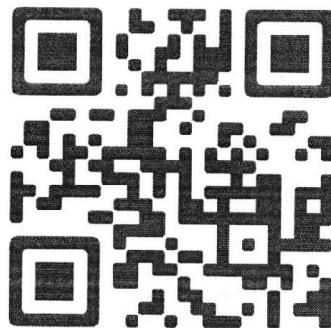




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 14



1. [5 баллов] На дуге полукруга с диаметром MN и центром O взята точка K . Построен треугольник ABC такой, что его вершина A лежит на отрезке OK , вершина B — на отрезке ON , вершина C — на дуге KN . Найдите отношение площади сектора MOK к площади полукруга, если известно, что $AC = BC = OM$ и $\angle ACB = 108^\circ$.

2. [4 балла] Найдите все натуральные a и b такие, что

$$\begin{cases} 2 \cdot \max(a; b) = 13|a - b|, \\ 8 \cdot \min(a; b) = 11(\text{НОД}(a; b))^2 - 99. \end{cases}$$

3. [4 балла] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие неравенству

$$\sqrt{x+4-6y} - \frac{1}{\sqrt{6y-2-x}} > x^2 + 10x.$$

4. [3 балла] Петя загадал такие вещественные числа x, y, z , что выражения

$$\frac{4x(z-y)}{y(z-x)} \quad \text{и} \quad \frac{3y(z-x)}{4z(y-x)}$$

принимают одно и то же значение A . Найдите все возможные значения A , если известно, что их не менее двух.

5. [5 баллов] Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность с диаметром AB , а H — ортогональная проекция точки D на AB . Диагональ AC пересекает отрезок DH в точке X . Найдите CD , если $DX = 2$, $AX = 3$, $CX = 4$.

6. [5 баллов] Решите уравнение $\sqrt[4]{x+1} = 2\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{81x-1}$.

7. [5 баллов] Сколькими способами из натуральных чисел от 2025 до 2045 можно выбрать 6 чисел так, чтобы среди выбранных чисел нашлось 3 числа, дающих одинаковые остатки от деления на 7?

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

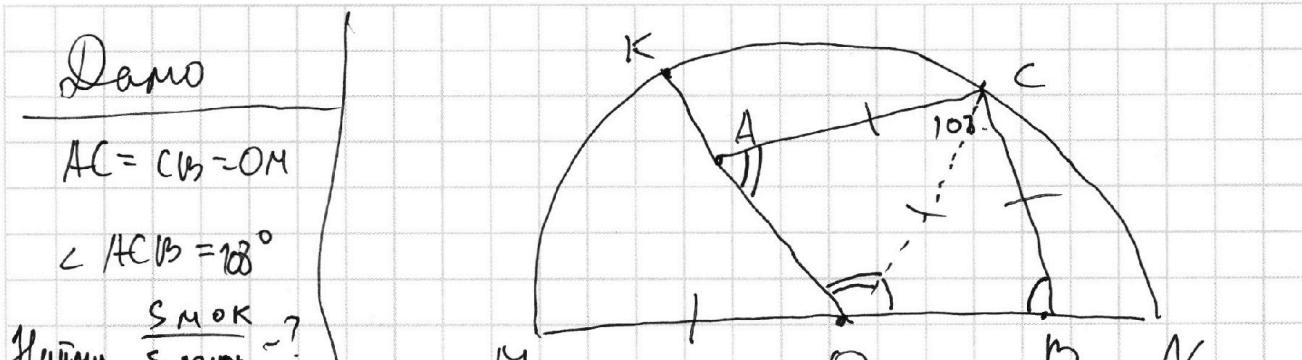
5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано
 $AC = CB = OM$
 $\angle ACB = 108^\circ$
Найти $\frac{SMOK}{S\text{заполн}} = ?$

Решение.

I) Приведём OC - радиус $\Rightarrow OC = OM = OA = CB \Rightarrow$
 $\Rightarrow \triangle ACO - \text{равнобедренный} \angle CAO = \angle COA \text{ и } \triangle DCB - \text{равнобедренный} \angle CDB = \angle CBD$
 $\angle COD = \angle COB$.

