



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 10 КЛАСС. Вариант 8

1. [4 балла] Ненулевые числа  $x, y, z$  удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения  $(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2$ , если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа  $n$  состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа  $n^3$ ?
3. [5 баллов] Окружность  $\omega$  с диаметром  $AB$  пересекает сторону  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  в точке  $D$ . Точка  $F$  выбрана на отрезке  $AC$  так, что  $DF \perp AC$ , а  $E$  — точка пересечения отрезка  $DF$  с окружностью  $\omega$ , отличная от  $D$ . Найдите  $AF$ , если  $AC = 20$ ,  $AB = 10$ ,  $BE = 9$ .
4. [4 балла] В теленгра ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых корни уравнения  $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$  являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения  $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$  являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура  $\Phi$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют неравенству  $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leqslant 8$ . Фигуру  $\Phi$  непрерывно повернули вокруг начала координат на угол  $\pi$  против часовой стрелки. Найдите площадь множества  $M$ , которое замела фигура  $\Phi$  при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбраны точки  $P$  и  $Q$  так, что  $AB = BP$ ,  $AC = CQ$ . Внутри треугольника  $ABC$  выбрана точка  $D$ , для которой  $DP = DQ$ , а  $\angle PDQ = 90^\circ$ . Найдите  $\angle DCB$ , если известно, что  $\angle CBA = 46^\circ$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

- |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xyz = -6x + z^2 & (1) \\ yz = -6x + x^2 & (2) \\ zx = -6y + y^2 & (3) \end{cases}$$

$$(2)-(1) \Rightarrow x^2 - z^2 - 6(x-z) = 6yz (2-x)$$

$$(x-z)(x+z) - 6(x-z) + 6yz = 0$$

$$(x-z)(x+y+z-6) = 0$$

аналогично (1)-(3), (2)-(3)

$$\begin{cases} (x-z)(x+y+z-6) = 0 \\ (x-y)(x+y+z-6) = 0 \\ (y-z)(x+y+z-6) = 0 \end{cases}$$

Чтобы получили  $(x+y+z-6) = 0 \Rightarrow$

 $\Rightarrow x-z = 0$ 
 $x-y = 0 \Rightarrow x = y = z$ 
 $y-z = 0 \quad \text{подставим в (1)}$ 
 $x^2 = -6x + x^2 \Rightarrow$ 
 $x+y+z = 0 \Rightarrow$ 

проверка

$$\Rightarrow (x+y+z-6) = 0 \Rightarrow (x+y+z) = 6 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + xz + yz) = 36$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 36 - 2(xy + xz + yz) \quad (4)$$

$$(1)+(2)+(3) \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 - (xy + xz + yz) + 6(x+y+z) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 36 - 2(xy + xz + yz) = xy + xz + yz + 6 \cdot 6 \Rightarrow xy + xz + yz = 0 \Rightarrow$$

~~$$x^2 + y^2 + z^2 - (xy + xz + yz) = x^2 + y^2 + z^2 - 6(xy + xz + yz) \Rightarrow$$~~
~~$$12(xy + xz + yz) + 36 = 0 \Rightarrow$$~~

$$\Rightarrow (4) x^2 + y^2 + z^2 = 36$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 12(xy + xz + yz) + 36 \cdot 3 = 36 \cdot 4 - 36 \cdot 2 = 36 \cdot 2 = 72$$

Ответ: 72



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\underbrace{999 \dots 9}_{20001} = 10 - 1$$

$$(10 - 1)^3 = 10^{6003} + 3 \cdot 10^{40002} \cdot 10^{20001} - 1 \quad \text{40001ый полик}$$

$$\underbrace{1000000 \dots 000000}_{20000 \text{ полик}} + \underbrace{000000 \dots 000000}_{40001 \text{ый полик}} + \underbrace{000000 \dots 000000}_{19999 \text{ полик}} - 1000000 \dots 000000 \quad 20000 \text{ый полик}$$

