



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E – точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leqslant 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 \quad (I) \\ yz = -6x + x^2 \quad (II) \end{cases}$$

$$\left(\frac{xy}{z}\right)^2 + \left(\frac{yz}{x}\right)^2 + \left(\frac{zx}{y}\right)^2 - ?$$

$$zx = -6y + y^2 \quad (III)$$

$$\frac{x}{z} = \frac{-6z + z^2}{-6x + x^2}$$

$$-6x^2 + x^3 = -6z^2 + z^3$$

$$6(z-x)(z+x) + (x-z)(x^2 + zx + z^2) = 0$$

$$6(z-x)(z+x - x^2 - zx - z^2) = 0$$

$$z = x$$

$$z^2 + zx - xz - z + x^2 = 0$$

(P)

(?)

$$z^2 + z(x-x) - x + x^2 = 0$$

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - zx + x + 4x - 4x^2 = \\ &= -3x^2 - 2x + 1 = \\ &= (3x-1)(x+1) \end{aligned}$$

$$z = \frac{1-x \pm \sqrt{(3x-1)(x+1)}}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2.

$$n = \underbrace{99\dots99}_{20001}$$

$$\begin{aligned} n^2 &= \underbrace{99\dots99}_{20002} \cdot \underbrace{99\dots99}_{20001} = \underbrace{99\dots99}_{20002} \cdot 10 - \underbrace{99\dots99}_{20001} = \\ &= \underbrace{99\dots99}_{20002} \underbrace{0\dots0}_{20002} - \underbrace{9\dots9}_{20001} \end{aligned}$$

Т.к. начало первого в множественном (в конце) равенстве 9 в большинстве в цифре, то 20002 разряд в множественном множественном на 1, соответствующий в разрядам множественного с 20002 до 2 будет 9, а в 1 будет 10, т.к. множества $\frac{9\dots9}{20001}$, в конце будет 20000 цифр и 1.

$$n^2 = \underbrace{99\dots9}_{20001} \underbrace{0\dots0}_{20002} - \underbrace{9\dots9}_{20002} = \underbrace{9\dots98}_{20000} \underbrace{0\dots01}_{20000}$$

$$\begin{aligned} n^3 &= \underbrace{9\dots98}_{20000} \underbrace{0\dots01}_{20000} \cdot \underbrace{9\dots9}_{20001} = \underbrace{99\dots98}_{20000} \underbrace{01\dots10}_{20000} - \underbrace{9\dots98}_{20000} \underbrace{01}_{20000} = \\ &= \underbrace{9\dots98}_{20000} \underbrace{0\dots010\dots0}_{20001} - \underbrace{9\dots98}_{20000} \underbrace{01}_{20000} = \underbrace{99\dots97}_{20000} \underbrace{0\dots029\dots9}_{20001} \end{aligned}$$

Последний разряд (40002) в большинстве равен 9, когда это же разряд в множественном равен 0 \Rightarrow международный разряд в множественном станет на 1 меньше ($8-1=7$). Для большинства первых разрядов множественного будем считать 20002 разряд множественного \Rightarrow результатом будет окончательно на 20001 меньше. Для большинства 20002 разряда выше придется считать 40002 разряд множественного, но т.к. в большинстве с 40002 на 20003 9, но на этот разряд в результате 0, а на 20002 2. т.о., меньше $20000 + 20009 = 40009$

Ответ: 40009.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№ 4.

Найдите наименьшее вероятность восстановления
предмета в коробке, когда игрок имеет
всего лишь 5 способов

$$C_n^5 = \frac{n!}{5!(n-5)!}$$

Теперь, найду наив-бо вероятности восстановления:

В восстановленной комбинации должны быть 3 коробки
одарки и две еще пакеты, т.е. вероятност
наименьший будет: C_{n-3}^2

$$C_{n-3}^2 = \frac{(n-3)!}{2!(n-5)!}$$

$$\text{Тогда, Вер.1} = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{(n-3)! \cdot 5!(n-5)!}{2!(n-5)! \cdot n!} = \frac{60}{n(n-1)(n-2)}$$

