



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?

3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$.

4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шару. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$ являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.

6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leq 6$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.

7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DBC = 35^\circ$.

$$x^2 - (2^2 - 2)x + \frac{2-8}{3} = 0$$

$$x^2 - 2x +$$

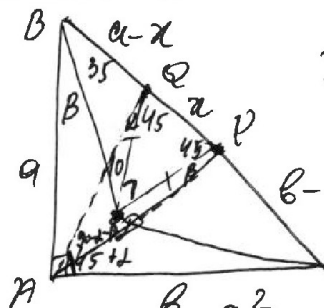
$$\frac{a^3 - a^2}{2} = a^2 - a$$

$$a^2 + bx + c$$

$$a^3 - a^2 = 2a^2 - 2a$$

$$a^3 - 3a^2 + 2a = 0$$

$$a^2 - 3a + 2 = 0 \quad a = 2$$



$$x^2 +$$

$$2 -$$

$$y - 2$$

$$x^2 + \frac{2-a^3}{3}$$

$$-1 + \frac{2-a^3}{3}$$



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x, y, z \neq 0$$

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2 & (1) \\ yz = 4x + x^2 & (2) \\ zx = 4y + y^2 & (3) \end{cases}$$

выразим $y = \frac{z^2 + 4z}{x}$, для того чтобы не 0.
подставим в (2)

$$\frac{(z^2 + 4z)z}{x} = 4x + x^2$$

$$z^3 + 4z^2 = 4x^2 + x^3$$

$$z^3 - x^3 = 4(x^2 - z^2)$$

$$(z - x)(z^2 + zx + x^2) = 4(x - z)(x + z)$$

Если $x \neq z$, то поделим

$$z^2 + zx + x^2 = -4(x + z)$$

, а $zx = 4y + y^2$ из (3), тогда $z^2 + x^2 + y^2 + 4(x + y + z) = 0$.

, тогда $xy + yz + zx = 0$, $(x + y)^2 + (y + z)^2 + (z + x)^2 =$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 8(x + y + z) + 48 = 4(x + y + z) + 48, \text{ умножим}$$

на 2 найдем $(x + y + z)$ $xy = -z(y + x)$ подставим в (1)

$$-z(y + x) = z(4 + z) \quad | : z \quad -y - x - z = 4 \Rightarrow y + x + z = -4,$$

подстав $4 \cdot (-4) + 48 = 32$, теперь случай, когда $x = z$,

тогда $x^2 = 4y + y^2$, тогда из (1) $\Rightarrow y = \frac{4x + x^2}{x} = 4 + x$

$$x^2 = 4(4 + x) + (4 + x)^2 \Rightarrow x^2 = 16 + 4x + 8x + x^2 + 16 \Rightarrow 32 \neq 12x \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$32 + 12x = 0, \text{ тогда } x = -\frac{8}{3}, \text{ тогда } z = -\frac{8}{3}, \text{ а тогда}$$
$$y = 4 + x \Rightarrow y = 4 - \frac{8}{3}, \text{ тогда найдем } (x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$$
$$= \left(4 - \frac{8}{3}\right)^2 + \left(4 - \frac{8}{3}\right)^2 + \left(8 - \frac{8}{3}\right)^2 = 2\left(\frac{4}{3}\right)^2 + \left(\frac{16}{3}\right)^2 = 32$$

Ответ: 32



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

после второго вычитания наше число $\begin{array}{r} 9 \dots 9 \\ 24899 \end{array} \begin{array}{r} 8,0000 \\ 24899 \end{array} \begin{array}{r} 1,4999 \\ 25000 \end{array}$

тогда остается последний раз вычитать $\begin{array}{r} 9 \dots 9 \\ 25000 \end{array} \begin{array}{r} 0 \dots 0 \\ 25000 \end{array}$,

получится число $\begin{array}{r} 9 \dots 9 \\ 24899 \end{array} \begin{array}{r} 7 \\ 24899 \end{array} \begin{array}{r} 0 \dots 0 \\ 24899 \end{array} \begin{array}{r} 2 \\ 25000 \end{array} \begin{array}{r} 9 \dots 9 \\ 25000 \end{array}$, итого

