



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$.
4. [4 балла] В теленгра ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$ являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}| + |x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}| \leq 4$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle BCA = 50^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$\begin{aligned}
 (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 &= x^2 - 4x + 4 + y^2 - 4y + 4 + z^2 - 4z + 4 = \\
 &= x^2 + y^2 + z^2 - 4xy - 4xz - 4yz + 2^2 + 4z + 12 - 2xy = \\
 &= (x+y+z)^2 - 4(x+y+z) + 4 + z^2 - 4z - 2z^2 + 4z + 8 = \\
 &= (x+y+z)^2 - 2^2 + 8 = (x+y+z-2) \cdot (x+y+z+2) + 8
 \end{aligned}$$

Аналогично для уравнения $(x+y+z-2)(x+y+z+2)+8 = (x+y+z-2)(-x+y+z-2)+8$

Если $x+y+z-2 \neq 0$, то $x+y+z-2 = x-y+z-2 = -x+y+z-2$

Значит $x=y=z$ $x^2 = -2x+x^2 \rightarrow x=y=2=0$. Противоречие.

Конечно, решения нет

Значит $x+y+z=2$

$$\begin{aligned}
 \text{значит } (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 &= (x+y+z-2) \cdot (x+y+z+2) + 8 = \\
 &= 0 \cdot (x+y+z-2) + 8 = 8
 \end{aligned}$$

Ответ: 8



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№2

Пусть у нас есть какое-то число k из x цифр.

$$k = \underbrace{99\dots9}_{3x} = 10^x - 1 \rightarrow k^3 = (10^x - 1)^3 = 10^{3x} - 3 \cdot 10^{2x} + 3 \cdot 10^x - 1.$$

$$1) \quad \begin{array}{r} 1000\dots0 \\ - 30\dots0 \\ \hline 999700\dots0 \end{array}$$

$\underbrace{}_{x-1} \underbrace{}_{2x}$

$$2) \quad \begin{array}{r} 99\dots970\dots0 \\ + 30\dots0 \\ \hline 9\dots970\dots030\dots0 \end{array}$$

$\underbrace{}_{x-1} \underbrace{}_{x-1} \underbrace{}_x$

$$3) \quad \begin{array}{r} 9\dots970\dots030\dots0 \\ - 1 \\ \hline 9\dots970\dots030\dots9 \end{array}$$

$\underbrace{}_{x-1} \underbrace{}_{x-1} \underbrace{}_x$

$$k^3 = \underbrace{9\dots9}_{x-1} \underbrace{70\dots0}_{x-1} \underbrace{29\dots9}_x \quad \text{Всего } x-1+x=2x-1 \text{ цифры.}$$

Поставив $x=30001$, получаем 60001 цифру.

Ответ: 60001.

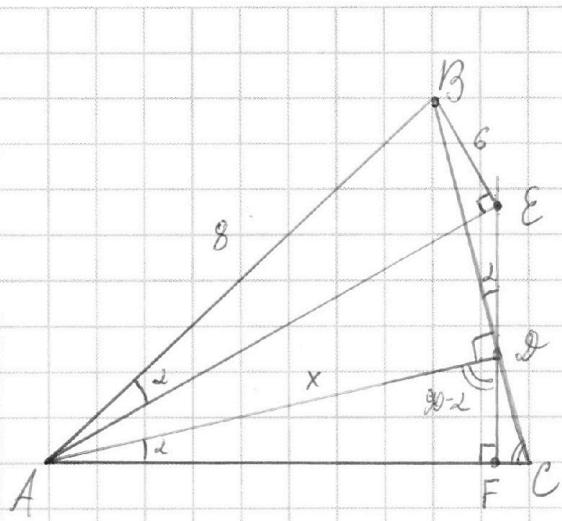


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



№3

Д, Е лежат на окр. с общим центром

$$AB \rightarrow \angle AEB = \angle ADB = 90^\circ$$

$$\text{Пусть } \angle BAE = \alpha \rightarrow \angle BDE = \alpha = \frac{\sqrt{10}x}{2}$$

$$\angle BDE = \alpha \rightarrow \angle ADF = 180^\circ - 90^\circ - \alpha = 90^\circ - \alpha \rightarrow$$

$$\rightarrow \angle DAF = \alpha.$$

$$AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = 2\sqrt{7}$$

$$\angle BAE = \angle DAF \rightarrow \cos \angle BAE = \cos \angle DAF \rightarrow \frac{2\sqrt{7}}{8} = \frac{AF}{AD}.$$

