



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leq 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 & \text{I} \\ yz = -6x + x^2 & \text{II} \\ zx = -6y + y^2 & \text{III} \end{cases}$$

$$\left(\frac{xy}{z}\right)^2 + \left(\frac{yz}{x}\right)^2 + \left(\frac{zx}{y}\right)^2 = ?$$

$$\frac{x}{z} = \frac{-6z + z^2}{-6x + x^2}$$

$$-6x^2 + x^3 = -6z^2 + z^3$$

$$6(z-x)(z+x) + (x-z)(x^2+zx+z^2) = 0$$

$$6(z-x)(z+x-x^2-zx-z^2) = 0$$

$$z = x$$

$$z^2 + zx - x - z + x^2 = 0$$

$$\textcircled{1}$$

$$\textcircled{2}$$

$$\textcircled{3}$$

$$z^2 + z(x-1) - x + x^2 = 0$$

$$\begin{aligned} D &= x^2 - 2x + 1 + 4x - 4x^2 = \\ &= -3x^2 - 2x + 1 = \\ &= (3x-1)(x+1) \end{aligned}$$

$$z = \frac{1-x \pm \sqrt{(3x-1)(x+1)}}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

52.

$$n = \underbrace{99 \dots 99}_{20001}$$

$$n^2 = \underbrace{99 \dots 99}_{20001} \cdot \underbrace{99 \dots 99}_{20001} = \underbrace{99 \dots 99}_{20001} \cdot 10^{20001} - \underbrace{99 \dots 99}_{20001} =$$

$$= \underbrace{99 \dots 99}_{20001} \underbrace{0 \dots 0}_{20001} - \underbrace{9 \dots 9}_{20001}$$

Т.к. кол-во нулей в умножении (в конце) равно кол-во 9 в вычитаемом в конце, то 20002 разряд в умножении уменьшится на 1. Соответствие в разрядах умножения с 20002 до 2 будет 9, а в 1 будет 10, но т.к. вычитаемая $\underbrace{9 \dots 9}_{20001}$, то в итоге будет 20000 нулей и 1.

$$n^2 = \underbrace{99 \dots 9}_{20001} \underbrace{0 \dots 0}_{20001} - \underbrace{9 \dots 9}_{20001} = \underbrace{9 \dots 98}_{20000} \underbrace{0 \dots 01}_{20000}$$

$$n^3 = \underbrace{9 \dots 98}_{20000} \underbrace{0 \dots 01}_{20000} \cdot \underbrace{9 \dots 9}_{20001} = \underbrace{99 \dots 980 \dots 01}_{20000} \cdot 10^{20001} - \underbrace{9 \dots 980 \dots 01}_{20000} \underbrace{0 \dots 01}_{10000} =$$

$$= \underbrace{9 \dots 980 \dots 01}_{20000} \underbrace{0 \dots 0}_{20000} \underbrace{0 \dots 0}_{20001} - \underbrace{9 \dots 980 \dots 01}_{20000} \underbrace{0 \dots 01}_{20000} = \underbrace{99 \dots 970 \dots 029 \dots 9}_{20000} \underbrace{0 \dots 0}_{20000} \underbrace{0 \dots 01}_{20001}$$

Последний разряд (40002) в вычитаемом равен 9, тогда этот же разряд в умножении равен 0 $\Rightarrow$ предыдущий разряд в умножении станет на 1 меньше ($0-1=9$). Для вычитания первого разряда вычитаемого будет заимствован 20002 разряд умножения $\Rightarrow$ результат будет оканчиваться на 20001 нулем. Для вычитания 20002 разряда выч. придется заимств. 40002 разряд умножения, но т.к. в вычитаемом с 40002 до 20003 9, то на этих разрядах в результате 0, а на 20002 2. Т.е., получим $20000 + 20001 = 40001$

Ответ: 40001.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

54.

