8+9d) = x_3 + x_4 = \frac{a^3 - a^2}{2} \Rightarrow a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{2};$$

$$2a^2 - 2a = a^3 - a^2$$

$$3a^2 = a^3 + 2a \Rightarrow \cancel{a^2 + 2a} = \cancel{a^3 + 2a} = 0$$

$$a^3 + 2a - 3a^2 = 0 \Rightarrow a(a^2 - 3a + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a^2 - 3a + 2 = 0. \end{cases}$$

$$1) a=0 \Rightarrow x_1 x_2 = \frac{2-0}{3}, \text{ но } x_1 x_2 = (8+4d)(8+5d) = 8^2 + 98d + 200d^2,$$

$$(8+2d)(8+3d) = x_3 x_4 = \frac{-0-0-4}{2} = -2.$$

$$8^2 + 98d + 200d^2 \quad (*)$$

$$(8^2 + 98d + 200d^2) = \frac{2}{3} \Leftrightarrow 64 + 2d^2 = \frac{2}{3}, 6d^2 = \frac{8}{3}; d^2 = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}; d = \pm \frac{2}{3}.$$

$$(8^2 + 98d + 200d^2) = -2, \text{ но если } a=0, \text{ то } x^2 + \frac{2}{3} = 0 \text{ не имеет решений} \Rightarrow \text{нет корней!!!}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

N 5.

$$2) \alpha^2 - 3\alpha + 2 = 0.$$

$$\begin{cases} \alpha_1 \alpha_2 = 2 \\ \alpha_1 + \alpha_2 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2, \\ \alpha = 1 \end{cases}$$

$$2.1) \alpha = 1 \Rightarrow x^2 - (1^2 - 1)x + \frac{2-1^3}{3} = 0 \Rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 + \frac{1}{3} = 0 \text{ не имеет решений!} //$$

$$2.2) \alpha = 2 \Rightarrow x^2 - (4-2)x + \frac{2-8}{3} = 0; \\ x^2 - 2x - 2 = 0.$$

$$D = 4 + 8 = 12.$$

$$x_1 = \frac{2 + 2\sqrt{3}}{2} = 1 + \sqrt{3}; \quad x_2 = \frac{2 - 2\sqrt{3}}{2} = 1 - \sqrt{3}$$

$$2x^2 - (8-4)x - 2 \cdot 2^6 - 8 \cdot 2 - 4 = 0$$

$$2x^2 - 4x - 728 - 16 - 4 = 0$$

$$2x^2 - 4x - 748 = 0$$

$$x^2 - 2x - 374 = 0$$

$$D = 4 + 276 = 280 \quad D = 4 + 296 = 300 = (10\sqrt{3})^2$$

$$x_1 = \frac{2 + 10\sqrt{3}}{2} = 1 + 5\sqrt{3}$$

$$x_2 = \frac{2 - 10\sqrt{3}}{2} = 1 - 5\sqrt{3}$$

$$8^2 + 98d + 74d^2 = x_1 x_2 (\text{**}); \quad 8^2 + 98d + 20d^2 = x_1 x_2 (\text{*}) \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow 6d^2 = x_1x_2 - x_3x_4 \stackrel{N5}{=} -2 - (-3) = 4 - 2 = 2.$$

$$d^2 = 2 \Rightarrow d = \pm \sqrt{2}.$$

Рассмотрим  $d = 2\sqrt{3}$ ,  $b = 7 - 9\sqrt{3}$   $\Rightarrow$

$$\Rightarrow x_3 = b + 2d = 7 - 9\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 7 - 5\sqrt{3},$$

$$x_4 = b + 4d = 7 - 9\sqrt{3} + 8\sqrt{3} = 7 - \sqrt{3},$$

$$x_1 = b + 5d = 7 - 9\sqrt{3} + 10\sqrt{3} = 7 + \sqrt{3}$$

$$x_2 = b + 7d = 7 - 9\sqrt{3} + 14\sqrt{3} = 7 + 5\sqrt{3} \Rightarrow$$

$\Rightarrow 7 - 5\sqrt{3}, 7 - \sqrt{3}, 7 + \sqrt{3}, 7 + 5\sqrt{3}$  — арифм. прогрессия  
коэффициент  $b = 7 - 9\sqrt{3}$ ,  $d = 2\sqrt{3}$ . Т.о. т.к. при  $a_1 = 2$  первая

является нечетной член арифм. прогрессии.

