



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.
4. [4 балла] В теленгре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leqslant 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Пусть все числа попарно не равны. Тогда вычтем из первого уравнения 2-е:

$$xy - yz = 6x - 6z - (x^2 - yz^2)$$

$$y(x-z) = 6(x-z) - (x-z)(x+z) \quad x \neq z \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{Сокращение, тогда } y = 6 - x - z \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x + y + z = 6. \text{ Сложим все равенства, получим } xy + yz + zx = -6(x+y+z) + x^2 + y^2 + z^2$$

$$\Rightarrow xy + yz + zx = -36 + x^2 + y^2 + z^2.$$

$$(x+y+z)^2 = 6^2 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx) = 36$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2(-36 + x^2 + y^2 + z^2) = 36$$

$$3(x^2 + y^2 + z^2) = 36 + 72 = 108 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 36$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = (x^2 + y^2 + z^2) - 12(x+y+z) + 36 \cdot 3 = 36 - 12 \cdot 6 + 36 \cdot 3 = 72.$$

Тогда пусть существует 2 равных числа, пусть это x и y без ограничения общности.

$$\text{Тогда } yz = -6x + x^2, \text{ т.е. } xz = -6x + x^2, x \neq 0$$

$$\Rightarrow \text{Сокращение. Тогда } z = -6 + x. \quad zx = -6y + y^2$$

L



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~что если $zx = -6x + x$~~

$$xy = -6^z$$

$$xy = -6z + z^2$$

$$\Rightarrow x^2 = -6(-6+x) + (-6+x)^2$$

$$x^2 = 36 - 6x + 36 - 12x + x^2$$

!!

$$13x = 72 \Rightarrow x = 4 = y \Rightarrow z = -2.$$

$$\text{Отсюда } (x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = (-2)^2 + (-2)^2 + (-8)^2 = \\ = 4 + 4 + 64 = 72.$$

Значит исходная сумма не может быть
другими, кроме 72. А раз решение есть,
то она = 72.

Ответ: 72



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2

Время выполнения 20001 на k. Тогда суммарное число $n = 10^k - 1 \Rightarrow n^3 = (10^k - 1)^3 = 10^{3k} - 3 \cdot 10^{2k}$
 $+ 3 \cdot 10^k - 1$. Известно посчитаем, сколько в этом числе девяток. Всего в нем $\leq 3k+1$ цифр, всего

$$\leq 3k+1 \text{ разрядов. } 10^{3k} - 3 \cdot 10^{2k} = \underbrace{999\dots 9}_{k-1} \underbrace{700\dots 0}_{2k}.$$

$$10^{3k} - 3 \cdot 10^{2k} + 3 \cdot 10^k = \underbrace{999\dots 9}_{k-1} \underbrace{700\dots 0}_{k-1} \underbrace{300\dots 0}_k.$$

$$10^{3k} - 3 \cdot 10^{2k} + 3 \cdot 10^k - 1 = \underbrace{999\dots 9}_{k-1} \underbrace{700\dots 0}_{k-1} \underbrace{2999\dots 9}_{k+1}$$

Всего в этом числе $k-1 + k = 2k-1$ девяток

\Rightarrow в нашем числе $n^3 2 \cdot 20001 - 1 = 40001$ девяток.

Ответ: 40001

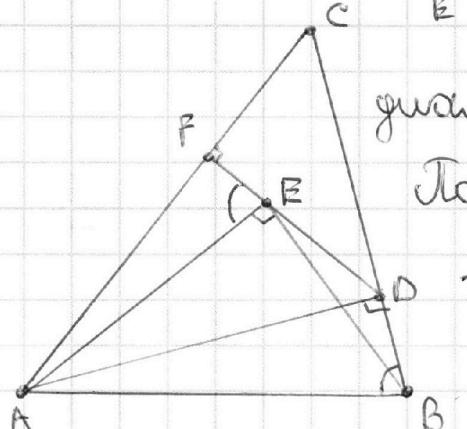


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№ 3



E и D лежат на окружности с

диаметром $AB \Rightarrow \angle AEB = \angle ADB = 90^\circ$

По теореме Пифагора $AB^2 = AE^2 +$

$$- BB^2 = 100 - 81 = 19 \Rightarrow AE = \sqrt{19}.$$

$AEDB$ -вписанной $\Rightarrow \angle ABD +$

$$+ \angle ABD = 180^\circ \Rightarrow \angle PEA = 180^\circ - \angle AED = \angle ABD. \angle APE =$$