в 10^3 , девятка содержится $24899 + 25000 = 49899$

Ответ: 49899

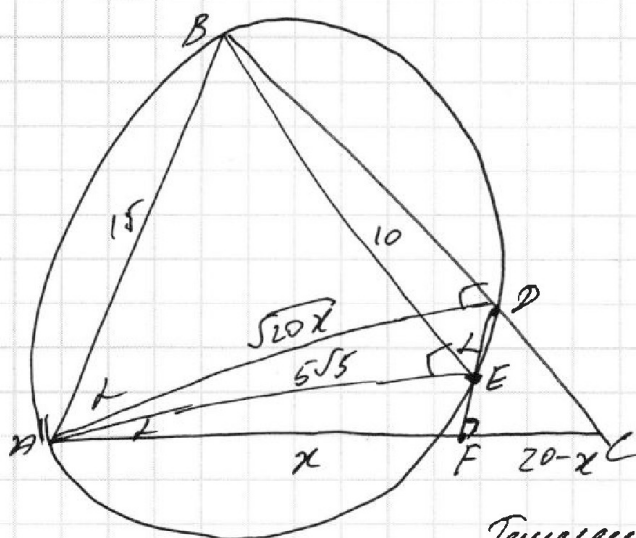


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



(!) AF - ?

$$AB = 15$$

$$AC = 20$$

$$BE = 10$$

Решение:

Пусть $AF = x$, тогда $FC = 20 - x$, $\angle AEB = 90^\circ$ (так как AB диаметр) $\Rightarrow \triangle ABE$ прямоугольный, тогда $AE = 5\sqrt{5}$, учитывая, что $\angle APB = 90^\circ$, так же в $\triangle APC$ проведена высота BQ перпендикулярно AC , тогда AD (касательная к окружности в F), тогда $AD^2 = x \cdot 20 \Rightarrow AD = \sqrt{20x}$, пусть $\angle BAD = \alpha$, тогда $\angle BED = \alpha$ (углы вписанные), а также $\angle EAF = \alpha$, значит $\triangle ABD \sim \triangle AEF$ (по двум углам) $\Rightarrow \frac{\sqrt{20x}}{x} = \frac{15}{5\sqrt{5}}$, тогда

$$\frac{20x}{x^2} = \frac{9}{5}, \text{ тогда } x = \frac{100}{9} = AF$$

Ответ: $\frac{100}{9}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Есть несколько коробок пусть их всего n штук и где то там спрятали 3 шарика, посчитаем какав стала была вероятность выиграния, когда их отгрох 5 коробок. Посчитаем количество способов выбрать 5 ^{коробок} шаров C_{n-3}^5 , а количество выбрать 3 шарика C_{n-3}^2 , то есть вероятность победы в первый раз

$$P_1 = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}, \text{ тогда когда 8 коробок } C_n^8, \text{ а чтобы}$$

$$\text{было 3 шарика } C_{n-3}^5 \Rightarrow P_2 = \frac{C_{n-3}^5}{C_n^8}, \text{ тогда } \frac{P_2}{P_1} = \frac{C_{n-3}^5}{C_n^8} \cdot \frac{C_n^5}{C_{n-3}^2} = \frac{(n-3)!}{(n-8)!5!} \cdot \frac{n!}{(n-5)!5!} \cdot \frac{(n-8)!8!}{n!} \cdot \frac{(n-5)!2!}{(n-3)!} =$$

$$= \frac{8!2!}{5!5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{8 \cdot 7}{10} = 5,6 \text{ раза}$$

Ответ: 5,6 раза



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

пусть первый член арифм. прогрессии a , тогда четвертый $a+3d$, а пятый $a+4d$, третий $a+d$, седьмой $a+6d$. Посмотрим на первое урав. $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ оно приводится, тогда 1. вида $\begin{cases} (a+3d)(a+4d) = \frac{2-a^3}{3} (1) \\ 2a+7d = a^2 - a (2) \end{cases}$

теперь на второе уравнение (поделим на 2)

$$x^2 - \frac{(a^3 - a^2)}{2}x - a^6 - 4a - 2 = 0 \quad (\text{т.к. у нас есть корни})$$

запишем 1. в мату. $\begin{cases} (a+d)(a+6d) = -a^6 - 4a - 2 (3) \\ 2a+7d = \frac{a^3 - a^2}{2} (4) \end{cases}$

