



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шару. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$ являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leq 6$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DBC = 35^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = (y+z)z \\ yz = (y+x)x \\ zx = (y+x)y \end{cases}$$

т.к. $x, y, z \neq 0 \Rightarrow$

$$(y+z)^2 + (y+x)^2 + (y+x)^2 = \left(\frac{xy}{z}\right)^2 + \left(\frac{yz}{x}\right)^2 + \left(\frac{zx}{y}\right)^2$$

Возвратим из 1 второе уравнение: $(x-z)y = \frac{yz - yx + (z-x)(z+x)}{y(z-x)}$

либо $x = z$, либо $y = -y - x - z$

если $x = z$, то $y \neq x = z$, т.к. иначе $0 = 0$

$$\begin{cases} xy = (y+x)x = 4x + x^2 \\ x^2 = 4y + y^2 \end{cases}$$

$$x(x-y) = 4(y-x) + (y-x)(y+x)$$

$$x(x-y) = 4(y-x) + (y-x)(y+x)$$

$$x = -y - y - x$$

$$2x = -4 - y$$

$$x = \frac{-4-y}{2}$$

$$\frac{16 + 8y + y^2}{4} = 4y + y^2$$

4

$$16 = 3y^2 + 8y$$

$$0 = 3y^2 + 8y - 16$$

$$D = 64 + 3 \cdot 16 \cdot 4$$

$$y_1 = \frac{4}{3} \Rightarrow x = -\frac{16}{6}$$

$$y_2 = -4 \Rightarrow x = 0$$

$$2(x+y)^2 + (y+y)^2 = 2\left(4 - \frac{16}{6}\right)^2 + \left(\frac{4}{3} + 4\right)^2 =$$

$$= \frac{2 \cdot 64}{36} + \frac{16^2}{9} = \frac{128 + 16^2 \cdot 4}{36} = \frac{1152}{36} = 32$$

Ответ: 32

если $y = -y - x - z$

тогда $x = -y - y - z$

$$z = -y - x - y$$

$$A = (x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2$$

то что
исход
числ

$$x+y = \frac{xy}{z}$$

$$2(x+y) = (y+z)z$$

$$x+y = 4+z =$$

$$= -4 - z$$

$$\frac{4}{z} = 0$$

$$y$$

не

или

или

или

или

или



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$9 \dots 9 - 25000$ делится

$9 \dots 9 = 10^{25000} - 1$, пусть $25000 = 1$

$$(10^k - 1)^3 = 10^{3k} - 1 = 3 \cdot 10^{2k} + 3 \cdot 10^k =$$

$$= \underbrace{9 \dots 9}_{3k} + 3 \cdot 10^k (1 - 10^k) = \underbrace{9 \dots 9}_{3k} + 3 \cdot 10^k (\underbrace{-9 \dots 9}_k) =$$

$$= \underbrace{9 \dots 9}_{3k} - \underbrace{9 \dots 9}_k \cdot 3 \cdot 10^k = \underbrace{9 \dots 9}_{3k} - 2 \underbrace{9 \dots 9}_{k-1} 7 \cdot 10^k$$

Рассмотрим $9 \dots 9 \cdot 3$ столбиком:

$$\begin{array}{r} 999 \dots 999 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

$$2999 \dots 997 \Rightarrow \text{делится умножить на } 1$$

$$\begin{array}{r} 999 \dots 999 - 3k \text{ делится} \\ - 299700 - k-1 \text{ делится и к нулю} \\ \hline 9 \dots 9700299 \end{array}$$

$$\text{делится в начале будет } 3k \text{ цифр} - (k + k - 1 + 2) = k - 1$$

$$\text{и ещё } k \text{ делится в конце} \Rightarrow \text{всего делится } 2k - 1$$

$$\text{Ответ: } 2 \cdot 25000 - 1 = 49999$$

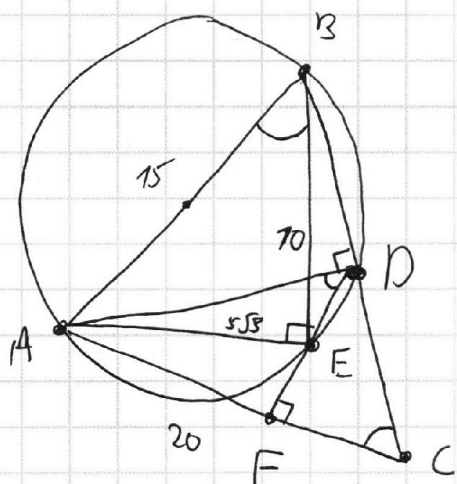


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\angle AEB = 90^\circ$, т.ч. AB диаметр
 $\angle AEB$ опирается
 на диаметр $\angle ADB = 90^\circ$ ч.т. диаметр