При разрывании открытых 9 коробок у игрока 9 способов
выбрать это:

$$C_n^9 = \frac{n!}{9!(n-9)!}$$

Их восстановление по аналогии с первыми четырьмя:

$$C_{n-3}^6 = \frac{(n-3)!}{6!(n-9)!}$$

, т.к. в первые четыре комбинации при выборе
и 6 шансов на две.

$$\text{Вер.2} = \frac{C_{n-3}^6}{C_n^9} = \frac{(n-3)! \cdot 9! (n-9)!}{6!(n-9)! \cdot n!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{n(n-1)(n-2)}$$

Вероятность двух событий в $\frac{\text{Вер.2}}{\text{Вер.1}}$ раз.

$$\frac{\text{Вер.2}}{\text{Вер.1}} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 (n-1)(n-2)}{n(n-1)(n-2) \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{3 \cdot 8 \cdot 7}{5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{42}{5} = 8,4$$

Ответ: в 8,4 раза.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

п5.

Нужно доказать, что значение $B_n = B_0 + (n-1)b$

Также нужно первое уравнение B_6 и B_7 , а второго B_5 и B_8

$$\textcircled{1}: x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$$

т.к. нужно два корня, то по т. Виетта:

$$B_6 + B_7 = a^2 - 4a$$

$$B_6 B_7 = a^2 - 6a + 4$$

$$\textcircled{2}: 5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$$

т.к. нужно два корня, то по т. Виетта:

$$B_5 + B_8 = \frac{a^3 - 4a^2}{5}$$

$$B_5 B_8 = \frac{1}{5}(-2a^3 - 6a - 15)a$$

Из пред. уравнения: $B_6 + B_7 = 2B_0 + 11b$

$$B_5 + B_8 = 2B_0 + 11b$$

т.е.

$$B_6 + B_7 = B_5 + B_8$$

$$a^2 - 4a = \frac{a^3 - 4a^2}{5} | \cdot 5$$

$$a^3 - 9a^2 + 20a = 0$$

$$a(a^2 - 9a + 20) = 0$$

$$a_1 = 0$$

$$a^2 - 9a + 20 = 0$$

$$\Delta = 81 - 80 = 1$$

$$a = \frac{-\Delta \pm \sqrt{\Delta}}{2}$$

$$a_2 = 5$$

$$a_3 = 4$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если $\alpha = \alpha_1 = 0$:

$$\textcircled{1} \quad x^2 + 4 = 0 \\ x^2 = -4 \quad \text{биквадр.} \Rightarrow \alpha_2 \text{ (не урз.)}$$

Если $\alpha = \alpha_2 = 5$:

$$\textcircled{2} \quad x^2 - 5x - 1 = 0$$

$$D = 25 + 4 = 29$$

$$b_6 = \frac{5 - \sqrt{29}}{2} \quad b_7 = \frac{5 + \sqrt{29}}{2}$$

$$\textcircled{3} \quad 5x^2 - 25x - 295 = 0 \quad | : 5$$

$$x^2 - 5x - 59 = 0$$

$$D = 25 + 236 = 261 = 9 \cdot 29$$

$$b_5 = \frac{5 - 3\sqrt{29}}{2} \quad b_2 = \frac{5 + 3\sqrt{29}}{2}$$

т.о., $\alpha_2 = 5$ урз-т, т.к. b_5, b_6, b_7, b_3 образуют
прогрессию с разностью $\sqrt{29}$.

Если $\alpha = \alpha_3 = 16$

$$\textcircled{4} \quad x^2 = 4 \quad \Rightarrow \quad b_6 = -2 \quad b_7 = 2$$

$$\textcircled{5} \quad 5x^2 = 167 \quad b_5 = -\sqrt{\frac{167}{5}} \quad b_8 = \sqrt{\frac{167}{5}}$$

Ну урз-т, т.к. $b_5 + b_6 = \text{целое}$ $b_7 + b_8 = \text{иррациональное}$
т.е. это приблизительное значение $b_6 + b_8 = \text{целое}$
значение которого здешнее иррациональное или целое число,
но форма не изменяется. т.к. $b_6 + b_8 = b_7 \Rightarrow b_6 - \text{целое}$ но $b_7 + b_8 = \text{иррациональное}$

Ответ: $\alpha = 5$.

