



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 5

1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В теленгре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 3$. Фигуру Φ непрерывно поворнули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если можем 2 неравенства об., то решим они

$$x = y = t, \text{ тогда}$$

$$t^2 = 32 + 2^2 \quad t \neq 0 \Rightarrow 2 = 3 + t$$

$$2t = 3t + t^2 \quad t^2 = 9 + 3t + 9 + t^2 + 6t \Rightarrow t = -2$$

$$2 = 1 \Rightarrow x = y = -2; z = 1$$

$$\Rightarrow (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = \underline{\underline{18}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 99999 \\ - 9999 \\ \hline \end{array}$$

$$n = 10^{\frac{40000}{40000}} - 1$$

$$n^3 = 10^{\frac{120000}{40000}} - 3 \cdot 10^{\frac{80000}{40000}} + 3 \cdot 10^{\frac{40000}{40000}} - 1$$

$$(10^{\frac{120000}{40000}} - 3 \cdot 10^{\frac{80000}{40000}}) = (10^{\frac{40000}{40000}} - 3) \cdot 10^{\frac{80000}{40000}} = (n-2) \cdot 10^{\frac{80000}{40000}}$$

$$\Rightarrow \underbrace{999 \ldots 99}_{39999} - \underbrace{99700 \ldots 00}_{80000}$$

$$3 \cdot 10^{\frac{40000}{40000}} - 1 = n + 2 \cdot 10^{\frac{40000}{40000}}$$

пойдет. проинициализации

и запрограмми

$$3 \cdot 10^{\frac{40000}{40000}} - 1 \Rightarrow \underbrace{2999 \ldots 99}_{40000}$$

$$n^3 = (10^{\frac{120000}{40000}} - 3 \cdot 10^{\frac{80000}{40000}}) + (3 \cdot 10^{\frac{40000}{40000}} - 1) = \underbrace{99 \ldots 99}_{39999} \underbrace{700 \ldots 00}_{80000} + \underbrace{299 \ldots 99}_{40000}$$

$$= \underbrace{99 \ldots 99}_{39999} \underbrace{700 \ldots 00}_{39999} \underbrace{299 \ldots 99}_{40000}$$

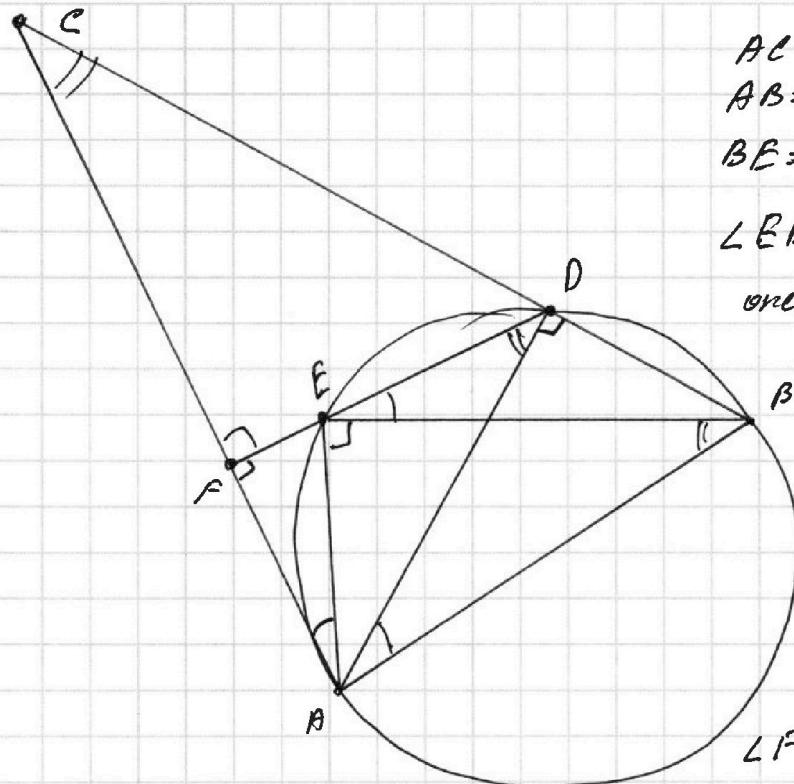
$$\Rightarrow "9": 39999 + 40000 = \underline{\underline{79999}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AC = 10$$