$= \angle ADB = 90^\circ \Rightarrow \triangle APE подобен \triangle ADB$ по 2-й

условии ($\angle AFE = \angle ADB$ и $\angle AEF = \angle ABD$) $\Rightarrow \frac{AF}{AD} = \frac{AE}{AB} \Rightarrow$

$$\Rightarrow AD = \frac{AF \cdot AB}{AE} = \frac{10AF}{\sqrt{19}}. \angle ADC = 90^\circ, PD \perp AC$$

\Rightarrow по cb-изу признаку подобия треугольников

$$AF \cdot AC = AD^2 \Rightarrow AF \cdot 20 = \left(\frac{10AF}{\sqrt{19}} \right)^2$$

$$AF \cdot 20 = \frac{100AF^2}{19} \Rightarrow AF = \frac{19}{5} = 3,8$$

Ответ: 3,8



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4

Определить посчитав вероятность для каждого случая. Пусть всего n коробок.

Количество способов, выбрать 5 коробок = C_n^5 .

Количество наборов из 5-ти коробок, содержащих все 3 шарика, = C_{n-3}^2 , т.к. это = кол-во способов выбрать оставшиеся 2 коробки (т.к. 3 коробки с шариками обернуты во 2 коробка). Значит вероятность = $\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$.

Две морозильные коробки с 3-мя шариками, остальные нужно можно

C_{n-3}^6 способами, а всего вариантов C_n^8 =

Вероятность = $\frac{C_{n-3}^6}{C_n^8}$. Нужно найти $\frac{C_{n-3}^6}{C_n^8}$

$$\begin{aligned} & (n-3)! \\ & = \frac{(n-3)! \cdot (n-8)!}{6! \cdot (n-8)!} \\ & \quad \frac{n!}{(n-8)! \cdot 9!} \\ & = \frac{(n-3)! \cdot 9!}{6! \cdot n!} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{(n-3)! \cdot 9!}{6! \cdot n!} \\ & = \frac{(n-3)! \cdot 9!}{(n-3)! \cdot 5!} = \frac{9!}{6!} \cdot \frac{2}{5!} = \\ & \quad \frac{2}{5!} \\ & = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{21 \cdot 2}{5} = 8,4 \end{aligned}$$

Ответ: 68,4 раза

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 5

Пусть корни первого уравнения - x_1, x_2 , а второго - x_3, x_4 . Тогда условие $x_1 = k + 5d, x_2 = k + 6d, x_3 = k + 4d, x_4 = k + 7d$. Значит $x_1 + x_2 = 2k + 11d = x_3 + x_4$. Тогда по теореме Виетта $x_1 + x_2 = a^2 - 4a$,

$$x_3 + x_4 = \frac{a^3 - 4a^2}{5} \Rightarrow \frac{a^3 - 4a^2}{5} = a^2 - 4a. \text{ Если } a = 0, \text{ то первое уравнение имеет вид}$$

$$x^2 + 4 = 0, \text{ у которого нет корней} \Rightarrow a \neq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a^2 - 4a}{5} = a - 4 \quad (a - 4)(a - 5) = 0. \text{ Отсюда}$$

$a = 4$ или 5 . Если $a = 4$, то I уравнение:

$$x^2 - 0 \cdot x + 16 - 24 + 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \{x_1, x_2\} = \{2, -2\}. \text{ II уравнение: } 5x^2 - 0 \cdot x$$

$$- 2 \cdot 64 - 6 \cdot 4 - 15 = 0, 5x^2 = 128 + 24 + 15 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5x^2 = 167 \Rightarrow \{x_3, x_4\} = \left\{ \sqrt{\frac{167}{5}}, -\sqrt{\frac{167}{5}} \right\}$$