II) Рассмотрим угловые $ACBOD$

$$\angle ACB + \angle CAO + \angle COA + \angle COB + \angle CBD = 360^\circ$$

$$108^\circ + 2\angle COA + 2\angle COB = 360^\circ$$

$$2\angle AOB = 252^\circ$$

$$\angle AOB = 126^\circ$$

$$\angle AOB = 2 \angle CON$$

$$\angle COM = 180^\circ - \angle CON = 54^\circ$$

III) $\frac{SMOK}{S\text{заполн}} = \frac{\pi r^2 \cdot \frac{\angle COM}{360}}{\pi r^2 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{54 \cdot 2}{360} = \frac{108 - 54}{180} = \frac{3}{10}$

Ответ: $\frac{3}{10}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b \in \mathbb{N}$$

$$\begin{cases} 2 \max(a; b) = 13 |a - b| \\ 8 \min(a; b) = 11 (\log(a; b))^2 - 99 \end{cases}$$

Гаксионумъ 1 сущѣтъ $a \geq b$.

$$\begin{aligned} 1 \quad & 2a = 13a - 13b \\ 2 \quad & 8b = 11 (\log(a; b))^2 - 99 \\ 1 \quad & 11a = 13b \Rightarrow b = \frac{11}{13}a. \\ 2 \quad & 8 \cdot \frac{11}{13}a = 11 (\log(a; \frac{11}{13}a))^2 - 99 \\ & \log(a; \frac{11}{13}a) = \frac{a}{13}. \\ & 8 \cdot \frac{11}{13}a = 11 \cdot \frac{a^2}{13^2} - 99 \quad | :11 \\ & \frac{8}{13}a = \frac{a^2}{169} - 9 \quad | \cdot 169. \\ & \frac{a^2}{169} - \frac{8}{13}a - 9 = 0 \end{aligned}$$

$$a^2 - 104a - 1521 = 0$$

$$1521 = 13^2 \cdot 9$$

$$16 + 9 = 25$$

$$\begin{aligned} D &= 52^2 + 1521 = 13^2 \cdot 4^2 + 13^2 \cdot 3^2 = 13^2 \cdot 5^2. \\ a_{1,2} &= \frac{52 \pm 65}{2} = \begin{cases} -13 & \text{не подходит так как } a \in \mathbb{N} \\ 114 \end{cases} \\ a &= 114 \quad b = \frac{11}{13}a = \frac{11}{13} \cdot 13 \cdot 9 = 99 \end{aligned}$$

2 сущѣтъ $b > a$ такой же как и первый только $b = 114$

$$a = 99 \Rightarrow \text{Ответ: } a = 114 \quad b = 99 \quad u \quad b = 114 \quad a = 99$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+4-6y} - \frac{1}{\sqrt{6y-2-x}} > x^2 + 10x$$

$$\begin{cases} x+4-6y \geq 0 \\ 6y-2-x > 0 \end{cases} \Rightarrow -y \geq \frac{-x-4}{6} \quad y \leq \frac{x+4}{6}$$

$$y \in \left(\frac{x+2}{6}; \frac{x+4}{6} \right]$$

$$\sqrt{(x-6y+3)+1} \cdot \sqrt{-((x-6y+3)^2-1)} - 1 > x^2 + 10x$$

$$\frac{\sqrt{6y-2-x}}{\sqrt{-((x-6y+3)^2+1)-1}} > x^2 + 16x$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{4x(z-y)}{y(z-x)} = \frac{-48z^2y + 24y^2z^2(z-y)}{(-16z^2 + 16z^2y - 3y^2) \cdot y \left(z - \frac{-12z^2y + 6y^2z}{-16z^2 + 16z^2y - 3y^2} \right)} = \\
 &= \frac{-48z^3y + 24y^2z^2 + 48z^2y^2 - 24y^3z}{y(-16z^3 + 16z^2y - 3y^2z + 12z^2y - 6y^2z)} = \\
 &= \frac{-48z^3 + 42z^2y - 24y^2z}{-16z^3 + 28z^2y - 9y^2z} = \frac{-48z^2 + 42z^2y - 24y^2}{-16z^2 + 28z^2y - 9y^2}
 \end{aligned}$$

Получаем выражение y и z $(-16z^2 + 28z^2y - 9y^2) \neq 0$

и получаем матрицу A

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{4x(z-y)}{y(z-x)} = \frac{-80z^2y + 52y^2z(z-y)}{y(-16z^2 + 16z^2y - 3y^2)(z - \frac{-20z^2y + 14y^2z}{-16z^2 + 16z^2y - 3y^2})} = \\
 &= \frac{-80z^3y + 80z^2y^2 + 52y^2z^2 - 52y^3z}{y(-16z^3 + 16z^2y - 3y^2z + 20z^2y - 14y^2z)} = \\
 &= \frac{-80z^3 + 80z^2y + 52y^2z^2 - 52y^3z}{-16z^3 + 32z^2y - 14y^2z} = \frac{-80z^2 + 132z^2y - 52y^2}{-16z^2 + 32z^2y - 14y^2}
 \end{aligned}$$

Получаем выражение y и z $(-16z^2 + 32z^2y - 14y^2) \neq 0$

и получаем матрицу A

$$\text{Ответ } A = \frac{-80z^2 + 132z^2y - 52y^2}{-16z^2 + 32z^2y - 14y^2} \text{ или } \frac{-48z^2 + 42z^2y - 24y^2}{-16z^2 + 28z^2y - 9y^2}.$$

