



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$ являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left| x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| + \left| x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| \leq 4$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle BCA = 50^\circ$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1:

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \underbrace{x^2 - 2x + 1}_{yz} + \underbrace{y^2 - 2y + 1}_{xz} + \underbrace{z^2 - 2z + 1}_{xy} =$$

$$= \cancel{yz} + \cancel{xz} + \cancel{xy} + 3$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \underbrace{x^2 - 2x + 4}_{xy} + \underbrace{y^2 - 2y + 4}_{zx} + \underbrace{z^2 - 2z + 4}_{yz} =$$

$$+ \cancel{xy} + \cancel{zx} + \cancel{yz} - 2x - 2y - 2z + 12 =$$

$$= \cancel{yz} + \cancel{zx} + \cancel{xy} - 2(x+y+z) + 12$$

$$\left. \begin{array}{l} xy = (z-2)z \\ yz = (x-2)x \\ zx = (y-2)y \end{array} \right|$$

$$(z-2)^2 + (x-2)^2 + (y-2)^2 = \frac{x^2y^2}{z^2} + \frac{y^2z^2}{x^2} + \frac{z^2x^2}{y^2} =$$

$$= \frac{x^4y^4 + y^4z^4 + z^4x^4}{z^2x^2y^2}$$

$$z^2x^2y^2 = xyz(x-2)(y-2)(z-2)$$

$$(x-2)(y-2)(z-2) = \cancel{xyz}$$

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cancel{xyz} (x-2)(yz - 2(y+z) + 4) = xyz$$

$$xyz - 2x(y+z) + 4x - 2yz + 4(y+z) - 8 = xyz$$

$$-2(xy + xz + yz) + 4(x+y+z) = 8$$

$$xy + xz + yz - 2(x+y+z) = -4$$

$$yz + zx + xy - 2(x+y+z) + 12 = 8 *$$

Ответ: 8



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

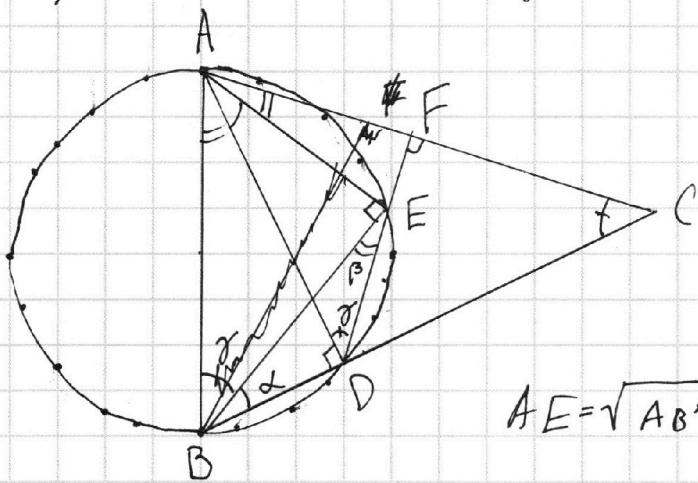
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Zagara 3:

Гасимые гравие и плавие уда на рисунке из соображений внесенных условий и сущес. условий



$$\alpha + \beta + \gamma = 90^\circ$$

$$\angle DEF = 180^\circ - 90^\circ + \beta \Rightarrow$$

$$\angle AEF = \alpha + \gamma \Rightarrow \angle EAF = \beta$$

Done.

$$\angle DCF = \gamma$$

$$AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = 2\sqrt{7}$$

Из рисунка видно, что $\triangle AFD \sim \triangle FDC \sim \triangle ABE$
по правилам сходства

$$\triangle AFD \sim \triangle FDC \Rightarrow \frac{AF}{FD} = \frac{FD}{FC} \Rightarrow FD^2 = AF \cdot FC$$

$$\triangle AFD \sim \triangle ABE: \frac{AF}{AE} = \frac{FD}{BE} \Rightarrow FD = \frac{BE}{AE} AF = \frac{3\sqrt{7}}{4} AF$$

$$FD^2 = \frac{g}{\gamma} AF^2 = AF \cdot FC \Rightarrow FC = \frac{g}{\gamma} AF$$

$$AF + FC = AC = \frac{16}{7} AF \Rightarrow AF = \frac{7}{16} AC = \frac{70}{16}$$

$$\text{Amber: } AF = \frac{40}{16}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4:

К из п

Господина слуга, когда шок ~~выбрал~~ коробок и находит вероятность его победы. Событием является случайное расположение 3-х маркированных коробок. Имеет удовлетворяют только том случаю, когда все три марки оказались в выбранных К коробках.