Но это противоречие, что $|d| = |x_1 - x_2| = 4$,

$$|3d| = |x_3 - x_4| = \left| 2\sqrt{\frac{167}{5}} \right| = 2\sqrt{\frac{167}{5}} \Rightarrow 12 =$$

$$= 2\sqrt{\frac{167}{5}}, \text{ что неверно} \Rightarrow a \neq 4.$$

Если $a = 5$, то I уравнение примет вид



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{таки: } x^2 - (25 - 20)x + 25 - 30 + 4 = 0$$

$$x^2 - 5x - 1 = 0 \quad D = 25 + 1 \cdot 4 = 29$$

$$\Rightarrow \{x_1, x_2\} = \left\{ \frac{5 + \sqrt{29}}{2}, \frac{5 - \sqrt{29}}{2} \right\}$$

$$\text{II уравнение: } 5x^2 - (125 - 4 \cdot 25)x - 2 \cdot 125 - 30$$

$$-15 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x - 50 - 6 - 3 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x - 58 = 0 \quad D = 25 + 4 \cdot 58 = 236 + 25 =$$

$$= 261 \Rightarrow \{x_3, x_4\} = \left\{ \frac{5 + 3\sqrt{29}}{2}; \frac{5 - 3\sqrt{29}}{2} \right\}$$

$$9 \cdot 29$$

$$\text{Тогда } x_2 = \frac{5 - \sqrt{29}}{2} = k + 5d \text{ если } d = \sqrt{29},$$

$$k = \frac{5 - 11\sqrt{29}}{2}, \text{ но } k + 5d = \frac{5 - 11\sqrt{29} + 10\sqrt{29}}{2} = \frac{5 - \sqrt{29}}{2}$$

$$k + 6d = \frac{5 - \sqrt{29} + 2\sqrt{29}}{2} = \frac{5 + \sqrt{29}}{2} = x_3$$

$$k + 4d = \frac{5 - 11\sqrt{29} + 8\sqrt{29}}{2} = \frac{5 - 3\sqrt{29}}{2} = x_2$$

$$k + 7d = \frac{5 - 11\sqrt{29} + 14\sqrt{29}}{2} = \frac{5 + 3\sqrt{29}}{2} = x_4$$

значит $a = 5$ подходит.

Ответ: $a = 5$

L



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

Установите неравенство равносильно тому,

$$\text{Что } (|y-20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}| + |y-20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}|)^2 \leq 64, \text{ т.к.}$$

Все члены положительны.

$$(y-20 + \frac{x}{2\sqrt{3}})^2 + 2|(y-20 + \frac{x}{2\sqrt{3}})(y-20 - \frac{x}{2\sqrt{3}})| + (y-20 - \frac{x}{2\sqrt{3}})^2 \leq 64$$

$$y^2 + 400 + \frac{x^2}{12} - 40y - \frac{20x}{\sqrt{3}} + \frac{xy}{\sqrt{3}} + 2|(y-20)^2 - \frac{x^2}{12}| + y^2 + 400 \\ + \frac{x^2}{12} - 40y - \frac{xy}{\sqrt{3}} + \frac{20x}{\sqrt{3}} \leq 64$$

$$2y^2 + 800 + \frac{x^2}{6} - 80y + 2|(y-20)^2 - \frac{x^2}{12}| \leq 64$$

$$(y-20)^2 + \frac{x^2}{12} + |(y-20)^2 - \frac{x^2}{12}| \leq 32$$

Это равносильно системе неравенств:

$$\begin{cases} (y-20)^2 \geq \frac{x^2}{12} \\ (y-20)^2 \leq 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (y-20 - \frac{x}{2\sqrt{3}})(y-20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}) \geq 0 \\ 16 \leq y \leq 24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (y-20)^2 < \frac{x^2}{12} \\ (y-20) \cancel{\geq} \frac{x^2}{12} \leq 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (y-20 - \frac{x}{2\sqrt{3}})(y-20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}) < 0 \\ -8\sqrt{3} \leq x \leq 8\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y \geq 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}, y \geq 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \\ y \leq 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}, y \leq 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \\ 16 \leq y \leq 24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{cases} y > 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}, y < 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \\ y < 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}, y > 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \end{cases} \\ -8\sqrt{3} \leq x \leq 8\sqrt{3} \end{cases}$$

