

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$.
4. [4 балла] В теленгра ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$ являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| + \left|x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| \leq 4$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle BCA = 50^\circ$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: $2\frac{2}{3}; 8$.

Вычтем из 1^{го} уравнение системы 2^{го}: $xy - yz = -2z + z^2 + 2x - x^2$

$$y(x-z) = -(x+z)(x-z) + 2(x-z)$$

1) Пусть $(x-z) = 0 \Rightarrow x=z \Rightarrow$ из 1^{го} ур-ия (1): $xy = x^2 - 2x$

По условию $x, y, z \neq 0 \Rightarrow y = x-2 \Rightarrow y = z-2$
 $x=z$

Из 3^{го} ур-ия: $x^2 = y(y-2) = (x-2)(x-4)$

$$x^2 = x^2 - 6x + 8 \Rightarrow 8 - 6x = 0 \Rightarrow 6x = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{6} = 1\frac{1}{3}$$

$$z = 1\frac{1}{3}, y = -\frac{2}{3}. \text{ Проверка: } \begin{cases} xy = -2z + z^2 \\ yz = -2x + x^2 \\ zx = -2y + y^2 \end{cases}; \begin{cases} -\frac{8}{9} = -\frac{8}{3} + \frac{16}{9} \\ -\frac{8}{9} = -\frac{8}{3} + \frac{16}{9} \\ \frac{16}{9} = \frac{4}{3} + \frac{4}{9} \end{cases} \checkmark$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} + \frac{16}{9} + \frac{4}{9} = 24 : 9 = 8 : 3 = 2\frac{2}{3}$$

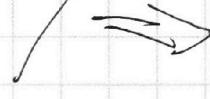
2) Если $(x-z) \neq 0$, то: $y = 2-x-z \Rightarrow x+y+z=2$

$$1. (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = (2-x)^2 + (2-y)^2 + (2-z)^2 = (y+z)^2 + (x+z)^2 + (x+y)^2 - 2(x^2 + y^2 + z^2) + 2(xy + yz + zx)$$

$$2. (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 4(x+y+z) + 12 = (x^2 + y^2 + z^2) + 4$$

$$3. (x-2)^2 = (2-x)^2 = (y+z)^2 \Rightarrow (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = (y+z)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = y^2 + 2yz + z^2 + y^2 + 4 - 4y + z^2 - 4z + 4$$

$$yz = -2x + x^2 \Rightarrow 2yz = 2x^2 - 4x$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & \Rightarrow (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 2(x^2 + y^2 + z^2) + 8 - 4(x+y+z) \\ & x+y+z=2 \\ & \cancel{\Rightarrow (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 =} \\ & = 2(x^2 + y^2 + z^2) + 8 - 8 = \\ & = 2(x^2 + y^2 + z^2) \end{aligned}$$

Из 1., 2. и 3. мы получили, что данное выражение равно:

$$2(x^2 + y^2 + z^2) = (x^2 + y^2 + z^2) + 4 = 2(x^2 + y^2 + z^2) + 2(xy + yz + zx)$$

Следовательно, $2(x^2 + y^2 + z^2) = (x^2 + y^2 + z^2) + 4$

$$\underset{\Downarrow}{x^2 + y^2 + z^2} = 4 \Rightarrow 2(x^2 + y^2 + z^2) = 8$$

Но из 3. доказали, что $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 2(x^2 + y^2 + z^2) \Rightarrow$

$$\Rightarrow (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 8.$$

Таки $x=z$ сума из членов будет равна $2\frac{2}{3}$, при $x \neq z := 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: 60001.