Всего благоприятных исходов - C_K^3 (как-то расположение 3-х маркированных коробок). Всего исходов - C_n^3

Тогда вероятность победы $P = \frac{C_K^3}{C_n^3}$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_1 = \frac{C_5^3}{C_n^3} \\ P_2 = \frac{C_4^3}{C_n^3} \end{array} \right. \Rightarrow N = \frac{C_4^3}{C_5^3} = \frac{4!}{(4-3)! \cdot 3!} \cdot \frac{3! \cdot (5-3)!}{5!}$$

$$N = \frac{6 \cdot 4 \cdot 2}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 3,5$$

Ответ: Вероятность выигрыша выразил в $N=3,5$ раза

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5:

Обозначим корни первого уравнения за x_1, x_2 ; второго — $x_1' \text{ и } x_2'$. Решение по м. Виетта:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = a^2 - 2a \\ x_1' + x_2' = (a^3 - 2a^2)/3 \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} \text{по } i\text{-многука профессии можно} \\ \text{записать как } a_i = a_1 + (i-1)b \end{array} \right.$$

$$x_1 + x_2 = x_1' + x_2' = \left\langle \begin{array}{l} = 2a_1 + 11b \\ = a^3 - 2a^2 / 3 \end{array} \right\rangle \cdot 3$$

$$3a^2 - 6a = a^3 - 2a^2$$

$$a^3 - 5a^2 + 6a = 0$$

$$a(a^2 - 5a + 6) = 0$$

$$a(a^2 - 2)(a - 3) = 0 \Rightarrow \underline{a = 0; 2; 3}$$

Чтобы профессия была целостоящей, $b \neq 0$, и $x_1 x_2 \neq x_1' x_2'$,

$$\text{и.л. } a^2 - a - 4 \neq \frac{6 - a^5}{3} \quad (\text{по м. Виетта})$$

Ни одна из найденных a , это условие выполнено.

Значит,

$$\text{Ответ: } a = 0; 2; 3$$

$$a = 0: -4 \neq 2$$

$$a = 2: -5 \neq \frac{26}{3}$$

$$a = 3: -1 \neq -78$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
3 из 3

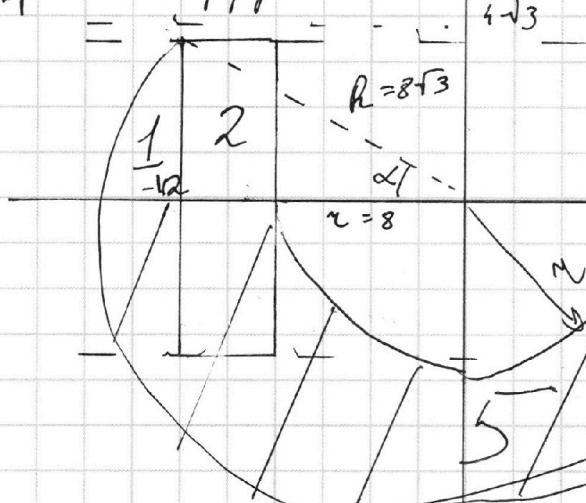
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$S_5 = S_{\text{бокр}} - S_{\text{МКР}}$$