L



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Помимо указанных частей четырехугольника в четырехугольнике K имеются бесконечные два сектора с углом α .

$$\cos \alpha = \frac{24}{46\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

$$\text{Таким образом, } S_K = \frac{\pi R^2}{2} - \frac{\pi r^2}{2} + 16 \cdot 8\sqrt{3} + 2 \left(\frac{\pi}{2} R^2 \left(\frac{30}{360} \right) - \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 8\sqrt{3} \right) = \\ = \frac{\pi R^2}{2} - \frac{\pi r^2}{2} + 128\sqrt{3} + \frac{\pi R^2}{6} - 24 \cdot 8\sqrt{3} = \\ = \frac{\pi}{2} \left(R^2 - r^2 + \frac{R^2}{3} \right) + 64\sqrt{3} = \frac{\pi}{2} (256 \cdot 3 - 256 + 256) - 64\sqrt{3} = \\ = 64(256\pi - 64\sqrt{3})$$

Ответ: $64(64\pi - \sqrt{3})$.

L

L

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

156.

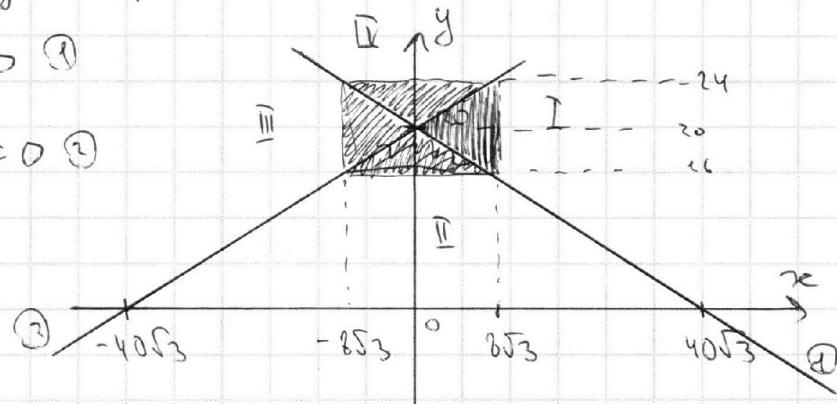
$$\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leq 8$$

Рассмотрим на координатной плоскости зону, где подобные выражения ненегативны.

Для этого проведём прямые:

$$y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} = 0 \quad (1)$$

$$y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} = 0 \quad (2)$$



$$(1): y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} + \frac{x}{2\sqrt{3}} + 20 - y \leq 8$$

$$\frac{x}{\sqrt{3}} \leq 8$$

при $x = 2\sqrt{3}$:

$$\textcircled{1}: y = x\sqrt{3}$$

$$x\sqrt{3} \leq 8\sqrt{3}$$

$$\textcircled{2}: y = x\sqrt{3} + 24$$

$$(2): -y + 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} - y + 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8$$

$$-2y \leq -32$$

при $y = 16$ $\textcircled{3}: x = 2\sqrt{3}$

$$y \geq 16$$

$$\textcircled{4}: x = -2\sqrt{3}$$

$$(3): -y + 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} + y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8$$

$$-\frac{x}{\sqrt{3}} \leq 8$$

при $x = -2\sqrt{3}$ $\textcircled{5}: y = 24$

$$x \geq -2\sqrt{3}$$

$$\textcircled{6}: y = 16$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

IV: $y - 20 + \frac{2x}{2\sqrt{3}} + y - 20 - \frac{2x}{2\sqrt{3}} \leq 2$

$$2y \leq 42$$

$$y \leq 21$$

При $y = 20$: ①: $x = -8\sqrt{3}$

②: $x = 8\sqrt{3}$

т.о., приуроченная к прямой со стоянками

$16\sqrt{3}$ (координата или ходим) и 2 (координата оружия) и центром в точке $(0; 20)$.