Представим $n^3 = \underbrace{(99\dots99)}_3^3$, как $(10^{30001} - 1)^3$, тогда $n^3 =$

$$= 10^{30003} - 3 \cdot 10^{60002} + 3 \cdot 10^{30001} - 1.$$

$$1) 10^{30003} - 3 \cdot 10^{60002} = \begin{array}{r} 100\dots000\dots000 \\ - 30\dots000 \\ \hline 99\dots970\dots000 \end{array}$$

30000 1 60002

$$2) (10^{30003} - 3 \cdot 10^{60002}) + 3 \cdot 10^{30001} = \begin{array}{r} 99\dots970\dots000\dots00 \\ + 30\dots00 \\ \hline 99\dots970\dots030\dots00 \end{array}$$

30000 1 30000 1 30001

$$3) ((10^{30003} - 3 \cdot 10^{60002}) + 3 \cdot 10^{30001}) - 1 = \begin{array}{r} 99\dots99700\dots00299\dots99 \\ - 30000 1 30000 1 30001 \end{array}$$

Следовательно, выражив $n^3 = (10^{30001} - 1)^3$, мы получим, что в десятичной записи числа n^3 содержащей $30000 + 30001 = 60001$ девяток

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1

2

3

4

5

6

7



$$\frac{35}{8} = 4,375$$

Ответ: рассмотрим треугольники,

из которых мы можем найти

AF:

$\triangle AFE, \triangle AFD, \triangle EFC$

(найдём FC \Rightarrow знаем длину

AC, найдём AF), $\triangle DFC$

(аналогично с $\triangle EFC$)

AB -диаметр $\Rightarrow \angle AEB = \angle ADB = 90^\circ$

(смущаете на AB) $\Rightarrow \triangle AEB$ - $\text{rt}\angle$,

$AB=8, BE=6 \Rightarrow AE = \sqrt{64-36} = 2\sqrt{7}$

$\angle ADE$ смущаете на AE /

$\angle ABE$ смущаете на AE / $\Rightarrow \angle ADE = \angle ABE / \Rightarrow \triangle AFD \sim \triangle AEB$
 $\angle AFD = 90^\circ = \angle AEB$ (но 2 угла)

$\angle AFB = 90^\circ$ (смущ. на диам.) $\Rightarrow \angle FDC = 180^\circ - 90^\circ - \angle ADE = 90^\circ - \angle ABE =$

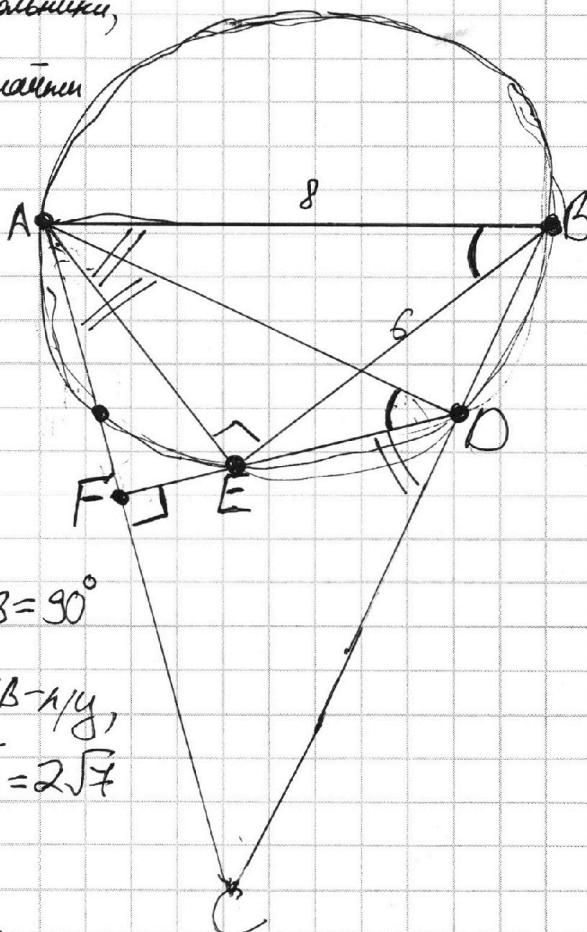
$\angle EAB ; \angle OFC = 90^\circ - \angle AEB \Rightarrow \triangle AEB \sim \triangle OFC$ (но 2 угла)

