



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа  $x, y, z$  удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения  $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$ , если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа  $n$  состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа  $n^3$ ?
3. [5 баллов] Окружность  $\omega$  с диаметром  $AB$  пересекает сторону  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  в точке  $D$ . Точка  $F$  выбрана на отрезке  $AC$  так, что  $DF \perp AC$ , а  $E$  — точка пересечения отрезка  $DF$  с окружностью  $\omega$ , отличная от  $D$ . Найдите  $AF$ , если  $AC = 20$ ,  $AB = 15$ ,  $BE = 10$ .
4. [4 балла] В телегре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых корни уравнения  $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$  являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения  $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$  являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура  $\Phi$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют неравенству  $|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}| + |y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}| \leqslant 6$ . Фигуру  $\Phi$  непрерывно повернули вокруг начала координат на угол  $\pi$  по часовой стрелке. Найдите площадь множества  $M$ , которое замела фигура  $\Phi$  при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбраны точки  $P$  и  $Q$  так, что  $AB = BP$ ,  $AC = CQ$ . Внутри треугольника  $ABC$  выбрана точка  $D$ , для которой  $DP = DQ$ , а  $\angle PDQ = 90^\circ$ . Найдите  $\angle DCB$ , если известно, что  $\angle DBC = 35^\circ$ .

L



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = (y+z)z \\ yz = (y+x)x \\ zx = (x+y)y \end{cases}$$

$$\text{т.к. } x, y, z \neq 0 \Rightarrow \\ (y+z)^2 + (y+x)^2 + (x+y)^2 = \left(\frac{xy}{z}\right)^2 + \left(\frac{yz}{x}\right)^2 + \left(\frac{zx}{y}\right)^2$$

Возьмем из 1 второе уравнение:  $(x-z)y = yz - yx + (z-x)(z+x)$

т.к.  $x = z$ , тогда  $y = -y - x - z$

если  $x = z$ , то  $y \neq x = z$ , т.е. иначе они  $= 0$

$$\begin{cases} xy = (y+x)x = yx + x^2 \\ x^2 = 4y + y^2 \\ x(x-y) = 4(y-x) + (y-x)(y+x) \\ x = -y - y - x \\ 2x = -4 - y \\ x = \frac{-4 - y}{2} \\ \frac{16 + 8y + y^2}{4} = 4y + y^2 \end{cases}$$

$$16 = 3y^2 + 8y$$

$$0 = 3y^2 + 8y - 16$$

$$D = 64 + 3 \cdot 16 \cdot 4$$

$$y_1 = \frac{-8}{3} \Rightarrow x = -\frac{16}{6}$$

$$y_2 = -4 \Rightarrow x = 0$$

то это  
исход  
ний

$$A = \underbrace{(x+y)^2}_{x+y = \frac{xy}{z}} + \underbrace{(y+z)^2}_{z(x+y) = (y+z)z} + \underbrace{(z+x)^2}_{x+y = 4 + z = -4 - z}$$

$$z(x+y) = (y+z)z$$

$$x+y = 4+z = -4-z$$

$$z = 0$$

не учиты  
вает, что  
занесено  
число #

другой раз

$$2(x+y)^2 + (y+z)^2 = 2\left(4 - \frac{16}{6}\right)^2 + \left(\frac{-8}{3} + 4\right)^2 = \\ = \frac{2 \cdot 64}{36} + \frac{16^2}{9} = \frac{128 + 16^2 \cdot 4}{36} = \frac{1152}{36} = 32$$

Ответ: 32



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$9 \dots 9 - 25000$  рублей

$$9 \dots 9 = 10^{25000} - 1, \text{ пусть } 25000 = 1$$

$$(10^k - 1)^3 = 10^{3k} - 1 + 3 \cdot 10^{2k} + 3 \cdot 10^k =$$

$$= \underbrace{9 \dots 9}_{3k} + 3 \cdot 10^k (1 - 10^k) = \underbrace{9 \dots 9}_{3k} + 3 \cdot 10^k - \underbrace{9 \dots 9}_{k}$$

$$= \underbrace{9 \dots 9}_{3k} - \underbrace{9 \dots 9}_{k} \cdot 3 \cdot 10^k = \underbrace{9 \dots 9}_{3k} - 2 \underbrace{9 \dots 9}_{k-1} 7 \cdot 10^k$$