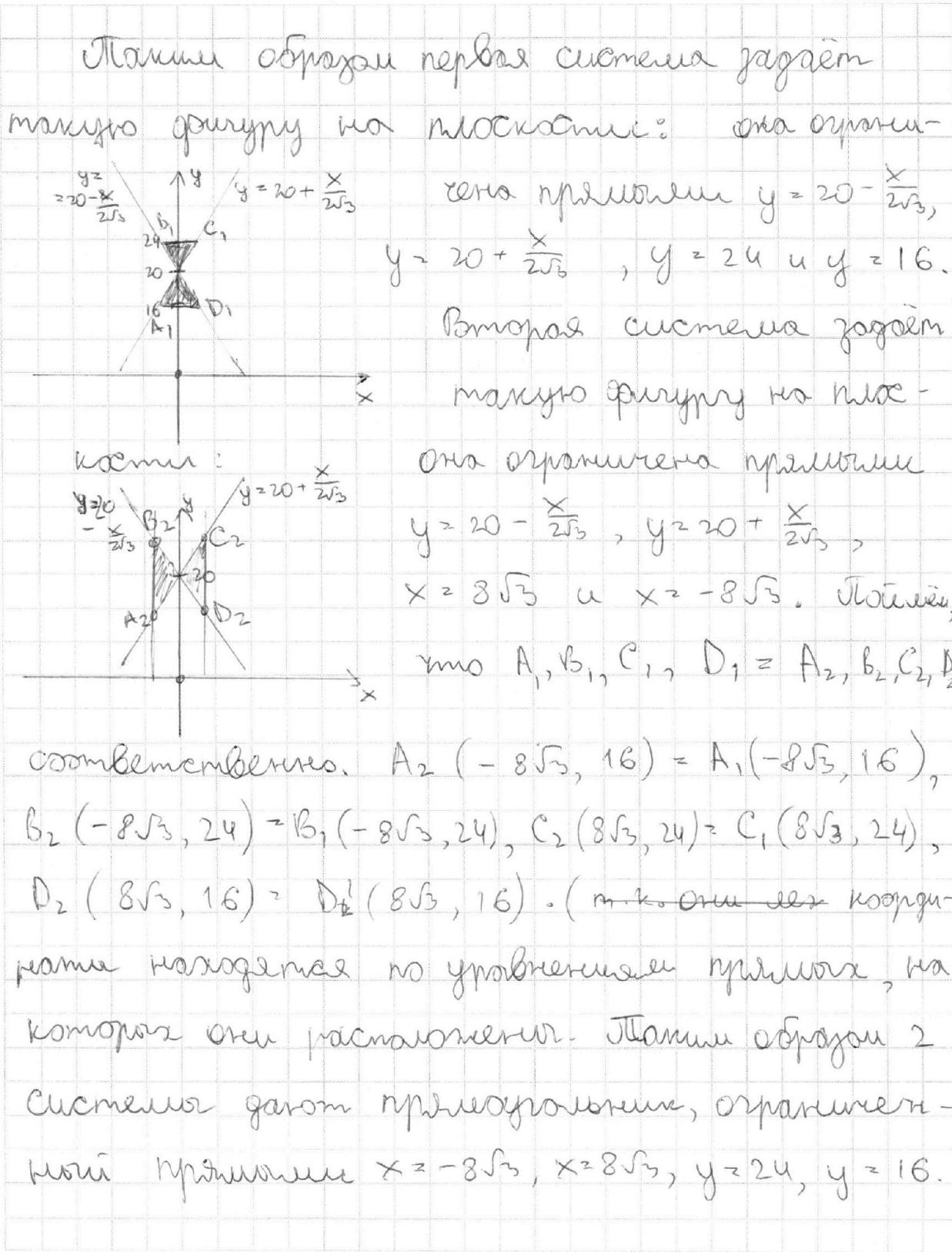


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



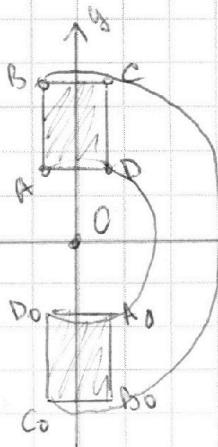


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



После поворота имеем прямоугольник $A'B'C'D'$ $\rightarrow A'B_0C_0D_0$.
Он замещает дугу окружности с радиусом OB , а также дугу окружности с радиусом OA .