$\angle FAD = 90^\circ - \angle ADF = 90^\circ - \angle ADE = 90^\circ - \angle ABE = \angle EAB = \angle FDC \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CAD = \angle FAD$

$\angle ADC - \text{смущаете} < 90^\circ \Rightarrow \angle ADC = 90^\circ - \angle AFD \Rightarrow \triangle AFD \sim \triangle ADC \Rightarrow$
(но 2 угла)

$$\Rightarrow \frac{AF}{AD} = \frac{FB}{DC} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AD^2 = AF \cdot AC \quad \text{①}$$



I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \triangle AFD &\sim \triangle ADC \\ \triangle AFD &\sim \triangle AEB \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \frac{AE}{AD} = \frac{EB}{DC} = \frac{AB}{AC} &\Rightarrow AD \cdot AB = AE \cdot AC \\ AD = \frac{AE \cdot AC}{AB} = \frac{2\sqrt{7} \cdot 10}{8} &= \frac{5\sqrt{7}}{2} \end{aligned}$$

Из утверждения ①

$$\begin{aligned} AD^2 &= AF \cdot AC \\ AD = \frac{5\sqrt{7}}{2} &\Rightarrow AF \cdot AC = \frac{25 \cdot 7}{4} \\ AC = 10 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \cdot 5 \cdot AF &= 5 \cdot 5 \cdot \frac{7}{4} \\ 2AF = \frac{35}{4} &\Rightarrow AF = \frac{35}{8} = 4,375 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: в 3,5 раза.

Пусть изначально ведущий взял n коробок. Тогда вариантов расположения 3 мячика в n коробках = C_n^3 .

Вариантов, когда 3 мячика окажутся в 5 выбранных строках коробках = $C_5^3 \Rightarrow$ вероятность выпадения = $\frac{\text{благоприятные исходы}}{\text{всех исходов}} = \frac{C_5^3}{C_n^3}$.

Когда шоку разрешили выбрать 7 коробок, количество благоприятных исходов стало равно C_7^3 . Количество всех исходов не изменилось \Rightarrow вероятность во 2^{ом} случае будет равна $\frac{C_7^3}{C_n^3}$.

Насколько, во сколько раз она увеличилась:

$$\frac{C_7^3 \cdot C_5^3}{C_n^3} = \frac{C_n^3 \cdot C_7^3}{C_n^3 \cdot C_5^3} = \frac{C_7^3}{C_5^3} = \frac{7!}{3!4!} \cdot \frac{5!}{3!2!} = \frac{7!3!2!}{3!4!5!} = \frac{7!2!}{4!5!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 2}{4!} = \frac{2 \cdot 6 \cdot 7}{2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{2 \cdot 7}{4} = \frac{7}{2} = 3,5 \text{ раза} \Rightarrow \text{вероятность}$$

выпадения увеличилась в 3,5 раза.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: 3.

$$x^2 - (a^2 - 2a)x + (a^2 - a - 7) = 0 \Rightarrow \text{сумма корней равна по т. Виета:}$$

$$a^2 - 2a \Rightarrow h_6 + h_7 = a^2 - 2a = h_1 + 1/d \quad (\text{h}_i - i\text{-ий член прогрессии}, d - \text{разность}).$$

$$3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0 \Rightarrow \text{сумма корней равна } \frac{a^3 - 2a^2}{3} = h_6 + h_9 = h_1 + 1/d \Rightarrow \begin{cases} h_1 + 1/d = a^2 - 2a \\ h_1 + 1/d = \frac{a^3 - 2a^2}{3} \end{cases} \Rightarrow a^2 - 2a = (a^2 - 2a) \cdot \frac{a}{3} \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=2 \\ a=3 \end{cases}$$

$$1) a=0 \Rightarrow 1^{\text{ое}} \text{ уравнение} - x^2 - 7 = 0, h_{7,6} = \pm \sqrt{7} \Rightarrow a \neq 0$$

$$2^{\text{ое}} \text{ уравнение} - 3x^2 + 6 = 0, x^2 \geq 0, 6 > 0 \Rightarrow \emptyset$$