Рассмотрим  $9 \dots 9 \cdot 3$  столбиком:

$$\begin{array}{r} 999 \dots 999 \\ \times \quad \quad \quad 3 \\ \hline 2999 \dots 997 \end{array}$$

$\Rightarrow$  рублей уменьшило на 1

$$\begin{array}{r} 999 \dots 999 \\ - 299700 \\ \hline 9 \dots 97002999 \end{array}$$

-  $3k$  рублей  
-  $k-1$  рублей и  $k$  нулей

зубчатое 0 число будет  $3k - (k+k-1+2) = k-1$

и если  $k$  делится 8 числу  $\Rightarrow$  всего рублей  $2k-1$

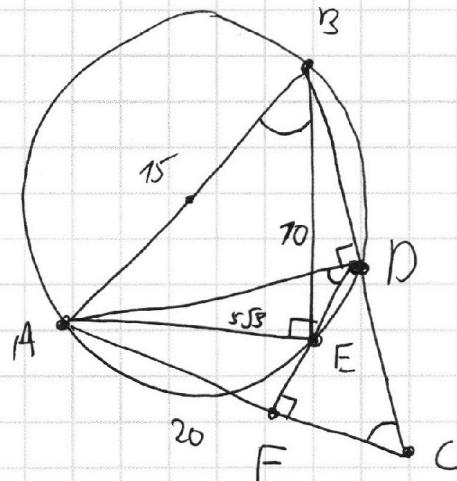
$$\text{Одн.: } 2 \cdot 25000 - 1 = 49999$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$\angle AEB = 90^\circ$ , т.к.  $AB$  диаметр  
 $\angle AEB$  опирается  
на диаметр  $\angle ADB = 90^\circ$  как  $AB$  диаметр

$AE$  по 1. Пицерограfi:

$$AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{225 - 100} = 5\sqrt{5}$$

$\angle ABE = \angle ADE$  (т.к.  $AB$   $\angle ADE$  —  
общий для  $\triangle ABE$   
и  $\triangle ADE$ )

$$\angle ADC = 180 - 90^\circ = 90^\circ \Rightarrow$$

$\Rightarrow \angle ACD = \angle ADF$ .  $\triangle ACD \sim \triangle BAE$  (по 2 углам)

$$\Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AE} = \frac{AO}{5\sqrt{5}} = \frac{20}{75} \Rightarrow AD = \frac{20 \cdot 5\sqrt{5}}{75} = \frac{20\sqrt{5}}{3}$$

$\triangle ADF \sim \triangle ABE$  (по 2 углам) :

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AF}{AE} = \frac{AF}{5\sqrt{5}} = \frac{20\sqrt{5}}{3 \cdot 15} \Rightarrow AF = \frac{40\sqrt{5}}{9}$$

$$\Rightarrow AF = \frac{20 \cdot 5 \cdot 5}{3 \cdot 75} = \frac{100}{9}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$$

$$x_1 = a_4 = a_1 + 3d$$

$$x_2 = a_5 = a_1 + 4d$$

$$2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$$

$$x_3 = a_2 = a_1 + d$$

$$x_4 = a_7 = a_1 + 6d$$

$$\text{Заметим, что } x_1 + x_2 = x_3 + x_4 = 2d_1 + 7d$$

$$\text{но } i. \text{ Видим: } a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{2}$$

$$2a^2 - 2a = a^3 - a^2$$

$$a^3 - 3a^2 + 2a = 0$$

$$a(a^2 - 3a + 2) = 0$$

$$a_1 = 0$$

$$a_2 = 1$$

$$a_2 = 2$$

$$\text{при } a = 0 \quad x^2 + \frac{2}{3} = 0 \quad \text{нет корней}$$

$$\text{при } a = 1 \quad x^2 + \frac{1}{3} = 0 \quad \text{нет корней}$$

$$\text{при } a = 2 \quad x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$2x^2 - 4x - 148 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 74 = 0$$

$$\begin{aligned} a_2 &= 1 - 5\sqrt{3} & a_4 &= 1 + \sqrt{3} & \Rightarrow d &= 2\sqrt{3} \\ a_7 &= 1 + 5\sqrt{3} & a_5 &= 1 + \sqrt{3} & a_1 &= 1 - 7\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\text{Однако: } a = 2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\left| y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| + \left| y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| \leq 6$$

Числай:  $\begin{cases} y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \\ y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \end{cases}$

$$y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \quad y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0$$

$$y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0 \quad y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0$$

$$y - 15 = \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \quad y - 15 = \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0$$