$$20000 + 19999 = 39999 \text{ полик}$$

Ответ: 39999 полик

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



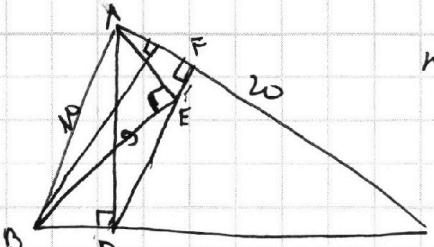






СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



м.к  $AB$  - диагональ  $\Rightarrow \angle ADB = \angle AEB = 90^\circ$   
послед  $AF = K \Rightarrow PC = 20 - k$   
 $\triangle DAC \sim FDC$  т.к. прямоугольный  $\triangle$   
две углы высотой на 2 подобных  
 $\Rightarrow$  степень точек для сомн  $(APR)$ :  
 $20(20-k)^2 / PC^2 \Rightarrow PC = \sqrt{20(20-k)}$ , аналогично  
они  $DPC$  падальна  $AD \Rightarrow AD = \sqrt{20} \cdot k$

но тк лигногра  $\sqrt{100-20k} \cdot \sqrt{20(5-k)}$ . АЕ но тк лигногра  $\sqrt{100-81} = 9$   
ER но тк лигногра  $\sqrt{19-k^2} \geq DE = DR - ER = \sqrt{20-k} - \sqrt{19-k^2}$  т.к  
м.к  $ABDE$  - вписан  $\Rightarrow$  по первенству падалье  $DE = AB + AE \cdot BD =$   
 $= AD \cdot BE \Rightarrow 10(\sqrt{20-k}) = 10\sqrt{19-k^2} + \sqrt{9} \cdot 20 \cdot (5-k) = \sqrt{k} \cdot 20 \cdot 9$

$$DA^2 = DR^2 + AR^2 \Rightarrow 200 - 20k = 20 - k^2 + 9k^2 \quad \text{O} \leq k \leq \sqrt{19}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$C_k^n = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

1) Всего вариантов в первом случае:  $C_5^x =$

$$= \frac{x!}{5!(x-5)!}$$

хороших исходов: ~~2.~~ это тогда,

когда первое 3-фиксировано, а останутся 2-им

~~$\frac{4!}{3!(2!(x-5))!}$~~

т.к. 3 мячика для первого среди оставшихся 3 перестановки  
~~не~~ возможны, среди не фиксированных - ~~3~~ мячика, среди оставшихся  
~~2~~ мячика.

Вероятность: ~~хорошие исходы~~ все возможные

$$\frac{4! \cdot 5! \cdot (x-5)!}{3! \cdot 2!(x-5)! \cdot x!} = \frac{4 \cdot 5}{2} \cdot 10$$

$\frac{(x-3)!}{(5-3)!(x-5)!} \leftarrow$  хорошие исходы  
вероятность; ~~хорошие исходы~~  $= \frac{(x-3)! \cdot 5! \cdot (x-5)!}{2! \cdot (x-5)! \cdot x!} =$   
все возможные  $2! \cdot (x-5)! \cdot x!$   
т.к. 3-фиксировано, возможны из  $x-3$  мячика  $5-3=2$   
мячика и две любые перестановки между  
 $\frac{2! \cdot x(x-1)(x-2)}{2! \cdot x(x-1)(x-2)} = x-5$  оставшимися мячиками

2) видеть можно всего вариантов,  $C_9^x = \frac{x!}{9!(x-9)!}$

Хороших вариантов:  $\frac{(x-3)!}{(9-3)!(x-9)!}$  вероятность:

$$\frac{(x-3)! \cdot 9! \cdot (x-9)!}{6! \cdot (x-5)! \cdot x!}$$

3) увеличительство в  $\frac{(x-5)! \cdot 9! \cdot 2! \cdot x!}{x! \cdot 6! \cdot (x-3)! \cdot 5!} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{12 \cdot 7}{20} = 84$  раза