AE по 1. Пифагора:

$$AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{225 - 100} = 5\sqrt{5}$$

$\angle ABE = \angle ADE$ (т.ч. ABDE -
 вписанная ч.т. диаметр
 $\angle$ опр. на AE)

$$\angle ADC = 180 - 90 = 90^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle ACD = \angle ADF, \Delta ACD \sim \Delta ABE \text{ (по 2 углам)}$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AE} = \frac{AD}{5\sqrt{5}} = \frac{20}{15} \Rightarrow AD = \frac{20 \cdot 5\sqrt{5}}{15} = \frac{20\sqrt{5}}{3}$$

$$\Delta ADF \sim \Delta ABE \text{ (по 2 углам)}:$$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AF}{AE} = \frac{AF}{5\sqrt{5}} = \frac{20\sqrt{5}}{3 \cdot 15} \Rightarrow AF = \frac{20 \cdot 5\sqrt{5}}{3 \cdot 15} = \frac{40\sqrt{5}}{9}$$

$$\Rightarrow AF = \frac{20 \cdot 5 \cdot 5}{3 \cdot 15} = \frac{100}{9}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$$

$$x_1 = a_4 = a_1 + 3d$$

$$x_2 = a_5 = a_1 + 4d$$

$$2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$$

$$x_3 = a_2 = a_1 + d$$

$$x_4 = a_7 = a_1 + 6d$$

$$\text{Заметим, что } x_1 + x_2 = x_3 + x_4 = 2a_1 + 7d$$

$$\text{по Виета: } a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{2}$$

$$2a^2 - 2a = a^3 - a^2$$

$$a^3 - 3a^2 + 2a = 0$$

$$a(a^2 - 3a + 2) = 0$$

$$a_1 = 0$$

$$a_2 = 1$$

$$a_2 = 2$$

$$\text{при } a = 0 \quad x^2 + \frac{2}{3} = 0 \quad \text{нет корней}$$

$$\text{при } a = 1 \quad x^2 + \frac{1}{3} = 0 \quad \text{нет корней}$$

$$\text{при } a = 2 \quad x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$2x^2 - 4x - 148 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 74 = 0$$

$$\begin{aligned} a_2 &= 1 - 5\sqrt{3} & a_4 &= 1 - \sqrt{3} & \Rightarrow d &= 2\sqrt{3} \\ a_7 &= 1 + 5\sqrt{3} & a_5 &= 1 + \sqrt{3} & a_1 &= 1 - 7\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } a = 2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



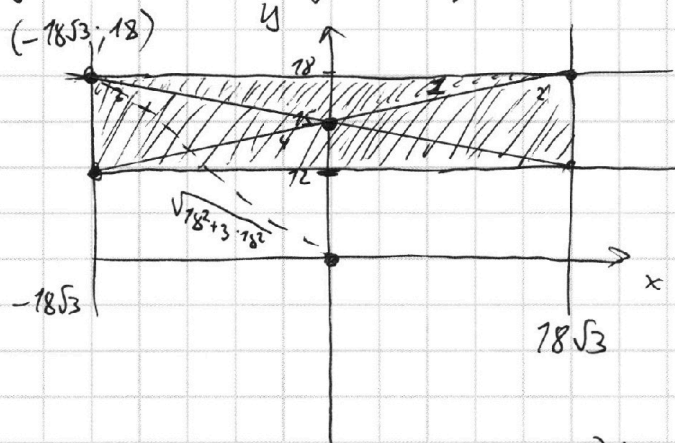
$$\left| y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| + \left| y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| \leq 6$$

