



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 14



1. [5 баллов] На дуге полукруга с диаметром MN и центром O взята точка K . Построен треугольник ABC такой, что его вершина A лежит на отрезке OK , вершина B — на отрезке ON , вершина C — на дуге KN . Найдите отношение площади сектора $МОК$ к площади полукруга, если известно, что $AC = BC = OM$ и $\angle ACB = 108^\circ$.

2. [4 балла] Найдите все натуральные a и b такие, что

$$\begin{cases} 2 \cdot \max(a; b) = 13|a - b|, \\ 8 \cdot \min(a; b) = 11(\text{НОД}(a; b))^2 - 99. \end{cases}$$

3. [4 балла] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие неравенству

$$\sqrt{x + 4 - 6y} - \frac{1}{\sqrt{6y - 2 - x}} > x^2 + 10x.$$

4. [3 балла] Петя загадал такие вещественные числа x, y, z , что выражения

$$\frac{4x(z - y)}{y(z - x)} \quad \text{и} \quad \frac{3y(z - x)}{4z(y - x)}$$

принимают одно и то же значение A . Найдите все возможные значения A , если известно, что их не менее двух.

5. [5 баллов] Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность с диаметром AB , а H — ортогональная проекция точки D на AB . Диагональ AC пересекает отрезок DH в точке X . Найдите CD , если $DX = 2$, $AX = 3$, $CX = 4$.
6. [5 баллов] Решите уравнение $\sqrt[4]{x + 1} = 2\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{81x - 1}$.
7. [5 баллов] Сколькими способами из натуральных чисел от 2025 до 2045 можно выбрать 6 чисел так, чтобы среди выбранных чисел нашлось 3 числа, дающих одинаковые остатки от деления на 7?



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано

$AC = CB = OM$

$\angle ACB = 108^\circ$

Найти $\frac{S_{\text{МОК}}}{S_{\text{полук}}}$?

Решение

I Проведём OC - радиус $\Rightarrow OC = OM = CA = CB = r$

$\Rightarrow \triangle ACO - \text{н/д } \angle CAO = \angle COA$ и $\triangle OCB - \text{н/д } \angle COB = \angle CBO$

$\angle COB = \angle CBO$

II $\angle$ четырёх углов $ACBO$

$\angle ACB + \angle CAO + \angle COA + \angle COB + \angle CBO = 360^\circ$

$108^\circ + 2\angle COA + 2\angle COB = 360^\circ$

$2\angle COB = 252^\circ$

$\angle COB = 126^\circ$

$\angle AOB = 2\angle KON$

$\angle KOM = 180^\circ - \angle KON = 54^\circ$

III $\frac{S_{\text{МОК}}}{S_{\text{полук}}} = \frac{\pi r^2 \cdot \frac{\angle KOM}{360}}{\pi r^2 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{54 \cdot 2}{360} = \frac{108}{360} = \frac{54}{180} = \frac{3}{10}$

Ответ: $\frac{3}{10}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b \in \mathbb{N}$$

$$\begin{cases} 2 \max(a; b) = 13 |a - b| \\ 8 \min(a; b) = 11 (\log(a; b))^2 - 99 \end{cases}$$

Рассмотрим 1 случай $a \geq b$.

$$1 \begin{cases} 2a = 13a - 13b \end{cases}$$

$$2 \begin{cases} 8b = 11 (\log(a; b))^2 - 99 \end{cases}$$

$$1 \quad 11a = 13b \Rightarrow b = \frac{11}{13}a.$$

$$2 \quad 8 \cdot \frac{11}{13}a = 11 (\log(a; \frac{11}{13}a))^2 - 99$$

$$\log(a; \frac{11}{13}a) = \frac{a}{13}.$$

$$8 \cdot \frac{11}{13}a = 11 \cdot \frac{a^2}{13^2} - 99 \quad | :11$$

$$\frac{8}{13}a = \frac{a^2}{169} - 9$$

$$\frac{a^2}{169} - \frac{8}{13}a - 9 = 0 \quad | \cdot 169.$$

$$a^2 - 104a - 1521 = 0$$

$$1521 = 13^2 \cdot 9.$$

$$16 + 9 = 25$$

$$\frac{D}{4} = 52^2 + 1521 = 13^2 \cdot 4^2 + 13^2 \cdot 3^2 = 13^2 \cdot 5^2.$$

$$a_{1,2} = \frac{52 \pm 65}{1} = \begin{cases} -13 \\ 117 \end{cases} \text{ не подходит так как } a \in \mathbb{N}$$

$$a = 117 \quad b = \frac{11}{13}a = \frac{11}{13} \cdot 117 \cdot 9 = 99$$

2 случай $b > a$ такой же как и первый только $b = 117$

$$a = 99 \Rightarrow \text{Ответ: } a = 117 \quad b = 99 \text{ и } b = 117 \quad a = 99$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

