



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 14



1. [5 баллов] На дуге полукруга с диаметром MN и центром O взята точка K . Построен треугольник ABC такой, что его вершина A лежит на отрезке OK , вершина B — на отрезке ON , вершина C — на дуге KN . Найдите отношение площади сектора $МОК$ к площади полукруга, если известно, что $AC = BC = OM$ и $\angle ACB = 108^\circ$.
2. [4 балла] Найдите все натуральные a и b такие, что

$$\begin{cases} 2 \cdot \max(a; b) = 13|a - b|, \\ 8 \cdot \min(a; b) = 11(\text{НОД}(a; b))^2 - 99. \end{cases}$$

3. [4 балла] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие неравенству

$$\sqrt{x + 4 - 6y} - \frac{1}{\sqrt{6y - 2 - x}} > x^2 + 10x.$$

4. [3 балла] Петя загадал такие вещественные числа x, y, z , что выражения

$$\frac{4x(z - y)}{y(z - x)} \quad \text{и} \quad \frac{3y(z - x)}{4z(y - x)}$$

принимают одно и то же значение A . Найдите все возможные значения A , если известно, что их не менее двух.

5. [5 баллов] Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность с диаметром AB , а H — ортогональная проекция точки D на AB . Диагональ AC пересекает отрезок DH в точке X . Найдите CD , если $DX = 2$, $AX = 3$, $CX = 4$.
6. [5 баллов] Решите уравнение $\sqrt[4]{x + 1} = 2\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{81x - 1}$.
7. [5 баллов] Сколькими способами из натуральных чисел от 2025 до 2045 можно выбрать 6 чисел так, чтобы среди выбранных чисел нашлось 3 числа, дающих одинаковые остатки от деления на 7?



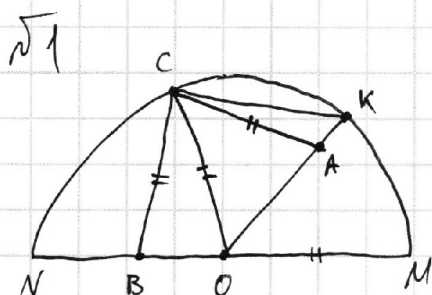
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть R — радиус окружности. Тогда $AC = BC = OM = R$,
 $OC = R$, т.к. это радиус. Точка C ~~на~~ лежит
внутри угла AOB , т.к. она лежит на дуге KN ,
значит $\angle ACB = \angle ACO + \angle BCO = 108^\circ$

Треугольники COB и CAO равнобедренные, значит

$$\angle COA = \frac{180^\circ - \angle ACO}{2}, \quad \angle COB = \frac{180^\circ - \angle BCO}{2}$$

$$\begin{aligned} \angle KOM &= 180^\circ - \angle KON = 180^\circ - (\angle COA + \angle COB) = \\ &= 180^\circ - \left(\frac{180^\circ - \angle ACO}{2} + \frac{180^\circ - \angle BCO}{2} \right) = 180^\circ - 180^\circ + \frac{\angle ACO + \angle BCO}{2} = \\ &= \frac{108^\circ}{2} = 54^\circ \end{aligned}$$

Площади секторов относятся так же как и гр.

меры углов которыми они образованы. Значит

$$\text{искомое отношение равно } \frac{54^\circ}{180^\circ} = \frac{3}{10} = 0,3$$

Ответ. 0,3.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$\begin{cases} 2 \cdot \max(a; b) = 13 \cdot |a - b| \\ 8 \cdot \min(a; b) = 11 \cdot (\text{НОД}(a; b))^2 - 99 \end{cases}$$

т.к. выражения симметричны относительно a и b

$$(\max(a; b) = \max(b; a), |a - b| = |b - a|, \min(a; b) = \min(b; a), \text{НОД}(a; b) = \text{НОД}(b; a))$$

то пусть $a \leq b$. Пусть $\text{НОД}(a; b) = d$, представим a и b в виде: $a = dx$, $b = dy$, где

x и y — взаимнопростые натур. числа. Тогда:

$$\begin{cases} 2b = 13(b - a) \\ 8a = 11d^2 - 99 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2dy = 13dy - 13dx \\ 8dx = 11d^2 - 99 \end{cases}$$

$$13dx = 11dy \quad |:d, \text{ т.к. } d \neq 0$$

$$13x = 11y, \text{ т.к. } x \text{ и } y \text{ взаимнопросты, то если } x : p$$

(p — простое) $p \neq 11$, то и y должно быть $: p$, но это невозможно. Значит $x = 11^k$ (k — цел. неотр.), но если $k \geq 2$,

то $y : 11$, противоречие. Если $k = 0$, то правая часть

$$: 11, \text{ а левая нет } \Rightarrow x = 11, y = 13$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2 (прод.)