4 случая:

$$\begin{cases} y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \\ y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \\ y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0 \\ y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0 \\ y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2y - 30 &\leq 6 & \frac{x}{3\sqrt{3}} &\leq 6 & -\frac{x}{3\sqrt{3}} &\leq 6 & 30 - 2y &\leq 6 \\ y &\leq 18 & x &\leq 18\sqrt{3} & x &\geq 18\sqrt{3} & y &\geq 12 \end{aligned}$$

Каждая система задаёт пересечение двух областей



1 система задаёт область 1.
2 системы - 2 области
3 системы - 3 области
4 системы - 4 области

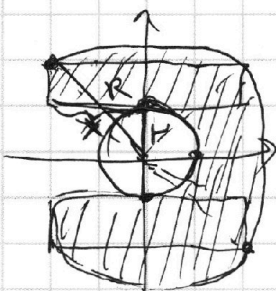
$$y = -\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15$$

пересечения $y = 18 \Rightarrow$
 $x = 18\sqrt{3} \Rightarrow$

$$\Rightarrow y = -\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \text{ пересекает}$$

$y = 12$ в $x = -18\sqrt{3}$, т.е. $15 - 12 = 18 - 15$. Получаем, что φ - это прямоугольник. При повороте на $180^\circ = \pi$,

мы получаем:



$$\begin{aligned} S &= \pi R^2 - \frac{\pi r^2}{2} - (2r) \cdot h \cdot x = \\ &= \pi(4 \cdot 18^2) - \frac{\pi \cdot 12^2}{2} - 24 \cdot 18\sqrt{3} = \\ &= 1224\pi - 432\sqrt{3} \end{aligned}$$

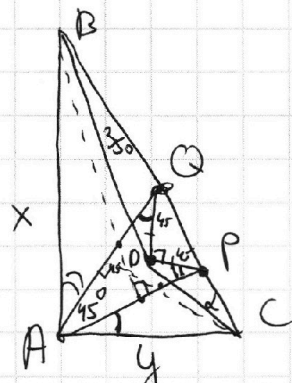


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle QAP = 45^\circ, \text{ т.к.}$$

$$\angle AQC + \angle ABQ = 90^\circ$$

$$180 - 2\angle QPA + 180 - 2\angle QAP = 90^\circ$$

$$\angle QAP = 45^\circ$$

т. sin. $\triangle BOP$:

$$\frac{x + y - \sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{2} \sin 35^\circ} = \frac{x}{\sin 100^\circ}$$

$$= \frac{y}{\sin(45^\circ - \alpha)}$$

$$\angle QDP = 90^\circ \wedge QD = QP \Rightarrow \angle DQP = \angle DPQ = 45^\circ$$

$$\text{пусть } AB = x; AC = y$$

$$x^2 + y^2 = (x + y - QP)^2 = x^2 + y^2 + (QP)^2 + 2xy - 2QPx - 2QPy$$

$$(QP)^2 - 2(x + y)QP + 2xy = 0$$

$$D = 4(x + y)^2 - 8xy = 4(x^2 + y^2)$$

$$\frac{2BC + 2(x + y)}{2} = BC + x + y = QP$$

$$QP = \frac{x + y - \sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{2}}$$

$$QD = \frac{x + y - \sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{2}}$$

т. sin:

$$\frac{x + y - \sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{2} \cdot \sin 2} = \frac{y}{\sin(45^\circ - \alpha)} = \frac{\sin 35^\circ \cdot x}{\sin 100^\circ \sin 2}$$

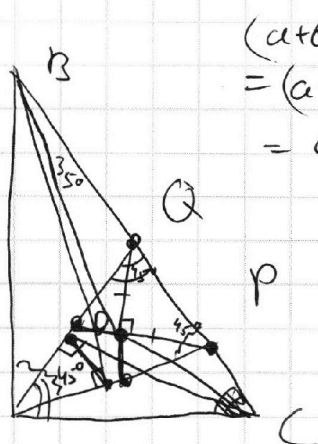


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

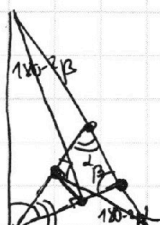


$$\begin{aligned} (a+b-c)^2 &= (a+b-c)(a+b-c) = \\ &= a^2 + ab - ac + ab + b^2 - bc + ca - bc + c^2 \\ &= \frac{\sin 100 - \cos 2}{2} = \frac{\sin 100 - 1}{\sqrt{2}} \sin 2 \end{aligned}$$