Ответ: 84



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$((1)) a = 0 \quad ;$$

$$((2)) a = 5 \quad ;$$

$$((3)) a = 4 \quad ;$$

$$(1) x^2 + 4 = 0 \Rightarrow \text{нет корней}$$

$$(2) a = 5 \quad ; \quad x^2 - 5x - 1 = 0$$

$$D = 25 + 4 = 29$$

$$x_6 = \frac{5 + \sqrt{29}}{2} = 2,5 + \frac{\sqrt{29}}{2}$$

$$x_7 = \frac{5 - \sqrt{29}}{2} = 2,5 - \frac{\sqrt{29}}{2}$$

$$x_5 = 2,5 + \frac{3}{2}\sqrt{29}$$

$$x_8 = 2,5 - \frac{3}{2}\sqrt{29}$$

$$(2,5 + \frac{3}{2}\sqrt{29})(2,5 - \frac{3}{2}\sqrt{29}) = 6,25 - \frac{9}{4} \cdot 29 = \frac{25 - 9 \cdot 29}{4} = \frac{-236}{4} = -59$$

$\Rightarrow$  подходит т.к. не мое решение

$$\begin{cases} x_6 + x_7 = 5 \\ x_6 \cdot x_7 = -1 \\ x_5 + x_8 = 5 \\ x_5 \cdot x_8 = -5 \end{cases}$$

$$(3) a = 4 \quad ; \quad x^2 - 4 = 0 \quad x_5 = 2 \quad \Rightarrow \quad x_5 = -2 \quad x_8 = 6 \quad \Rightarrow \quad x_5 \cdot x_6 = -3 \text{, а}$$

но мое решение

$$x_5 \cdot x_6 = \frac{-2 \cdot 6 - 24 - 15}{5} = -\frac{129 + 24}{5} = -3 = \frac{-152}{5} \neq -36 \Rightarrow \text{не подходит}$$

Ответ:  $a = 5$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} x^2 - (a^2 - 4a) x + a^2 - 6a + 4 &= 0 \\ 5x^2(a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 &= 0 \\ x_6 + x_7 = a^2 - 4a & \\ x_6 x_7 = a^2 - 6a + 4 & \\ x_5 + x_8 = a(a^2 - 4a) & \Rightarrow 10x_5 + 5x_8 = a(2x_5 + 3x_8) \Rightarrow a = 5 \\ x_5 x_8 = -2a^2 - 6a - 15 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 - (a^2 - 4a) x + a^2 - 6a + 4 &= 0 \quad (1) \\ 5x^2 - a(a^2 - 4a)x - 2a^3 - 6a - 15 &= 0 \quad (2) \end{aligned}$$

для (1) имеем корни  $x_6, x_7$  & (2) -  $x_5 \sim x_8$  при чём  
 $x_6 = x_5 + k$ ,  $x_7 = x_5 + 2k$ ,  $x_8 = x_5 + 3k$   
по теореме Виетта

$$\left\{ \begin{array}{l} x_7 + x_6 = a^2 - 4a \quad (3) \\ x_7 x_6 = a^2 - 6a + 4 \quad (4) \\ x_5 + x_8 = a(a^2 - 4a) \quad (5) \\ x_5 x_8 = \frac{(-2a^3 - 6a - 15)}{5} \quad (6) \end{array} \right.$$

получаем (3) & (5)

$$\begin{aligned} 5(x_5 + x_8) &= a(x_6 + x_7) \\ 5(2x_5 + 3k) &= a(2x_5 + 3k) \quad (\text{||}) \\ \text{тако если } 2x_5 + 3k \neq 0 \Rightarrow a = 5 & \end{aligned}$$

Уберади

$$\left\{ \begin{array}{l} x_6 + x_7 = 5 \\ x_6 x_7 = 25 - 30 + 4 = -1 \\ x_5 + x_8 = \frac{25}{5} = 5 \\ x_5 x_8 = \frac{-2 \cdot 125 - 30 - 15}{5} = -50 - 6 - 3 = -53 \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 5x - 1 &= 0 \\ a = 5 \Rightarrow & \\ = 25 - 5 \cdot 25 \neq -53 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_6 = 2,5 + \sqrt{25} & \Rightarrow x_5 = 2,5 + \sqrt{25} \\ x_7 = 2,5 - \sqrt{25} & \Rightarrow x_8 = 2,5 - \sqrt{25} \\ x_6 \cdot x_7 = -53 & \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

лабиринт

$$x_5 + x_6 - x_6 + x_7 = 0 \Rightarrow a^2 - 4a = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 4 \end{cases}$$