получим 4 уравнения, где неизвестных тоже 4.

$$(2) = (4) \Rightarrow \frac{a^2 - a}{2} = \frac{a^3 - a^2}{2} \quad \text{Решим } a = 0, \text{ или}$$

$x^2 + \frac{2}{3} = 0$, корней нет $\Rightarrow a \neq 0$, тогда поделим на a $a - 1 = \frac{a^2 - 1}{2} \Rightarrow 2(a-1) = (a-1)(a+1)$, проверим $a=1$, но у уравнения $x^2 + \frac{1}{3} = 0$, но $x^2 + \frac{1}{3} > 0$, следовательно в действительности x нет, значит a .

Ответ: 0

$$\begin{aligned} a^3 - 3a^2 + 2a &= 0 \quad | :a \Rightarrow a=0, \text{ не подходит } x^2 + \frac{2}{3} > 0 \\ a^2 - 3a + 2 &= 0 \quad \Rightarrow a=1, \text{ не подходит } x^2 + \frac{1}{3} > 0 \\ &\quad a=2, \text{ что подходит. Ответ: } a=2. \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
1 из ?

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left| y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| + \left| y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| \leq 6$$

Изобразим график

$y \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$, тогда второй модуль с +, то и первый раскрывается +, если второй раскрывается $- \Rightarrow y \leq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$, то и первый с минусом.

① $y \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$

$$y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} + y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} = 2y - 30 \leq 6$$

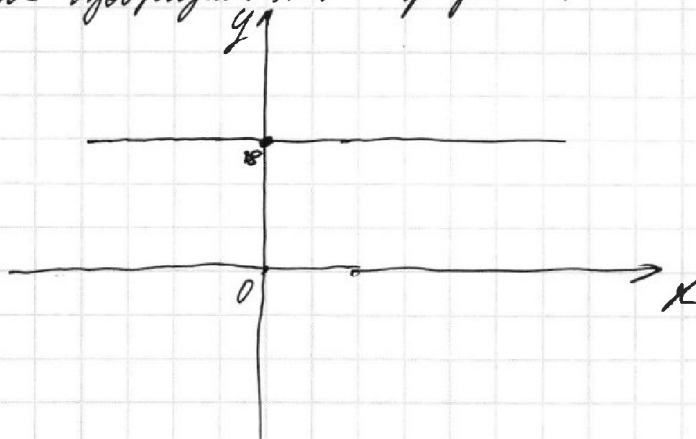
$$y - 15 \leq 3 \Rightarrow y \leq 18$$

② $y \leq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$

$$-y + 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} - y + 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} = 30 - 2y \leq 6$$

$$15 - y \leq 6$$

$18 \leq y$, тогда изобразим этот график.





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

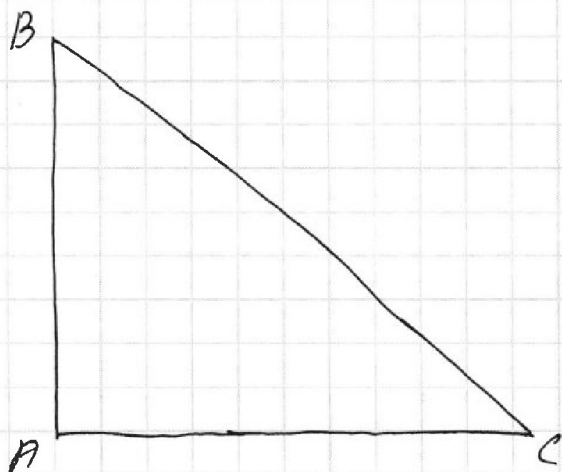
5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
7 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