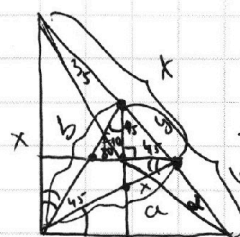
$$x^2 \neq 4x$$

$$\begin{aligned} \sin 2 - \cos 2 &= \sqrt{2} \left(\frac{\sin 100}{\sin 35} - 1 \right) \sin 2 \\ \cos 2 &= \sqrt{1 - \sin^2 2} \end{aligned}$$

A



$$\begin{aligned} 360 - 2\alpha - 2\beta &= 90 \quad \sin 2 - \cos 2 - \sqrt{2} A \sin 2 = 0 \\ 270 &= 2\alpha + 2\beta \quad 1 - \sqrt{2} A \tan 2 = 1 \\ 135 &= \alpha + \beta \quad A \tan 2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \frac{x}{y} &\sim \frac{a}{b} \\ y &= x \cdot a = \\ &= f \cdot b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos 2\alpha &= 2\cos^2 \alpha - 1 = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \\ \text{или} \quad \tan 2 &= \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{\sin 35}{\sin 100 - \sin 35} \right) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} (x+y-p)^2 &= x^2 + y^2 \\ a^2 + x^2 + y^2 + 2xy - 2xa - 2ya &= x^2 + y^2 \\ xy &= xa + ya - a^2 \\ a &= \frac{xy}{x+y} = \sqrt{2} \cdot A \end{aligned}$$

$$\frac{\sin 100 - \sin 35}{\sin 35}$$

$$\frac{\frac{xy}{\sqrt{2}(x+y)}}{\sin 35} = \frac{xy}{x\sqrt{2}(x+y)} = A$$

$$\frac{\sin 100}{\sin 35} = \frac{\sqrt{2}(x+y)}{y} = \sqrt{2} \frac{x}{y} + \sqrt{2}$$

$$135 - 2 \cdot 90 = 45 - 2$$

$$\frac{\sin 100 - \sqrt{2}}{\sin 35 \sqrt{2}} = \frac{x}{y} \quad \frac{x-y+x+y}{2} = \frac{x}{2}$$

$$\frac{\frac{xy}{\sqrt{2}(x+y)}}{\sin 2} = \frac{y - \frac{xy}{\sqrt{2}(x+y)}}{\sin(45-2)}$$

$$\frac{xy}{\sqrt{2}(x+y)} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2 \right)$$

$$\frac{x}{2} (\sin 2 - \cos 2) = \frac{(\sqrt{2}-1) \sin 2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{xy (\sin 2 - \cos 2)}{2(x+y)} = \sin 2 \left(\frac{\sqrt{2}(x+y)-xy}{\sqrt{2}(x+y)} \right)$$