$S_{\text{бокр}}$ - площадь полукруга

$$\text{Большего радиуса } R = \sqrt{12^2 + (4\sqrt{3})^2} = 8\sqrt{3}$$

$S_{\text{МКР}}$ - п. полукруга меньш. $r = 8$



$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 = \\ = 2(S_1 + S_2) + S_5 -$$

$$S_{\text{бокр}} = \frac{\pi R^2}{2} = \frac{192\pi}{2} = 96\pi \\ S_{\text{МКР}} = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{64\pi}{2} = 32\pi$$

$$S_5 = 64\pi$$

$$\tan \alpha = \frac{4\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$$

$$S_1 = \frac{\alpha}{2} R^2 - (4\sqrt{3} \cdot 12) = \frac{\pi 192}{12} - 48\sqrt{3} = 16\pi - 48\sqrt{3}$$

$$S_2 = 4 \cdot 4\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$$

$$S = 2(16\pi - 24\sqrt{3} + 16\sqrt{3}) + 64\pi = 96\pi - 16\sqrt{3}$$

$$\text{Ответ: } S = 96\pi - 16\sqrt{3}$$

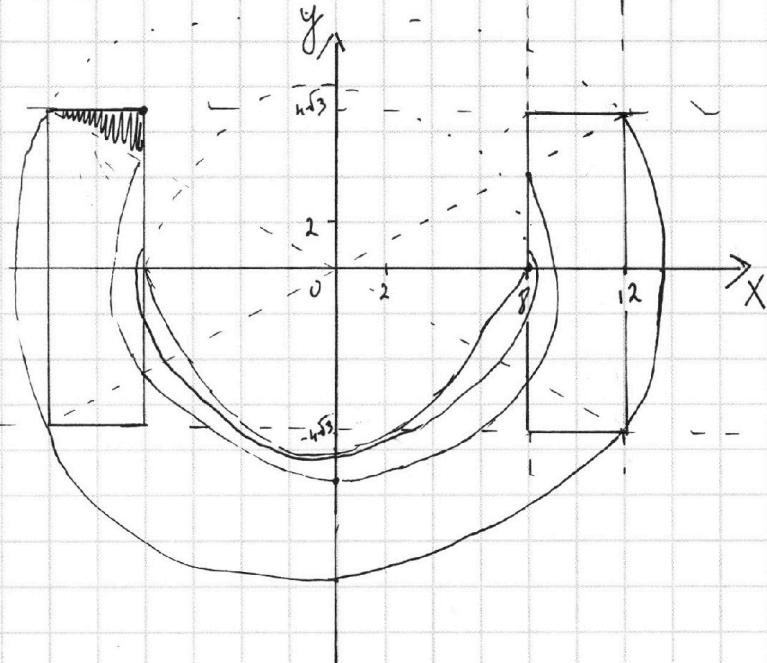


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



Когда повернем квадрат m . описем параболическую окружность вокруг $(0;0)$ в 2-й четр., а фигура перейдет в симметрическую самой себе от оси Оy. Значит, всего будет эта фигура замкнутым полуквадратом под фигуры, образованной самой φ , симметричной ей фигуры и это под круговыми секторами, полученных построением синий эллипс $x(0;0)$ точкой ~~и~~ $(8;0)$ и центром дальше $(12; 4\sqrt{3})$ (ниж. рис.). Рассчитаем полуквадрат, замкнутый нашей фигуры



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6:

Задачи прямые, ограничивающие фигуру со всех сторон. Эти ~~уж~~ прямые будут задаваться такими уравнениями $y(x)$, что $f(x) = |...| + |...| = 4$; т.к. все другие случаи будут лежать внутри фигуры Φ .

Причина I: $x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} > 0$, $x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} > 0$

$$x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} + x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} = 4 \Rightarrow x = 12$$

Причина II: $x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} > 0$; $x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} < 0$

$$x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} - x + 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} = 4 \Rightarrow y = 4\sqrt{3}$$

Причина III: $x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} < 0$; $x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} < 0$

$$x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} + x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} = -4 \Rightarrow x = 8$$

Причина IV: $x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} < 0$; $x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} > 0$

$$-x + 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} + x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} = 4 \Rightarrow y = -4\sqrt{3}$$

Зададим фигуре координаты, как ограниченной с
коорд. вершин $(8; 4\sqrt{3})$; $(10; 4\sqrt{3})$; $(10; -4\sqrt{3})$; $(8; -4\sqrt{3})$

ак. рис.