Найдем первоначальную вероятность выигрыша. Пусть взяли n коробок, тогда игрок может выбрать из них 5 C_n^5 способами.

$$C_n^5 = \frac{n!}{5!(n-5)!}$$

Теперь, найду все-во выигрышных комбинаций:

В выигрышной комбинации должно быть 3 коробки с шариками и две еще каких-то, т.е. выигрышная комбинация будет: C_{n-3}^2

$$C_{n-3}^2 = \frac{(n-3)!}{2!(n-5)!}$$

$$\text{Тогда, Вер.1} = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{(n-3)! \cdot 5! \cdot (n-5)!}{2! \cdot (n-5)! \cdot n!} = \frac{60}{n(n-1)(n-2)}$$

При разрешении открыть 3 коробки у игрока C_n^9 способов узнать это:

$$C_n^9 = \frac{n!}{9!(n-9)!}$$

Во выигрышной по описанию с первого шарика:

$$C_{n-3}^6 = \frac{(n-3)!}{6!(n-9)!}$$

, т.е. в верной комбинации три шарика и 6 каких-то новых.

$$\text{Вер.2} = \frac{C_{n-3}^6}{C_n^9} = \frac{(n-3)! \cdot 9! \cdot (n-9)!}{6! \cdot (n-9)! \cdot n!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{n(n-1)(n-2)}$$

Вероятность увеличится в $\frac{\text{Вер.2}}{\text{Вер.1}}$ раз.

$$\frac{\text{Вер.2}}{\text{Вер.1}} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot (n-1)(n-2)}{n(n-1)(n-2) \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{42}{5} = 8,4$$

Ответ: в 8,4 раза.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

15.

Пусть арифм. прогрессия $b_n = b_0 + (n-1)b$

Тогда корни первого уравнения b_6 и b_7 , а второго b_5 и b_8

①: $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$

т.к. корни, два корня, то по т. Виетта:

$$b_6 + b_7 = a^2 - 4a$$

$$b_6 b_7 = a^2 - 6a + 4$$

②: $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$

т.к. корни, два корня, то по т. Виетта:

$$b_5 + b_8 = \frac{a^3 - 4a^2}{5}$$

$$b_5 b_8 = \frac{1}{5}(-2a^3 - 6a - 15)a$$

из ариф. прогрессии: $b_6 + b_7 = 2b_0 + 11b$

$$b_5 + b_8 = 2b_0 + 12b$$

т.е.

$$b_6 + b_7 = b_5 + b_8$$

$$a^2 - 4a = \frac{a^3 - 4a^2}{5} \quad | \cdot 5$$

$$a^3 - 9a^2 + 20a = 0$$

$$a(a^2 - 9a + 20) = 0$$

$$a_1 = 0$$

$$a^2 - 9a + 20 = 0$$

$$D = 81 - 80 = 1$$

$$a = \frac{9 \pm 1}{2}$$

$$a_2 = 5$$

$$a_3 = 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Еще $a = a_1 = 0$:

$$\textcircled{1} \quad x^2 + 4 = 0 \\ x^2 = -4 \quad \text{уравнв.} \Rightarrow a_1 \text{ (не ур.)}$$

Еще $a = a_2 = 5$:

$$\textcircled{1} \quad x^2 - 5x - 4 = 0$$

$$D = 25 + 4 = 29$$

$$b_6 = \frac{5 - \sqrt{29}}{2} \quad b_7 = \frac{5 + \sqrt{29}}{2}$$

$$\textcircled{2} \quad 5x^2 - 25x - 295 = 0 \quad | : 5$$

$$x^2 - 5x - 59 = 0$$

$$D = 25 + 236 = 261 = 9 \cdot 29$$

$$b_5 = \frac{5 - 3\sqrt{29}}{2} \quad b_8 = \frac{5 + 3\sqrt{29}}{2}$$

Т.о., $a_2 = 5$ ур.-т., т.к. b_5, b_6, b_7, b_8 образуют
арифм. прогрессию с разностью $\sqrt{29}$.

Еще $a = a_3 = 4$

$$\textcircled{1} \quad x^2 = 4 \quad \Rightarrow \quad b_6 = -2 \quad b_7 = 2$$

$$\textcircled{2} \quad 5x^2 = 167 \quad b_5 = -\sqrt{\frac{167}{5}} \quad b_8 = \sqrt{\frac{167}{5}}$$

И ур.-т., т.к. $b_5 + b_8 = \text{целое}$ $b_7 + b_6 = \text{иррациональное}$
т.е. мы прибавляем, вычитаем, но $b_6 + b_8 = \text{целое}$
разность которых даёт или иррациональное или целое число,
что быть не может. Из $b_6 + b_8 = b_7 \Rightarrow b_8 = \text{целое}$, но $b_7 + b_6 = \text{иррац.}$
(противоречие)