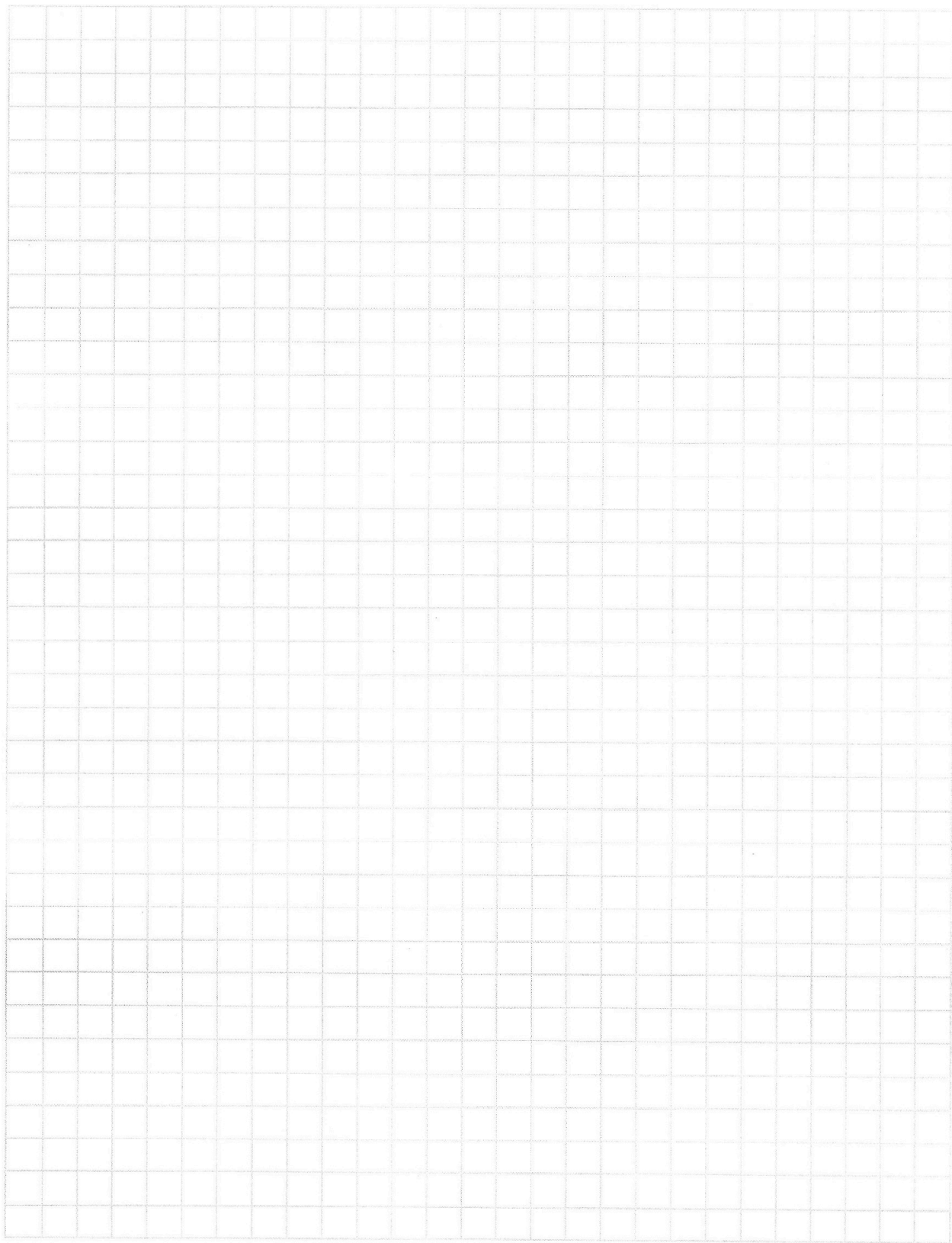


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2 - a^3}{3} = 0$$

$$x_1 = a_4 = a_1 + 3d$$

$$x_2 = a_5 = a_1 + 4d$$

$$x_1 + x_2 = x_3 + x_4$$

$$a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{2}$$

$$2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$$

$$x_3 = a_2 = a_1 + d$$

$$x_4 = a_7 = a_1 + 6d$$

$$2a^2 - 2a = a^3 - a^2$$

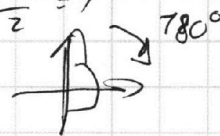
$$a^3 - 3a^2 + 2a = 0$$

$$a(a^2 - 3a + 2) = 0$$

$$D = 9 - 4 = 1$$

$$a_1 = \frac{1 \pm 1}{2} = 1$$

$$\frac{3-1}{2} = 1$$



$$a_1 = 0$$

$$a_2 = 2$$

$$a_3 = 1$$

$$x^2 + \frac{2}{3} = 0$$

$$x^2 + \frac{1}{3} = 0$$

$$|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}| + |y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}| \leq 6$$

$$\begin{cases} y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \\ y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0 \\ y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \\ y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0 \\ y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \end{cases}$$

$$15 - y - \frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 - y + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6$$

$$30 - 2y \leq 6$$

$$2y \leq 24$$

$$12 \leq y$$

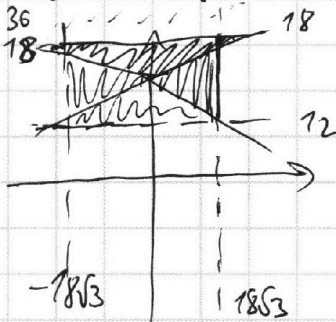
$$y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} - y + 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6$$