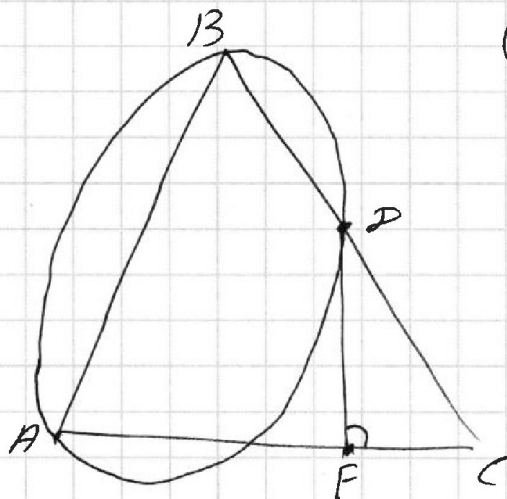


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$(10^{25.000} - 1)^3$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 99 \\ \times 99 \\ \hline 891 \end{array}$$

$$81$$

$$(a-b)^3 =$$

$$(a-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

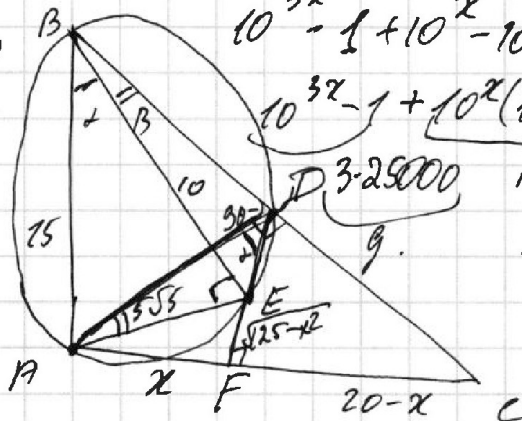
$$20x^2 - x^2$$

$$\sqrt{19x^2}$$

$$(a-b)^2 =$$

$$(a^2 - 2ab + b^2)(a-b)$$

$$a^3 - a^2b - 2ab^2 - a^2b + 2ab^2 + b^3$$



$$10^{3x} - 1 + 10^x - 10^{2x} \frac{\sin B}{AE}$$

$$10^{3x} - 1 + 10^x(1 - 10^x) = 15$$

$$AD^2 = x \cdot 20$$

$$AD = \sqrt{20x}$$

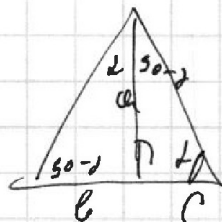
$$\frac{\sin d}{555} =$$

$$\frac{555}{15}$$

$$AF = ?$$

$$15^2 - 10^2 = 5 \cdot 25 =$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 15 \\ \hline 75 \\ 15 \\ \hline 225 \\ 100 \\ \hline 125 \end{array}$$



$$a^2 = bc$$

$$x(20-x) = DF^2$$

$$DF = x(20-x)$$

$$\frac{1}{15}$$

$$15$$

$$(a^2 - 2ab + b^2)(a-b)$$

$$a^3 + b^2a - a^2b - b^3$$

$$a^3 + b^2a - a^2b - b^3 \frac{a}{c} = \frac{b}{a}$$

$$a^3 + b^2a - a^2b - b^3$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$2x^2$$

$$x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2 - a^3}{3} = 0$$

$$a \quad (a_1 + 4d) \\ (a_1 + 3d)$$

$$\cos(45^\circ + 45^\circ) = \cos 45^\circ \cos 45^\circ - \sin 45^\circ \sin 45^\circ$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

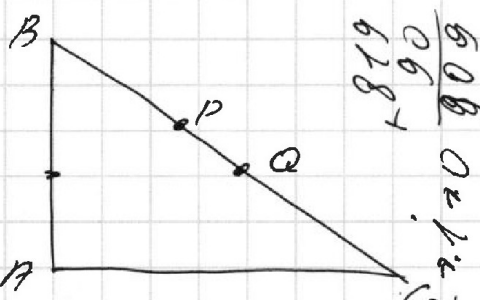
$$\begin{array}{r} 99 \\ - 9000 \\ \hline 25.000 \end{array}$$

$$xy = 4z + z^2$$

$$yz = 4x + x^2 \quad (*)$$

$$zx = 4y + y^2$$

$$\begin{array}{r} 9090 \\ \cdot 90 \\ \hline 81810 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 819 \\ + 90 \\ \hline 909 \end{array}$$

$$(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 8(x+y+z) + 48$$

10x3

$$\begin{array}{r} 8009 \\ \cdot 851 \\ \hline 6847550 \end{array}$$

$$xy + yz + zx = 4(x+y+z) + x^2 + y^2 + z^2$$

$$8(x+y+z)^2 + 2(x^2 + y^2 + z^2)$$

$$\begin{array}{r} 25000 \\ - 2667 \\ \hline 22333 \\ + 22333 \\ \hline 44666 \\ + 25000 \\ \hline 69666 \end{array}$$