☐

2

☐

3

☒

4

☐

5

☐

6

☐

7

☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+4-6y} - \frac{1}{\sqrt{6y-2-x}} > x^2+10x$$

$$\begin{cases} x+4-6y \geq 0 \\ 6y-2-x > 0 \end{cases} \Rightarrow -y \geq \frac{-x-4}{6} \quad y \leq \frac{x+4}{6}$$
$$y > \frac{x+2}{6}$$

$$y \in \left(\frac{x+2}{6}; \frac{x+4}{6} \right]$$

$$\frac{\sqrt{(x-6y+3)+1} \cdot \sqrt{-((x-6y+3)\frac{1}{6}-1)}-1}{\sqrt{6y-2-x}} > x^2+10x$$

$$\frac{\sqrt{-(x-6y+3)^2+1}-1}{\sqrt{6y-2-x}} > x^2+10x$$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = \frac{4x(z-y)}{y(z-x)} = \frac{-48z^2y + 24y^2z^2(z-y)}{(-16z^3 + 16zy - 3y^2z) \cdot y \left(z - \frac{-12z^2y + 6y^2z}{-16z^3 + 16zy - 3y^2z} \right)} =$$

$$= \frac{-48z^3y + 24y^2z^2 + 48z^2y^2 - 24y^3z}{y(-16z^3 + 16z^2y - 3y^2z + 12z^2y - 6y^2z)} =$$

$$= \frac{-48z^3 + 42z^2y - 24y^2z}{-16z^3 + 28z^2y - 9y^2z} = \frac{-48z^3 + 42zy - 24y^2}{-16z^3 + 28zy - 9y^2}$$

Подставляем вместо y и z $(-16z^3 + 28zy - 9y^2) \neq 0$

и получаем массу A

$$A = \frac{4x(z-y)}{y(z-x)} = \frac{-80z^2y + 52y^2z(z-y)}{y(-16z^3 + 16zy - 3y^2z) \left(z - \frac{-20z^2y + 14y^2z}{-16z^3 + 16zy - 3y^2z} \right)} =$$

$$= \frac{-80z^3y + 80z^2y^2 + 52y^2z^2 - 52y^3z}{y(-16z^3 + 16z^2y - 3y^2z + 20z^2y - 14y^2z)} =$$

$$= \frac{-80z^3 + 80z^2y + 52yz^2 - 52y^2z}{-16z^3 + 32z^2y - 14y^2z} =$$

$$= \frac{-80z^3 + 132z^2y - 52y^2z}{-16z^3 + 32z^2y - 14y^2z} = \frac{-80z^3 + 132zy - 52y^2}{-16z^3 + 32zy - 14y^2}$$

Подставим вместо y и z $(-16z^3 + 32zy - 14y^2) \neq 0$

и получаем массу A

$$\text{Ответ } A = \frac{-80z^3 + 132zy - 52y^2}{-16z^3 + 32zy - 14y^2} \text{ или } \frac{-48z^3 + 42zy - 24y^2}{-16z^3 + 28zy - 9y^2}$$

приведен.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{4x(z-y)}{y(z-x)} = \frac{3y(z-x)}{4z(y-x)} \quad y, z \neq 0$$

$$16xz(z-y)(y-x) = 3y^2(z-x)^2$$

$$16xz(zy - zx - y^2 + yx) = 3y^2(z^2 - 2xz + x^2)$$

$$16xz^2y - 16x^2z^2 - 16xzy^2 + 16x^2zy = 3y^2z^2 - 6xzy^2 + 3y^2x^2$$

$$16xz^2y - 16x^2z^2 - 10xzy^2 + 16x^2zy - 3y^2z^2 - 3y^2x^2 = 0$$

$$-16x^2z^2 + 16x^2zy - 3y^2x^2 + 16xz^2y - 10xzy^2 - 3y^2z^2 = 0$$

$$x^2(-16z^2 + 16zy - 3y^2) + x(16z^2y - 10zy^2) - 3y^2z^2 = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{D}{4} &= (16z^2y - 10zy^2)^2 + 3y^2z^2(-16z^2 + 16zy - 3y^2) = \\ &= 64z^4y^2 - 80z^3y^3 + 25z^2y^4 - 48y^2z^4 + 48y^2z^3 - 9y^4z^2 = \\ &= 16z^4y^2 - 32z^3y^3 + 16z^2y^4 = 16y^2z^2(z^2 + 2yz + y^2) = \\ &= 16y^2z^2(z+y)^2 = (4yz(z+y))^2 \end{aligned}$$