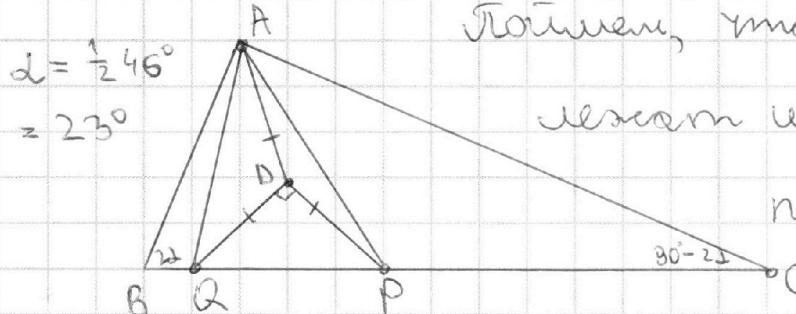
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№ 7



Положим, что точки B, Q, P, C лежат именно в таком порядке. Иначе Р

рассмотрим, что

т.к., тогда $BC = BP + PQ + QC = BA + AC + PA$
 $\Rightarrow BC > BA + AC$ и по неравенству треугольника.

Обозначим $\angle B$ за 2α . Тогда $\angle C = 90 - 2\alpha$.

$\angle BAP = \frac{180 - \angle B}{2} = 90 - \alpha$ (из равноделенности $\triangle ABP$), $\angle QAC = \frac{180 - \angle C}{2} = 45 + \alpha/2$ (из равноделенности $\triangle ACQ$). $\angle BAP + \angle QAC = \angle BAC + \angle QAP = 135^\circ \Rightarrow \angle QAP = 135^\circ - \angle BAC = 45^\circ$. Тогда

Д лежит на серединной перпендикуляре к PA , а также $\angle QDP = 90^\circ - \angle QAP = 45^\circ$. Тогда четырьмя описанной окружности $\angle QAP = \angle QDQ = \angle ACD$.

Значит, т.к. $AD = DQ$ и $AC = CD$, то DC - серединной перпендикуляр к $AQ \Rightarrow \angle DCQ = \frac{1}{2} \angle ACD$ (из равноделенности $\triangle ACD$)
 $(\text{внешн.} = \text{внутр.} - \text{секущ.}) \Rightarrow \angle DCQ = \frac{1}{2}(90 - 2\alpha) = 45^\circ - \alpha = 45^\circ - 22^\circ = 22^\circ$

Ответ: $\angle DCB = 22^\circ$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$xy = -6z + z^2$$

$$yz = -6x + x^2$$

$$\frac{x}{z} = \frac{z}{x} \left(-\frac{6+z}{-6+x} \right)$$

$$x^2 - 12x + 36 + z^2 - 12z + 36 + y^2 - 12y = 36$$

$$36 \cdot 3 = 90 + 18 = 108$$

$$108 + \cancel{12x} \quad x^2 + y^2 + z^2 - 12x - 12z - 12y$$

$$108 + xy + yz + zx + 6z + 6x + 6y - 12x - 12y - 12z$$

$$xy - yz = -6z + z^2 + 6x - x^2$$

$$y(x-z) = 6(x-z) + -(x-z)(x+z)$$

$$x = z \Rightarrow xy = -6x + z^2 \quad x^2 = -6y + y^2$$

$$y(x-z) = 6(x-z) + (x^2 - z^2) \quad -6x + x^2 \quad xy = -6x + x^2$$

$$108 + 2x^2 - 24x + y^2 - 12y + \cancel{36} \quad y^2$$

$$y = 6 - (x+z)$$

$$x+y+z=6$$

$$z = 6 - (y+x)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 2xz + 2zy = 36$$

$$x = 6 - (y+z)$$

$$(x-y)^2 = (x^2 - 2xy + y^2)(x-y)$$

$$xy - 6z = 12z + z^2$$

$$(10^k - 1)^3 = x^3 - x^2y - 2x^2y + 2xy^2 + y^3$$

$$y(x+z) = -6(x+z) + z^2$$

$$10^{3k} - 3 \cdot 10^{2k} + 3 \cdot 10^k - 1$$

$$(y+6)(x+z) = x^2 + z^2$$

$$10(x-y)^3 = (x^2 - 2xy + y^2)(x-y)$$

$$y = 6 - (x+z) \Rightarrow x+y+z=6$$

$$= x^3 - 3x^2y + x^3 - 3x^2y + 3xy^2$$

$$y = \frac{x}{2\sqrt{3}}$$

$$99999 \quad 999 \quad 999$$

$$(10^k - 1)(10^k - 1) = 10^{2k} - 10^k + 1$$

$$y = 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}$$

$$(100-1)(100-1)$$

$$y = 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}$$

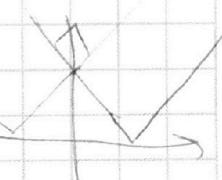
$$y = 20 + \frac{x}{2\sqrt{3} \cdot 3^{k+1}}$$

