



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.
4. [4 балла] В телеигре ведущих берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шару. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leq 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xyz = -6x + z^2 & (1) \\ yz = -6x + x^2 & (2) \\ zx = -6y + y^2 & (3) \end{cases}$$

$$(2) - (1) = x^2 - z^2 + 6(x - z) = x(x - z) + 6(x - z)$$

$\Rightarrow$

$$(x - z)(x + z) - 6(x - z) + 6(x - z) = 0$$

$$(x - z)(x + y + z - 6) = 0$$

аналогично (1)-(3), (2)-(3)

$$\begin{cases} (x - z)(x + y + z - 6) = 0 \\ (x - y)(x + y + z - 6) = 0 \\ (y - z)(x + y + z - 6) = 0 \end{cases}$$

предположим $(x + y + z - 6) \neq 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x - z = 0$$

$$x - y = 0 \Rightarrow x - y = z$$

$$y - z = 0$$

подставим в (1)

$$x^2 = -6x + x^2 \Rightarrow$$

$$x - y - z = 0 \Rightarrow \text{противоречие} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x + y + z - 6) = 0 \Rightarrow (x + y + z) = 6 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + xz + yz) = 36$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 36 - 2(xy + xz + yz) \quad (4)$$

$$(1) + (2) + (3) \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = (xy + xz + yz) + 6(x + y + z) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 36 - 2(xy + xz + yz) = xy + xz + yz + 6 \cdot 6 \Rightarrow xy + xz + yz = 0 \Rightarrow$$

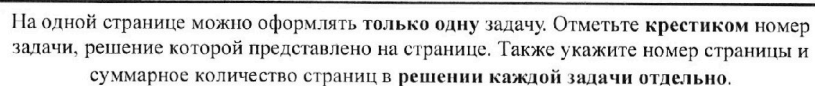
$$\cancel{(x + y + z - 6)^2 = x^2 + y^2 + z^2} \quad (x + y + z - 6) = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 6(x + y + z) + 36 = 0$$

$$2(xy + xz + yz) + 36 = 2x^2 + 2y^2 + 2z^2$$

$$\Rightarrow (i) \quad x^2 + y^2 + z^2 = 36$$

$$(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 12(x + y + z) + 36 \cdot 3 = 36 \cdot 4 - 36 \cdot 2 = 36 \cdot 2 = 72$$

Ответ: 72



СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(10^{20001} - 1)^3 = 10^{60003} - 3 \cdot 10^{40002} + 3 \cdot 10^{20001} - 1 \quad \text{Найдем}$$

$$20000 + 19999 = 39999 \text{ gleich}$$

Order: 39999 gromex

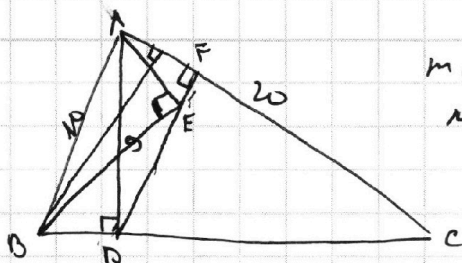


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



т.к. AB - диаметр $\Rightarrow \angle ADB = \angle AEB = 90^\circ$

пусть $AF = x \Rightarrow FC = 20 - x$

$\angle DAC = \angle FDC$ т.к. прямоугольный $\triangle$
делится высотой на 2 подобных
 $\Rightarrow$ степень точки для точки (ADF):

$20(20-x)^2 = DC^2 \Rightarrow DC = \sqrt{20(20-x)}$, аналогично
от DFC касательная $AD \Rightarrow AD = \sqrt{x \cdot 20}$, BD

по $\triangle A$ гипотенуза $\sqrt{100-20x} + \sqrt{20(5-x)}$. AE по $\triangle A$ гипотенуза $\sqrt{100-2x} + \sqrt{15}$

EF по $\triangle A$ гипотенуза $\sqrt{15-x^2} \Rightarrow DE = DF - EF = \sqrt{x(20-x)} - \sqrt{15-x^2}$ т.к.