Тогда $8 \cdot d \cdot 11 = d^2 - 99 \quad | : 11$

$$d^2 - 8d - 9 = 0$$

$$D = 64 + 4 \cdot 9 = 100$$

$$d = \frac{8 \pm 10}{2} \quad , \quad d_1 = 9$$

$d_2 = -1, \text{ невозможно}$

Значит $a = 9 \cdot 11 = 99$, $b = 9 \cdot 13 = 117$ и нам

подходят пары $(99; 117)$ и $(117; 99)$

Ответ. $(99; 117)$, $(117; 99)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{3}$

$$\sqrt{x+4-6y} - \frac{1}{\sqrt{6y-2-x}} > x^2+10x$$

Чтобы выражение имело смысл запишем условие:

$$x+4-6y \geq 0 \Rightarrow x+y \geq 6y$$

$$6y-2-x > 0 \Rightarrow 6y > x+2 \Rightarrow 6y \geq x+3 \quad ; \text{т.к. } x, y - \text{целые}$$

$$x+3 \leq 6y \leq x+4.$$

Рассмотрим 2 случая: когда $6y = x+3$ и когда

$$6y = x+4$$

1 сл.

$$\sqrt{x+4-(x+3)} - \frac{1}{\sqrt{x+3-(x+2)}} > x^2+10x$$

$$\sqrt{1} - \frac{1}{\sqrt{1}} > x^2+10x$$

$$x^2+10x < 0$$

$$x(x+10) < 0$$

$$x=0, x=-10 - \text{нули ф-ч}$$

$$\text{~~~~~} \rightarrow x \in (-10; 0), \text{ значит нам подходят}$$

числа от -9 до -1 , но $x+3$ должно делиться на 6 ,

чтобы y было целым $\Rightarrow x$ имеет ост. 3 по $\text{mod } 6$

и нам подходят

$$x = -9$$

$$x = -3$$

$$y = -1$$

$$y = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2 сл.

$$6y = x + 4$$

$$\sqrt{x+4} - (x+4) - \frac{1}{\sqrt{x+4} - (x+2)} > x^2 + 10x$$

$$0 - \frac{1}{\sqrt{2}} > x^2 + 10x$$

$$x^2 + 10x + \frac{\sqrt{2}}{2} < 0$$

$$D = 100 - 2\sqrt{2}$$

$$x = \frac{-10 - \sqrt{100 - 2\sqrt{2}}}{2}, \quad x = \frac{-10 + \sqrt{100 - 2\sqrt{2}}}{2} \quad - \text{нужн ф-ии}$$

$$x \in \left(-5 - \frac{\sqrt{100 - 2\sqrt{2}}}{2}; -5 + \frac{\sqrt{100 - 2\sqrt{2}}}{2}\right)$$

$$0 < 2\sqrt{2} < 3$$

$$97 < 100 - 2\sqrt{2} < 100$$

$$8 < \sqrt{100 - 2\sqrt{2}} < 10$$

$$4 < \frac{\sqrt{100 - 2\sqrt{2}}}{2} < 5, \quad \text{значит нам подходят } x \text{ равн}$$

$$\text{от } -9 \text{ до } -1. \quad (x+4) : 6 \Rightarrow x \text{ имеет ост. } 2$$

$$10 \bmod 6 \Rightarrow \begin{matrix} x = -9 \\ y = -1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} x = -4 \\ y = 0 \end{matrix}$$

$$\text{Ответ. } (-9; -1), (-4; 0), (-3; 0).$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

54 Пусть возможно значение A . Рассмотрим какое нибудь ~~решение~~ системы:

$$\begin{cases} \frac{4x(z-y)}{y(z-x)} = A \\ \frac{3y(z-x)}{4z(y-x)} = A \end{cases}$$