$$X_1 = \frac{-16z^2y + 10zy^2 + 4yz(z+y)}{-16z^2 + 16zy - 3y^2} = \frac{-16z^2y + 10zy^2 + 4yz^2 + 4y^2z}{-16z^2 + 16zy - 3y^2}$$

$$= \frac{-12z^2y + 6y^2z}{-16z^2 + 16zy - 3y^2}$$

$$X_2 = \frac{-20z^2y + 14y^2z}{-16z^2 + 16zy - 3y^2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

по теореме м.к $\triangle HX\tilde{I} \sim \triangle XDC$

$$\frac{HC}{HX} = \frac{DX}{AX}$$

$$\frac{HC}{\sqrt{21}} = \frac{2}{3}$$

$$HC = \frac{2\sqrt{21}}{3}$$

Ответ: ~~22~~ $HC = \frac{2\sqrt{21}}{3}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано $ABCD$
 $W(O; r = \frac{AB}{2})$

$$BX = 2$$

$$AX = 3$$

$$CX = 4$$

Найти CD ?

Решение

Проведем BH до пересечения с окружностью
получим точку T диаметр $AB \perp BT \Rightarrow BH = HT$
обозначим HN за a тогда $HT = a + 2$

$$BX \cdot XT = AX \cdot XC$$

$$2(2a+2) = 3 \cdot 4$$

$$a+1=3$$

$$a=2$$

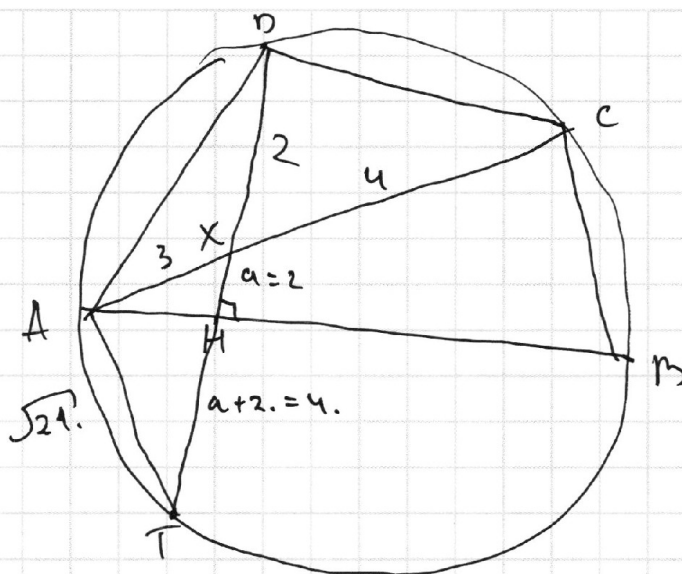
Тогда AN - по теореме Пифагора. $\triangle ANH$ - $\triangle$.

$$AN = \sqrt{AX^2 - NX^2} = \sqrt{9 - 4} = \sqrt{5}$$

ANT - $\triangle$

$$AT = \sqrt{AN^2 + NT^2} = \sqrt{5 + 16} = \sqrt{21}$$

$\triangle AXT \sim \triangle XBC$ по 2 углам. $\angle XBC = \angle XAT$ и $\angle BXC = \angle XTA$
м.к. опираются на одну дугу





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt[4]{x+1}^{\circ} = 2 \sqrt[4]{x}^{\circ} + \sqrt[4]{81x-1}^{\circ}$$

$$81x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{1}{81}$$

$$\sqrt[4]{x+1} \geq \sqrt[4]{81x-1}$$

$$x+1 \geq 81x-1$$

$$2 \geq 80x$$

$$x \leq \frac{1}{40}, \text{ но при } x = \frac{1}{40} \quad 2 \sqrt[4]{x} > 0 \Rightarrow \frac{1}{40} - \text{не подходит}$$

ответ

$$\Downarrow x \in \left(\frac{1}{81}; \frac{1}{40} \right)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒

СТРАНИЦА
 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2025 \equiv 2 \pmod{4}$$

$$2045 \equiv 1 \pmod{4}$$

Тогда если рассмотрим промежуток остатков от 2025 до 2045 получим

$$2, 3, 4, 5, 6, 0, 1, \dots, 0, 1.$$

Всего чисел $2045 - 2025 + 1 = 21 = 3 \cdot 7 \Rightarrow$ количество остатков по 3.