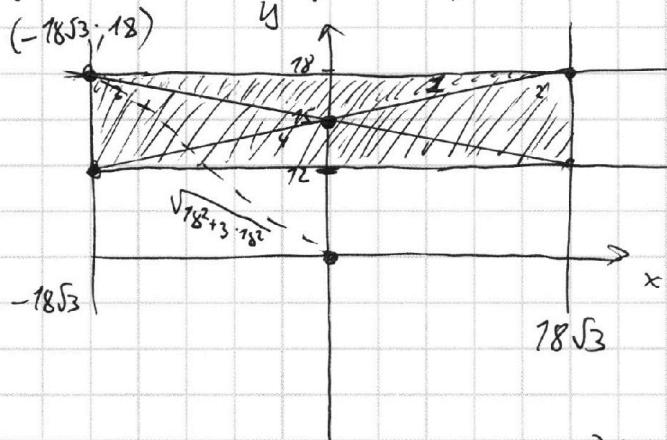
$$2y - 30 \leq 6 \quad \frac{x}{3\sqrt{3}} \leq 6$$

$$y \leq 18 \quad x \leq 18\sqrt{3}$$

$$-\frac{x}{3\sqrt{3}} \leq 6 \quad 30 - 2y \leq 6$$

$$x \geq -18\sqrt{3} \quad y \geq 12$$

Каждая система задаёт пересечение двух областей



1 система задаёт область 1.  
2 система - 2 область  
3 система - 3 область  
4 система - 4 область

$$y = -\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15$$

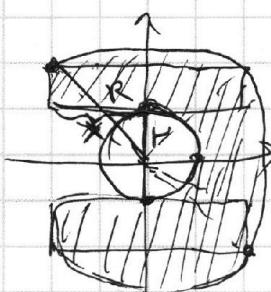
пересекая  $y = 18$

$$x = 18\sqrt{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = -\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \text{ пресекает}$$

$y = 12$  в  $x = -18\sqrt{3}$ , т.е.  $15 - 12 = 18 - 15$ . Получаем, что  
cp - это прямолинейный. При повороте на  $180^\circ = \pi$ ,

мы получаем:



$$S = \pi R^2 - \frac{\pi r^2}{2} - (2r)\pi \cdot x =$$

$$= \pi(4 \cdot 18^2) - \frac{\pi \cdot 12^2}{2} - 24 \cdot 18\sqrt{3} =$$

$$= 1224\pi - 432\sqrt{3}$$

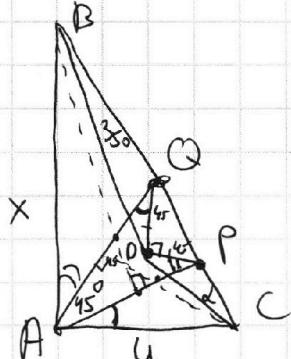


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1      2      3      4      5      6      7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} & \angle QAP = 45^\circ, \text{ т.к.} \\ & \angle AQC + \angle ABQ = 90^\circ \\ & 78^\circ - 2\angle QPA + 78^\circ - 2\angle QPB = 90^\circ \\ & \angle QAP = 45^\circ \end{aligned}$$

T. sin. ♂ BOP;

$$\frac{x+y-\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{2} \sin 30^\circ} = \frac{x}{\sin 100^\circ}$$

$$\angle QDP = 90^\circ \Rightarrow QD = DP \Rightarrow \angle DQP = \angle DPQ = 45^\circ$$

$$\text{mycos } AB = x ; AC = y$$

$$x^2 + y^2 = (x+y - QP)^2 = x^2 + y^2 + (QP)^2 + 2xy - 2QPx - 2QPy$$

$$(QP)^2 - 2(x+y)(QP) + 2xy = 0$$

$$D = 4(x+y)^2 - 8xy = 4(x^2 + 2xy + y^2) - 8xy = 4x^2 + 8xy + 4y^2 - 8xy = 4x^2 + 4y^2$$

$$\cancel{2BC} + \cancel{2(x+y)} = BC + x + y = QP$$

$$QP = \frac{-\sqrt{x^2+y^2}+x+y}{-\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$QD = \cancel{x} \frac{x+y-\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{2}}$$

t. sin.:

$$\frac{x+y-\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{2} \cdot \sin \angle} = \frac{y}{\sin(45^\circ - \angle)} = \frac{\sin 35^\circ \cdot x}{\sin 100^\circ \cdot \sin \angle} =$$