т.к. $ABDE$ - вписан $\Rightarrow$ по перевернутой теореме: $DE \cdot AB = AD \cdot BE$

$\Rightarrow AD \cdot BE \Rightarrow 10(\sqrt{x(20-x)}) = 10\sqrt{15-x^2} \Rightarrow \sqrt{15-x^2} = \sqrt{x \cdot 20 \cdot (5-x)} = \sqrt{x \cdot 20} \cdot \sqrt{5-x}$

$DA^2 + DE^2 + AE^2 \Rightarrow 20x + 10(20-x) + x^2$ ~~$DA^2 + DE^2 + AE^2 \Rightarrow 20x + 10(20-x) + x^2$~~

$0 < x \leq \sqrt{15}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$C_k^n = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

1) всего вариантов в первом случае: $C_5^x =$

$$= \frac{x!}{5! \cdot (x-5)!}$$

хороших исходов: ~~1~~ $\frac{x!}{2!}$ это тогда,

когда первые 3-фиксированы, а остальные 2-нен

$$= \frac{x!}{3! \cdot 2! \cdot (x-5)!}$$

т.к. 5 шаров мы берём среди фиксированных 3 перестановки шаров, среди не фиксированных - 2, среди оставшихся - 1.

вероятность: $\frac{\text{хорошие исходы}}{\text{все возможные}}$

$$\frac{x! \cdot 5! \cdot (x-5)!}{3! \cdot 2! \cdot (x-5)! \cdot x!} = \frac{4 \cdot 5}{2} = 10$$

$$= \frac{(x-3)!}{(5-3)! \cdot (x-5)!}$$

← хорошие исходы

вероятность:

$$\frac{\text{хорошие исходы}}{\text{все возможные}} = \frac{(x-3)! \cdot 5! \cdot (x-5)!}{2! \cdot (x-5)! \cdot x!}$$

т.к. 3-фиксированы, выбираем из $x-3$ шаров 5-3=2 шарика и нам шаров перестановки между $x-5$ оставшимися шариками

$$= \frac{x!}{2! \cdot x \cdot (x-1) \cdot (x-2)}$$

2) второй случай всего вариантов: $C_5^x = \frac{x!}{5! \cdot (x-5)!}$

$$\text{хороших вариантов: } \frac{(x-3)!}{(5-3)! \cdot (x-5)!}$$

$$\text{вероятность: } \frac{(x-3)! \cdot 5! \cdot (x-5)!}{6! \cdot (x-5)! \cdot x!}$$

$$3) \text{ увеличиваем в } \frac{(x-5)! \cdot 5! \cdot 2! \cdot x!}{x! \cdot 6! \cdot (x-3)! \cdot 5!} = \frac{2 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 2}{2 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 5} = \frac{12 \cdot 7}{10} = 8,4 \text{ раза}$$

Ответ: 8,4



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(1) $a = 0$;

(2) $a = 5$;

(3) $a = 4$

(1) $x^2 + 4 = 0 \Rightarrow$ не имеет корней

(2) $a = 5$; $x^2 - 5x - 1 = 0$

$D = 25 + 4 = 29$

$x_1 = \frac{5 + \sqrt{29}}{2} = 2,5 + \frac{\sqrt{29}}{2}$

$x_2 = \frac{5 - \sqrt{29}}{2} = 2,5 - \frac{\sqrt{29}}{2}$

$x_5 = 2,5 + \frac{3}{2}\sqrt{29}$

$x_8 = 2,5 - \frac{3}{2}\sqrt{29}$

$(2,5 + \frac{3}{2}\sqrt{29})(2,5 - \frac{3}{2}\sqrt{29}) = 6,25 - \frac{9}{4} \cdot 29 = \frac{25 - 9 \cdot 29}{4} = \frac{-236}{4} = -59$

$\Rightarrow$ подходит т.к. по теореме Виета: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 \cdot x_2 = -1 \\ x_5 + x_8 = 5 \\ x_5 \cdot x_8 = -59 \end{cases}$

(3) $a = 4$; $x^2 - 4 = 0$

$x_5 = -2$

$x_5 = -6$

$x_3 = 2$

$x_8 = 6$

$\Rightarrow x_5 \cdot x_6 = -36$, а

по теореме Виета

$x_5 \cdot x_6 = \frac{-2 \cdot 64 - 24 - 15}{5} = \frac{-129 - 24}{5} = -3 \neq -36 \Rightarrow$ не подходит

Ответ: $a = 5$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0 \\
 & 5x^2 - a(a^2 - 4a)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0 \\
 & x_6 + x_7 = a^2 - 4a \\
 & x_6 x_7 = a^2 - 6a + 4 \\
 & x_5 + x_8 = \frac{a(a^2 - 4a)}{5} \Rightarrow 12x_5 + 15x_8 = a(2x_5 + 3x_8) \Rightarrow a = 5 \\
 & x_5 x_8 = \frac{-2a^3 - 6a - 15}{5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0 \quad (1) \\
 & 5x^2 - a(a^2 - 4a)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0 \quad (2)
 \end{aligned}$$

система (1) имеет корни x_6, x_7 а (2) - x_5, x_8 при чем $x_6 = x_5 + k$, $x_7 = x_5 + 2k$, $x_8 = x_5 + 3k$