При изображении расстояния между точками. т.о., изображение и расстояние о координатах координат до точки приурочены.

Найдем расстояние, где имеем изображение расстояния между координатами изображения и точкой ср. Ф будем заменять координатами с точкой расстояниями, а где имеем изображение расстояния внутри этой фигуры не будем заменять изображение координатами + будем заменять по изображению координатами в правой изображении.

т.е. изображение М примет следующий вид:

Изображение расстояние в т. А (точка 1)

до ближайшего торца) = $r = 16$

Изображение расстояние к т. В (C), т.к.

расстояние до ВС 24, то изображение копирец

в изображении первое в изображении изображ.

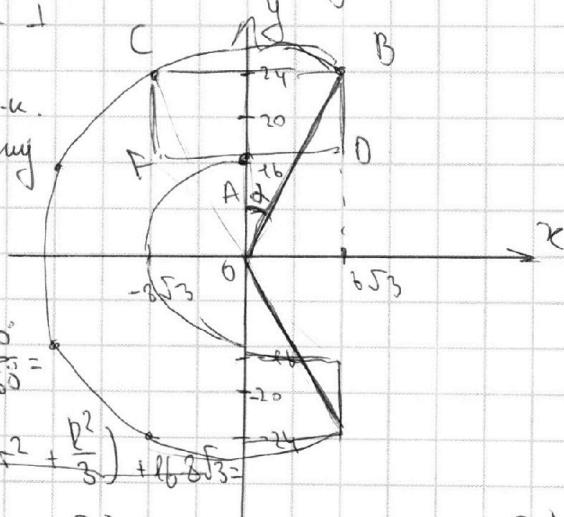
Аналогично В BD и C F. Следов. о,

$$R = \sqrt{16^2 + (8\sqrt{3})^2} = 16\sqrt{3}$$

Тогда, $S_{\text{нр}} = \frac{\pi R^2}{2} - \frac{\pi r^2}{2} + \frac{2\pi R^2 \cdot 30^\circ}{360^\circ} =$

$$= \frac{\pi R^2}{2} - \frac{\pi r^2}{2} + 16\sqrt{3} + \frac{\pi R^2}{6} = \frac{\pi}{2}(R^2 - r^2 + \frac{R^2}{3}) + 16\sqrt{3} =$$

$$= \frac{\pi}{2}(256\sqrt{3} - 256 + 256) + 16\sqrt{3} = 128(3\pi + \sqrt{3}) \quad \text{Ответ: } 128(3\pi + \sqrt{3}).$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x_8 + x_7 = \alpha^2 - 4\alpha$$

$$4+7=11$$

$$x_6 + x_7 = \alpha^2 - 6\alpha + 4$$

$$5+6=11$$

$$x_5 + x_8 = \frac{\alpha^3 - 4\alpha^2}{5}$$

$$x_5 x_8 = \frac{-2\alpha^3 - 6\alpha - 15}{5}$$

$$\alpha^2 - 4\alpha = \frac{\alpha^3 - 4\alpha^2}{5}$$

$$5\alpha^2 - 20\alpha = \alpha^3 - 4\alpha^2$$

$$\alpha^3 - 9\alpha^2 + 20\alpha = 0$$

$$\alpha(\alpha^2 - 9\alpha + 20) = 0$$

$$\alpha = 0$$

$$\alpha^2 - 9\alpha + 20 = 0$$

$$\Delta = 81 - 80 = 1$$

$$\alpha = \frac{9 \pm 1}{2}$$

$$\alpha_1 = 5 \quad \alpha_2 = 4$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}| + |y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}| \leq 8$$

$$y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \geq 0 \quad 2y - 40 + \frac{x^2}{3} \geq 0$$

$$y = 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} = 0$$

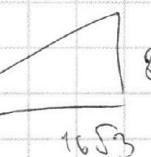
$$178 \cdot 3 = 64 \cdot 6$$

$$x = 40\sqrt{3}$$

$$\textcircled{I} \quad y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} + 20 - y \leq 8$$