$$\frac{x}{3\sqrt{3}} \leq 6 \quad x \leq 18\sqrt{3}$$

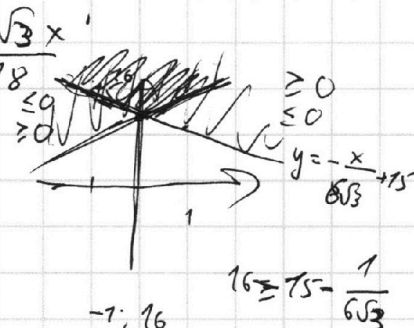
$$y = k + b$$

$$y \geq -\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15$$

$$y \geq \frac{x}{6\sqrt{3}} + 15$$



$$15 - \frac{\sqrt{3}x}{18}$$



$$16 \geq 15 - \frac{1}{6\sqrt{3}}$$

$$Ax \leq 6$$

$$x \leq \frac{6}{A}$$

$$-Ax \leq 6$$

$$x \geq \frac{6}{-A}$$

$$x \geq -18\sqrt{3}$$

$$15 - y - \frac{x}{6\sqrt{3}} + y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6$$

$$-\frac{2x}{3\sqrt{3}} \leq 6$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y = -\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 = 18$$

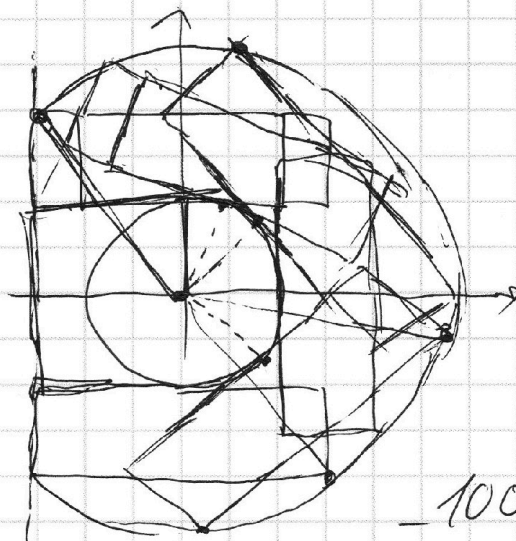
$$-\frac{x}{6\sqrt{3}} = 3$$

$$x = -18\sqrt{3}$$

$$y = \frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 = 18$$

$$\frac{x}{6\sqrt{3}} = 3$$

$$x = 18\sqrt{3}$$



$$\begin{array}{r} 18 \\ 18 \\ \hline 144 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ 18 \\ \hline 144 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ 18 \\ \hline 729 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ 18 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ 18 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1296 \\ 72 \\ \hline 1224 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1932 \\ 24 \\ \hline 432 \end{array}$$

$$\frac{144}{2} = 72$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 2 \\ \hline 128 \end{array}$$

$$D = D = 4 + 8 = 12$$

$$\frac{2\sqrt{3}+2}{2} = \frac{\sqrt{3}+1}{1-\sqrt{3}}$$

$$D = 4 + 74 \cdot 4 = 300$$

$$\frac{10\sqrt{3}+2}{2} = \frac{5\sqrt{3}+1}{-5\sqrt{3}+1}$$

$$\frac{2-8}{3} = -2$$

$$8-4$$

$$-2 \cdot 2^6 - 8 \cdot 2 - 4 =$$

$$= -2^7 - 20 = -128 - 20 = -148$$

x_1, x_2

$$\begin{array}{r} 999999999 \\ 29700 \\ \hline 999999999 \end{array}$$

$$k+7+k \geq 24-7$$

$$1-\sqrt{3}; \sqrt{3}+1$$

$$1-5\sqrt{3}$$

a_2

a_4

a_5

$$1-5\sqrt{3} = a_2$$

$$1+5\sqrt{3} = a_7$$

$$5d = 10\sqrt{3}$$

$$d = 2\sqrt{3}$$

$$k-1+2+k = 2k+1$$

$$3k-2k-1$$

$$k-1$$

$$\begin{array}{r} 1000000 \\ 1 \\ \hline 999999 \end{array}$$

$$\frac{10^5}{100000}$$

$$\begin{array}{r} 500000 \\ 1 \\ \hline 499999 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$x = y$~~