Заменим $a = xy$, $b = xz$, $c = yz$, тогда

$$\begin{cases} \frac{4b-4a}{c-a} = A \\ \frac{3c-3a}{4c-4b} = A \end{cases}$$

Пусть $m = b-a$, $n = c-b$, тогда $m+n = c-a$

Подставим:

$$\begin{cases} \frac{4m}{m+n} = A \\ \frac{3(m+n)}{4n} = A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4m = A(m+n) \\ 3(m+n) = 4nA \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{т.к. знаменатели} \\ \text{в иск. решении} \\ \neq 0 \end{array}$$

$$4m - Am = An$$

$$m(4-A) = An \quad | : (4-A), \text{ т.к. } A \neq 4 \text{ ведь иначе } \frac{4m}{m+n} = 4$$

$$m = \frac{An}{4-A}$$

$$3m + 3n = 4nA$$

$$3 \cdot \frac{An}{4-A} = (4A-3)n \quad | : n, \text{ т.к. } n \neq 0$$

$$\frac{3A}{4-A} = 4A-3$$

$$3A = (4-A)(4A-3)$$

$$3A = -4A^2 + 16A + 3A - 12$$

$$-4A^2 + 16A - 12 = 0 \quad | : (-4)$$

$$A^2 - 4A + 3 = 0$$

$$A = 1, A = 3$$

т.к. известно, что ~~возможны~~ ~~решения~~ значения

тогда для $A \geq 2$, то оба этих корня подходят

Ответ. 1; 3.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

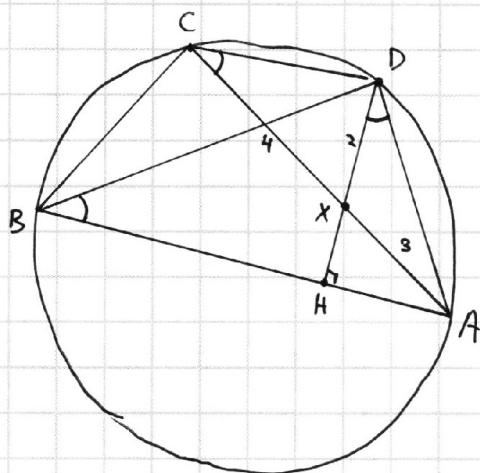
6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5



$\angle BCA = \angle BDA = 90^\circ$ как углы опирающ. на диаметр.

$\angle DCA = \angle DBA$ как опир. на одну дугу. $\angle DBA = \angle ADH = 90^\circ - \angle DAB$, т.к. $\triangle BDA$ и $\triangle DHA$ - прямоуго.

Значит $\angle ADA = \angle ACD$ и $\triangle ACD \sim \triangle ADX$ по 2-м

углам (A - общий). Из подобия $\frac{AD}{AX} = \frac{AC}{AD}$,

$$AD^2 = AX \cdot AC = 3 \cdot (3+4) = 21$$

$$AD = \sqrt{21}$$

Также из подобия $\frac{CD}{DX} = \frac{AD}{AX}$,

$$CD = \frac{AD \cdot DX}{AX} = \frac{\sqrt{21} \cdot 2}{3} = \frac{2}{3} \sqrt{21}$$

Ответ. $\frac{2}{3} \sqrt{21}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

54

Заметим, что среди чисел от 2025 до 2045 21 число, значит каждый остаток от деления на 7 встречается ровно 3 раза. Значит в 6-ке чисел может быть либо одна тройка с одинаковым остатком либо две. Если их две то таких шестёрок столько же, сколько способов выбрать 2 различных остатка, то есть C_4^2 . Если у нас одна тройка чисел с одинаковым остатком, то у нас есть 7 способов выбрать этот остаток, а также C_{18}^3 способов выбрать оставшиеся 3 числа, но мы не должны выбрать 3 числа с одинаковым остатком.