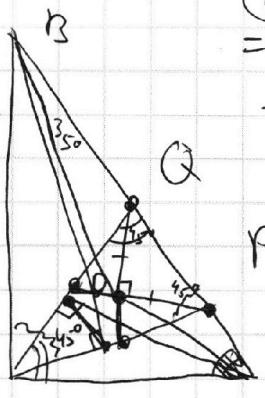


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

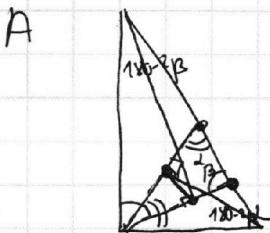
- |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА  
ИЗ

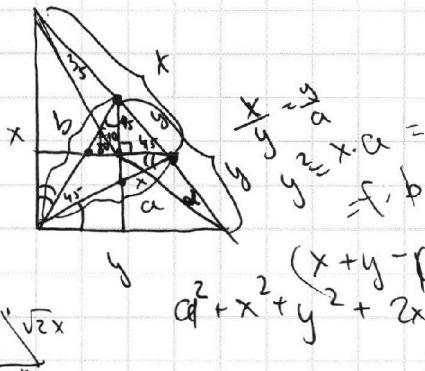
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}
 & (a+b-c)^2 = \\
 & = (a+b-c)(a+b-c) = \\
 & = a^2 + ab - ac + ab + b^2 - bc + ca \\
 & \quad - bc + c^2 \\
 & \frac{\sin 100^\circ - 1}{\sin 35^\circ} = \frac{\sin 2 - \cos 2}{\sqrt{2}} \sin 2 \\
 & x^2 = 4x \\
 & \sin 2 - \cos 2 = \sqrt{2} \left( \frac{\sin 100^\circ}{\sin 35^\circ} + 1 \right) \sin 2 \\
 & \cos 2 = \sqrt{1 - \sin^2 2}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 360^\circ - 2\alpha - 2\beta = 90^\circ \quad \sin 2 - \cos 2 - \sqrt{2} A \sin 2 = 0 \\
 270^\circ = 2\alpha + 2\beta \quad 1 - \sqrt{2} A \sin 2 = 0 \\
 135^\circ = \alpha + \beta \quad A \sin 2 = \frac{\sqrt{2}}{2}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \cos 2 = 2 \cos^2 - 1 \\
 \text{tg } 2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \left( \frac{\sin 35^\circ}{\sin 100^\circ - \sin 35^\circ} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (x+y-a)^2 = x^2 + y^2 \\
 & a^2 + x^2 + y^2 + 2xy - 2xa - 2ya = x^2 + y^2 \\
 & xy = xa + ya - a^2 \quad a^2 - (x+y)ax - xy = 0 \\
 & a = \frac{xy}{x+y} = \sqrt{2} \cdot A \quad D = (x+y)^2 - 4xy = \\
 & \quad = x^2 - 2xy + y^2 \\
 & \quad = (x-y)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{xy}{\sin 35^\circ} = \frac{xy}{\sin 100^\circ} = A \\
 \frac{\sin 100^\circ}{\sin 35^\circ} = \frac{\sqrt{2}(x+y)}{y} = \sqrt{2} \frac{x}{y} + \sqrt{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 135^\circ - 2\alpha - 90^\circ = 45^\circ - 2\beta \quad \frac{x-y+xy}{2} = \\
 \frac{\sin 100^\circ - \sqrt{2}}{\sin 35^\circ} = \frac{x}{y} = \frac{x}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{xy}{\sin 35^\circ} = \frac{y - \frac{xy}{\sqrt{2}(x+y)}}{\sin(45^\circ - \alpha)} \\
 \frac{x}{2} (\sin 2 - \cos 2) = \frac{(\sqrt{2}-1) + \sqrt{2} - \sqrt{2}}{\sin 2} = \frac{x}{2} (\sin 2 - \cos 2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{xy}{\sin 35^\circ} = \frac{y - \frac{xy}{\sqrt{2}(x+y)}}{\sin(45^\circ - \alpha)} \\
 \frac{x}{2} (\sin 2 - \cos 2) = \frac{(\sqrt{2}-1) + \sqrt{2} - \sqrt{2}}{\sin 2} = \frac{x}{2} (\sin 2 - \cos 2)
 \end{aligned}$$