$\Rightarrow$ если мы хотим, чтобы 3 числа имели 1 остаток, мы можем выбрать 1 из 4 таких групп, а потом выбрать 3 числа из оставшихся $21 - 3 = 18 \Rightarrow$ способов выбора такие 6

$$4 \cdot C_{18}^3, \text{ но в таком наборе есть повторения.}$$

например 111 222, но есть когда мы выберем

и при этом для 3 чисел с остатком 1.

мы выбрали варианты с 3 ^{остатком} одинаковыми числами,

но мы потом будем выбирать комбинации для тех чисел и в варианте у нас будут

3 эти числа, тогда группа будет $(a; n; n; n; n; n; n)$
 встречаются по 2 раза $(1; 1; 1; 1; 1; 1; 1)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего было таких групп столько же сколько было бы если бы выбрали 2 имени из 7, но есть еще и остальные, но эти такие группы C_4^2

Тогда всего способов выбрать такие группы.

$$7 \cdot C_{18}^3 - C_4^2 = \frac{7 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16}{3 \cdot 2 \cdot 1} - \frac{7 \cdot 6}{2 \cdot 1} = \frac{7 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16 - 7 \cdot 6 \cdot 3}{6} =$$
$$= 7 \cdot 3 \cdot 17 \cdot 16 - 7 \cdot 3 = 21 (17 \cdot 16 - 1) = 21 (272 - 1) =$$
$$= 21 \cdot 271 = 271 + 2 \cdot 2710 = 271 + 5420 = 5691.$$

Ответ: 5691 способ.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+4-6y} - \frac{1}{\sqrt{6y-2-x}} > x^2+10x$$

$$\sqrt{-(x-6y+3)^2} > (x^4+20x^3+100x^2)(6y-2-x) + 2(x^2+10x)\sqrt{6y-2-x}$$

$$y = n$$

$$\sqrt{-(x-6nx+3)^2+1} - 1 > x^2+10x$$

$$\sqrt{6nx-2-x}$$

$$\sqrt[4]{x+1} = 2\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{31x-1}$$

$$\sqrt[4]{x+1} = \sqrt[4]{4x} + \sqrt[4]{31x-1}$$

$$t = 2 + 9t$$

$$t = 11t \quad t = 0$$

$$2\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{31x-1} \geq 2 \cdot 2\sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[4]{31x-1}$$

$$\sqrt[4]{x+1} = \sqrt[4]{81x^2-x}$$

$$x+1 = 64 \cdot 81x^2 - 64x$$

$$(8 \cdot 9)^2 x^2 - 65x - 1 = 0$$

$$x_{1,2} = 65^{-2} + 9 \cdot 8^2 \cdot 9^2$$

$$\sqrt[4]{x+1} = \sqrt[4]{4x}$$

$$x+1 = 64x$$

$$4x = 31x - 1$$

$$1 = 67x$$

$$x = \frac{1}{67}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1 \quad \frac{16z^2y - 16zy^2 + 4z^2y - 4y^2z}{-16z^2 + 16zy - 3y^2} = \frac{20z^2y - 16zy^2}{-16z^2 + 16zy - 3y^2}$$

$$\frac{12z^2y - 6zy^2}{-16z^2 + 16zy - 3y^2}$$

$$\frac{48z^2y - 24zy^2(2-y)}{-16z^2 + 16zy - 3y^2(2 - \frac{12z^2y - 6zy^2}{-16z^2 + 16zy - 3y^2})} = \frac{48z^2y - 48z^2y^2 - 144zy^3 + 144y^4}{-16z^2 + 16zy - 3y^2}$$

$$-12z^2y - 6y^2z = \frac{48z^3y - 42z^2y^2 + 144zy^3}{-16z^3y + 16z^2y^2 - 3y^3z - 12z^2y - 6y^2z} =$$