проверка:  $a = 0$ :  $\begin{cases} x_2 + x_6 = 0 \\ x_7 x_6 = 4 \\ x_5 + x_8 = 0 \\ x_5 x_8 = -3 \end{cases}$

$$x^2 + 4 = 0 \text{ не имеет решений}$$
$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - 2a^2b + ab^2 + b^3$$
$$a^3 - 2a^2b + ab^2 - b^3$$

проверка а=4

$$\begin{cases} x_3 + x_6 = 0 \\ x_7 x_6 = -4 \\ x_5 + x_8 = 0 \\ x_5 x_8 = 16 \end{cases}$$
$$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x_5^2 = 2 \Rightarrow x_5 = \pm\sqrt{2}$$
$$x_4 = 2 \Rightarrow x_8 = -2 \Rightarrow x_5 \cdot x_8 = 16$$
$$a = 10 \rightarrow 89 - 10^2 - 1$$
$$89 - 10^2 - 1$$
$$89 - 100 - 1$$

однозначное решение

399 ... 999

$8000 (10^{2000} - 1) = 10^{2000} - 3 \cdot 10^0 +$

$+ 3 \cdot 10^{2000} - 1$

второй

10 01 - 10

$10^2 \rightarrow 2 \text{ цифры}$

10100 - 6

998

100000

40002 60002

100000

$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - 2a^2b + ab^2 - b^3 + 2ab^2 - b^3$$

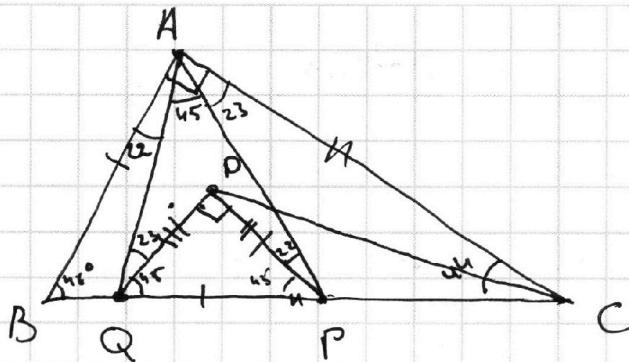


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} \angle B &= 46 \Rightarrow \angle BPA = \frac{180 - 46}{2} = 67 \\ \Rightarrow \angle DPA &= 22, \angle BAP = 67 \Rightarrow \\ \Rightarrow \angle PAC &= 90 - 67 = 23 \\ \angle ACB &= 90 - 46 = 44 \Rightarrow \\ \Rightarrow \angle QAC &= \frac{180 - 44}{2} = 68 \Rightarrow \\ \angle BAQ &= 22 \Rightarrow \angle QAP = 45 \Rightarrow \\ \Rightarrow \angle QAP &= \frac{1}{2} \angle QDP \Rightarrow \text{окр} \end{aligned}$$

$\triangle QAP$  имеет центр  $D$  т.к.  $D$  лежит на середине  $QP$  и  $\angle QAP = \frac{1}{2} \angle QDP \Rightarrow QD = AD \Rightarrow D$  лежит на середине  $AQ$ , как и с  $\angle QCD$  - высота в равнобедренном, что доказано  $\angle QCD = \frac{44}{2} = 22^\circ$