Ответ: 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6.

$$\left| y - 75 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| + \left| y - 75 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| \leq 6.$$

$$\text{Пусть } a = y - 75, b = \frac{x}{6\sqrt{3}}.$$

$$\text{Тогда, } |a+b| + |a-b| \leq 6?$$

$$\text{Известно, что } |a+b| \geq |a| + |b|, \quad \left. \begin{array}{l} |a+b| \geq |a| + |b| \\ |a-b| \geq ||a| - |b|| \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |a+b| + |a-b| \geq |a| + |b| + |a| - |b| = 2|a| \leq 6 \Rightarrow |a| \leq 3.$$

$$\text{Значит, что } |a+b| + |a-b| = |a+b| + |b-a| \leq 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{согласно, } |b| \leq 3.$$

$$\text{Значит, } -3 \leq b \leq 3$$

$$-3 \leq b \leq 3$$

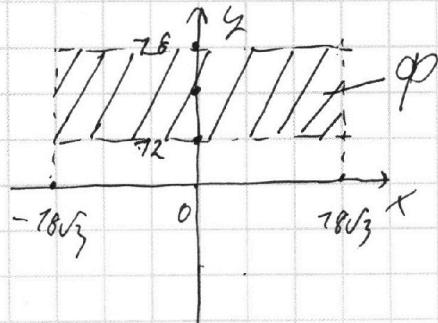
$$-3 \leq y - 75 \leq 3$$

$$-3 \leq \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$72 \leq y \leq 78$$

$$-78\sqrt{3} \leq x \leq 78\sqrt{3}$$

Т.е., фигура φ выглядит так:





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1      2      3      4      5      6      7

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

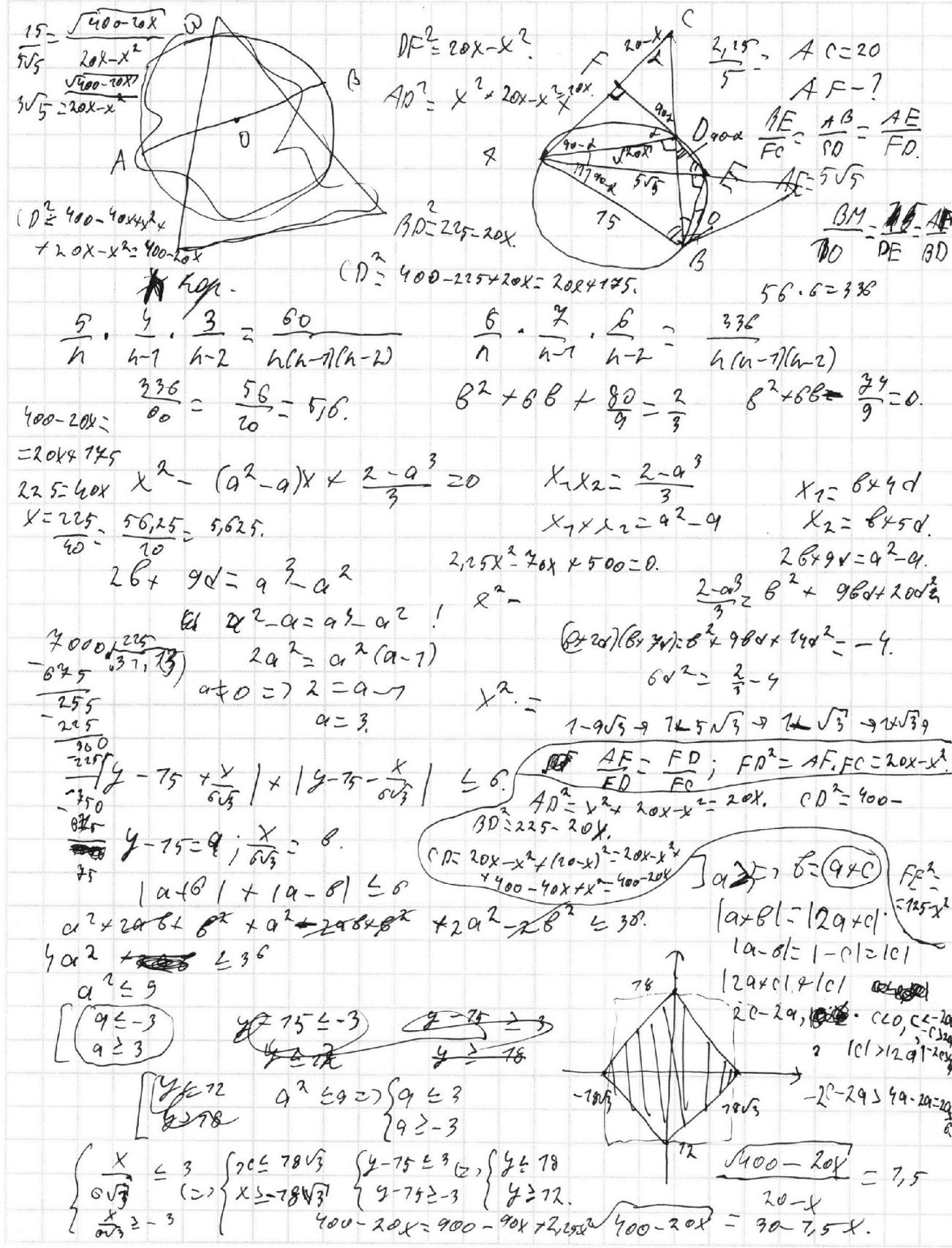
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач=numerуются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$xy = yz + z^2 ; \quad xy + yz + 76 = (x+y)^2$$