Ответ: $a = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Нужно указать центр и радиус в мезиорах
мезиора M имеет радиус 8 и центр с углом α .

$$\cos \alpha = \frac{24}{16\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

$$\text{Тога, } S_M = \frac{\pi R^2}{2} - \frac{\pi r^2}{2} + 16 \cdot 8\sqrt{3} + 2 \left(\frac{\pi R^2}{360} \left(\frac{30}{360} \right) - \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 8\sqrt{3} \right) =$$

$$= \frac{\pi R^2}{2} - \frac{\pi r^2}{2} + 128\sqrt{3} + \frac{\pi R^2}{6} - 24 \cdot 8\sqrt{3} =$$

$$= \frac{\pi}{2} \left(R^2 - r^2 + \frac{R^2}{3} \right) + 64\sqrt{3} = \frac{\pi}{2} (256 \cdot 3 - 256 + 256) - 64\sqrt{3} =$$

$$= 64(256 - \sqrt{3}) \quad 64(600 - \sqrt{3})$$

$$\text{Ответ: } 64(600 - \sqrt{3}).$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

156.

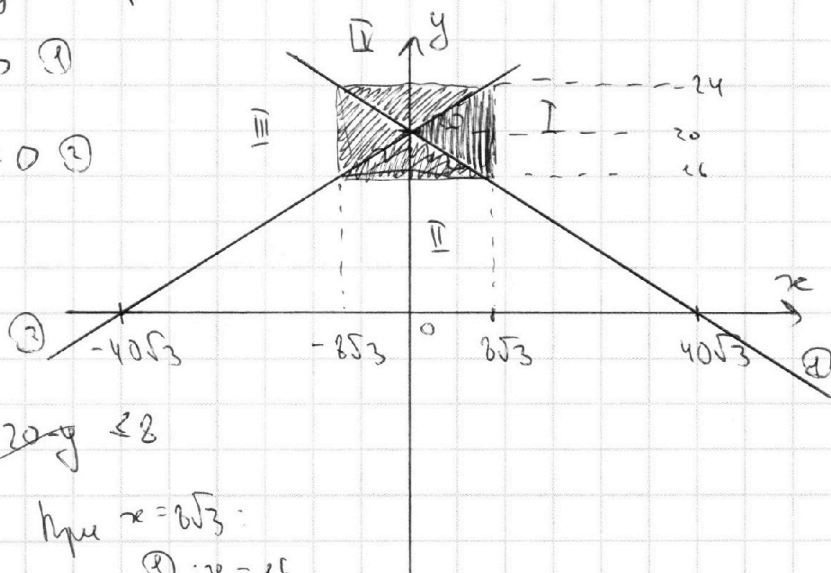
$$\left| y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \right| + \left| y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \right| \leq 8$$

Решим на координатной плоскости, где координатные выражения неотрицательны / отрицательны.

Для этого проведем прямые:

$$y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} = 0 \quad (1)$$

$$y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} = 0 \quad (2)$$



$$(I): y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} + \frac{x}{2\sqrt{3}} + 20 - y \leq 8$$

$$\frac{x}{\sqrt{3}} \leq 8$$

$$x \leq 8\sqrt{3}$$

$$\text{при } x = 8\sqrt{3}:$$

$$(1): y = 16$$

$$(2): y = 24$$

$$(II): -y + 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} - y + 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8$$

$$-2y \leq -32$$

$$y \geq 16$$

$$\text{при } y = 16 \quad (1): x = 8\sqrt{3}$$

$$(2): x = -8\sqrt{3}$$

$$(III): -y + 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} + y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8$$

$$-\frac{x}{\sqrt{3}} \leq 8$$

$$x \geq -8\sqrt{3}$$

$$\text{при } x = -8\sqrt{3} \quad (1): y = 24$$

$$(2): y = 16$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{IV}: y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} + y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8$$

$$2y \leq 48$$

$$y \leq 24$$

$$\text{При } y = 24 \textcircled{1}: x = -8\sqrt{3}$$

$$\textcircled{2}: x = 8\sqrt{3}$$

Т.о., фигура CP — это прямоугольник со сторонами $16\sqrt{3}$ (горизонтальная сторона) и 8 (вертикальная сторона) и центром в точке $(0; 20)$.