$$100000 - 20000 + 1$$

$$1000$$

$$10 \dots 0 \dots 0 \dots 0$$

$$999700030000 - 1 \approx 99 \dots 970 \dots 0299 \dots 9$$

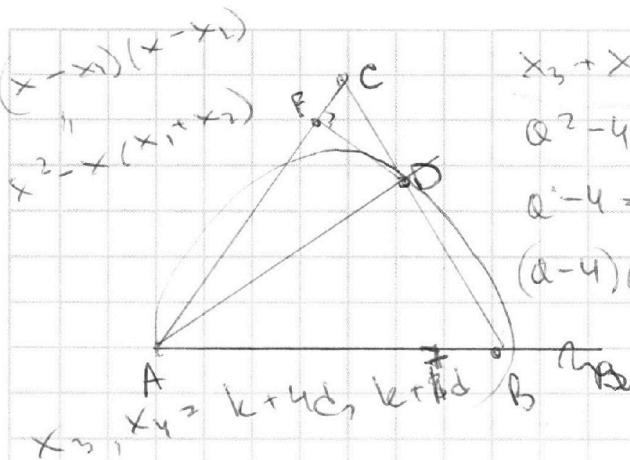


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$x_3 + x_4 = x_1 + x_2$$

$$\alpha^2 - 4\beta = \alpha^2 - 4\gamma^2$$

$$\alpha^2 - 4 = \alpha^2 - 4\beta \neq 0$$

$$(\alpha - 4)(1 - \alpha) = 0$$

$$\alpha = 4$$

$$\beta = 1$$

$$\gamma = 0$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

AB

$$AB = \sqrt{100^2 - 9^2} = \sqrt{19}$$

$$(\alpha - 2)$$

$$\text{Будем } \frac{AF}{AD} = \frac{AB}{AB} = 1$$

$$x_1, x_2 = \frac{\alpha - 4d, \alpha - d}{10}$$

$$25 + 59 \cdot 4 = 25 + 236$$

$$\alpha = 0 \Rightarrow x^2 - 0 + 4\beta$$

$$\alpha^2 - 4\beta = \alpha^2 - 4\gamma^2$$

$$\alpha^2 - 4 = \alpha^2 - 4\beta \neq 0$$

$$(\alpha - 4)(1 - \alpha) = 0$$

$$\alpha = 4$$

$$\beta = 1$$

$$\gamma = 0$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$

$$x_1, x_2 = k + 4d, k + d$$

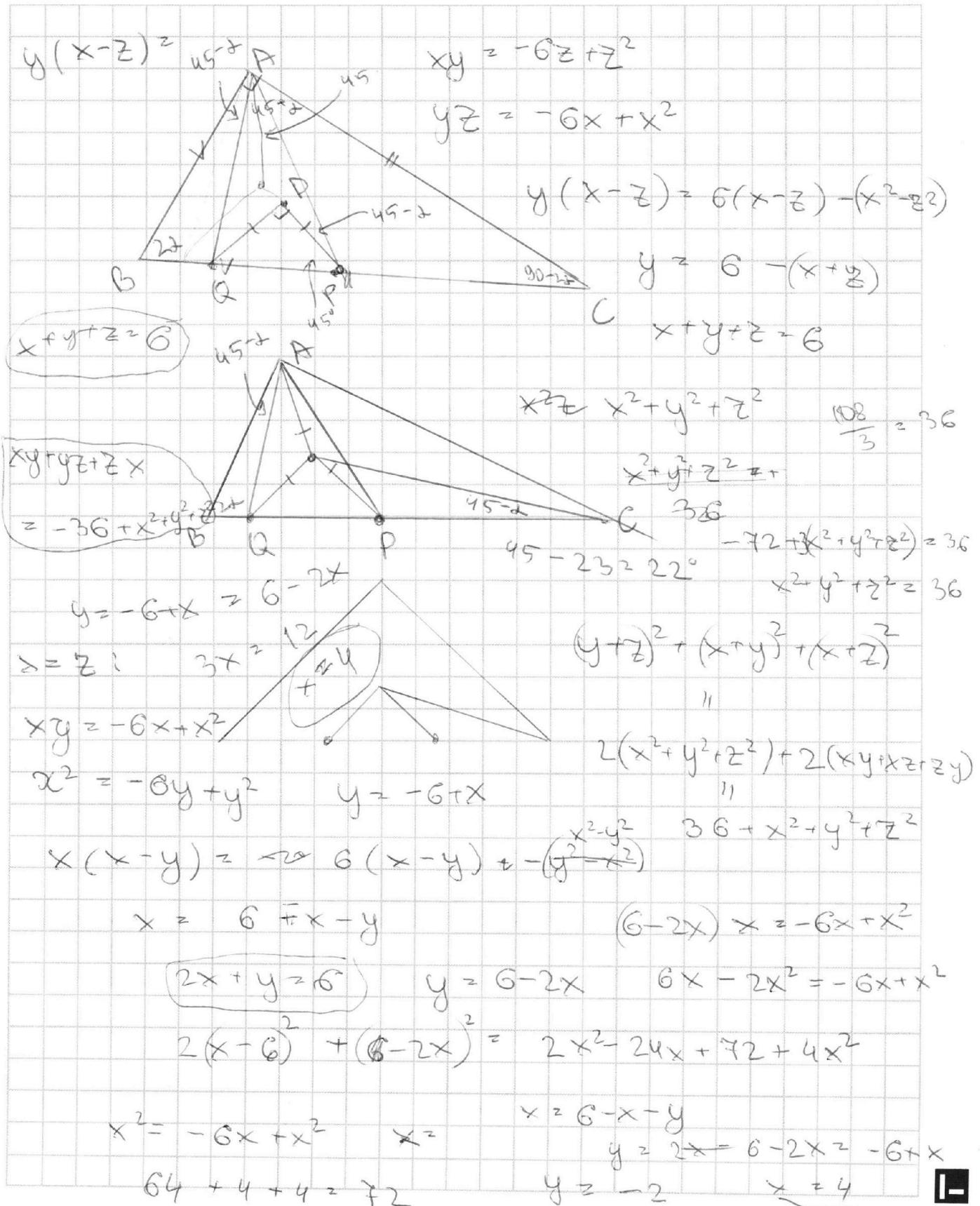