I-



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

I-

I-



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & \left( \frac{xy}{z} \right)^2 + \left( \frac{yz}{x} \right)^2 + \left( \frac{zx}{y} \right)^2 = \frac{(x^4 y)^4 + (y^4 z)^4 + (z^4 x)^4}{(z \cdot x \cdot y)^2} = xz + yz = \\
 & = \frac{(4+z)z^4}{xyz(4+z)(4+x)(4+y)} = \frac{8 \cdot 9}{729} = 1 \\
 & (4+z)^4 = \frac{(xy)^2}{z^2} = \frac{(a+b)^3}{(a^2+2ab+b^2)(a+b)} = \frac{a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2}{-a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2a^1} = \\
 & = x^4 + y^4 - 4 = \\
 & = -4 - x - y \\
 & x + y = 0 \\
 & (9999 \cdot 10 + 9)^k = 9999^3 \cdot 1000 + 9^3 + 3 \cdot (9999 \cdot 10)^2 + 3 \cdot 9999 \cdot 10 \cdot 9^2 = \\
 & = 2k - 1 \cdot 000 + 729 + 3 \cdot k - 1 \cdot 700 + 3 \cdot 99990 \cdot 81
 \end{aligned}$$

$$2k-1 \quad \frac{2(k+1)-1}{2k+1} \quad xg + yz + zx + 4z + 16 + 4x + 16 + 4y + 16$$

$$n = \underbrace{999999}_3 = 9 \cdot 11111\dots 1$$

$$\frac{x}{x+4} \geq \frac{2}{2+4}$$

$$\frac{x^2}{z^2} = \frac{y+z}{y+x}$$

$$\frac{x^4}{z^4} = \left(\frac{y+z}{x+y}\right)^2 = \frac{16}{8}$$

$$\frac{x^4}{z^4} = \frac{24-16}{-4-\frac{4}{3}} = \frac{8}{-9-\frac{4}{3}} = \frac{8}{-9-\frac{4}{3}}$$

$$y(x-z) = 4z + z^2 - 4x - xz \quad \begin{matrix} u+z \\ 3 \end{matrix} = \frac{2}{-\frac{12+1}{3}} = \frac{16}{6}$$

$$y(x-z) = (z-x)(z+x) + 4(z-x)$$

$$-y = z+x+4$$

$$6y = \frac{16}{\frac{7}{2}}$$

$$(y-x)z = (x-y)(x+y+z)$$

$$-2 = x - y + 4$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ \times 72 \\ \hline 256 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \underline{\underline{12}} \\ \underline{\underline{792}} \\ 64 \\ \hline 256 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \underline{\underline{1024}} \\ \underline{\underline{928}} \\ \hline 1152 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \underline{-16} \\ -24 \end{array} \quad \begin{array}{r} 64 \\ \underline{-256} \\ 192 \end{array}$$

$$\begin{aligned} -x &= z+y = y \quad -\frac{24}{6} = -4 \quad \frac{16-8}{6} = \frac{8}{6} \\ (x+y)^2 + (z+y)^2 + (z+x)^2 &= 4x^2 + 4z^2 + 4y^2 - 2xz - 2xy - 2yz \\ &= 2(z^2 + x^2 + y^2) + 2(xy + yz + zx) = \end{aligned}$$

$$\frac{xy}{z} = x + y$$

$$xy = z^x + z^y$$

~~$xz^x = yz^y$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2 = (z+2)^2 - 4 \\ yz = 4x + x^2 = (x+2)^2 - 4 \\ zx = 4y + y^2 = (y+2)^2 - 4 \end{cases}$$

$$(z+2)^2$$

$$\begin{array}{r} x^2 + 8x + 16 \\ x^2 + 4x \\ \hline 4x + 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^2 + y^2 + z^2 + \\ 2(4x + 4y + 4z) + 16 \cdot 3 \\ xy + yz + zx + 4x + 4y + 4z + 16 + 16 + 16 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \frac{xy}{z} &= 4+z \\ \frac{yz}{x} &= 4+x \\ \frac{zx}{y} &= 4+y \\ \frac{x^2 y^2}{z^2} + \frac{z^2 x^2}{y^2} + \frac{y^2 z^2}{x^2} &= \\ &= \cancel{\frac{y^4 x^4 + z^4 x^4 + y^4 z^4}{x^2 y^2 z^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l} 2xy = 8z + 2z^2 \\ 2xy = (z+4)^2 + z^2 - 16 \end{array}$$