по теореме Виета

$$\begin{cases}
 x_6 + x_7 = a^2 - 4a & (3) \\
 x_6 x_7 = a^2 - 6a + 4 & (4) \\
 x_5 + x_8 = \frac{a(a^2 - 4a)}{5} & (5) \\
 x_5 x_8 = \frac{-2a^3 - 6a - 15}{5} & (6)
 \end{cases}$$

подставим (3) в (5)

$$\begin{aligned}
 & 5(x_5 + x_8) = a(x_6 + x_7) \\
 & 5(2x_5 + 3k) = a(2x_5 + 3k) \\
 & \text{либо если } 2x_5 + 3k \neq 0 \Rightarrow a = 5
 \end{aligned}$$

проверка:

$$\begin{aligned}
 & x_6 + x_7 = 5 \\
 & x_6 x_7 = 25 - 30 + 4 = -1 \\
 & x_5 + x_8 = \frac{5(25 - 20)}{5} = 5 \\
 & x_5 x_8 = \frac{-2 \cdot 125 - 30 - 15}{5} = -59
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x - 1 = 0 \quad (1) \\
 & 5x^2 - a(a^2 - 4a)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0 \Rightarrow 5x^2 - 25x - 155 = 0 \quad (2) \\
 & x_6 = 2.5 + 5.29, x_7 = 2.5 - 5.29, x_5 = 2.5 + 5.29, x_8 = 2.5 - 5.29 \\
 & x_6 x_7 = -1, x_5 x_8 = -59
 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\Rightarrow x_5 + x_8 = x_6 + x_7 = 0 \Rightarrow a^2 - 4a = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \text{ (1)} \\ a = 4 \text{ (3)} \end{cases}$

проверка: $a = 0$: $\begin{cases} x_2 + x_6 = 0 \\ x_7 x_8 = 4 \\ x_5 + x_4 = 0 \\ x_5 x_4 = -3 \end{cases}$ $x^2 + 4 = 0$ не имеет решений

проверка $a = 4$: $\begin{cases} x_2 + x_6 = 0 \\ x_7 x_8 = -4 \\ x_5 + x_4 = 0 \\ x_5 x_4 = \frac{187}{5} \end{cases}$ $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_5 = -2 \\ x_4 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_5 = -6 \\ x_4 = 6 \end{cases}$

$(a-b)(a^2 - 2ab + b^2) = a^3 - 2a^2b + a^2b^2 + 2ab^2 - b^3$

$a^3 - 2a^2b + a^2b^2 - 6a^2 + 2ab^2 - b^3$

$99 = 10^1 - 1$
 $99 = 10^2 - 1$

$999 \dots 999$
 $+ 3 \cdot 10^{2000} - 1$

$10^2 \rightarrow 2 \text{ числа}$

$40002 \quad 60002$
 100000

$(a-b)(a^2 - 2ab + b^2) = a^3 - 2a^2b + a^2b^2 - 6a^2 + 2ab^2 - b^3$



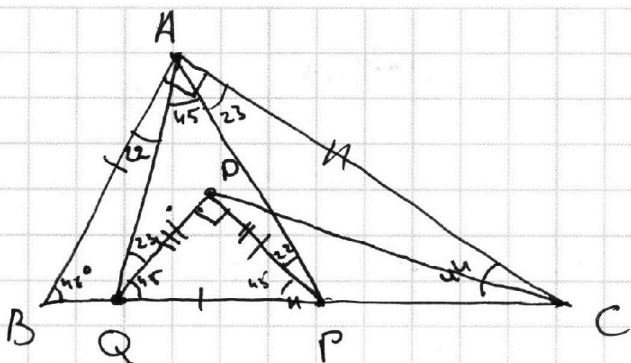
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}\angle B &= 46^\circ \Rightarrow \angle BPA = \frac{180 - 46}{2} = 67^\circ \\ \Rightarrow \angle DPA &= 22^\circ, \angle BAP = 67^\circ \Rightarrow \\ \Rightarrow \angle PAC &= 90 - 67 = 23^\circ \\ \angle ACB &= 90 - 46 = 44^\circ \Rightarrow \\ \Rightarrow \angle QAC &= \frac{180 - 44}{2} = 68^\circ \Rightarrow \\ \angle BAQ &= 22^\circ \Rightarrow \angle QAP = 45^\circ \Rightarrow \\ \Rightarrow \angle QAP &= \frac{1}{2} \angle QDP \Rightarrow \text{OK}\end{aligned}$$

$\triangle QAP$ имеет центр D т.к. D лежит на сев. перес. QP , $\angle QAP = \frac{1}{2} \angle QDP \Rightarrow QD = AD \Rightarrow D$ лежит на сев. перес. AQ , как и $C \Rightarrow CD$ - высота в равнобедренном, $\Rightarrow$ это биссектриса $\Rightarrow \angle QCD = \frac{44}{2} = 22^\circ$
Ответ: 22°

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten mathematical work on grid paper. The page contains various calculations, diagrams, and notes related to combinatorics and probability.