$$AB = 6$$

$$BE = 5$$

$$\angle EDA = \angle EBA, \text{ тк они}$$

одинаковы по свойству ВВ

$$\text{в } \angle ABB = \angle ADB = 90^\circ \text{, тк они}$$

одинаковы по свойству

$$\angle DAB = \angle DBB, \text{ тк}$$

они одинаковы по свойству DB.

$$\angle FEA = 180^\circ - 80^\circ - \angle DBB$$

$$\angle FAB = 180^\circ - 80^\circ - \angle FEA$$

$$\Rightarrow \angle FAE = \angle DGB = \angle DAB. \Rightarrow \triangle FAE \sim \triangle DAB \text{ по 2 углам}$$

$$\Rightarrow \frac{AP}{AE} = \frac{AD}{AB}; \triangle AEB \sim \triangle AFD \text{ по 2 углам}$$

$$\Rightarrow \frac{AP}{AD} = \frac{AB}{AB} \quad (\cancel{\text{внешний угол}}) \Rightarrow \angle FDC = 180^\circ - 80^\circ - \angle PDA$$

$$\angle ACB = 180^\circ - 90^\circ - \angle PDC \Rightarrow \angle ACB = \angle BDP = \angle ABE$$

$$\Rightarrow \triangle CDA \sim \triangle DFA \text{ по 2 углам.} \Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{DF}{AD}$$

$$AD = \sqrt{AF \cdot AC} \quad AF = \frac{AE}{AB} \cdot \sqrt{AF \cdot AC} \Rightarrow \sqrt{AF^2} =$$

$$\Rightarrow AP = \frac{AB^2}{AB^2} \cdot AC \quad \text{по т. Пифагора тк. } \angle BEA = 90^\circ$$

$$AB^2 = AE^2 + EB^2 \Rightarrow AE^2 = AB^2 - BE^2 \Rightarrow AP = \frac{AB^2 - BE^2}{AB^2} \cdot AC =$$

$$= \frac{6^2 - 5^2}{6^2} \cdot 10 = \frac{110}{36} = \frac{55}{18} = \underline{\underline{3 \frac{1}{18}}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть было N монеток

Монета первого варианта выбора 5 монеток. У игр. №

из $N - C_N^5$, но в 3 из них могли ст.

Игр. № 6 вар, когда игрок выбирал в I сущ, две

монеток од. вариат. 3 кор. с трех и 2 монеток, из остал.

$N-3 = C_{N-3}^2$ or Вариант. в I сущ $\varphi_1 = \frac{C_{N-3}^2}{C_{N-3}^5}$

в II вар (последний вариант остал в игр.) всего вар. остал.

кор. C_N^6 ; что бы од. выиграл он должен выбрать

3 кор. с исчез. и из. ост. $N-3$. мон. 3. \Rightarrow итог. вар

вар, когда ост. выигр. $C_{N-3}^3 \Rightarrow \varphi_2 = \frac{C_{N-3}^3}{C_N^6}$

$$\Rightarrow \frac{\varphi_2}{\varphi_1} = \frac{C_{N-3}^3 \cdot C_N^5}{C_{N-3}^2 \cdot C_N^6} \stackrel{?}{=} \frac{(N-3)!}{3! \cdot (N-6)!} \cdot \frac{N!}{5! \cdot (N-5)!} = \frac{2! \cdot 6!}{3! \cdot 5!}$$

$$\frac{(N-3)!}{2! \cdot (N-5)!} \cdot \frac{N!}{6! \cdot (N-6)!}$$

$$= \frac{6}{3} = 2 \Rightarrow 6 \text{ раза.}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ЧИЗ 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение φ - I член прогрессии, начиная с нен. члн.