$$2) a=2 \Rightarrow 1^{\text{ое}} \text{ уравнение} - x^2 + 4x - 7 = x^2 - 5 = 0, h_{6,7} = \pm \sqrt{5}.$$

$$2^{\text{ое}} \text{ уравнение} - 3x^2 + 6 - 2^5 = 3x^2 - 26 = 0 \Rightarrow h_{4,9} = \pm \sqrt{\frac{26}{3}}$$

$$h_9 - h_7 = h_6 - h_4 = 2d \Rightarrow \text{значит, что } -\sqrt{\frac{26}{3}} < -\sqrt{5} < \sqrt{5} < \sqrt{\frac{26}{3}}$$

$$h_7 - h_6 = d \Rightarrow d = \pm 2\sqrt{5}$$

$$h_{6,7} = \pm \sqrt{5}$$

$$h_9 - h_4 = \pm 2\sqrt{\frac{26}{3}} = 5d = \pm 10\sqrt{5}, \text{ но } \pm 10\sqrt{5} \neq \pm 2\sqrt{\frac{26}{3}} - \text{чтобы} \\ \pm \sqrt{500} \neq \pm \sqrt{\frac{52}{3}} \quad \text{верно} \\ a \neq 2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$3) a=3 \Rightarrow 1^{\text{ое}} \text{ уравнение} - x^2 - 3x + 9 - 3 - 7 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$D = 9 + 4 = 13 \Rightarrow n_6, 7 = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2} \Rightarrow n_7 - n_6 = d = \frac{\pm 2\sqrt{13}}{2} = \pm \sqrt{13}$$

$$2^{\text{ое}} \text{ уравнение} - 3x^2 - 9x + 6 - 3^5 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 - 81 = 0 \\ x^2 - 3x - 79 = 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 79 = 325$$

$$n_{4, 9} = \frac{3 \pm 5\sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{3 - 5\sqrt{13}}{2} < \frac{-3 - \sqrt{13}}{2} < \frac{3 + \sqrt{13}}{2} < \frac{3 + 5\sqrt{13}}{2}$$

$$\text{иначе или } n_4, n_6, n_7, n_9 \Rightarrow \frac{3 - 5\sqrt{13}}{2} + 2\sqrt{13} = n_6 = \frac{3 + \sqrt{13}}{2}$$

$$\text{или } n_9, n_7, n_6, n_4 \quad n_6 + d = \frac{3 - \sqrt{13}}{2} + \sqrt{13} = \frac{3 + \sqrt{13}}{2} = n_7$$

аналогично:

$$n_7 + 2d = \frac{3 + \sqrt{13}}{2} + 2\sqrt{13} = \frac{3 + 5\sqrt{13}}{2} = n_9$$

$$n_4 + 2d = \frac{3 + 5\sqrt{13}}{2} - 2\sqrt{13} = \frac{3 + \sqrt{13}}{2} = n_6$$

$$n_6 + d = \frac{3 + \sqrt{13}}{2} - \sqrt{13} = \frac{3 - \sqrt{13}}{2} = n_7$$

$$n_7 + 2d = \frac{3 - \sqrt{13}}{2} - 2\sqrt{13} = \frac{3 - 5\sqrt{13}}{2} = n_9$$

Рассмотрев все случаи, мы получим, что условие задачи выполнено только при $a=3$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$xy = -2z + z^2$$

$$\frac{z-2}{(z-2)^2} \stackrel{z=2}{\rightarrow} \infty$$

$$yz = x(x-2) = \frac{yz}{x} - 10$$

$$x^2 = y(y-2)$$

$$\frac{x^2 y^2}{z^2} + \frac{y^2 z^2}{x^2} + \frac{x^2 z^2}{y^2}$$

$$\frac{x^4y^4}{x^2y^2z^2} + \frac{y^4z^4}{x^2y^2z^2} + \frac{x^4z^4}{x^2y^2z^2}$$