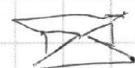
$$y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} = 0$$

$$y = 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}$$



$$\frac{x}{\sqrt{3}} \leq 8 \quad \cos 2 = \frac{6}{16\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x \leq 8\sqrt{3}$$



$$\textcircled{II} \quad 20 - y - \frac{x}{2\sqrt{3}} - y + 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8$$

$$40 - 2y \leq 8$$

$$20 - y \leq 8$$

$$y \geq 12$$

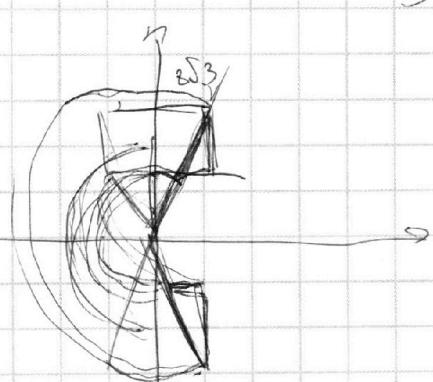
$$256 \cdot 3 + 64 = 64(17+1) = 64 \cdot 18$$

$$\frac{x}{2\sqrt{3}} = 8 \quad x = 16\sqrt{3}$$

$$\frac{20}{2\sqrt{3}} = 4$$

$$\frac{8\sqrt{3}}{24} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ \times 24 \\ \hline 96 \end{array}$$



$$\textcircled{III} \quad 20 - y - \frac{x}{2\sqrt{3}} + y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8$$

$$\frac{x}{\sqrt{3}} \geq -8 \quad \frac{64}{192} \geq -8$$

$$x \geq -8\sqrt{3}$$

$$\textcircled{IV} \quad y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} + y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \geq 8$$

$$2y \leq 48$$

$$y \leq 24$$

$$24^2 + 64 \cdot 3 = 576 + 192 = 768$$

$$\begin{array}{r} 576 \\ + 192 \\ \hline 768 \end{array} = 384 \cdot 2 = 4 \cdot 192 = 8 \cdot 96 = 16 \cdot 48 = 16^2 \cdot 3$$

IV



$$\sqrt{12}^2 \frac{30^\circ}{360^\circ}$$

I



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{\pi}{2} \left(R^2 - r^2 + \frac{R^2}{3} \right) + \cancel{16\pi} 16 \cdot 8\sqrt{3} = -250 - 30 - 25 = -295$$

$$= \frac{256}{2} (256 - 256 + 256) + 128\sqrt{3} = 128(3\sqrt{6} + \sqrt{3})$$

$$\begin{array}{r} 235 \\ \times 59 \\ \hline 225 \end{array} \quad \begin{array}{r} 359 \\ \times 4 \\ \hline 236 \end{array} \quad -128 - 24 - 15 = -152 - 15 = -167$$

$135 + 46 + 90 + x = 365$

$$\begin{array}{r} \overline{26} \\ \underline{-24} \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} |3 \\ \hline 87 \end{array}$$

15	1	-8	14	12	2
4	1	-4	-2	4	
4	1	-12			
3	1	0	14		

	1	-8	(4)	(2)	3
2	1	-6	2		1
-2	1	-10	(34)		

$$x_1 + x_2 = a^2 - 4a$$

$$x_1 x_2 = a^2 - 6a + 4$$

$$(x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 = a^2 - b^2 = a^4 - 8a^3 + 16a^2 - 2a^2 + 17a - 8 =$$