$$(x+y)^2 + (yz)^2 + (z+y)^2 = xy + yz + 2z^2 + 76 + 4yz + 4y + 4z.$$

$$yz - xy = y(x-z) + z^2 - z^2$$

$$-y(x-z) = y(x-z) + (x-z)(x+z)$$

$$(x-z)(y+x+z) = 0.$$

1)  $x=2$

$2) -4 \neq x+y+z$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 76 = xy + yz + 2z^2.$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - 2z^2 = 76.$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 8(xy + yz + z^2) = 76.$$

$$x^2 = 4xy + z^2$$

$$x=0$$

$$y=0$$

$$z=0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + 2z^2) = 76.$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 76 - 2(xy + yz + 2z^2).$$

$$x+y+z = -4$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 16 = 76$$

(32)

$$2(x^2 + y^2 + z^2) - 4(yz - yz - 2z^2) = 32.$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + 2z^2) = 76$$

$$3(x^2 + y^2 + z^2) = 98$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 76.$$

2.  $9\frac{3}{7}(\underline{60-7})^3 \geq 70^3$ .  $(a-b)^3 = a^3 - 3ab^2 + b^3 - 3a^2b + ab^2$

$$\begin{array}{r} 9\frac{3}{7} \\ \times 60 \\ \hline 540 \\ \hline 9\frac{3}{7} \\ \times 35 \\ \hline 455 \\ \hline 9\frac{3}{7} \\ \times 20 \\ \hline 182 \\ \hline 9\frac{3}{7} \\ \times 7 \\ \hline 63 \\ \hline 9\frac{3}{7} \end{array}$$

$$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$9\frac{3}{7} \cdot 53^3 = (700 - 20 - 7)^3 = \frac{700...0}{25000} = \frac{300...0}{25000} + \frac{30...0}{25000} - 7 =$$

$$= \frac{700...0}{25000} - \frac{30...0}{25000} + \frac{30...0}{25000} - 7 =$$

$$= \frac{99...9}{24999} \cdot \frac{00...0}{50000} + \frac{30...0}{25000} - 7 = \frac{99...9}{24999} \cdot \frac{70...0}{25000} - 7 =$$