При повороте сохраняются расстояния между точками. Т.о., Т.о., сохраняются и расстояния от каждой координат до точек фигуры CP . Следовательно, за счет наименьшего расстояния между каждой координат и точкой CP будет замечена наименьшая дистанция с точкой CP , а за счет наименьшего расстояния внутри этой фигуры не будет замечена наименьшая дистанция + будут замечены все возможные расстояния в правой половине.

Т.е. моменты M примет следующий вид:

Наименьшее расстояние в т. А (или в др. симметричной точке) = $r = 16$

Наибольшее расстояние к т. В(С), т.е. расстояние до ВС 24 , наименьшее расстояние в данном случае в углу из вершин.

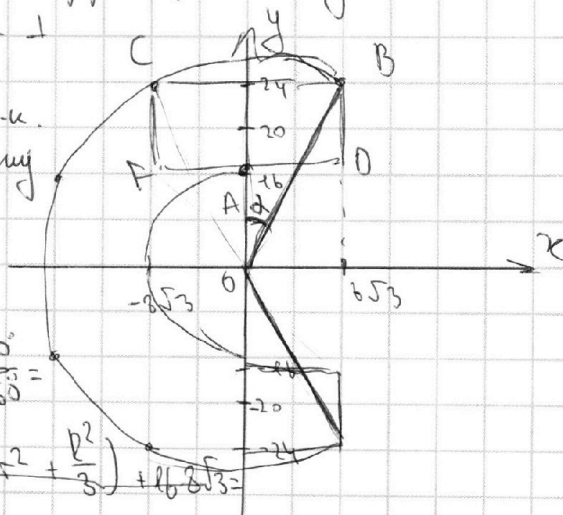
Аналогично в В(С) и С(В). Следовательно,

$$R = \sqrt{24^2 + (8\sqrt{3})^2} = 16\sqrt{3}$$

$$\text{Получим, } S_H = \frac{\pi R^2}{2} - \frac{\pi r^2}{2} + \frac{2 \cdot 16 \cdot 8\sqrt{3}}{360} =$$

$$= \frac{\pi R^2}{2} - \frac{\pi r^2}{2} + 16\sqrt{3} + \frac{\pi R^2}{6} = \frac{\pi}{2} \left(R^2 - r^2 + \frac{R^2}{3} \right) + 16\sqrt{3} =$$

$$= \frac{\pi}{2} (256 - 256 + 256) + 128\sqrt{3} = 128(3\sqrt{3} + \sqrt{3}) \quad \text{Ответ: } 128(3\sqrt{3} + \sqrt{3})$$