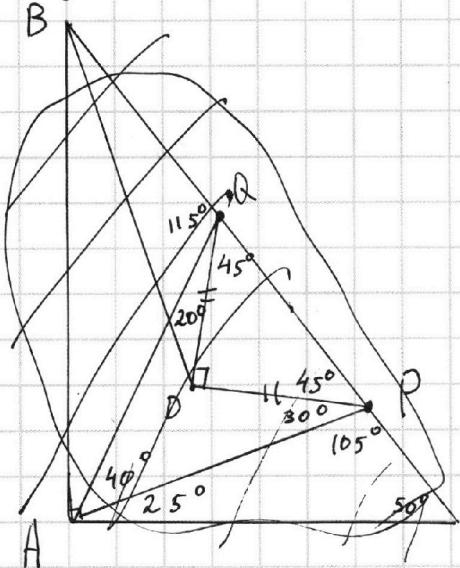


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Zagara Y:



$$\angle QAC = \frac{180^\circ - \angle QCA}{2} = 65^\circ$$

$$2.1 \Delta DQP - p/8; n/g \Rightarrow \angle DQP = \angle DPQ = 45^\circ$$

$$3.) \angle A Q D = \angle A Q C - \angle D Q P = 20^\circ$$

$$4) \Delta ABP - p/8 \Rightarrow \angle APB = \angle PAB = \frac{180^\circ - \angle ABD}{2} =$$

$$5.1 \angle APD = \angle APQ - \angle DPQ = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$$

$$C \ 6.1 \angle QAP = 186^\circ - \angle AQP - \angle APQ = 45^\circ$$

$$4.) \angle APC = 180^\circ - \angle APB$$

$$7.1 \leftarrow \text{BDP}(\text{rel.}; \text{ex. per.}) = 360^\circ - (\text{AQD} + \text{APD} + \text{RAP})$$

$$= 360^\circ - (20^\circ + 25^\circ + 45^\circ)$$

$$\angle QAP = \frac{1}{2} \angle QDP \Rightarrow m.A, Q, P \text{ лежат на}$$

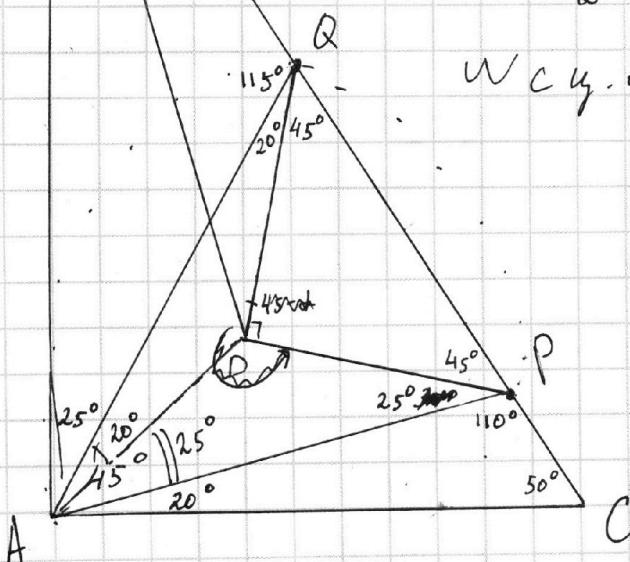
Wczyt. $\delta_m(\mathcal{Q})_n \leftarrow QOP$ -wynik.