правильный.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{4x(z-y)}{y(z-x)} = \frac{3y(z-x)}{4z(y-x)} \quad y, z \neq 0$$

$$16xz(z-y)(y-x) = 3y^2(z-x)^2$$

$$16xz(zy - zx - y^2 + xy) = 3y^2(z^2 - 2xz + x^2)$$

$$16xz^2y - 16x^2z^2 - 16xz^2y + 16x^2zy = 3y^2z^2 - 6xy^2z + 3y^2x^2$$

$$16xz^2y - 16x^2z^2 - 10xz^2y^2 + 16x^2zy - 3y^2z^2 - 3y^2x^2 = 0$$

$$-16x^2z^2 + 16x^2zy - 3y^2x^2 + 16xz^2y - 10xz^2y^2 - 3y^2z^2 = 0$$

$$x^2(-16z^2 + 16zy - 3y^2) + x(16z^2y - 10zy^2) - 3y^2z^2 = 0$$

$$\begin{aligned} \cancel{x} = & (16z^2y - 10zy^2)^2 + 3y^2z^2(-16z^2 + 16zy - 3y^2) = \\ & 64z^4y^2 - 80z^3y^3 + 25z^2y^4 - 48z^2y^4 + 48y^2z^3 - 9y^4z^2 = \end{aligned}$$

$$= 16z^4y^2 - 32z^3y^3 + 16z^2y^4 = 16y^2z^2(z^2 + 2yz + y^2) =$$

$$= 16y^2z^2(z-y)^2 = (4yz(z-y))^2$$

$$X_1 = \frac{-16z^2y + 10zy^2 + 4yz(z-y)}{-16z^2 + 16zy - 3y^2} = \frac{-16z^2y + 10zy^2 + 4yz^2 - 4y^3}{-16z^2 + 16zy - 3y^2} =$$

$$= \frac{-12z^2y + 6y^2z}{-16z^2 + 16zy - 3y^2}$$

$$X_2 = \frac{-20z^2y + 14y^2z}{-16z^2 + 16zy - 3y^2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

но получим $m \cdot k > Ax \approx 15VDC$

$$\frac{bc}{Ax} = \frac{bx}{Ax}$$

$$\frac{bc}{\sqrt{21}} = \frac{2}{3}$$

$$bc = \frac{2\sqrt{21}}{3}.$$

Ответ:

~~бс~~ $bc = \frac{2\sqrt{21}}{3}.$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Дано ABCD

$$\omega(O; r = \frac{AB}{2})$$

$$DX = 2$$

$$AX = 3$$

$$CX = 4$$

Найти CH?

Решение

I) При сумме DH и ХН их пересечении с огибающей получим точку Т диаметр $AB \perp DT \Rightarrow DH = HT$
обозначим ХН за а точка HT = a + 2

$$DX \cdot XT = AX \cdot XC$$

$$2(2a+2) = 3 \cdot 4$$

$$a+1=3$$

$$a=2$$

II) Тогда AH - по теореме Пифагора $\triangle AHT - \text{直角三角形}.$

$$AH = \sqrt{AX^2 + HT^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$$

HM \cong HY

$$AT = \sqrt{AH^2 + HT^2} = \sqrt{13 + 16} = \sqrt{29}$$

$\therefore AXT \sim XDC$ по ЗУПА

М.к. опровергается то что фигура



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt[4]{x+1}^{10} = 2 \sqrt[4]{x}^{10} + \sqrt[4]{81x-1}^{10}$$

$$81x-1 \geq 0 \Rightarrow x > \frac{1}{81}$$

$$\sqrt[4]{x+1} \geq \sqrt[4]{81x-1}$$

$$x+1 \geq 81x-1$$

$$2 \geq 80x$$

$$x \leq \frac{1}{40}, \text{ но при } x = \frac{1}{40} \quad 2 \sqrt[4]{x} > 0 \Rightarrow \frac{1}{40} \text{ не реш}$$

знач

$$\therefore x \in \left(\frac{1}{81}; \frac{1}{40} \right)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2025 \equiv 2 \pmod{7}$$

$$2045 \equiv 1 \pmod{7}$$

При этом если расмотрим промежуток остатков от 2025 до 2045 получим

$$2, 3, 4, 5, 6, 0, 1, \dots, 0, 1.$$

Всего чисел $2045 - 2025 + 1 = 21 = 3 \cdot 7 \Rightarrow$ кратного остатка no 3.

\Rightarrow если мы хотим, чтобы из 3 чисел среди 1 остатка мы получили бы группу 1 из 7 таких групп, а потом достать 3 числа из оставшихся $21 - 3 = 18 \Rightarrow$ способов выбрать такие 6

$$4 \cdot C_1^3, \text{ то } 6 \text{ таких пар} \Rightarrow \text{есть } 6 \text{ варианта.}$$

Например 111 222, то есть когда мы выбрали мы первые три цифры 3 числа с остатком 1.