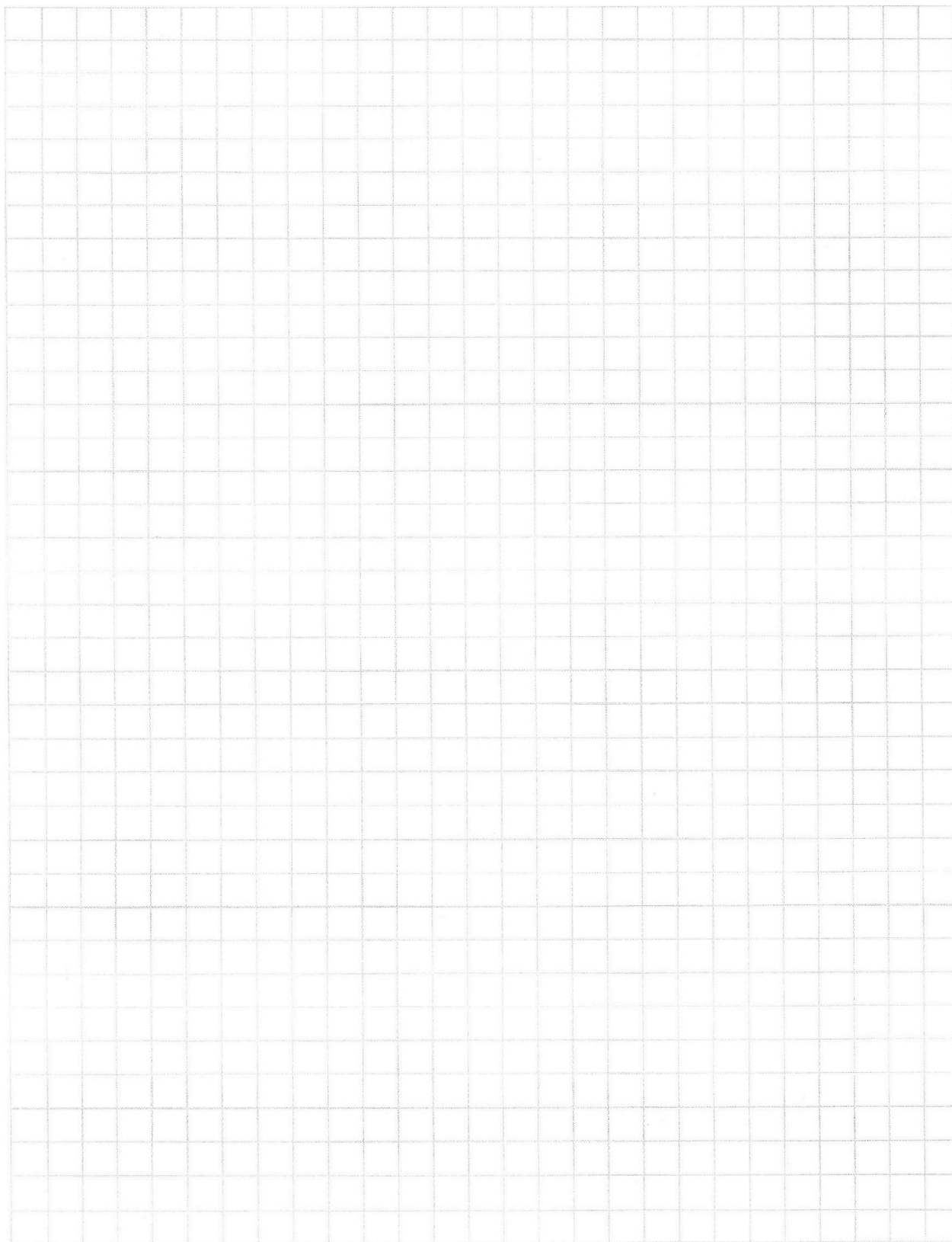


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x_6 + x_7 = a^2 - 4a$$

$$x_6 x_7 = a^2 - 6a + 4$$

$$x_3 + x_8 = \frac{a^3 - 4a^2}{5}$$

$$x_5 x_2 = \frac{-2a^3 - 6a - 15}{5}$$

$$a^2 - 4a = \frac{a^3 - 4a^2}{5}$$

$$5a^2 - 20a = a^3 - 4a^2$$

$$a^3 - 9a^2 + 20a = 0$$

$$a(a^2 - 9a + 20) = 0$$

$$a = 0$$

$$a^2 - 9a + 20 = 0$$

$$D = 81 - 80 = 1$$

$$a = \frac{9 \pm 1}{2}$$

$$a_1 = 5$$

$$a_2 = 4$$

$$4 + 7 = 11$$

$$5 + 6 = 11$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}| + |y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}| \leq 8$$

$$xy^2 = (x^2 - 64)(y^2 - 64)$$

$$y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \geq 0 \quad xy^2 = x^2 y^2$$

$$y = 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} = 0$$

$$178 \cdot 3 = 64 \cdot 6$$

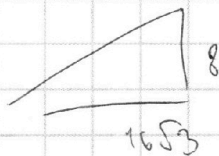
$$x = 40\sqrt{3}$$

$$\textcircled{I} \quad y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} + \frac{x}{2\sqrt{3}} + 20 - y \leq 8$$

$$\frac{x}{\sqrt{3}} \leq 8 \quad \cos 2 = \frac{24}{16\sqrt{3}} = \frac{6}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} = 0$$

$$y = 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}$$



$$x \leq 8\sqrt{3}$$

$$\textcircled{II} \quad 20 - y - \frac{x}{2\sqrt{3}} - y + 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8$$