Top left: A diagram showing a circle with points and arrows, possibly representing a cycle or a set of elements.

Top right: A calculation: $2) \frac{5!}{2! \cdot 3!} = 2.5$. Below it, another calculation: $4) \frac{5!}{1! \cdot 3!} = 20$.

Middle left: A calculation: $(2-2)! = 1$. Below it, a calculation: $(3-1)! = 2$. Further down, a calculation: $(6-1)(6-2)(6-3) = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$.

Middle right: A calculation: $\frac{(x-3)(x-4) \cdot x!}{5! \cdot (x-1)(x-2)(x-5)!}$. Below it, a calculation: $\frac{(x-3)(x-4)(x-5)(x-6)(x-7)(x-8) \cdot x!}{9! \cdot (x-9)!}$.

Bottom left: A calculation: $C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$. Below it, a calculation: $C_5^k = \frac{5!}{k! \cdot (5-k)!}$.

Bottom right: A calculation: $\frac{(3-3)!}{2! \cdot 2!} = 1$. Below it, a calculation: $\frac{(3-2)!}{2! \cdot 2!} = 1$.

Diagrams: There are several diagrams, including a circle with points, a rectangle with points, and a complex diagram with multiple circles and lines.

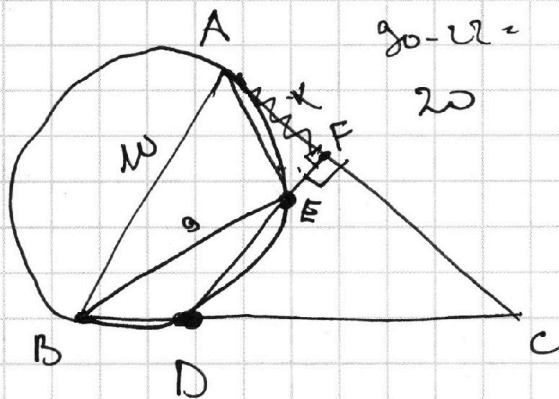


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

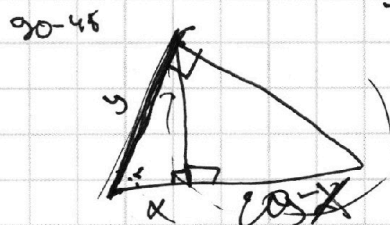
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$90 - 22 = 20$$

$$\frac{100 - 46}{2} = 90 - 23 = 67$$

$$- 45 = 22$$



$$(a+b-c)(a+b-c) = a^2 + 2ab - 2ac + b^2 - 2bc + c^2$$

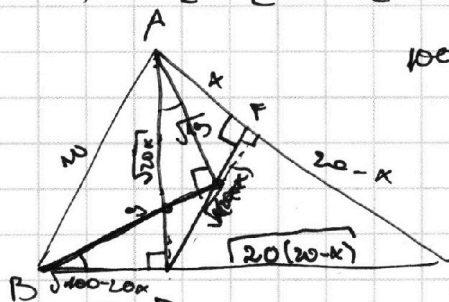
$$\frac{y}{x} = \frac{20}{y}$$

$$\frac{2}{25}$$

$$\frac{25}{25}$$

$$\frac{6}{25}$$

$$\frac{625}{25}$$



$$100 - 81 = 19$$

$$-2.25 - 6 - 3 =$$

$$-59 \text{ Kal}$$

$$DF = \sqrt{x(10-x)}$$

$$\sqrt{x^2 - 20x + 100} = \sqrt{100 - 20x}$$

$$x^2 + 10x + x^2 = 100 - 20x$$

$$6,25 + 9,25 = 15,5$$

$$x^2 - 5x - 1 = 0$$

$$2 = 25 + 4 = 29$$

$$x_1 = \frac{5 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{5 \pm 5}{2}$$