$$a(a^2 - 3ab + 3)$$

$$\frac{a^2b^2 + b^2c^2 + a^2c^2}{a^2b^2}$$

10000

$$(a+b+c)^2$$

$$(a^2 + b^2)(b^2 + c^2)$$

$$(ab+bc+ac+bc)/a+c$$

$$a^3b + b^3a + a^3c + abc \\ + abc + b^3c + ac^3 + bc^3$$

$$\begin{array}{ccccccc}
 & 99\ldots 999 & 7 & 000 & 3 & 00001 & 60002 \\
 & \brace{99\ldots 999} & 7 & \brace{000\ldots 0} & 3 & 0\ldots 00 & \\
 360000 & & 30000 & & & 280001 & \\
 \\
 & 99\ldots 999 & 7 & 0\ldots 00 & 299\ldots 99 & 260001 & \\
 & \brace{99\ldots 999} & 7 & \brace{0\ldots 00} & \brace{299\ldots 99} & 260001 & \\
 30000 & & 30000 & & 30001 & & \\
 \end{array}$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 - 4y + 4 + z^2 - 4z + 4 = (y-2)^2 + (x-2)^2 + (z-2)^2$$

$$\begin{array}{ccc} yz+2x & xz+2y & 2y+2z \\ \cancel{xz} & -yz & \\ x^2+y^2+z^2+12 & 4x-\cancel{4y}-yz & \end{array}$$

$$-4x = \cancel{2}x^2 - y^2$$

~~Proposed~~ X

$$\frac{a!}{(a-3)!3!} \quad \frac{(a-5)!}{3!(a-8)!}.$$

C_{45}^1 C_{4-5}^2 C_{4-5}^3

$$\begin{array}{l}
 \text{Ansatz: } \\
 \text{Next: } \cancel{\text{Ansatz}} + C_5^3 \\
 \text{Ansatz: } \\
 \text{Ansatz: } \\
 \underline{C_3^3 - C_{n-5}^3 - C_{n-5}^2 - C_{n-5}^1} \\
 C_3^3
 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1 2 3 4 5 6 7

$y(x-z) = -2x^2 + 2x - x^2$

$y(x-z) = 2(x-z)(x+z)$

$y = 2 - x - z$ FAD NFDC

$\frac{FA}{FD} = \frac{AD}{DC} = \frac{FB}{FC}$

$\Delta EAB \sim \Delta FAD$

$\Delta BAE \sim \Delta CDF$

$y(x-z) = z^2 - 2z + 2x - x^2$

$y(x-z) = -(x-z)(x+z) + 2(x-z)$

$y = -x^2 + 2$

$(x-z)^2 + (x+z)^2 = x^2 + 2xz + z^2$

$+ (z-x)^2 = x^2 - 2xz + z^2$

$x^2 - 2xz + z^2 = x^2 + 2xz + z^2$

$x^2 - 2xz = 2xz$

$x+y = \frac{-xy}{z}$

$x+y+z = \frac{-xy+yz+zx}{z} = 2$

$x^2 - xy = 2z$

$x^2 + y^2 + z^2 - 4(x+y+z) + 12$

$2xy + 2xz + 2yz - x^2 - y^2 - z^2$

$(y+z)^2 - (x+z)^2 = (xy)^2 = 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2yz + 2xz + 2xy$