Ответ:  $22^\circ$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$\alpha = 10$   
 $l = 5$   
 $10 + 2 = 26$   
 $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5$   
 $\frac{26!}{(26-5)!} = 25 \cdot 24$   
 $(26-1) \cdot (26-2) \cdot (26-3) \cdot (26-4) \cdot (26-5)$   
 $(2-2)! < 0$   
 $\frac{(x-3)(x-4) \cdot x!}{5! \cdot (x-1)(x-2)(x-3)!} = 3$   
 $6 \cdot (6-1) \cdot (6-2) \cdot (6-3) = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3$   
 $\frac{9! \cdot (x-9)!}{(x-9)! \cdot (x-8)!} = 9! \cdot (x-9)!$   
 $\frac{5! \cdot (x-5)!}{(x-5)! \cdot (x-4)!} = 5! \cdot (x-4)!$   
 $C_5^x = \frac{x!}{5!(x-5)!}$   
 $(1) \text{ Всего возможных видов: } C_5^x = \frac{5!(x-5)!}{x!}$   
 $\text{получим: } C_5^x = \frac{x!}{5!(x-5)!} = 2 \cdot 1$   
 $\frac{\alpha!}{5!(\alpha-5)!} = \frac{\alpha!}{2 \cdot (\alpha-2)!}$   
 $\frac{\cancel{\alpha} \cdot \cancel{\alpha-1} \cdot \cancel{\alpha-2} \cdot \cancel{\alpha-3} \cdot \cancel{\alpha-4} \cdot \cancel{\alpha-5}!}{2 \cdot (\alpha-2)!} = \frac{\cancel{\alpha} \cdot \cancel{\alpha-1} \cdot \cancel{\alpha-2} \cdot \cancel{\alpha-3} \cdot \cancel{\alpha-4} \cdot \cancel{\alpha-5}!}{(\alpha-5)(\alpha-4)(\alpha-3)(\alpha-2)} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{(\alpha-5)(\alpha-4)(\alpha-3)(\alpha-2)}$   
 $(2) \quad C_9^x = \frac{\cancel{\alpha} \cdot \cancel{\alpha-1} \cdot \cancel{\alpha-2} \cdot \cancel{\alpha-3} \cdot \cancel{\alpha-4} \cdot \cancel{\alpha-5} \cdot \cancel{\alpha-6} \cdot \cancel{\alpha-7} \cdot \cancel{\alpha-8} \cdot \cancel{\alpha-9}!}{9!(x-9)!} = \frac{\cancel{\alpha} \cdot \cancel{\alpha-1} \cdot \cancel{\alpha-2} \cdot \cancel{\alpha-3} \cdot \cancel{\alpha-4} \cdot \cancel{\alpha-5} \cdot \cancel{\alpha-6} \cdot \cancel{\alpha-7} \cdot \cancel{\alpha-8} \cdot \cancel{\alpha-9}!}{(x-8)(x-7)(x-6)} = \frac{x!}{(x-8)(x-7)(x-6)} = 20 + M$   
 $\frac{(x-3)!}{2! \cdot 2!} = 2 \cdot 3 \cdot 6$

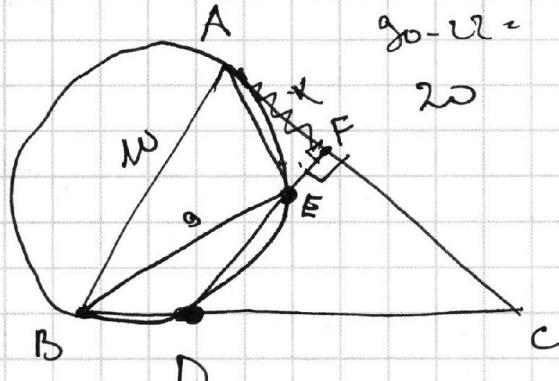


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$90 - \alpha =$$

$$20$$

$$\frac{100 - 40}{2} = 90 - 23 = \boxed{67}$$

$$- 48 = \boxed{12}$$

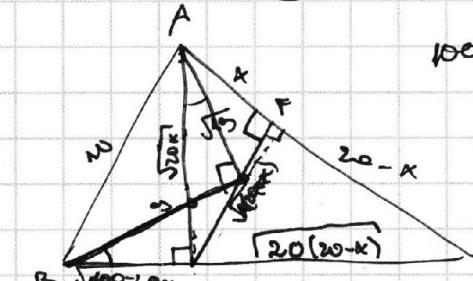
$$(a+b-c)(a+b-c) = a^2 + 2ab - ac + b^2 - bc + c^2$$