2 QAP - func.

$$\angle QAD = 20^\circ \quad (\text{AAQD-p/15})$$

$$\angle PAP = 25^\circ \text{ (or } ADP - p(8))$$

$$AD - \text{Bis.} \angle BAC$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

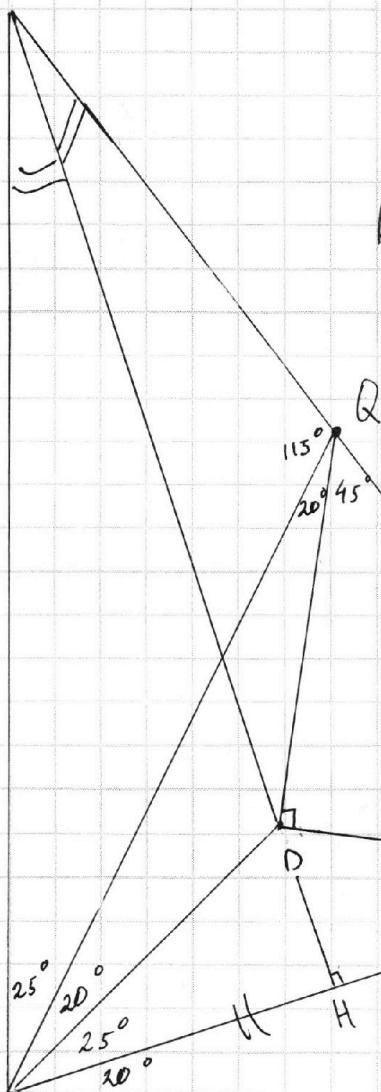
6

7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

B



$\text{m. } DH \text{- сер. пер. к } AP$

$\triangle ABP - \text{р/б}; DH - \text{сер. пер.} \Rightarrow$
основание $AP \Rightarrow BEPH; DH \text{- выс.}$

BH ~~Мнгл.~~- меж. выс., бис. в $\triangle ABP$

$$\angle ABH = \angle KBP = \frac{1}{2} \angle ABC = 20^\circ$$

Ответ: ~~$\angle ABC = 20^\circ$~~

$$\angle DBC = 20^\circ$$

A

C

L**L**

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

L**L**

L

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

L**L**



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$P_1 = \frac{-12}{42} \sqrt{192} \quad | \frac{12}{16}$$

$$\left| x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| + \left| x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \right|$$

$$P_1 = \frac{C_5^3}{C_n^3}$$

$$x - 10 + \cancel{\frac{y}{2\sqrt{3}}} + x - 10 - \cancel{\frac{y}{2\sqrt{3}}} = 4$$

$$\cancel{x-10} + \frac{y}{2\sqrt{3}} + \cancel{x-10} + \frac{y}{2\sqrt{3}} = 4$$

$$2x - 20 = 4 \\ 2x = 24 ; x = 12$$

$$y = 4\sqrt{3}$$

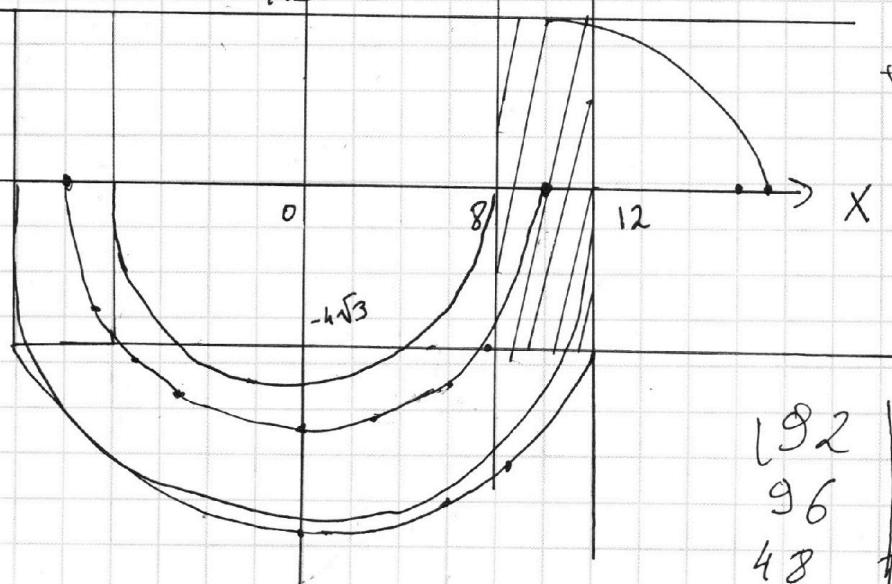
$$2x - 20 = -4$$

$$x = 8 \quad n = \frac{P_2}{P_1} = \frac{C_7^3}{C_5^3} = \frac{\cancel{7} \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{5} \cdot (5-3)!}{(7-3)! \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2}} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3}} = 35$$