$$x_1 = \frac{5 + 5}{2} = 5$$

$$x_2 = \frac{5 - 5}{2} = 0$$

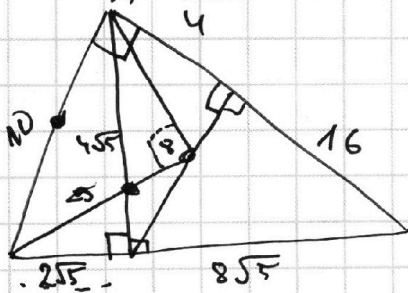
$$KD = \sqrt{100 - 20x}$$

$$20x = \sqrt{20(5-x) \cdot 20(20-x)}$$

$$x = \sqrt{(5-x)(20-x)} = x^2 = 100 - 25x + x^2$$

$$x = 4$$

$$4 \cdot 16 = 24 = 8$$

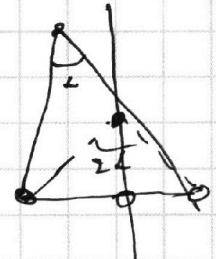


$$\sqrt{8 \cdot 16} = 8\sqrt{2}$$

$$\sqrt{16 \cdot 20} = \sqrt{5 \cdot 16 \cdot 4} = 8\sqrt{5}$$

$$2 \cdot 8 = 16$$

$$4 \cdot 8 = 32$$



$$10 \cdot \sqrt{4 \cdot 16} = 10\sqrt{3} + \sqrt{9 \cdot 20} = 10\sqrt{3} + 2\sqrt{15}$$

$$= 9 \cdot 4 \cdot \sqrt{5}$$

$$80 - 10\sqrt{3} + 2\sqrt{15} = 9 \cdot 4\sqrt{5}$$

$$40 - 5\sqrt{3} + \sqrt{15} = 18\sqrt{5}$$

$$5(8 - \sqrt{3}) = \sqrt{5}(18 - 5\sqrt{3})$$

$$25(64 - 16\sqrt{3} + 3) = 5(18^2 - 182\sqrt{10})$$

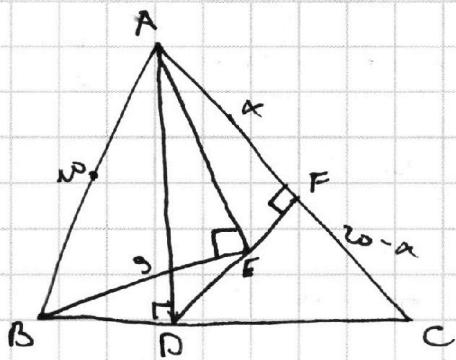


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Так AD - диаметр $\Rightarrow \angle ADB = \angle AEB = 90^\circ$
 пусть $AF = x \Rightarrow FC = 20 - x$

$\angle DAC = \angle FDC$ т.к. прямоугольный Δ
 делит на 2 прямоугольных $\Rightarrow$ окр. ADF
 касается $BC \Rightarrow$ ~~Равно~~ степени
 точки отн. (ADF) где $C: (20-x) \cdot 20 = DC^2$

$\Rightarrow DC = \sqrt{20(20-x)}$; $DF = \sqrt{AF \cdot FC} = \sqrt{x \cdot (20-x)}$; Аналогично окр. DFC
 касается $AD \Rightarrow AD = \sqrt{x \cdot 20}$; BD по Тл. Пифагора: $\sqrt{100 - 20x} =$
 $= \sqrt{20(5-x)}$. AE по Тл. Пифагора $\sqrt{100 - x^2} = \sqrt{10}$; EF по Тл. Пифагора

$\sqrt{10 - x^2} \Rightarrow DF = DE - EF = \sqrt{x(20-x)} - \sqrt{10 - x^2}$ т.к. $ABDE$ вписан $\Rightarrow$
 по теореме Птолемея: $DE \cdot AB + AE \cdot BD = AD \cdot BE \Rightarrow$

$\Rightarrow 10(\sqrt{x(20-x)} - 10\sqrt{10 - x^2}) + \sqrt{10} \cdot 20(5-x) = \sqrt{x \cdot 20} \cdot 10$

~~$BD = AD$~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} (111111111) \\ 111111111 \\ \hline 20983654321 \\ 111111111 \\ \hline 84321 \end{array}$$

$$1055215 = 110$$

$$10\sqrt{19} - 10\sqrt{14} + 4\sqrt{19 \cdot 5} = \sqrt{20 \cdot 9}$$

$$5\sqrt{15} - 15\sqrt{2} + 2\sqrt{15 \cdot 5} = 9\sqrt{5}$$

$$\sqrt{132252258} = 858$$

$$85 \leq \sqrt{15}(\sqrt{5} + 2) = 3(\sqrt{15} + 5)$$

$$19(9 + 455) = 9(19) + 8\sqrt{10}$$

$$19 \cdot 455 = 9 \cdot 6\sqrt{10}$$

$$19 \cdot 2 =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