Корни уравн. 1 φ - член прогрессии

$$\Rightarrow X_1 = \text{I член прогрессии} \quad X_1 = \varphi + 4\varphi$$

$$X_2 = \text{II член прогрессии} \quad X_2 = \varphi + 5\varphi$$

$$X_3 = \text{III член прогрессии} \quad X_3 = \varphi + 2\varphi$$

$$X_4 = \text{IV член прогрессии} \quad X_4 = \varphi + 7\varphi$$

$$X_1 + X_2 = X_3 + X_4$$

X_1 и X_2 корни уравн.

$$x^2 - (\alpha^2 - \alpha)x + \alpha - 5 = 0 \quad | \quad 4x^2 - (\alpha^3 - \alpha^2)x + 2\alpha^2 - \alpha^6 - 4 = 0$$

||

по теореме Виета

$$X_1 + X_2 = \alpha^2 - \alpha$$

$$\alpha^2 - \alpha = \frac{\alpha^3 - \alpha^2}{4}$$

$$4\alpha(\alpha - 1) = \alpha^2(\alpha - 1)$$

$$(\alpha - 1)(\alpha^2 - 4\alpha) = 0 \Rightarrow \alpha(\alpha - 1)(\alpha^2 - 4) = 0$$

\Rightarrow ~~или~~ $\alpha \in \{0; 1; 4\}$; (нуль для свободн. = 0)

если $\alpha = 0$, то I уравн.: $x^2 - 5 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \pm \sqrt{5}$

II уравн.: $4x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x_{3,4} = \pm 1$

$$\Rightarrow X_1 + X_2 = X_3 + X_4 = 0 \Rightarrow \alpha = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
5 ИЗ 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

если $\alpha=1$, то I уравнение: $x^2 - 4 = 0; x^2 = 4 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 2$

II уравнение: $4x^2 - 1 = 0 \Rightarrow 4x^2 = 1 \Rightarrow x_{3,4} = \pm 0,5$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = 2 - 2 = x_3 + x_4 = 0,5 - (-0,5) = 0 \Rightarrow \alpha = 1$$

если $\alpha=4$, то I уравнение: $x^2 - 12x - 1 = 0 \quad D = 144 + 4 = 148$

$$x_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{148}}{2}$$

II уравнение: $4x^2 - 48x - 3556 = 0 \quad \text{так как } D' = 48^2 + 16 \cdot 3556$

$$x_{3,4} = \frac{48 \pm \sqrt{D'}}{8} \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{12 + \sqrt{148} + 12 - \sqrt{148}}{2} = x_3 + x_4 =$$

$$= \frac{48 + \sqrt{148} + 48 - \sqrt{148}}{8} = 12 \Rightarrow \alpha = 4$$

$$\Rightarrow \alpha \in \{0; 1; 4\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

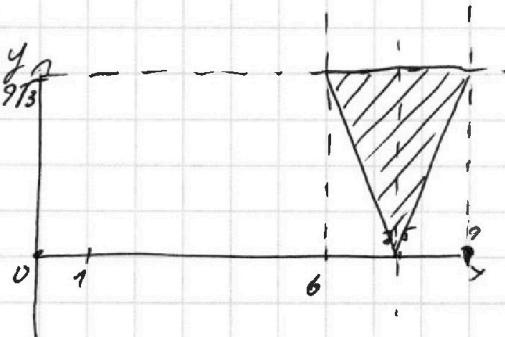
$$\text{если } \left(x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right) \geq 0 \text{, и } \left(x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right) \leq 0, \text{ то}$$

$$y \geq 45\sqrt{3} - 6\sqrt{3}x \quad \text{макс:}$$

$$y \geq 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3}$$

$$x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} - x + \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$y \leq 9\sqrt{3} \Rightarrow \text{на гранич. линии } y = 9\sqrt{3}$$