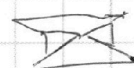
$$40 - 2y \leq 8$$

$$20 - y \leq 4$$

$$256 \cdot 3 + 64 =$$

$$= 64(12+1) = 64 \cdot 13$$

$$\frac{x}{2\sqrt{3}} = 8 \quad x = 16\sqrt{3}$$



$$\frac{x}{2\sqrt{3}} = 4$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{24} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$y \geq 16$$

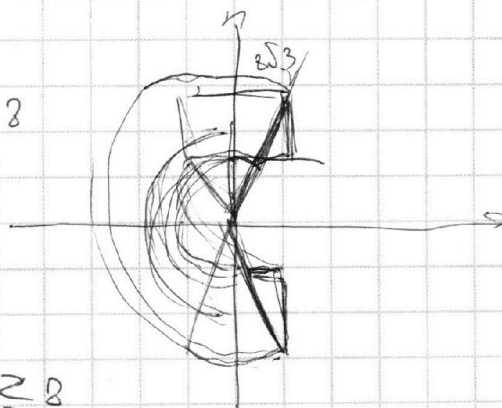
$$\frac{20}{24} = \frac{5}{6}$$

$$\textcircled{III} \quad 20 - y - \frac{x}{2\sqrt{3}} + y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8$$

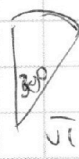
$$\frac{x}{\sqrt{3}} \geq -8$$

$$x \geq -8\sqrt{3}$$

$$\frac{164}{192}$$



$$\textcircled{IV} \quad y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} + y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \geq 8$$



$$2y \leq 48$$

$$y \leq 24$$

$$24^2 + 64 \cdot 3 = 576 + 192$$

$$\frac{576}{768} + \frac{192}{768}$$

$$= 384 \cdot 2 = 4 \cdot 192 = 8 \cdot 96 = 16 \cdot 48 = 16^2 \cdot 3$$

$$x = -1$$
$$x = \frac{1}{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$xy = -6x + x^2$$

$$yx = -6x + x^2$$

$$x^2 = -6y + y^2$$

$$yx = -6x + y^2 - 6y$$

$$y^2 - y(6+x) - 6x = 0$$

$$y(x-y) - 6(x+y) = 0$$

$$D = 36 + 12x + x^2 + 24x$$

$$y^2 - 6y - x^2 = 0$$

$$D = 36 + 4x^2 = 4(9 + x^2)$$

$$y = \frac{6 \pm 2\sqrt{9+x^2}}{2} = 3 \pm \sqrt{9+x^2}$$

$$y = 3 + \sqrt{9+x^2}$$

$$3x + x\sqrt{9+x^2} = -6x + x^2$$

$$9x \quad 3 + \sqrt{9+x^2} = -6 + x$$

$$\sqrt{9+x^2} = x - 9$$

$$9 + x^2 = x^2 - 18x + 81$$

$$18x = 72$$

$$x = \frac{72}{18} = 4$$

$$x = 4$$

$$y = 3 + 5 = 8$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

155.

$$a_n = a_0 + a(n-1)$$

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$$

$$5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$$

$$D = (a^2 - 4a)^2 - 4(a^2 - 6a + 4) =$$

$$x_1 + x_2 = a^2 - 4a$$

$$x_1 x_2 = a^2 - 6a + 4$$

$$\underbrace{99 \dots 99}_{20001} - \underbrace{10}_{20001} = \underbrace{99 \dots 99}_{20001} - \underbrace{99 \dots 99}_{20000} = \underbrace{99 \dots 99}_{20000} \dots 001$$

$$= a^4 - 8a^3 + 16a^2 - 4a^2 + 24a - 16 =$$

$$= a^4 - 8a^3 + 12a^2 + 24a - 16$$

1	-8	12	24	-16
4	-4	4	8	-16
2	-6	0	24	
-2	-10	32	-40	
-4	-12	60		
8	0	12		
-8	-16			
16	8			

$$9 \cdot 9 \cdot 9 = 81 \cdot 9 = 729$$

$$\begin{array}{r} 99 \\ \times 99 \\ \hline 891 \\ 8910 \\ \hline 9801 \\ \times 99 \\ \hline 88209 \\ 882090 \\ \hline 970299 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 99999999 \\ 99999999 \\ \hline 999999990 \\ 999999990 \end{array}$$