$$xy + yz + zx = 4z + z^2 + 4x + x^2 + 4y + y^2$$

$$xy + yz + zx = (z+4)^2 + (y+4)^2 + (x+4)^2 -$$

$$(z+2)^2 + (x+2)^2 + (a-b)(a-b)(a-b)$$

$$\begin{array}{l} abc = xyz \\ a^2 + b^2 + c^2 - ? \\ a^3 - b^3 - 3(a^2b - b^2a) \end{array}$$

$$xyz = (x+4)(y+4)(z+4)$$

$$\begin{array}{r} 9998 \\ - 90 \\ \hline 9908 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 999998 \\ - 92 \\ \hline 999906 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x4 \\ \cdot 4 \\ \hline 16 \\ x4 \\ \cdot 4 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$2666$$

$$\frac{16}{6} \quad \frac{8}{3}$$

$$2xy$$

$$\begin{array}{r} 250009 \\ \cdot 2666 \\ \hline 66666666 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9999 \\ \cdot 9999 \\ \hline 99980001 \end{array}$$

$$2667$$

$$9999$$

$$9999$$

$$9999$$

$$9999$$

$$9999$$

$$9999$$

$$9999$$

$$9999$$

$$9999$$

$$9999$$

$$9999$$

$$9999$$

$$9999$$

$$9999$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2 \\ yz = 4x + x^2 \\ zx = 4y + y^2 \end{cases}$$

$$y = \frac{4z^2 + z^2}{x} \quad x = z$$

$$x^2 = 4y + y^2$$

$$x^2 = 16 + 4x + (4 + x)$$

$$x^2 = 16 + 4x + 4 + x$$

$$x^2 = 20 + 5x$$

$$x^2 - 5x - 20 = 0$$

$$x = -3$$

$$y = \frac{z^2 + 4z}{x}$$

$$\frac{(z^2 + 4z)z}{x} = 4x + x^2$$

$$z^3 + 4z^2 = 4x^2 + x^3$$

$$(z - x)(z^2 + zx + x^2) = 4(x - z)(x + z), \text{ пусть } x \neq z$$

$$z^2 + zx + x^2 = -4(x + z)$$

$$z^2 + y^2 + x^2 + 4y = -4(x + z)$$

$$z^2 + y^2 + x^2 + 4(y + z + x) = 0$$

$$xy + yz + zx = 0$$

$$(x + y)(x + z) = 4 + z$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4(x + y + z) - (x + y) = 4 + z$$

$$x^2 = 4x + x^2$$

$$1 = 4x$$

$$x = \frac{1}{4}$$

$$y = -x - y - z$$

$$3 \cdot 4,25 \cdot 2 - 4 = x$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper, including calculations, algebraic equations, and geometric diagrams.

Top Section:

- Arithmetic: $9 \dots 9 \overline{) 25.000}$, $9 \dots 9 \overline{) 25.000}$, $9 \dots 9 \overline{) 25.000}$
- Algebra: C_5^6 , $C_5^6 = 6$, C_n^8 , $6 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-3}$
- Geometry: A diagram of a triangle with a line segment inside, labeled with $\frac{1}{C_5^n}$ and $\frac{1}{C_n^8}$.

Middle Section:

- Arithmetic: $999 \overline{) 999000}$, $999 \overline{) 999000}$, $999 \overline{) 999000}$
- Algebra: $2 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2$, $\frac{24}{3} - \frac{8}{3} = \left(\frac{16}{3}\right)^3$
- Geometry: A diagram of a triangle with a line segment inside, labeled with $a-x$, x , $6-x$, and 35 .

Bottom Section:

- Algebra: $\frac{20}{x} = \frac{9}{x^2} \Rightarrow 4x^2 + x^2$, $\frac{100}{9} = \frac{9}{x^2} \Rightarrow 4x^2 + x^2$
- Arithmetic: $288 \overline{) 9}$, $288 \overline{) 9}$, $288 \overline{) 9}$
- Algebra: C_3^3 , C_5^3 , C_n^3
- Geometry: A diagram of a triangle with a line segment inside, labeled with $a-x$, x , $6-x$, and 35 .