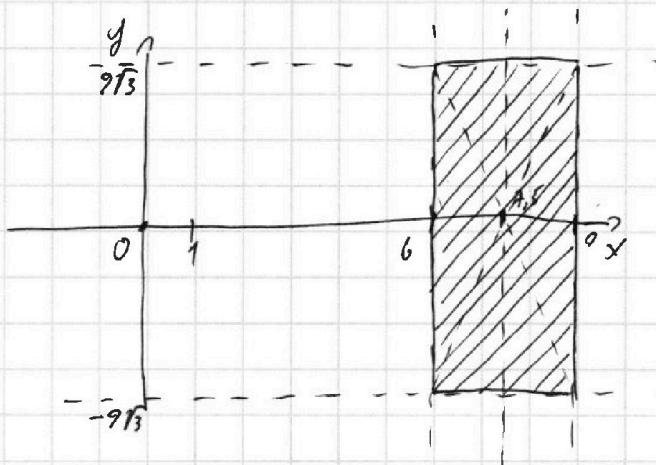


$$\text{если } \left(x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right) \geq 0 \text{ и } \left(x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right) \geq 0, \text{ то}$$

$$y \geq 45\sqrt{3} - 6\sqrt{3}x \quad \text{макс: } x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} + x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$2x - 15 \leq 3 \Rightarrow x \leq 9$$

\Rightarrow на первом: все эти макс. вместе были. макс:





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
6 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3$$

если $\left(x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right) \leq 0$ и $\left(x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right) \leq 0$, то

$$y \geq 6\sqrt{3} \cdot x - 45\sqrt{3}$$

$$12\sqrt{3}x - 90\sqrt{3} \leq 0$$

$$y \leq 45\sqrt{3} - 6\sqrt{3} \cdot x$$

$$x \leq \frac{15}{2}$$

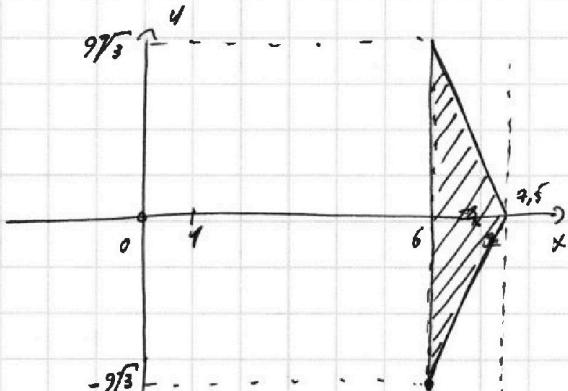
$$-x + \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} - x + \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$15 - 2x \leq 3$$

$$x \geq 6$$

$$\Rightarrow 6 \leq x \leq \frac{15}{2}$$

\Rightarrow на эллипс. эллипс:



если $\left(x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right) \leq 0$, и $\left(x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right) \geq 0$, то

$$y \leq 45\sqrt{3} - 6\sqrt{3}x$$

$$y \leq 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3}$$

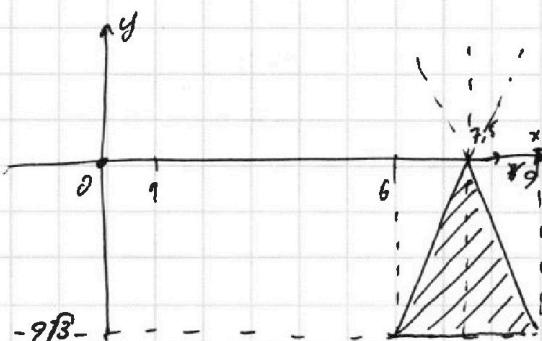
$$-\frac{y}{6\sqrt{3}} \geq x - \frac{15}{2}$$

$$-x + \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} + x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$y \geq -9\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow 2y \leq 0 \Rightarrow y \leq 0$$