$\Rightarrow$ таких способов на 6 меньше (оставшиеся остатки). Значит таких шестёрок $7 \cdot (C_{18}^3 - 6)$

$$\text{Итого всего: } C_7^2 + 7(C_{18}^3 - 6) = \frac{7 \cdot 6}{2} + 7 \cdot \frac{18 \cdot 17 \cdot 16}{6} - 42 = 21 + 5712 - 42 = 5691$$

Ответ. 5691



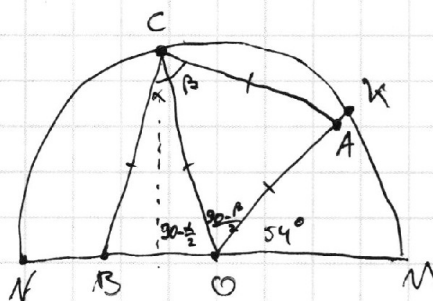
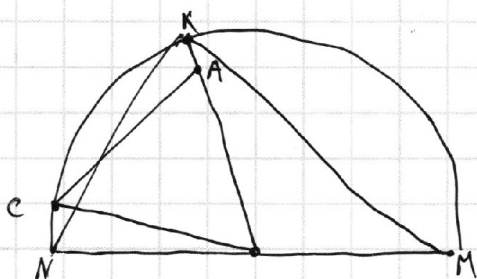
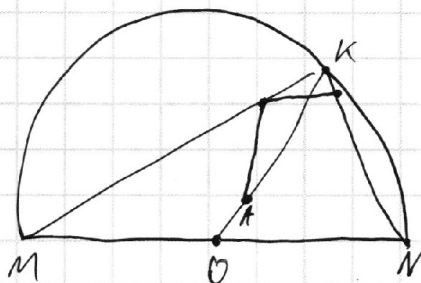
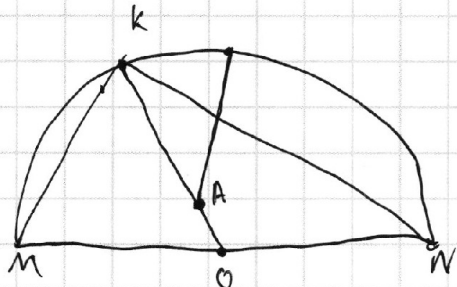
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

①



$$S_{MOK} = \frac{\alpha}{2\pi} \cdot \pi R^2 = \frac{\alpha R^2}{2}$$

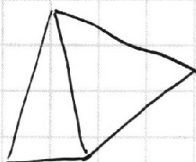
$$90 + 90 - \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\frac{13}{9} \frac{7}{4}$$

$$180 - 54$$

$$\frac{54}{180} = \frac{27}{90} = \frac{3}{10}$$

②



$$a = 99$$

$$b = 117$$

$$a \leq b$$

$$\frac{b \pm 10}{2} = \frac{9}{4}$$

$$\begin{cases} 2 \cdot \max(a, b) = 13 \cdot |a - b| \\ 8 \cdot \min(a, b) = 11 \cdot (\text{НОД}(a, b))^2 - 99 \end{cases}$$

$$d^2 - 8d - 9 = 0$$

$$D = 64 + 4 \cdot 1 \cdot 9 = 100$$

$$\begin{cases} 2 \cdot \max(a, b) = 13 \cdot |a - b| \\ 8 \cdot \min(a, b) = 11 \cdot (\text{НОД}(a, b))^2 - 99 \end{cases}$$

$$2b = 13 \cdot |b - a|$$

$$\text{НОД}(a, b) = d$$

$$8a = 11 \cdot (\text{НОД}(a, b))^2 - 99$$

$$\begin{aligned} a &= xd \\ b &= yd \quad x \leq y \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 2dy = 13 \cdot \frac{1}{2} d(y - x) \\ 8dx = 11 \cdot d^2 - 99 \\ 8d - 11 = 11 - d^2 - 99 \end{cases}$$

$$2y = 13y - 13x$$

$$13x = 11y$$

$$x = 11$$

$$y = 13$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{4x(z-y)}{y(z-x)} = \frac{3y(z-x)}{4z(y-x)}$$

$$\frac{3(z-y)x}{z(y-x)} = A^2$$

$$16xz(z-y)(y-x) = 3y^2(z-x)^2$$

$$zx - xy = zy - zx$$

$$zx + zx - xy - zy = 0$$

$$2zx = y(x+z)$$

$$C_4^2 + 7(C_{18}^3 - 6)$$

$$\begin{cases} \square = A \\ \square = A \end{cases}$$

$$\sqrt{1} - \frac{1}{\sqrt{1}}$$

$$\begin{cases} 6y > x+2 \\ 6y \geq x+3 \end{cases}$$

$$6y = x+4$$

$$6y = x+3$$

$$0 \geq x^2 + 10x$$

$$a = x+4 - 6y$$

$$-a = 6y - x - 4$$

$$\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{2-a}}$$

3.