$\angle ADF$ -одинак. угол

$$\angle AFD = \angle ADC = 90^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \triangle ADF \sim \triangle ACD \\ \angle ADF = \angle ADC = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AF}{AD} = \frac{AD}{AC} = \frac{AD}{10} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\frac{AF}{AD} = \frac{AD}{AC} \rightarrow AF = \frac{AD^2}{AC} = \frac{\frac{25}{4} \cdot 7}{10} = \frac{35}{8}$$

$$AD = 2,5\sqrt{7}$$

$$\text{Ответ: } AF = \frac{35}{8}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Составь пятью, какая шанс выиграть в 1 ситуации.
Пусть всего n коробок. Тогда всего способы выиграть 5 коробок равно C_n^5 , а выигрывающих C_{n-3}^2 (мы изначально выбиралем 3 с мешком), а 2 коробки из $n-3$ оставшихся.

Вероятность равна $\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{(n-3)! \cdot 5! \cdot (n-6)!}{2! \cdot (n-8)! \cdot n!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)}$

при $n \geq 5$ и 1 при $n < 5$

Во второй ситуации всего способы выиграть 7 коробок C_n^7 , а выигрывающих C_{n-3}^4

вероятность равна $\frac{C_{n-3}^4}{C_n^7} = \frac{(n-3)! \cdot 7! \cdot (n-7)!}{4! \cdot (n-7)! \cdot n!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)}$

при $n \geq 7$ и 1 при $n < 7$

Если $n \geq 7$, то вероятность уменьшалась в $\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 0 \cdot (-1)} = 3,5$ раза.

Если $n=6$, было $\frac{1}{2}$ стока 1 \rightarrow 6 2 раза. Если $n \leq 5$ то как было 1, так и осталось.

Ответ: Если коробок ≥ 7 , то в 3,5 раза. Если 6 коробок, то в 2 раза. Если ≤ 5 , то в 1 раз.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Пусть n_1, n_2, \dots - наша арифм. прогрессия с разницей d .
 $\sqrt{5}$

Тогда $n_4 = n_1 + 3d$; $n_9 = n_1 + 8d$; $n_6 = n_1 + 5d$; $n_7 = n_1 + 6d$.

Тогда $\frac{n_4+n_9}{2} = \frac{n_6+n_7}{2} = n_1 + 5,5d$. Площадь получившегося квадрата.

В уравнении $ax^2+bx+c=0$: $x_1+x_2 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a} - b + \sqrt{D} = -\frac{6}{a}$

Тогда $\frac{a^2-2a}{1} = \frac{a^3-2a^2}{3} \Rightarrow 3 \cdot a \cdot (a-2) = a^2(a-2) \Rightarrow$

$(a-3) \cdot (a-2) \cdot a = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=2 \\ a=3 \end{cases}$ Проверим все 3 значения

1) $a=0$, тогда б/о 2 уравнения $3x^2+6=0$ нет корней, значит такое a не подходит

2) $a=2$ $x^2-5=0 \rightarrow x = \pm \sqrt{5}$ $3x^2-26=0 \rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{26}{3}}$
 $n_6 = -\sqrt{5}$ $n_7 = \sqrt{5}$ $n_4 = -\sqrt{\frac{26}{3}}$, $n_9 = \sqrt{\frac{26}{3}}$
 Проверка $2(n_7 - n_6) = 2\sqrt{5} = n_6 - n_4$

Если такое a подходит, то $2 \cdot 2\sqrt{5} = \sqrt{\frac{26}{3}} - \sqrt{5} \rightarrow 5\sqrt{5} = \sqrt{\frac{26}{3}} \rightarrow \sqrt{125} = \sqrt{\frac{26}{3}}$, что не верно.