$$= \frac{48z^2 - 42zy + 144y^2}{-16z^2 + 16zy - 3y^2 - 12z - 6y}$$

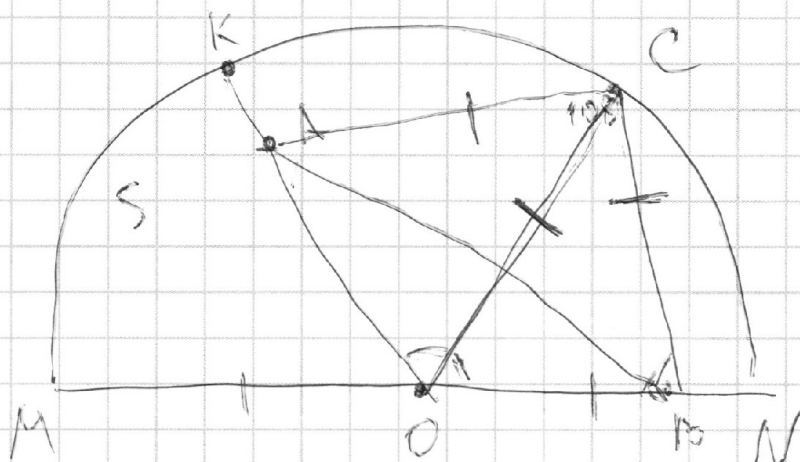


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle KOB + \angle COB + \angle AOB + \angle COM + \angle CON = 360^\circ$$

$$108 + 2 \cdot 140 = 360$$

$$2 \angle AOB = 252$$

$$\angle AOB = 126^\circ$$

$$\angle KOM = 54^\circ$$

$$S_{KOM} = \frac{\pi r^2 \cdot \alpha}{360}$$

$$S_{sector} = \frac{\pi r^2}{2}$$

$$\frac{14}{16}$$

$$256 + 16$$

$$\begin{array}{r} 242 \\ - 16 \\ \hline 226 \end{array} \quad \begin{array}{r} 16 \\ 14 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{54^\circ}{360} = \frac{108}{360} - \frac{54}{180} = \frac{24}{90} = \frac{4}{15}$$

$$\frac{2^4 \sqrt{x} + 4 \sqrt{21x-1}}{2} \geq \frac{2}{\frac{1}{2^4 \sqrt{x}} + \frac{1}{4 \sqrt{21x-1}}}$$

$$(2) \quad 2^4 \sqrt{x} \leq \frac{x+1+1+1}{\frac{61x-1+1+1+1}{4}} = \frac{x+3}{\frac{61x+2}{4}}$$

$$(4) \quad 4 \sqrt{21x-1} \leq \frac{x+1+1+1+1}{\frac{81x+2}{4}} = \frac{x+5}{\frac{81x+2}{4}}$$

$$\frac{x+1+1+1+1}{4} = \frac{x+5}{4}$$

$$\frac{x+5}{4} = \frac{2x+6}{4} + \frac{31x+2}{4}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt[4]{x+1} = 2\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{31x-1}$$

$$x > \frac{1}{31}$$

$$2 - a = b - 2$$

$$\sqrt[4]{x+1} \geq 2\sqrt[4]{x}$$

$$x+1 \geq 16x$$

$$1 \geq 15x$$

$$x > \frac{1}{15}$$

$$x \leq \frac{1}{15}$$

$$x+1 \geq 31x-1$$

$$2 \geq 30x \quad \frac{1}{30} \leq x \leq \frac{1}{10} = 0,025$$

$$\sqrt[4]{\frac{16x}{31}}$$

$$\sqrt[4]{x+1} - \sqrt[4]{31x-1} = 2\sqrt[4]{x}$$

$$x+1 + 31x-1 + 6\sqrt[2]{x+1}\sqrt[2]{31x-1} - \sqrt[4]{x+1}\sqrt[4]{31x-1} = 16x$$

$$32x + 6\sqrt[2]{x+1}\sqrt[2]{31x-1} = 2\sqrt[4]{x+1}\sqrt[4]{31x-1}(\sqrt[2]{x+1}\sqrt[2]{31x-1})$$

$$33x = (\sqrt[4]{x+1})^3(2\sqrt[4]{31x-1})$$

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{4x(z-y)}{y(z-x)} = \frac{3y(z-x)}{4z(y-x)} \quad z \neq x \quad y \neq x$$

$$16xz(z-y)(y-x) = 3y^2(z-x)^2$$

$$16xz(zy - zx - y^2 + yx) = 3y^2(z^2 - 2xz + x^2)$$

$$16xy z^2 - 16x^2 y^2 - 10xzy^2 + 16yzx^2 = 3y^2 z^2 - 6y^2 xz + 3y^2 x^2$$

$$16xz^2y - 16x^2z^2 - 10xzy^2 + 16yzx^2 = 3y^2z^2 + 3y^2x^2$$

$$2025$$

$$2045$$

$$2044:4$$

$$3$$

$$2030:4$$

$$20$$

$$2025:4$$

$$2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 1 \dots \dots \dots 0 \ 1$$