\Rightarrow на эллипс. эллипс:





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решениес которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

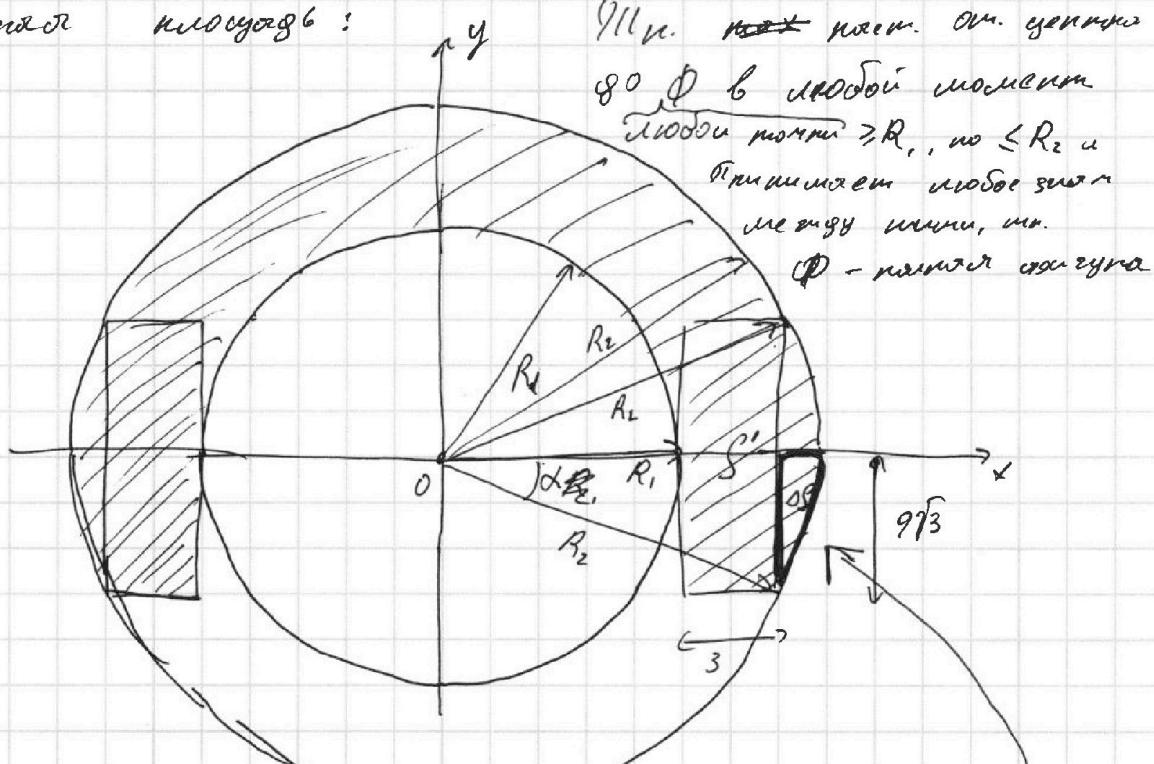
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
8 ИЗ 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

При повороте блоки фигуры заменяются

шагом колеса:



При ~~повороте~~ колеса фигура заменяется
шагом колеса:

$$\Rightarrow \text{Площадь зон. колеса } S = \frac{\pi(R_2^2 - R_1^2)}{2} + S' + \Delta S$$

$$S' = 3 \cdot 18\sqrt{3} = 54\sqrt{3} \quad \Delta S - \text{шагом}$$

Уравнение кривой: $y = \sqrt{R_2^2 - x^2} - (R_1 + 3)$

$$\Delta S = \frac{\pi R_2^2 - 360\alpha}{360}$$

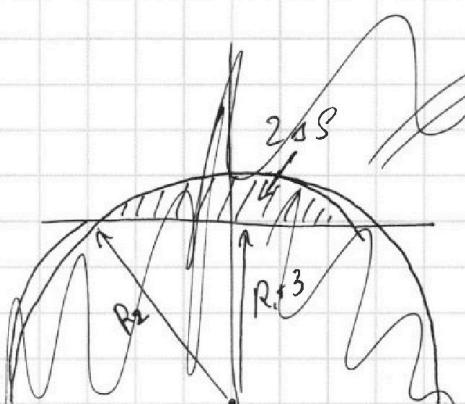
$$R_2 = \sqrt{9^2 + 3 \cdot 9^2} = 18$$

$$R_1 = \sqrt{9\sqrt{3}} \approx 6$$

$$\sin \alpha = \frac{9\sqrt{3}}{R_2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

$$\Delta S = \frac{\pi \cdot 18^2 \cdot 360 \cdot 60}{360} - \frac{9\sqrt{3} \cdot 9}{2} = 54\pi - \frac{81\sqrt{3}}{2}$$

$$S = \frac{\pi(18^2 - 6^2)}{2} + 54\sqrt{3} + 108\pi - 81\sqrt{3} = 252\pi - 27\sqrt{3} = 252\pi - 27\sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \geq y \geq z$$

$$|x| \leq |y| \leq |z|$$

$$\begin{array}{r} 512 \\ - 3584 \\ \hline 28 \end{array}$$

$$3556$$

$$xy = 3z + z^2$$

$$x, y < 0 \quad z > 0$$

$$y^2 \geq 3x + x^2$$

$$\begin{array}{r} 2 \cdot 4^4 + 32 = 4^6 - 4 \\ - 2^9 - 2^{12} \\ \hline - 2^9 \cdot 2 \end{array}$$

$$x \leq y$$

$$|x| > y$$

$$z < |x|$$

$$y^2 \leq x^2$$

$$xy + 3x + 3y + 9 = 3z + 3y + 3x + z^2 + 9$$

$$0 = 3(3-y)(y+1)$$

$$(x+3)(y+3) = (z+3)^2 + 3y + 3x - 3z$$

$$z^2 + (y-3)z + y^2 - 3y = 0$$

$$(y^2 + 3x + 9) + (x^2 + 3y + 9) + (xy + 3z + 9) = y - 3y$$

$$z = \frac{y-3 \pm \sqrt{3(3-y)(y+1)}}{2}$$

$$y^2 + 1,5z + 1,5y + 2,25 = (y+1,5)(z+1,5)$$

$$(x+1,5)(y+1,5) + (x+1,5)(z+1,5) + (y+1,5)(z+1,5) + 6,25 \cdot 3$$

$$3y^2 + y^3 = 3z^2 + z^3$$

$$x = \frac{3y + y^2}{2}$$

$$\frac{144}{288} \quad \frac{144}{252}$$

$$y^2/2 \approx 3x + x^2$$

$$3(y-2)(y+2) = z^2 - y^2 = (2-y)(z^2 + 2yz + y^2)$$

$$(z-y)(z^2 + 2yz + y^2)$$

$$3(y+2) = z^2 + y^2 + y^2$$

$$z^2 + 2^2y + 2y^2 - y^2 - 2y^2 - y^3$$

$$z^2 + \frac{y^2}{2} + 32 = -y^2 - \frac{y^2}{2} + 3y$$

$$xt = 3t^4 + t^2$$

$$x = 3 + t$$

$$x = 1 \quad z(z + \frac{y}{2} + 3) =$$

$$t^2 = 3x + x^2$$

$$t^2 = 9 + 3t + t^2 + 6t + 9$$

$$= -y(y + \frac{z}{2} - 3)$$

$$4t^2$$

$$9t = -18 \quad t = -2$$