Что $n_6 = \sqrt{5}$ $n_4 = -\sqrt{\frac{26}{3}}$ $n_7 = -\sqrt{5}$ $n_9 = -\sqrt{\frac{26}{3}}$, то

$a=2$ не подходит

3) $a=3$ $x^2-3x-1=0 \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$ $3x^2-9x+6-3=0 \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{513}}{2}$

$n_1 \quad n_2 \quad n_3 \quad n_4 \quad n_5 \quad n_6 \quad n_7 \quad n_8 \quad n_9 \dots$
 $1,5-5,5\sqrt{13} \quad 1,5-4,5\sqrt{13} \quad 1,5-3,5\sqrt{13} \quad 1,5-2,5\sqrt{13} \quad 1,5-\sqrt{13} \quad 1,5 \quad 1,5+\sqrt{13} \quad 1,5+2,5\sqrt{13}$

Ответ: $a=3$

получилась прогрессия
 $n_1 = 1,5 - 5,5\sqrt{13}$ и $d = \sqrt{13}$.
 $a=3$ подходит.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

Во первых пойдем, что можно убрать -10 из обеих скобок, и тогда наше неравенство просто сводится к $x \leq 10$, и замечательная пишущая судет то же.

которую x сопоставляем $x' = x - 10$, и тогда, если

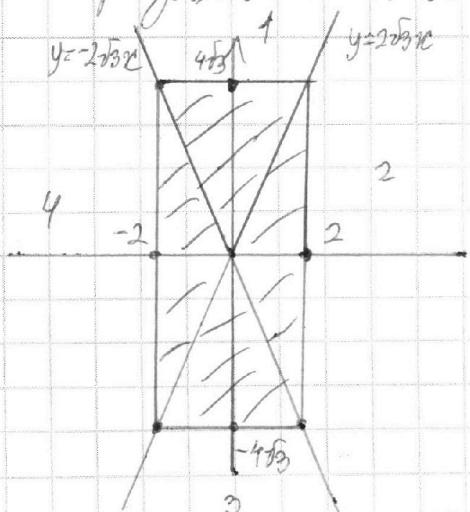
$$\left| x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| + \left| x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| \leq 4$$

$\left| x' + \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| + \left| x' - \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| \leq 4$ если точка (x, y) подходит для первого условия, $x+ya(x', y')$ подходит для второго, если нет, то нет.

Найдем все такие точки, что $\left| x + \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| \leq 4$

Рассмотрим прямые $y = 2\sqrt{3}x$ и $y = -2\sqrt{3}x$.

Они разобьют плоскость на 4 четверти



В 1 четверти лежат точки выше обеих прямых, значит

$$y \geq 2\sqrt{3}x, x \geq 0; y \geq -2\sqrt{3}x; x \geq 0$$

Последнее ограничение раскрывается и получаем

$$x + \frac{y}{2\sqrt{3}} + \frac{y}{2\sqrt{3}} - 2x \leq 4 \rightarrow y \leq 4\sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6 прохождение

Аналогично сделали для других гембераев.

$$2) x + \frac{y}{2\sqrt{3}} + x - \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4 \rightarrow x \leq 2$$

$$3) -x - \frac{y}{2\sqrt{3}} + x - \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4 \rightarrow y \geq -4\sqrt{3}$$

$$4) -x - \frac{y}{2\sqrt{3}} + \frac{y}{2\sqrt{3}} - x \leq 4 \rightarrow x \leq -2$$

Получаем, что фигура это правильный шестиугольник, и при повороте 60° за счет окружности с $R =$ радиуса $\text{диагональ} = \sqrt{48+4} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

Её площадь равна $\pi R^2 = 52\pi$

Объем: 52π

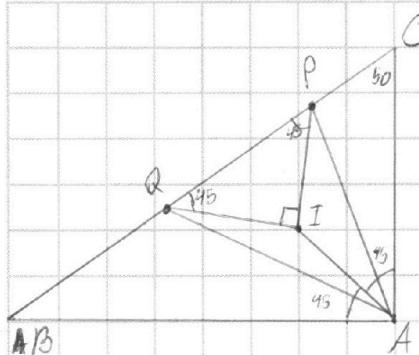


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



№7

Отметим центр вписанной окружности I, и будем доказывать, что точки I и D совпадают.