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x+4-6y}} - \frac{1}{\sqrt{6y-2-x}} > x^2 + 10x$$

$$x+4 \geq 6y$$

$$6y \geq x+2 \text{ or } 2\sqrt{2} < 3$$

$$\sqrt{2} \quad 2\sqrt{2} \leq 183$$

$$x+4 \geq 6y \geq x+2$$

x	x+2	x+4	y
6	8	10	x
4	6	10	x

$$\frac{1}{\dots}$$

$$9 < \sqrt{100-2\sqrt{2}} < 10$$

$$6y+2 > x+4$$

8	10	12	12
9	11	13	12

$$2\sqrt{2} < \sqrt{2} \quad 81 < 100-2\sqrt{2} \quad x+4-6y < 2$$

10	12	14	12
11	13	15	x

$$1 < \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \quad 2\sqrt{2} < 19$$

$$6y - x - 4 \leq 0$$

$$-10 \pm \sqrt{100+2\sqrt{2}}$$

12	14	16	x
13	15	17	x

$$\frac{1}{\sqrt{2}} < \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$4 \cdot 2 <$$

$$6y - x - 2 \leq 2$$

14	16	18	18
15	17	19	18

$$-\frac{1}{\sqrt{2}} \geq -\frac{1}{\sqrt{2}} \quad 4 < \frac{\sqrt{100-2\sqrt{2}}}{2}$$

$$6 \dots 15$$

18	20	22	18
19	21	23	18

$$3 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \geq \frac{1}{\sqrt{2}} \quad 6 \dots 64$$

$$x^2 + 10x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x^2 + 10x - \frac{\sqrt{2}}{2} \leq 0$$

$$100 + 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 100 + 2\sqrt{2}$$

$$-10 \pm \frac{\sqrt{100+2\sqrt{2}}}{2}$$

$$0 - \frac{1}{\sqrt{2}} >$$

$$\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \geq$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \geq \dots > x^2 + 10x$$

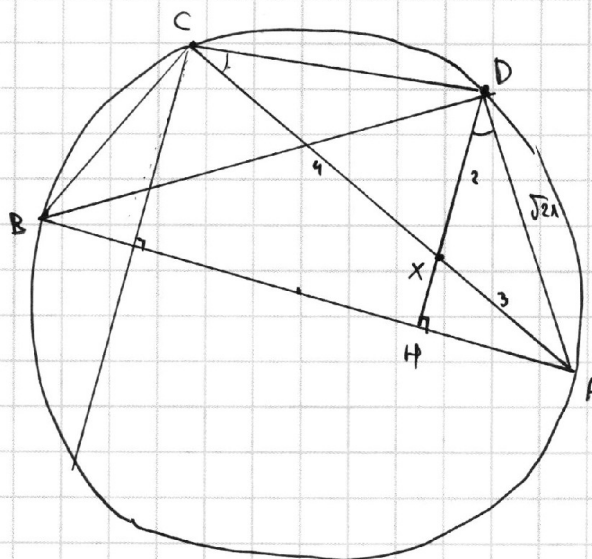
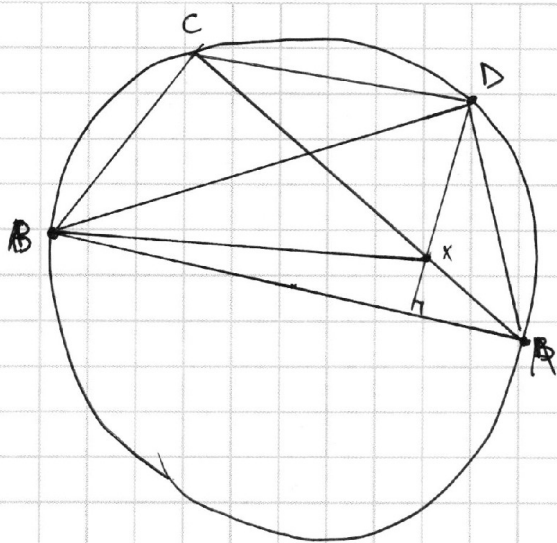