$$\frac{y}{a} = \frac{20}{v}$$

$$100 - 81 = 19$$

$$-2 \cdot 25 - 6 - 3 =$$

$\boxed{-59}$  Кал



$$6,25 + 9 \cdot 20 = \text{длину}$$

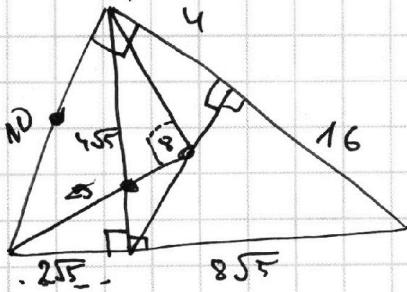
$$x^2 - 5x - 1 = 0$$

$$\Delta = 25 + 4 = 29$$

$$x_1 = \frac{5 \pm \sqrt{29}}{2} = 2,5 + \sqrt{29}$$

$$2,5 - \sqrt{29}$$

$$2,5 - 3\sqrt{29}$$



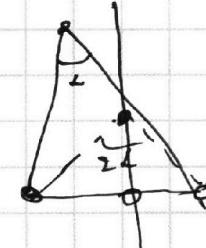
$$RP = \sqrt{100 - 20x}$$

$$20x = \sqrt{20(5-x)} \cdot \sqrt{20(20-x)}$$

$$x = \sqrt{(5-x)(20-x)}$$

$$x^2 = 100 - 25x + x^2$$

$$4 \cdot 16 = 2 \cdot 4 = 8$$



$$\sqrt{8 \cdot 4^2} = 8\sqrt{5}$$

$$\sqrt{16 \cdot 20} + \sqrt{5 \cdot 16 \cdot 4} = 0,56$$

$$2 \cdot 20 = 8\sqrt{5} + 4\sqrt{5}$$

$$10 \cdot \sqrt{4 \cdot 16} - 10\sqrt{3} + \sqrt{9 \cdot 20} = 10\sqrt{64} \cdot 2\sqrt{5} = \boxed{64 \cdot 2\sqrt{5}}$$

$$= 96 \cdot \sqrt{5}$$

$$80 - 10\sqrt{3} + 2\sqrt{15 \cdot 5} = 95 \cdot \sqrt{5}$$

$$40 - 5\sqrt{3} + \sqrt{15 \cdot 5} = 18\sqrt{5}$$

~~$$40 - 5\sqrt{3} = \sqrt{5}(18 - 5\sqrt{3})$$~~

$$25(64 - 16\sqrt{3} + 3) \cdot 5(18 - 18\sqrt{3}) \stackrel{+15}{\rightarrow}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

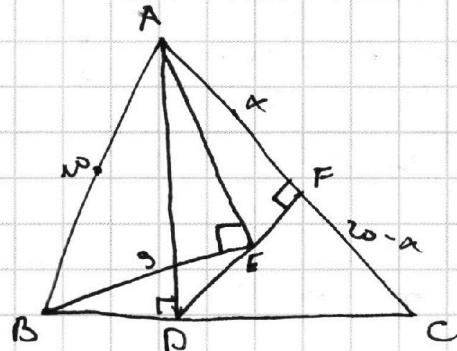
5

6

7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



так  $AB$ -диаметр  $\Rightarrow \angle ADB = \angle AEB = 90^\circ$   
тогда  $\angle AFC = x \Rightarrow FC = 20 - x$

$\angle DAC = \angle FDC$  т.к.  $\triangle ADF$  равнобедренный  
делим на 2 подобных  $\Rightarrow$  окр  $ADF$   
касается  $BC$  в  $P$  ~~равн~~ степень  
точки касания  $(ADF)$  длине с:  $(20-x) \cdot 20 = DC^2$

$\Rightarrow DC = \sqrt{20(20-x)}$ ;  $DF = \sqrt{AF \cdot FC} = \sqrt{x \cdot (20-x)}$ ; ~~аналогично окр  $DFC$~~   
касается  $AD$   $\Rightarrow AD = \sqrt{k \cdot 20}$ ;  $BD$  касается окр  $ADF$ :  $\sqrt{100 - 20x} =$   
 $= \sqrt{20(5-x)}$ .  $AE$  касается окр  $ADF$ :  $\sqrt{100 - x^2} = \sqrt{19}$ ;  $EF$  касается окр  $ADF$ :  
 $\sqrt{19 - x^2} \Rightarrow DF = DF - EF = \sqrt{k(20-x)} - \sqrt{19-x^2}$  т.к.  $ABDF$  вписан в окр  
и  $\angle ADF = \angle AEF$  (т.к.  $AE \parallel DF$ )

$$\Rightarrow 10(\sqrt{x(20-x)} - \sqrt{19-x^2}) + \sqrt{19} \cdot \sqrt{20(5-x)} = \sqrt{k \cdot 20} \cdot x$$