$$2xy - z^2 + 16 + 2yz - x^2 + 16$$

$$25000 - 9$$

$$n^3$$

$$\begin{array}{r} 9999 \\ 9999 \\ 9999 \end{array}$$

$$4 \cdot 2 - 1 + 1$$

$$\begin{array}{r} 9999 \\ 899898981 \\ 28999991 \\ 899991 \\ 89991 \\ \hline 989980001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 99 \\ 99 \\ 8989 \\ 8989 \\ 8989 \\ 8989 \\ \hline 9801 \end{array}$$

$$\frac{ctg 35^\circ + 1}{2} = \frac{x}{x+y+\sqrt{xy}}$$

$$\begin{array}{r} 000000 \\ C_{70}^5 \\ C_{70}^8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 321 \\ 3899820009 \\ 2899820009 \\ 89820609 \\ 899820009 \\ \hline 999700029999 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 99 \\ 88209 \\ 88209 \\ 970299 \\ \hline \end{array}$$

$$(9 \dots 9)^3$$

$$\boxed{0 \swarrow} \quad \boxed{0 \searrow}$$

$$\boxed{0 \downarrow} \quad \boxed{\downarrow}$$

$$\begin{aligned} \frac{\sin 35^\circ}{\sin (45-35)^\circ} &= \frac{\sin 35^\circ P_1}{\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos 35^\circ - \sin 35^\circ)} = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\sin 35^\circ - \frac{\sqrt{2}}{2}}{\cos 35^\circ - \frac{\sqrt{2}}{2}} = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{(1-\cos 35^\circ)}{(\sin 35^\circ - 1)} = \frac{n}{BQ} = \frac{x - QP}{\frac{\sqrt{2}}{2}AP} = \frac{\sqrt{2}x}{QP} = \frac{\sqrt{2}}{\frac{ctg 35^\circ + 1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{QP} \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$$

$$x_1 = a_4 = a_1 + 3d$$

$$x_2 = a_5 = a_1 + 4d$$

$$x_1 + x_2 = x_3 + x_4$$

$$a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{2}$$

$$2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a^4 - 4 = 0$$

$$x_3 = a_2 = a_1 + d$$

$$x_4 = a_7 = a_1 + 6d$$

$$2a^2 - 2a = a^3 - a^2$$

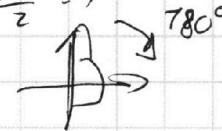
$$a^3 - 3a^2 + 2a = 0$$

$$a(a^2 - 3a + 2) = 0$$

$$D = 9 - 8 = 1$$

$$a_1 = \frac{1+3}{2} = 2$$

$$\frac{3-1}{2} = 1$$



$$x^2 + \frac{2}{3} = 0$$

$$x^2 + \frac{1}{3} = 0$$

$$\left| y - 75 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| + \left| y - 75 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| \leq 6$$

$$\left\{ y - 75 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \right.$$

$$\left. y - 75 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \right. \quad 2y - 30 \leq 6$$

$$\left\{ y - 75 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \right.$$

$$\left. y - 75 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0 \right.$$

$$15 - y - \frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 - y + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6$$

$$30 - 2y \leq 6$$

$$2y \leq 24$$

$$12 \leq y$$

$$y - 75 + \frac{x}{6\sqrt{3}} - y + 75 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6$$

$$\frac{x}{3\sqrt{3}} \leq 6 \quad x \leq 18\sqrt{3}$$

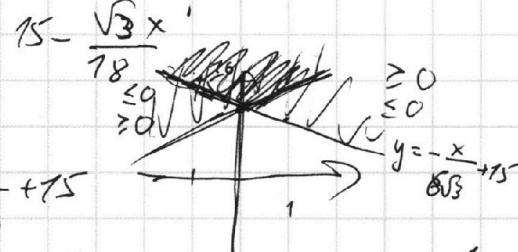
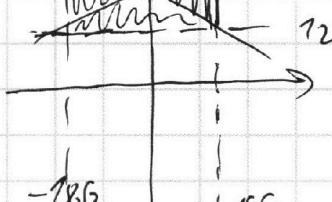
$$y = k + b$$