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$x = \frac{a}{y}$$

$$31 \quad z = \frac{a}{y}$$

$$\frac{ac}{y^2} = b \quad c-a = d$$

$$xy = a \quad b-a = e$$

$$xz = b \quad c-b = f$$

$$yz = c \quad y = \frac{ac}{b} \quad x =$$

$$\frac{4b-4a}{c-a}$$

$$\frac{3c-3a}{4c-4b}$$

$$x \rightarrow kx$$

$$y \Rightarrow ky$$

$$z \rightarrow kz$$

$$b-a = m$$

$$c-b = n$$

$$c-a = m+n$$

$$4m = Am + An$$

$$3n + 3m = 4An$$

$$\frac{4m}{m+n} = \frac{3(n+m)}{4n}$$

$$16mn = 3(n+m)^2$$

$$\frac{3A}{4-A} = 4A-3$$

$$3 \cdot \frac{An}{4-A} = (4A-3)n$$

$$3A = (4-A)(4A-3)n(4-A) = An$$

$$m = \frac{An}{4-A}$$

$$\frac{AC}{AD} = \frac{AD}{AX}$$

$$12$$

$$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\triangle ACD \sim \triangle AAX$$

$$\frac{AD}{AX} = \frac{AC}{AD}$$

$$AD^2 = AX \cdot AC$$

$$AD = \sqrt{3 \cdot 4} = \sqrt{12}$$

$$\frac{CD}{DX} = \frac{AD}{AX}$$

$$CD = \frac{DX \cdot AD}{AX} = \frac{2 \cdot \sqrt{12}}{3} = \frac{2}{3}\sqrt{12}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{y}{z} = k$$

$$\frac{4m}{m+n} = A$$

$$-4A^2 + 16A + 3A - 12 = 3A$$

$$\frac{3(n+m)}{4n} = A$$

$$A^2 - 4A + 3 = 0$$

$$A = 1 \text{ or } (A-1)(A-3)$$

$$4m = Am + An$$

$$4m - Am = An$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$7 \cdot \frac{16 \cdot 17 \cdot 18^3}{8}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 16 \\ \hline 126 \\ 21 \\ \hline \times 336 \\ 17 \\ \hline + 2352 \\ 336 \\ \hline 5712 \\ - 21 \\ \hline 5691 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 57.12 \quad | 16 \\ \hline 48 \\ \hline 91 \\ \hline 80 \\ \hline 112 \end{array} \quad \begin{array}{r} 35.7 \quad | 17 \\ \hline 34 \\ \hline 17 \\ \hline 21 \end{array}$$

$$\sqrt[4]{x+1} = 2\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{81x-1}$$

$$81x \geq 1$$

$$x \geq \frac{1}{81}$$

$$\sqrt[4]{t^2+1} = 2\sqrt{t} + \sqrt[4]{(9t-1)(9t+1)}$$

$$a^4 - b^4 = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2) =$$

$$= (a-b)(a+b)(a^2 + b^2)$$

$$\sqrt[4]{t^4+1} = 2t + \sqrt[4]{(3t-1)(3t+1)(9t^2+1)}$$

(4)

$$2\sqrt[4]{x} > \sqrt[4]{x+1}$$

$$81x-1 > x+1$$

$$(t+1)(t^3-t^2+t-1)$$

$$16x > x+1$$

$$80x > 2$$

$$(t-1)(t^3+t^2+t-1)$$

$$15x > 1$$

$$x > \frac{1}{40}$$

258

$$x > \frac{1}{15}$$

n k

$$\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{81x-1} + 0 \geq \sqrt[4]{x+1}$$

$$n^2 + 4nk$$

$$2\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{x} \geq 2\sqrt[4]{x(81x-1)} > \sqrt[4]{x+1}$$

$$\frac{n + \sqrt{2}n^2}{2nk} = \frac{(1+\sqrt{2})n}{2nk} = \frac{1+\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{k}$$

$$2^8 x \cdot (81x-1) > (x+1)^2$$

C4

$$256 \cdot 81x^2 - 256x > x^2 + 2x + 1$$

$$x+1 = 16x + 8x^{\frac{3}{4}}(81x-1)^{\frac{1}{4}}$$

$$(256 \cdot 81 - 1)x^2 - 258x - 1 > 0$$