$$= \boxed{a^4 - 8a^3 + 14a^2 + 12a + 8}$$

$$167 = \frac{1}{10}$$

$$D = 4 + 3 = 17$$

$$x = \frac{2 \pm 4}{-6}$$

$$\begin{array}{r} 87 \\ \times 3 \\ \hline 29 \end{array}$$

$$x = -1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$xy = -6x + x^2$$

$$yx = -6x + x^2$$

$$x^2 = -6y + y^2$$

$$yx = -6x + y^2 - 6y$$

$$y^2 - y(6+x) - 6x = 0$$

$$y(x-y) + 6(x+y) = 0$$

$$D = 36 + 12x + x^2 + 24x$$

$$y^2 - 6y - x^2 = 0$$

$$D = 36 + 4x^2 = 4(y + x^2)$$

$$y = \frac{6 \pm 2\sqrt{9+x^2}}{2} = 3 \pm \sqrt{9+x^2}$$

$$y = 3 + \sqrt{9+x^2}$$

$$3x + x\sqrt{9+x^2} = -6x + x^2$$

$$9x \quad 3 + \sqrt{9+x^2} = -6 + x$$

$$\sqrt{9+x^2} = x - 9$$

$$9 + x^2 = x^2 - 18x + 81$$

$$18x = 72$$

$$x = \frac{72}{18} = 4$$

$$z = 4$$

$$y = 3 + 5 = 8$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№ 5.

$$a_n = a_0 + d(n-1)$$

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$$

$$5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$$

$$\Delta = (a^2 - 4a)^2 - 4a^2 + 24a - 16 =$$

$$x_1 + x_2 = a^2 - 4a$$

$$x_1 x_2 = a^2 - 6a + 4$$

$$= a^4 - 8a^3 + 16a^2 - 4a^2 + 24a - 16 =$$

$$= a^4 - 8a^3 + 12a^2 + 24a - 16$$

$$9 \cdot 9 \cdot 9 = 29 \cdot 9 = 729$$

2

$$\begin{array}{r} \times 99 \\ \times 99 \\ \hline 891 \\ 6981 \\ \hline 9809 \end{array}$$

$$\underbrace{99\dots 99}_{20001} - 10 = \underbrace{99\dots 99}_{20001} \underbrace{80\dots 01}_{20000} =$$

$$\begin{array}{r} | -8 | 12 | 24 | -16 \\ 4 | 1 -4 | 4 | 8 | 16 \\ 2 | 1 -6 | 0 | 24 \\ \hline 2 | 1 -10 | 32 | -40 \\ -4 | 1 -12 | 60 \\ \hline -8 | 1 -16 | - \\ 16 | 1 | 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} | -8 | 12 | 24 | -16 \\ 4 | 1 -4 | 4 | 8 | 16 \\ 2 | 1 -6 | 0 | 24 \\ \hline 2 | 1 -10 | 32 | -40 \\ -4 | 1 -12 | 60 \\ \hline -8 | 1 -16 | - \\ 16 | 1 | 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} | -8 | 12 | 24 | -16 \\ 4 | 1 -4 | 4 | 8 | 16 \\ 2 | 1 -6 | 0 | 24 \\ \hline 2 | 1 -10 | 32 | -40 \\ -4 | 1 -12 | 60 \\ \hline -8 | 1 -16 | - \\ 16 | 1 | 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} | -8 | 12 | 24 | -16 \\ 4 | 1 -4 | 4 | 8 | 16 \\ 2 | 1 -6 | 0 | 24 \\ \hline 2 | 1 -10 | 32 | -40 \\ -4 | 1 -12 | 60 \\ \hline -8 | 1 -16 | - \\ 16 | 1 | 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} | -8 | 12 | 24 | -16 \\ 4 | 1 -4 | 4 | 8 | 16 \\ 2 | 1 -6 | 0 | 24 \\ \hline 2 | 1 -10 | 32 | -40 \\ -4 | 1 -12 | 60 \\ \hline -8 | 1 -16 | - \\ 16 | 1 | 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} | -8 | 12 | 24 | -16 \\ 4 | 1 -4 | 4 | 8 | 16 \\ 2 | 1 -6 | 0 | 24 \\ \hline 2 | 1 -10 | 32 | -40 \\ -4 | 1 -12 | 60 \\ \hline -8 | 1 -16 | - \\ 16 | 1 | 8 \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 10 \cdot 9 + 10 \cdot 9 + \dots + 10 \cdot 9 + 9 \\ 20000 \end{array} \right.$$

$$999 \quad 999^2 = 1000 \cdot 999 - 999 = 999000 - 999 =$$

$$= 998001 \cdot 999000 - 999001 =$$

$$= \cancel{998001} \cancel{1000} - 999001$$

$$\underline{998001}$$

$$\underline{997002999}$$

$$\underbrace{993\dots 98}_{20000} \underbrace{0\dots 01}_{20000} - 10 = \underbrace{9\dots 98}_{20000} \underbrace{0\dots 01}_{20000} =$$

$$= \underbrace{9\dots 9}_{20000} + \underbrace{0\dots 02}_{20000} \underbrace{9\dots 9}_{20000}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{1} \quad C_n^5 = \frac{n!}{5!(n-5)!} - \text{беск. вариантов}$$