$$1 \cdot C_{18}^3$$

$$4 \cdot C_{18}^3$$

$$z-y \neq 0$$

$$16xz^2y - 16x^2z^2 - 10xzy^2 - 16yzx^2 - 3y^2z^2 + 3y^2x^2 \quad | : yz$$

$$\frac{16xz}{yz} - \frac{16x^2z}{y} - 10xy + 16x^2 - 3yz + \frac{3yx^2}{z} = 0$$

$$-16x^2z^2 + 16zyx^2 - 3y^2x^2 + 16xz^2y - 10xzy^2 - 3y^2z^2 = 0$$

$$x^2(-16z^2 + 16zy - 3y^2) + x(16z^2y - 10zy^2) - 3y^2z^2 = 0$$

2

$$\frac{2}{n} = (8z^2y - 5zy^2)^2 + 3y^2z^2 \quad | -16z^2 + 16zy - 3y^2 =$$

$$= 64z^4y^2 + 25z^2y^4 - 80z^3y^3 + 100y^2z^4 + 48z^3y^3 - 9y^4z^2 =$$

$$= 16z^4y^2 + 16y^4z^2 + 32z^3y^3 = 16z^2y^2(z+y)^2$$

$$x = \frac{16z^2y - 10zy^2 \pm 4(z+y)z^2}{-16z^2 - 16zy - 3y^2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+4-6y} - \frac{1}{\sqrt{6y-2-x}} > x^2+10x$$

$$\sqrt{x+4-6y} \cdot \sqrt{-x-2+6y}$$

$$x+4-6y > 0$$

$$y < \frac{x+4}{6}$$

$$-x-2+6y > 0$$

$$y > \frac{x+2}{6}$$

$$\boxed{\frac{x+2}{6} < y < \frac{x+4}{6}}$$

$$x-6y+2$$

$$x-6y+2 \neq 0 \quad \cdot \quad -(x-6y+3-1) =$$

$$= \frac{\sqrt{-(x-6y+3)^2+1}-1}{\sqrt{6y-2-x}} > x^2+10x$$

$$\sqrt{1-(x-6y+3)^2} - 1 > (x^2+10x)\sqrt{6y-2-x}$$

$$(x^2+10x)\sqrt{6y-2-x} + 1 \leq 0$$

$$(x^2+10x)\left(\sqrt{6y-2-x} + \frac{1}{x^2+10x}\right) \leq 0$$

$$\sqrt{6y-2-x} \leq -\frac{1}{x^2+10x}$$

$$x^2+10x > 0$$

$$x \in [-10, -10] \cup [0, +\infty]$$

$$x \in (-10, 0)$$

$$6y-2-x > 0$$

$$6y-2-x \leq \frac{1}{x^4+20x^3+100x^2}$$

$$6y < \frac{6x^4+20x^3+100x^2-2-x}{6}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2. \max(a; b) = 13|a - b|, \quad a \geq b$$

$$b = \min(a; b) = 11(\log(a; b))$$

$$2a = 13|a - b| = 13a - 13b \Rightarrow 13b = 11a, b = \frac{11}{13}a$$

$$b = 11(\log(a; b))$$

$$b \cdot \frac{11}{13}a = 11(\log(a; \frac{11}{13}a)) = 11 \cdot \frac{42}{13} = 99$$

$$8|a| = a$$

$$b \cdot \frac{11}{13}a = \frac{11}{13}a + 99 = 0$$

$$2a = 13a - 13b$$

$$13b = 11a$$

$$b = \frac{11}{13}a$$

$$b \cdot \frac{11}{13}a = 11(\log(a; \frac{11}{13}a)) = 11 \cdot \frac{42}{13} = 99$$

$$\frac{8}{13}a = \left(\frac{a}{13}\right)^2 - 9$$

$$\frac{a^2}{169} - \frac{8}{13}a - 9 = 0 \quad | \cdot 169$$

$$a^2 - 104a - 1521 = 0$$

$$\Delta = 52^2 + 1521 = 13^2 \cdot 4^2 + 13^2 \cdot 3^2 = 13^2 \cdot 5^2$$

$$a_{1,2} = \frac{52 \pm 65}{1} = \boxed{117}$$

$$b = \frac{11}{13}a = \frac{11}{13} \cdot 117 = 99 \quad \text{и проверим}$$