$y^2 = 4y + y^2$

$y^2 = (4 + y)y$

$z = 4 + y = 4 - \frac{8}{3}$

$zy = 4y + y^2$

$y^2 = 4(4 + y) + (y + 4)^2 = (y + 4)(y + 8) =$

$(a - b)^3 = (a^3 - 3ab^2 + 3a^2b - b^3)(a - b) =$

$12y + 32 = 0$

$y = -\frac{32}{12} = -\frac{8}{3}$

$2\left(4 - \frac{8}{3}\right)^2 + \left(8 - \frac{8}{3}\right)^2$

$y(x - z) = (z - x)(4 + x + z)$

$y = -4 - x - z$

$xz = (4 + x + z + 4)(4 + x + z)$

$x(4 + x + z) = 4z + z^2 - 2(x + 4)(y + 4)$

$4x + x^2 + xz = 4z + z^2$

$4x + x^2 + xz - 4z - z^2 = 0$

$2x = y(4 + y) = (-4 - x - z)(4 - 4 - x - z)$

$= (4 + x + z)(x + z)$

$4x + x^2 + xz + 4z + xz + z^2$

$0 = (4 + x)x + (4 + z)z + xz$

$x^2 + x(4 + z) + 4z + z^2$

$D = (z + 4)^2 - 4(4z + z^2) = z^2 + 8z + 16 - 16z - 4z^2 =$

$= -3z^2 - 8z + 16$

$n = 999 \dots 99$

$n^3 = (999 \dots 99)^3 =$

$(1000000 - 1)^3 =$

$= 1000000^3 - 3 \cdot 1000000^2 + 3 \cdot 1000000 - 1$

$10^{3k} - 3 \cdot 10^{2k} + 3 \cdot 10^k - 1$

$999999 + 3(10^k - 10^{2k})$

1000000

100

9900

1000000005

10000

999000

999999

000000

$x(y - 4) \quad z(y - 4)$

$x^2 + z^2 = xy + 4x + yz - 4z$

$(y - 4)(x + z)$

$4x + 4y + 4z + x^2 + y^2 + z^2$

$= (4x + x^2 - xy) - yz - 2x$

$(x + y) + xy + y + zx$

$+ (y - x)^2$

$264 + 3 \cdot 16$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 = \left(\frac{yz}{x}\right)^2 + \left(\frac{xz}{y}\right)^2 + \left(\frac{xy}{z}\right)^2$$

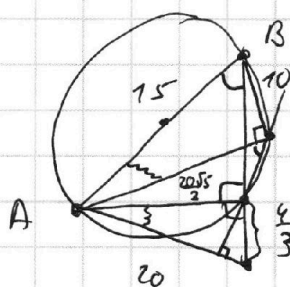
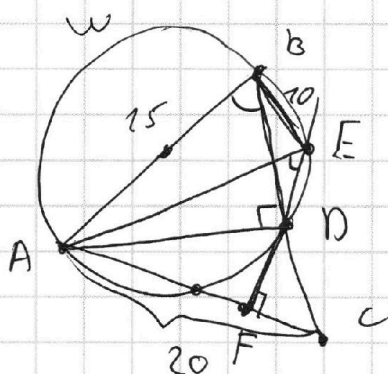
$$\begin{cases} -y = z+x+y \\ -z = x+y+y \\ -x = z+y+y \end{cases}$$

$$(x+z)^2 - y = yz$$

$$yz + y$$

$$(x+z)^2 + (x+z+y)^2 = (x+z)^2 + 4(x+z) + y$$

$$yz + y + y + 4(x+z)$$



$$AE = \sqrt{225 - 100} =$$

$$= \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{20}{15} = \frac{x}{10}$$

$$x = \frac{200}{15} = \frac{40}{3}$$

$$2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5$$

$$20\sqrt{5}$$

$$= \frac{20\sqrt{5}}{3} = \frac{10}{x}$$

$$\sqrt{\frac{400 \cdot 5}{4} - \frac{81 \cdot 5}{4}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2000 - 405}{4}} = \frac{\sqrt{1595}}{2}$$

$$x = \frac{20 \cdot 15 \cdot 0.3}{20\sqrt{5}} = \frac{45}{2\sqrt{5}} =$$

$$= \frac{45\sqrt{5}}{2 \cdot 5} = \frac{9\sqrt{5}}{2}$$