$BD > AB$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} (1111111111) \\ \times 1111111111 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 1111111111 \\ \hline 1111111111 \\ + 1111111111 \\ \hline 12345678987654321 \end{array}$$

$$10\cancel{55215} = 100$$

$$10\sqrt{19} - 10\sqrt{18} + 4\sqrt{19 \cdot 5} = \sqrt{20 \cdot 9}$$

$$5\sqrt{19} - 15\sqrt{2} + 2\sqrt{19 \cdot 5} = 9\sqrt{5}$$

$$\cancel{5\sqrt{19} - 15\sqrt{2} + 2\sqrt{19 \cdot 5}} = 9\sqrt{5}$$

$$9\sqrt{5} = \sqrt{19}(5\sqrt{5} + 2) = 3(\sqrt{19} + 5)$$

$$19(9 + 4\sqrt{5}) = 9(19) + 6\sqrt{19}$$

$$19 \cdot 4\sqrt{5} = 9 \cdot 6\sqrt{19}$$

$$19 \cdot 2 =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- 1    2    3    4    5    6    7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 12x + 36 \quad 5x^2 - 264 \quad x^2 - z^2 = 6(x-z) + y(z-x)$$

$$x^2 - 12x + 128 + 24 + 15 \sim [152] + 15 = 167$$

$$x^2 = 6x + z^2 \quad (x-z)(x+z) - 6(x-z) + y(x-z) = 0$$

$$x=0 \text{ нет: } f(0) > 16 \quad (x-z)(x+z+y-6) = 0$$

$$\begin{cases} 10 + 10 + 11 \\ 31 \end{cases} \quad \begin{cases} (y-z)(x+z+y-6) = 0 \\ (x-y)(x+z+y-6) = 0 \end{cases}$$

$$(x+z+y-6)(x+z+y-6) = x^2 + 2xz + z^2 - 2xy - 6x + z^2 + 2yz - 6z + y^2 - 6y + 36 = 0$$

$$x^2 + z^2 + y^2 - 12(x+y+z) + 36 \cdot 3 = x^2 + y^2 + z^2 + 96$$

$$x^2 + 2xz + 2xy + 2yz + z^2 + y^2 - 36 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 36 - 2(xy + xz + yz) \\ x^2 + y^2 + z^2 = 6(x+y+z) + (xy + yz + zx)$$

$$\begin{array}{r} x^2 \\ \times 18 \\ \hline 144 \\ 18 \end{array} \quad \boxed{324}$$

20009 девятка

$$16 \cdot 4 - 64$$

$$5 \cdot 5 \cdot 5 = 25 \cdot 5 =$$

$$\begin{array}{r} 81 \cdot 4 \\ - 6 \\ \hline 32 \end{array} \quad \boxed{10} =$$

$$\boxed{343}$$

$$729$$

$$9 \rightarrow 729$$

$$9^3 = \boxed{27}(9 \cdot 10 + 9) = 9^3 \cdot 10^3 + 3 \cdot 9^3 \cdot 10^2 + 3 \cdot 9^3 \cdot 10 + 9^3 =$$

$$9^3(100 + 300 + 30 + 1) = 9^3 \cdot 1331 = 729 \cdot 1331 \quad \boxed{343 = 27}$$

$$5(67 - 16\sqrt{3}) = 343 - 36\sqrt{19}$$

$$335 - 16 \cdot 5\sqrt{3} = 343 - 36\sqrt{19}$$

$$36\sqrt{19} = 8 + 16 \cdot 5\sqrt{3}$$

$$9\sqrt{19} = 2 + 20\sqrt{3}$$

$$\begin{array}{r} 1331 \\ \times 979 \\ \hline 329 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2662 \\ \times 9313 \\ \hline 369699 \end{array}$$

$$81 \cdot 19 = 4 + 400 \cdot 3 + 80\sqrt{3}$$

$$76 - 24 = \boxed{-4}$$

$$\begin{array}{r} 124 + 24 \\ \hline 152 \end{array} \quad \begin{array}{r} - 2 \cdot 64 - 24 - 15 \\ \hline 5 \end{array} =$$

$$= -\left(\frac{152}{5} + 7\right)$$