$$y \uparrow$$

$$4!$$

$$144 + 16 \cdot 3 =$$



$$\begin{array}{r|l} 192 & 2 \\ 96 & 2 \\ 48 & 4 \\ 12 & 4 \\ 3 & \end{array}$$

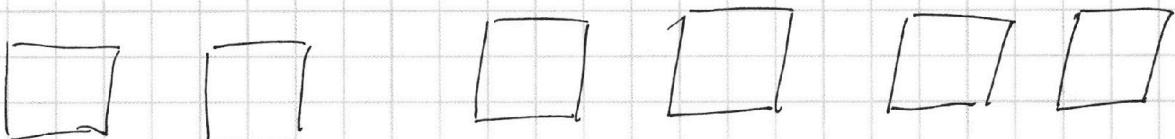
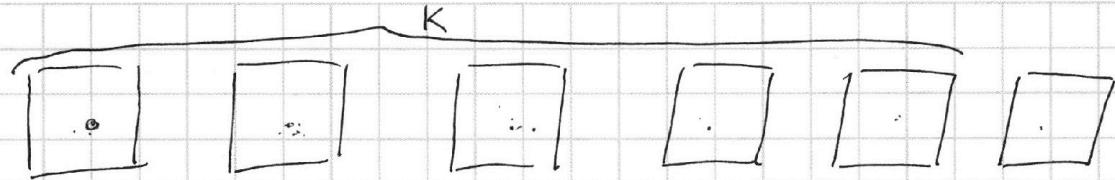


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

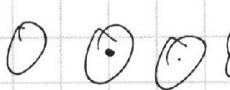
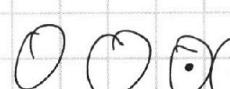
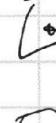
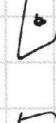
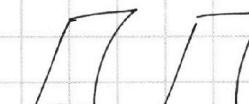
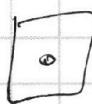


n

$$C_5^3 =$$

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

$$C_5^3 = \frac{5!}{(5-3)! \cdot 3!} = \frac{4 \cdot 5}{2} = 10$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

9

$$\begin{array}{r} 81 \\ \times 9 \\ \hline 729 \end{array}$$

$$(99)^3 = 9^3 \cdot 11^3 = 1331 \cdot 729$$

$$(a_1 + 5b)(a_1 + 6b) = a_1^2 + 11b^2 + 30b^2$$

$$(a_1^2 + 3b)(a_1 + 8b) = a_1^2 + 11b^2 + 24b^2$$

$$a^2 - a - 4 \neq \frac{6 - a^5}{3}$$

$$x^4 - x^2 - 4 \neq \frac{6 - 32}{3}$$

121

$$\begin{array}{r} 11 \\ \times 121 \\ \hline 121 \\ + 121 \\ \hline 1331 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1331 \\ \times 729 \\ \hline 11979 \\ + 26620 \\ \hline 931400 \\ \hline 840299 \end{array}$$

$$x = \frac{-2z + z^2}{y}$$

$$x = \frac{-2y + y^2}{z}$$

$$y - 3 - y = \frac{6 - 243}{3}$$

-1

$$3^4 - 2 = 81 - 2$$

$$\frac{-2z + z^2}{y} = \frac{-2y + y^2}{z}$$

$$z^3 - 2z^2 = y^3 - 2y^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2 \\ yz = -2x + x^2 \\ zx = -2y + y^2 \end{cases}$$

$$x = \frac{-2z + z^2}{y} = \frac{y^2 - 2y}{z}$$

$$y = \frac{x^2 - 2x}{z} = \frac{(z^2 - 2z)^2}{y^2 z} - \frac{2(z^2 - 2z)}{yz} \mid \cdot y^2 z$$