$$y \geq -\frac{x}{6\sqrt{3}} + 75$$

$$y \geq \frac{x}{6\sqrt{3}} + 75$$

$$2y \leq 36$$

$$y \leq 18$$



$$16 \geq 75 - \frac{1}{6\sqrt{3}}$$

$$16 \geq 75 -$$

$$Ax \leq 6$$

$$x \leq \frac{6}{A}$$

$$-Ax \leq 6$$

$$x \geq \frac{6}{A}$$

$$15 - y - \frac{x}{6\sqrt{3}} + y - 75 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6$$

$$-\frac{2x}{3\sqrt{3}} \leq 6 \quad x \geq -18\sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$y = -\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 = 18$$

$$-\frac{x}{6\sqrt{3}} = 3$$

$$x = -18\sqrt{3}$$

$$y = \frac{x}{6\sqrt{3}} + 75 = 18$$

$$\frac{x}{6\sqrt{3}} = 3$$

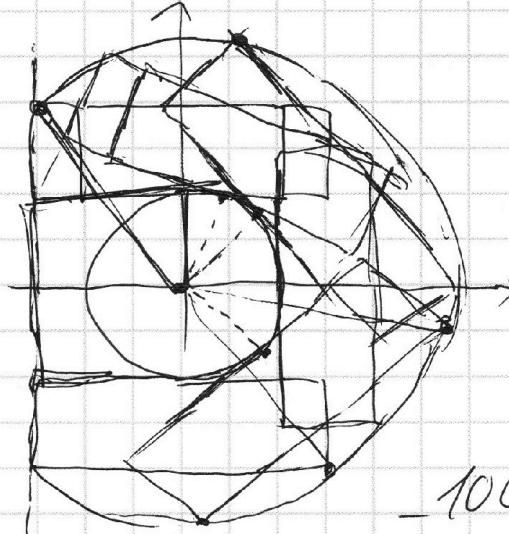
$$x = 18\sqrt{3}$$

64

$$P = D = 4 + 8 = 12$$

$$D = 4 + \frac{74}{4} \cdot 4 = 300$$

$$\frac{10\sqrt{3} + 2}{2} = 5\sqrt{3} + 1$$



$$\begin{array}{r} -100000 \\ \hline 99999 \end{array}$$

$$\frac{2-8}{3} = -2$$

$10^5$   
100000

$$8 - 4$$
$$-2 \cdot 2^6 - 8 \cdot 2 - 4 =$$

$$= -2^7 - 20 = -128 - 20 \\ = -148$$

\_ g g g g/g g g g

	29700
9999	70299

$$1 - \sqrt{3}; \sqrt{3} + 1$$

$$1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \begin{matrix} k-1+2+k= \\ \cancel{k-1} \end{matrix} = 2k+1$$

$\begin{matrix} \cancel{k-1} \\ a_2 \end{matrix} / \begin{matrix} a_4 \\ a_6 \end{matrix} / \begin{matrix} a_8 \\ a_{10} \end{matrix} = 3k-2k-1$

$$\begin{aligned} 7 - 5\sqrt{3} &= a_2 \\ 7 + 5\sqrt{3} &= d \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\cancel{\text{ задача}}$$

$$x = y$$

$$2^{k-1} \\ 2^{(k-1)-1} \\ 2^{k-3}$$

$$\begin{aligned} \cancel{\text{ задача}} \quad yz &= 4y + y^2 \\ yz &= (4y + y)y \\ z = y + y &= y - \frac{8}{3} \\ zy &= 4y + y^2 \end{aligned}$$

$$n = 999 \dots 99 \quad \frac{-1000}{999}$$

$$n^3 = (999 \dots 99)^3 = (1000000 - 1)^3 =$$

$$= 100 \dots 9 - 3 \cdot 10 \dots 0^2 + 3 \cdot 10000$$

$$10^{3k} - 3 \cdot 10^{2k} + 3 \cdot 10^k - \frac{1}{999.000} 2k-1 \\ 9999999 + 3(10^k - 10^{2k})$$

$$y^2 = y(4+y) + (y+4)^2 = (y+4)(y+8) = \frac{-10000}{100}$$

$$(a-b)^3 = (a^2 - 2ab + b^2)(a-b) = y^2 = y^2 + 72y + 32 = \frac{9900}{100}$$

$$= a^3 - 2a^2b + ab^2 - 72y + 32 = 0 \quad \frac{4 \cdot 8}{4 \cdot 3} = -\frac{32}{72} = -\frac{8}{18} = \frac{9910}{100000000} 5$$