$$x_3, x_4 = k + 4d, k + d$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{y^2 + 400 + \frac{x^2}{12}}{x^2} - 40y - \frac{20x}{\sqrt{3}} + \frac{xy}{\sqrt{3}} + \frac{y^2 + 400 + \frac{x^2}{12}}{x^2} -$$

$$400 - 40y - \frac{xy}{\sqrt{3}} + \frac{80x}{\sqrt{3}}$$

$$2y^2 + \frac{x^2}{\frac{12}{6}} + 800 - 80y + 2|y^2 - 40y + 4^2 - \frac{x^2}{12}| \leq 64$$

$$y^2 + \frac{x^2}{12} + 400 - 40y + |y^2 - 40y + y^2 - \frac{x^2}{12}| \leq 32$$

$$(y-20)^2 + \frac{x^2}{12} + |(y-20)^2 - \frac{x^2}{12}| \leq 32$$

y - 20

$$4+2+5+4+5+5+6 \\ = 11+8+11$$

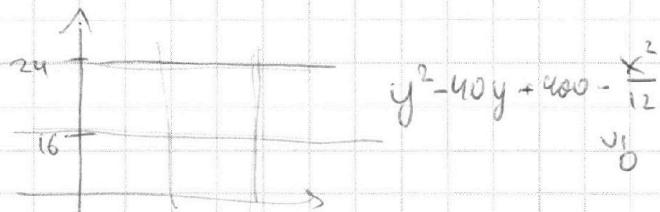
$$\frac{26}{31} = 31$$

$$\begin{cases} 16 \leq y \leq 24 \\ 4 \geq |y - 20| \geq \frac{|x|}{2\sqrt{3}} \end{cases}$$

$$\frac{26-3}{93} = \frac{78}{93} \quad | 16 \leq y \leq 24$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y \geq \frac{10x}{2\sqrt{3}} > 0 \\ -4 \leq \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 4 \end{array} \right.$$

$$-8\sqrt{3} \leq x \leq 8\sqrt{3}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!