$$\begin{array}{l} a^1 + 5 \\ a^2 - 5a + 6 \end{array}$$

$$\Delta = 25 - 24 = 1$$

$$\alpha = \frac{5 \pm 1}{2} = 3, 2$$

$$x^2 - (\alpha^2 - 2\alpha)x + \alpha^2 - \alpha - 4 = 0$$

$$(x - x_1)(x - x_2) = x^2 - \cancel{x_1 x_2} - (x_1 + x_2)x + x_1 x_2 = 0$$

$$-6$$

$$x_1 + x_2 = -6$$

$$x_1 x_2 = c$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \alpha^2 - 2\alpha \\ x_1 x_2 = \alpha^2 - \alpha - 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1' + x_2' = \frac{\alpha^3 - 2\alpha^2}{3} \\ x_1' x_2' = \frac{6 - \alpha^5}{3} \end{cases}$$

$$x_1 = \alpha_1 b + x_1' = \alpha_1 + 5b$$

$$x_2 = \alpha_1 + 6b$$

$$x_1' = \alpha_1 + 3b$$

$$x_2' = \alpha_1 + 8b$$

$$x_1 \neq x_2 - x_1'$$

$$x_1 + x_2 = x_1' + x_2'$$

$$\alpha^2 - 2\alpha = \frac{\alpha^3 - 2\alpha^2}{3}$$

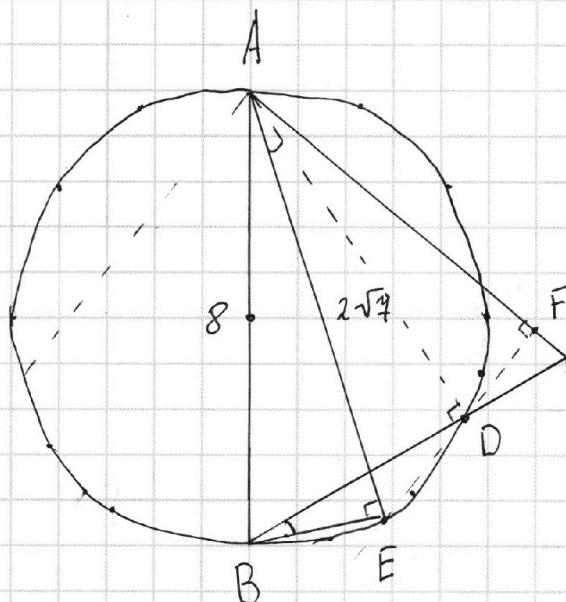


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

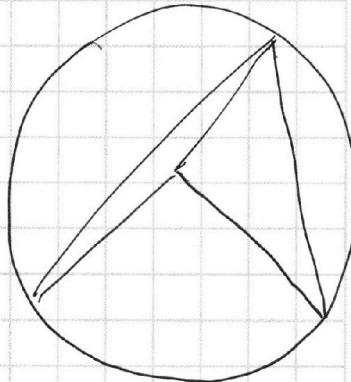
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} \cdot 10 \\ 64 \\ - 36 \\ \hline 28 \end{array}$$

$$C \quad xy + yz + zx = x^2 + y^2 + z^2 - 2(x+y+z)$$

$$x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 \cancel{-a^2} - a - 4 = 0$$



$$xy = -2z + z^2$$

$$yz = -2x + x^2$$

$$zx = -2y + y^2$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \underbrace{x^2 - 2x + 1}_{zy} + \underbrace{y^2 - 2y + 1}_{zx} + \underbrace{z^2 - 2z + 1}_{xy} =$$