$$\angle PB I = \angle A B I$$

$$B P = B A$$

$$\left. \begin{array}{l} \angle B I P = \angle B I A \\ \angle B I P = \angle B I A \end{array} \right\} \rightarrow \angle B P I = \angle B A I = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$$

B I - общая сторона

Аналогично доказывается, что $\angle C Q I = 45^\circ$. значит $\angle Q P I = 45^\circ$

Тогда точки I и D лежат на сер. перп. PQ и на окружности с диаметром PQ и внешних тупых углах. Используя симметрию с сер. перп. сначала только 1 точку пересечения внути $\triangle ABC$, значит D и I совпадают. Тогда $\angle D B C = \angle I B C =$

$$= \frac{\angle A B C}{2} = 20^\circ$$

Ответ: 20°



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$z = 2 - x - y$$

$$xy = -4 + xy + 4y + x^2 + y^2 + x - 4x - 4y + 2xy$$

$$z^2 = (2 - x - y)(2 - x - y) =$$

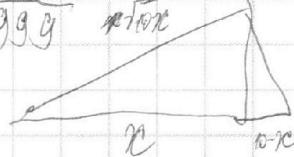
$$= 4 - 2x - 2y - 2x - 2y + x^2 + xy + y^2 + xy$$

$$\begin{array}{r} \times 999 \\ 999 \\ \hline 8991 \\ 8991 \\ 8991 \\ \hline 998001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 998001 \\ 999 \\ \hline 982009 \\ 982009 \\ \hline 982009 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - 99800100 \\ 998001 \\ \hline 997002999 \end{array}$$

$$x^2 + xy + y^2 = 0$$

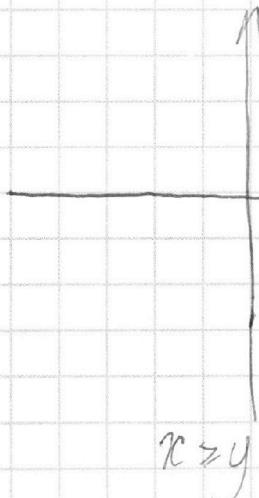


$$|x+y| + |x-y| \leq 4$$

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{z}}{4}$$

$$z = \frac{70}{168} = \frac{5}{12}$$

$$(x + \frac{y}{2}) + (x - \frac{y}{2})$$



$$x + \frac{y}{2} \geq 0$$

$$\frac{y}{2} \geq -x$$

$$yz - 2xz \geq \frac{y}{x}$$

$$x + y + x - y \leq 4$$

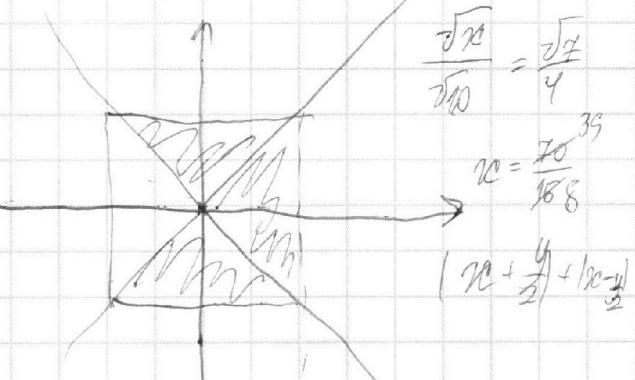
$$-x - y + x - y \leq 4$$

$$x + y + y - x$$

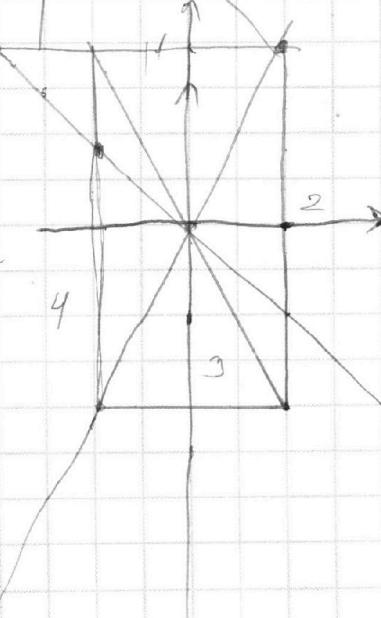
$$-x - \frac{y}{2} + \frac{y}{2} - x \leq 4$$