$$10 \cdot 9 + 10^2 \cdot 9 + \dots + 10 \cdot 9 + 9$$

$$999 \cdot 999^2 = 1000 \cdot 999 - 999 = 999000 - 999 =$$

$$= 998001 - 999000 - 999001 =$$

$$\begin{array}{r} 99999999 \\ \times 999 \\ \hline 9980010000 \\ 998001 \\ \hline 997002999 \end{array}$$

$$\underbrace{99999999}_{20000} - \underbrace{99999999}_{20000} =$$

$$= \underbrace{9 \dots 9}_{20000} + \underbrace{0 \dots 0}_{20000} \cdot 2 \cdot \underbrace{9 \dots 9}_{20000}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

① $C_n^5 = \frac{n!}{5! \cdot (n-5)!}$ - всего вариантов

$C_{n-3}^2 = \frac{(n-3)!}{2! \cdot (n-5)!}$ - количество вариантов

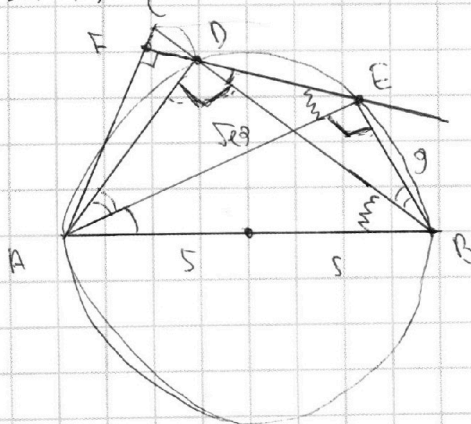
Вер: $\frac{(n-3)! \cdot 5! \cdot (n-5)!}{2! \cdot (n-5)! \cdot n!} = \frac{60}{n(n-1)(n-2)}$

② $C_n^9 = \frac{n!}{9! \cdot (n-9)!}$ - всего 000|000|000

$C_{n-3}^6 = \frac{(n-3)!}{6! \cdot (n-9)!}$ - вариантов

Вер: $\frac{n! \cdot 6! \cdot (n-9)!}{9! \cdot (n-9)! \cdot (n-3)!} = \frac{(n-3)! \cdot 9! \cdot (n-9)!}{6! \cdot (n-9)! \cdot n!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{n(n-1)(n-2)}$

$\frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{6 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{6 \cdot 7}{5} = \frac{42}{5} = \frac{84}{10} = 8.4$



AC=20
AB=20
BE=9

$8^2 + x^2 = 100$
 $\frac{DE}{\sin \alpha} = 2R$ $x^2 = 29$

AF=?



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 & xy = z(z-6) \Rightarrow (z-6) = \frac{xy}{z} \\ yz = -6x + x^2 & \Rightarrow y = \frac{-6x + x^2}{z} & (x-6) = \frac{zy}{z} \\ zx = -6y + y^2 & & (y-6) = \frac{xz}{y} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 &= \frac{z^2 y^2}{x^2} + \frac{x^2 z^2}{y^2} + \frac{x^2 y^2}{z^2} = \\ &= \frac{z^2 y^4 + x^4 z^2}{x^2 y^2} + \frac{x^2 y^2}{z^2} = \frac{z^4 y^4 + x^4 z^4 + x^4 y^4}{x^2 y^2 z^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 &= x^2 - 12x + 36 + y^2 - 12y + 36 + z^2 - 12z + 36 = \\ &= yz + 6x - 12x + 36 + zx + 6y - 12y + 36 + xy + 6z - 12z + 36 = \\ &= xy + yz + zx - 6x - 6y - 6z + 36 + 36 + 36 \end{aligned}$$

$$(1) \quad x = z$$

$$-6x^2 + x^3 = -6z^2 + z^3$$

$$x^3 - z^3 = 6x^2 - 6z^2$$

$$(x-z)(x^2 + xz + z^2) = 6(x-z)(x+z)$$

$$(x-z)(x^2 + xz + z^2 - 6x - 6z) = 0$$

$$x = z$$

$$x^2 + x(z-6) + z(z-6) = 0$$

$$\begin{aligned} D &= (z-6)^2 - 4z(z-6) = (z-6)(z-6-4z) = \\ &= (z-6)(-6-3z) = -3(z-6)(z+2) \end{aligned}$$