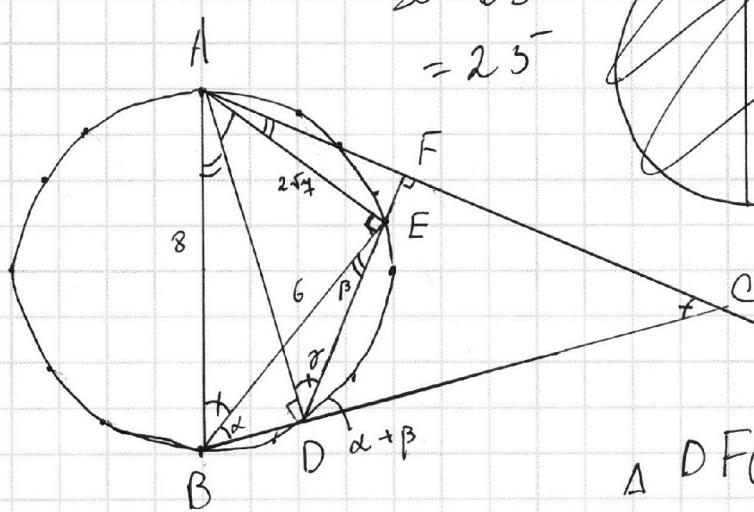
$$= zy + zx + xy + 3$$



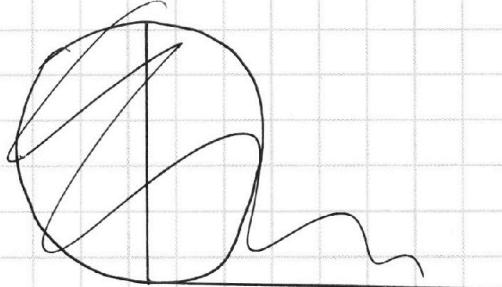
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$$30^\circ - 65^\circ = \\ = 25^\circ$$



$$\triangle DFC \sim \triangle AFD \sim \triangle ABE$$

$$5 + 5 = 10$$

$$\frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{2 \cdot 3} = 35$$

$$\frac{AF}{FD} = \frac{FD}{FC}$$

$$\frac{AF}{AE} = \frac{FD}{BE}$$

$$\frac{AF}{2\sqrt{y}} = \frac{FD}{6}$$

$$FD = \frac{3\sqrt{3}}{3} AF$$

$$40 + 65 = 135$$

360 -

$$AF \cdot FC = FD$$

$$AF \cdot FC = \frac{9}{7} AF^4$$

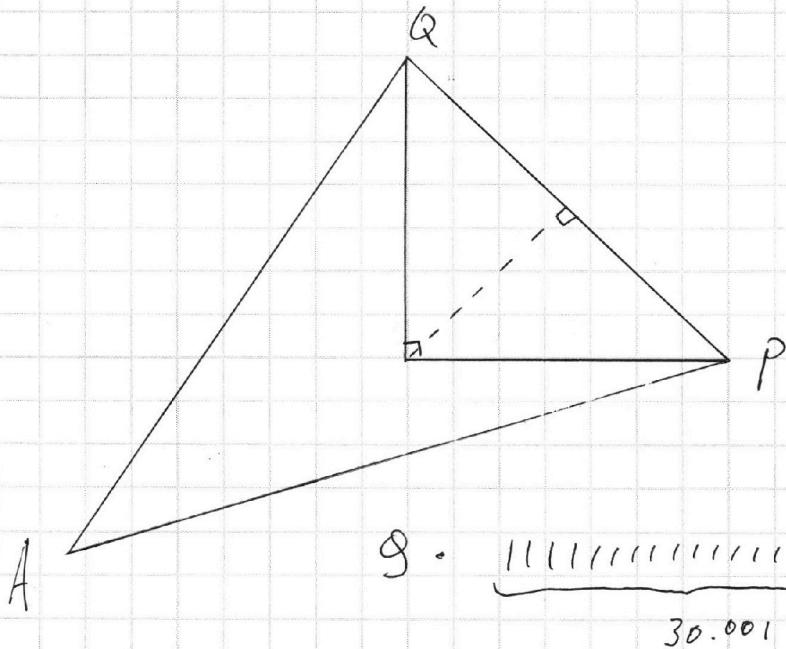
$$180 - 65 + d = 115 + d$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



729.

$$\begin{array}{r}
 111 \\
 \times 111 \\
 \hline
 111 \\
 + 110 \\
 \hline
 11100 \\
 \hline
 12321
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 & 12321 \\
 \times & 111 \\
 \hline
 & 12321 \\
 + & 1232100 \\
 \hline
 & 631
 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2.