$2(2x^2 + 2xy + 2y^2 + 2xz + 2yz)$

$y(x+z) = x^2 + z^2 - 2(x+z)$

$\frac{x^2 + z^2}{z^2} + \frac{x^2 z^2}{y^2} + \frac{y^2 z^2}{x^2}$

$8 = -2 \cdot 4 + 4 \cdot 4$

$4 \cdot 4 = -2 \cdot 2 + 2 \cdot 2$

$AE = \sqrt{AF^2 - FE^2}$

$G(16-8) = \frac{ab + bc + ca}{a+b+c}$

$a^2 b^2 + b^2 c^2 + c^2 a^2 = ab + bc + ca$

$\Delta ACD \sim \Delta AED$

$\frac{AD}{AE} = \frac{DC}{EB} = \frac{AC}{AB}$

$AD = \frac{AE \cdot AC}{AB}$

$x^2 = xy$

$x^2 - 2xy = z^2$

$2xy = z^2$

$z^2 - 4y + 4 = z^2 - 2y$

$2y = 4$

$y = 2$

$x = 4 - 2 = 2$

$ab + bc + ca = (a+c)(b+c)$

$b(a+c) + ac$

$xy = \frac{c}{3y^2}$

$xy = 1 - x - y$

$z(x+y) = -xy$

$xy = \frac{c}{3y^2}$

$2xy + 2xz + 2yz - x^2 - y^2 - z^2 = 12$

$(a+b)(b+c) + (a+c)(c+b) + (b+a)(c+a) = 9$

$= 8 + 6(xy + yz + zx)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & xy - yz = 2x^2 - (x+z)(x-z) + 2(x^2) \\
 & y = 2-x+z \Rightarrow x+y+z=2 \\
 & \cancel{x+y+z} \quad \cancel{x^2-y^2} \quad \cancel{x^2-z^2} \\
 & x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz - 2yz = x^2 + y^2 + z^2 - 4 \\
 & \cancel{x^2} = -\frac{8}{3} - \frac{8}{3} + \frac{16}{3} \quad xy = z(z-2) \\
 & x^2 = y^2 - 2y - \frac{8}{3} = \frac{16}{3} + \frac{4}{3} \quad \cancel{z^2} \\
 & (x-2)^2 + (2-y)^2 + (2-z)^2 = (x-2)^2 - 2(x-2) \quad (x+y-2)(x+y) = xy \\
 & \cancel{(x-2)^2} \quad \cancel{(2-y)^2} \quad \cancel{(2-z)^2} \\
 & (x-2)(x-4) \quad x^2 + y^2 + 2xy - 2x - 2y = xy \quad x^2 + y^2 + z^2 - 2(x+z) \\
 & \cancel{x^2} \quad \cancel{xy^2} \\
 & x^2 \quad (x+y)^2 = xy + 2(xy) \quad -\frac{xy+2y^2}{2(x+z)} = (x+z)^2 \\
 & \cancel{2x^2-xy} \\
 & \cancel{2x^2-y^2} \\
 & 2y = y^2 - yz \\
 & y^2 + x^2 + z^2 \\
 & \cancel{y^2} \\
 & x^2 + z^2 - 4y^2 + 8 \\
 & \cancel{y^2} \\
 & -4y + 2y^2 + 2(2-y) \quad \frac{4}{3} + 4 - \\
 & 2(x^2 + y^2 + z^2 - 4y) - 2y(\cancel{2-y}) = 2-y/(y-2y+2) \\
 & \cancel{2(x^2 + y^2 + z^2 - 4y)} \quad \cancel{2y(\cancel{2-y})} \\
 & y^2 + z^2 + 2yz + y^2 + z^2 + 8 - \frac{4}{3}(y+z) \\
 & -4y + 2x^2 \quad (2-x)^2 \\
 & (y+z)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 \\
 & \cancel{y^2 + 2yz + z^2} + \cancel{y^2 + 4y - 4y} + \cancel{z^2 - 4z + 4} \\
 & \cancel{-4y} + \cancel{2y^2} \\
 & 2(y^2 + x^2 + z^2) - 4(x+y+z) + 8 = 2(y^2 + x^2 + z^2) \\
 & \cancel{2(y^2 + x^2 + z^2)} - 4(x+y+z) + 8 = 2(y^2 + x^2 + z^2) \\
 & \cancel{2(2-x)^2 + (2-y)^2 + (2-z)^2} - (y+z)^2 + (x+z)^2 + (x+y)^2 = \cancel{y^2 + 2yz + z^2} \\
 & \cancel{x^2 + 2xz + z^2} - \cancel{x^2 + 2xy + y^2} = 2(x^2 + y^2 + z^2) \\
 & \cancel{2xy + yz + xz} = 0
 \end{aligned}$$