$$\cancel{\text{ задача}} \quad (4 - \frac{8}{3})^2 + -a^2b \quad 2(4 - \frac{8}{3})^2 + (8 - \frac{8}{3})^2 = \frac{29359}{7000} \quad \frac{2}{29359} = \frac{2}{700} = \frac{9900}{990000} - 000000$$

$$y(x-z) = (z-x) \left( y + x + \frac{2}{29359} \right) \quad \frac{2}{29359} = \frac{2}{700} = \frac{9900}{990000} - 000000$$

$$y = -4 - x - z \quad - \frac{2}{29359} = \frac{2}{700} = \frac{9900}{990000} - 000000$$

$$x(z-y) \quad z(y-x) \quad x(y-z) \quad z(y-x)$$

$$xz = (y+x+z)(y+x+z) \quad (y-x)(x+z)$$

$$x(y+x+z) = yz + z^2 - 2(y+4)(y+4)$$

$$4x + x^2 + xz = yz + z^2$$

$$4x + x^2 + zx - yz - z^2 = 0$$

$$zx = y(4+y) = (-4-x-z)(-x-z)$$

$$\cancel{\text{ задача}} \quad (y+x+z)(x+z)$$

$$4x + x^2 + zx + 4z + xz + z^2$$

$$0 = (y+x) x + (y+z) z + xz$$

$$x^2 + x(z+4) + yz + z^2$$

$$D = (z+y)^2 - 4(yz + z^2) = z^2 + 8yz + 16 - 16z - 4z^2 =$$

$$= -3z^2 - 8z + 16$$

~~8265 + 3 \* 16~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

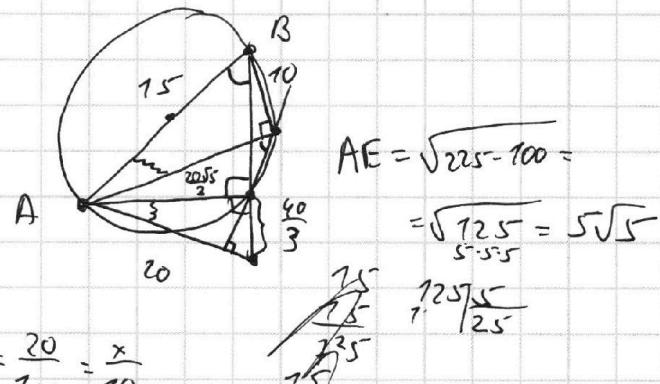
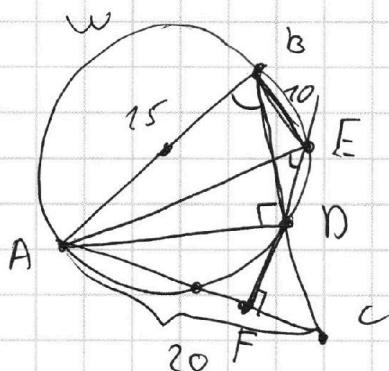
$$(x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 = \left(\frac{yz}{x}\right)^2 + \left(\frac{xz}{y}\right)^2 + \left(\frac{xy}{z}\right)^2$$

$$\begin{cases} -y = z+x+y \\ -z = x+y+z \\ -x = z+y+x \end{cases}$$

$$(x+z)^2 - y^2 = yz$$

$$(x+z)^2 = (x+z)^2 + 4(x+z) + 4$$

$$yz + 4 + 4 + 4/(x+z)$$



$$\frac{4}{3} = \frac{20}{75} = \frac{x}{70}$$

$$x = \frac{200}{75} = \frac{40}{3}$$

$$AE = \sqrt{225 - 100} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$$

$$AE = \sqrt{225 - 100} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$$

$$\sqrt{\frac{400 \cdot 5}{4} - \frac{81 \cdot 5}{4}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2000 - 405}{4}} = \frac{15\sqrt{5}}{2}$$

$$= \frac{20\sqrt{5}}{3} = \frac{10}{75}$$

$$x = \frac{20 \cdot 15 \cdot 3}{20\sqrt{5}} = \frac{45}{2\sqrt{5}} =$$

$$= \frac{45 \cdot 45\sqrt{5}}{2 \cdot 5} =$$

$$\frac{15\sqrt{5}}{9} = \frac{5\sqrt{5}}{3}$$

$$= \frac{9\sqrt{5}}{2}$$