C

$$C_{n-3}^2 = \frac{(n-3)!}{2!(n-5)!} - \text{нек. беск. вариантов}$$

вариант

$$\text{Вер: } \frac{(n-3)! \cdot 5! \cdot (n-8)!}{2 \cdot (n-5)! \cdot n!} = \frac{60}{n(n-1)(n-2)}$$

\textcircled{2}

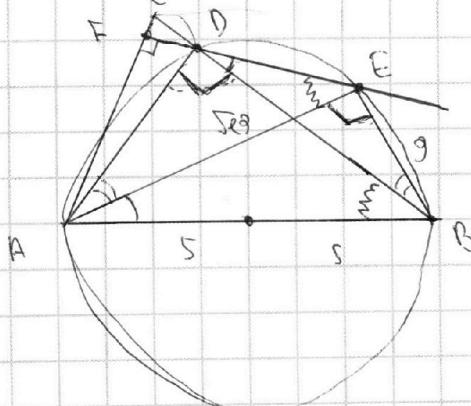
$$C_n^9 = \frac{n!}{9!(n-9)!} - \text{беск. } 000|000|000$$

$$C_{n-3}^6 = \frac{(n-3)!}{6!(n-9)!} - \text{вариант}$$

$$\text{Вер: } \cancel{\frac{9! \cdot 8! \cdot 7!}{8! \cdot (n-9)! \cdot (n-3)!}} \quad \frac{(n-3)! \cdot 9! \cdot (n-9)!}{6!(n-9)! \cdot n!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{n(n-1)(n-2)}$$

$$\frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{6 \cdot 7}{5} = \frac{42}{5} = \frac{84}{10} = 8,4$$

| AF-? |



$$AC = 2R$$

$$AB = l_0$$

$$BE = 9$$

$$\frac{DE}{\sin \alpha} = 2R \quad x^2 = l_0^2$$

$$8l_0 + x^2 = l_0^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 & xy = z(z-6) \Rightarrow (z-6) = \frac{x^2y}{z} \\ yz = -6x + x^2 & \Rightarrow y = \frac{-6x + x^2}{z} \quad (x-6) = \frac{zy}{x} \\ zx = -6y + y^2 & \quad \quad \quad (y-6) = \frac{xz}{y} \end{cases}$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = \frac{z^2y^2}{x^2} + \frac{x^2z^2}{y^2} + \frac{y^2x^2}{z^2} = \\ = \frac{z^2y^4 + x^4z^2}{x^2y^2} + \frac{x^2y^2}{z^2} = \frac{z^4y^4 + x^4z^4 + x^4y^4}{x^2y^2z^2}$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = x^2 - 12x + 36 + y^2 - 12y + 36 + z^2 - 12z + 36 = \\ = yz + 6x - 12x + 36 + zx + 6y - 12y + 36 + xy + 6z - 12z + 36 = \\ = xy + yz + zx - 6x - 6y - 6z + 36 + 36 + 36$$

(1) $x = z$

$$-6x^2 + x^3 = -6z^2 + z^3$$

$$x^3 - z^3 = 6x^2 - 6z^2$$

$$(x-z)(x^2 + xz + z^2) = 6(x-z)(x+z)$$

$$(x-z)(x^2 + xz + z^2 - 6x - 6z) = 0$$

$$x = z$$

$$x^2 + x(z-6) + z(z-6) = 0$$

$$\Delta = (z-6)^2 - 4z(z-6) = (z-6)(z-6-4z) = \\ = (z-6)(-6-3z) = -3(z-6)(z+2)$$