$$x + \frac{y}{2} + \frac{y}{2} - x \leq 4$$

$$x + \frac{y}{2} + x - \frac{y}{2} \leq 4$$



$$y \geq -2$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4 \cdot (x+y+z) + 12$$

$$c = xyz = z^2 \cdot (z-2) = y^2 \cdot (y-2) = x^2 \cdot (x-2)$$

~~$x^2 + y^2 + z^2 - 4 \cdot (x+y+z) + 12$~~

$$xyz = 22^2 - 42$$

$$xy = 220 - 2y + y^2$$

~~$x^2 + y^2 + z^2 - 4 \cdot (x+y+z) + 12$~~

$$x^2 + y^2 + 2xy - 2 \cdot (x+y) = 22^2 - 42 + 2 \cdot (x+y)$$

~~$x^2 + y^2 + z^2 - 4 \cdot (x+y+z) + 12$~~

$$(x+y)^2 - (2+2) \cdot (x+y) = 22^2 - 42$$

$$x^2 = -2y + y^2$$

$$(x+y) \cdot (x+y-2-2) = 22 \cdot (2-2)$$

$$x^2 + y^2 - 4 \cdot (x+y) + 8 + 2^2 - 42 + 4$$

$$(x+y-2)^2 + 2^2 - 42 + 8 - 22^2 + 4z = (x+y-2)^2 - 2^2 + 8$$

$$x+y-2 = x-y+2 \quad x=y=2 \quad z=3 \quad x=3 \quad y=1$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = x^2 - 4x + 4 + y^2 - 4y + 4 + z^2 - 4z + 4 =$$

$$= x^2 + y^2 + 2xy - 4x - 4y + z^2 - 4z + 12 - 22^2 + 4z$$

$$(x+y)^2 - 4 \cdot (x+y) + 4 - z^2 + 8$$

$$(x+y-2)^2 - z^2 + 8 =$$

$$= (x+y+2-2) \cdot (x+y-2-2) + 8$$

$$x^2 = -2x + x^2 \quad x+y-2 = x-y+2 = -x+y+2$$

$$x+y+z=2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$z \cdot (z-2) = xy$$

$$(z-2) = \frac{xy}{z}$$

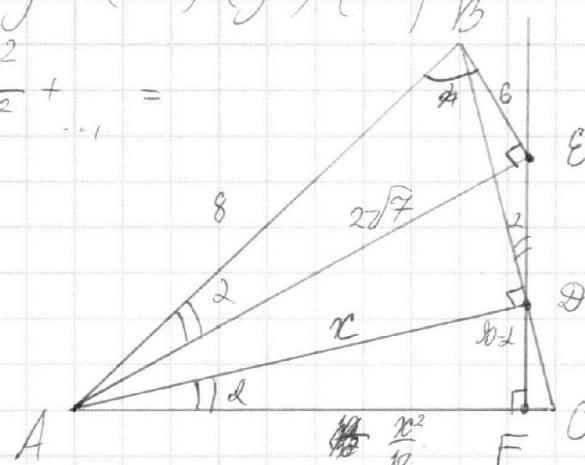
$$xyz = (x-2) \cdot (y-2) \cdot (z-2)$$

$$\frac{xy^2}{z^2} + \dots =$$

$$\cos 2 = \frac{3}{4}$$

$$\cos \angle ADE = -\frac{3}{4}$$

28



$$8^2 + 6^2 - 2 \cdot 8 \cdot 6 \cdot \frac{3}{4} = x^2 + y^2 + 2xy \cdot \frac{3}{4}$$

$$x^2 + 1,5xy + y^2 - 28 = 0$$

$$y^2 + 1,5xy + x^2 - 28 = 0$$

$$D = 2,25 + 112 - 4x^2 = 114,25 - 4x^2$$

$$y = \frac{-1,5x + \sqrt{114,25 - x^2}}{2}$$

$$\frac{10}{x^2} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$x^2 = \frac{40}{\sqrt{7}}$$

$$BD^2 = 64 - x^2$$

$$BE^2 = 36$$

$$ED^2 =$$

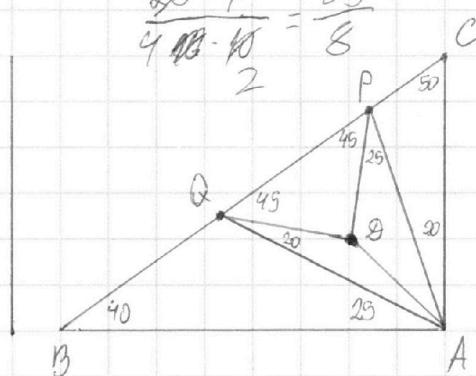
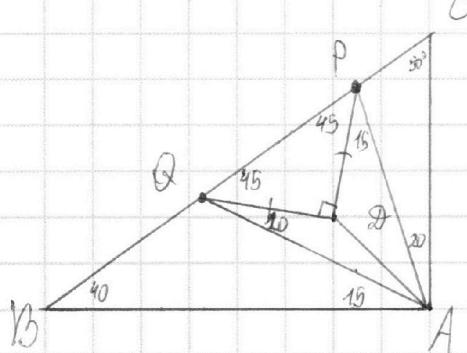
Б/б/в

$$\frac{x}{10} = \frac{2\sqrt{7}}{8}$$

$$x = \frac{20\sqrt{7}}{82}$$

$$x = \sqrt{\frac{40}{\sqrt{7}}}$$

$$\frac{85 - 7}{4 \cdot 10 - 10} = \frac{35}{8}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x^2 - 3x + 1 = 0 \quad x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$

$\cos \angle ADE = \sqrt{1 - \frac{x}{100}} = \frac{\sqrt{100-x}}{10}$

$AE^2 = 64 - 36 = 28$

$28 = 10x + y^2 + 2y \cdot \sqrt{10x} - \frac{\sqrt{100-x}}{10}$

$36 = 64 - 10x + y^2 - 2y\sqrt{64-10x} - \frac{\sqrt{x}}{10}$

$\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{n! \cdot 5!(n-5)!}{2 \cdot (n-2)! \cdot n!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{(n-2)(n-3)(n-4)}$

$\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{(n-3)! \cdot 5!(n-5)!}{2 \cdot (n-5)! \cdot n!} = \frac{60}{n(n-1)(n-2)}$

$a^3 - 2a^2 = 3a^2 - 6a$

$a^3 - 5a^2 + 6a = 0$

$a=0$

$a=\cancel{2}$

$a=\cancel{3}$

$n \leq 5 \rightarrow x_1$

$x^2 - 7 = 0 \quad x = \pm \sqrt{7}$

$\frac{n+x_2}{2} = \frac{-6-2\sqrt{2}-16+2\sqrt{2}}{2a} = -6$

$n=6 \rightarrow x_2$

$n \geq 7 \rightarrow x_3, 5$

$(10-1)^{3n} = 10^{3n} - 3 \cdot 10^{2n} + 3 \cdot 10^n - 1$

$1000 \cdot \underbrace{\dots}_{2n} \quad m_1, m_2, d$

$1000 \cdot \underbrace{\dots}_{2n} \quad 300 \cdot \underbrace{\dots}_{2n}$

$1000 \cdot \underbrace{\dots}_{2n} \quad 300000 \cdot \underbrace{\dots}_{1}$

$1000 \cdot \underbrace{\dots}_{n} \quad 300 \cdot \underbrace{\dots}_{n}$

$1000 \cdot \underbrace{\dots}_{n} \quad 300000 \cdot \underbrace{\dots}_{n}$

$a^2 - 2a = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$

$\frac{9801}{99} \quad \frac{88209}{99}$

$+ 88209$

88209

970299