мы получили варианты с 3 одинаковыми цифрами, то есть помимо групп выбрали последние две трехзначные и 6 вариантов у нас будут

3 эти числа, при этом группы будут $(n; n; n; m; m; m)$ состоять из 2 раза $((n; m; m; n; n; n))$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Всего было пятерых групп столько же сколько было бы если бы в каждой из 2 групп из 4, то семь групп или осталось, что если пятерых групп C_7^2

Получа всего способов выбрать пятерых групп.

$$4 \cdot C_{18}^3 - C_4^2 = \frac{4 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16}{3 \cdot 2 \cdot 1} - \frac{4 \cdot 6}{2 \cdot 1} = \frac{4 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16 - 4 \cdot 6 \cdot 3}{6} = \\ = 4 \cdot 3 \cdot 17 \cdot 16 - 4 \cdot 3 = 21(17 \cdot 16 - 1) = 21(272 - 1) = \\ = 21 \cdot 271 = 271 + 2 \cdot 2710 = 271 + 5420 = 5691.$$

Ответ: 5691 способ.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ из _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & \sqrt{x+4-6x} - \frac{1}{\sqrt{6x-2-x}} > x^2 + 10x \\ & \cancel{1} - (x-6x+3)^2 > (x^4 + 20x^3 + 100x^2)(6x-2-x) + \cancel{+ 2(x^2 + 10x)\sqrt{6x-2-x}} \\ & y = n \cancel{x} \\ & \cancel{1} - (x-6nx+3)^2 + 1 - 1 > x^2 + 10x \\ & \sqrt{6nx-2-x} \\ & 4\sqrt{x+1}^4 = 2^4 \sqrt{x} + 4\sqrt{81x-1}^4 \\ & 4\sqrt{x+1}^4 = 4^4 \sqrt{9x} + 4\sqrt{81x-1}^4 \\ & -1 \quad t = 2t + 9t \\ & t = 11t \quad t = 0 \\ & 2^4 \sqrt{x} + 4\sqrt{81x-1}^4 \geq 2 \cdot 2^4 \sqrt{x} \cdot 4\sqrt{81x-1}^4 \\ & 4\sqrt{x+1}^4 = 4^4 \sqrt{81x^2-x} \\ & x+1 = 64 \cdot 81x^2 - 64x \\ & (8 \cdot 9)^2 x^2 - 65x - 1 = 0 \\ & x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{65 \pm \sqrt{65^2 + 4 \cdot 8^2 \cdot 9^2}}{2 \cdot 8^2 \cdot 9^2} \\ & 4\sqrt{x+1}^4 = 4^4 \sqrt{x}^4 \\ & x+1 = 64x \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

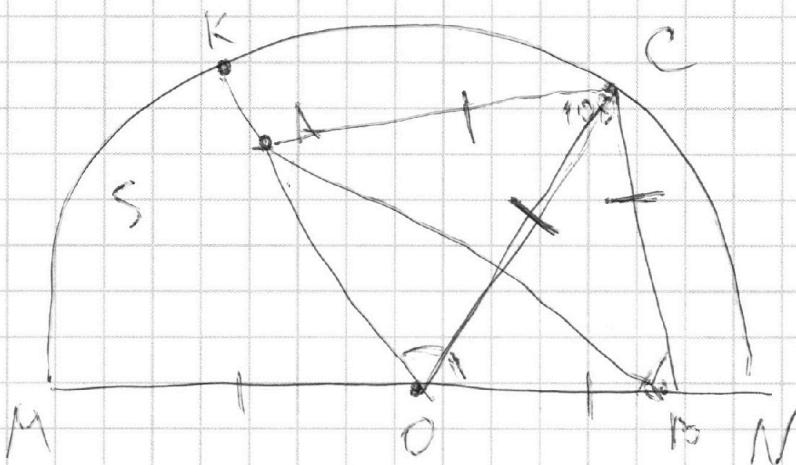
$$\begin{aligned} 1 & \quad \underline{\underline{16z^2y - 16zy^2 + 4z^2y - 4y^2}} = \underline{\underline{-3y^2}} = \underline{\underline{20z^2y - 16y^2}} \\ & \quad -16z^2 + 16zy - 3y^2 = -16z^2 + 16zy - 3y^2 \\ & \quad \underline{\underline{12z^2y - 6zy^2}} \\ & \quad -16z^2 + 16zy - 3y^2 \\ & \quad \underline{\underline{48z^2y - 24zy^2(2-y)}} = \underline{\underline{48z^2y - 48zy^2 - 24z^2y + 24y^3}} \\ & \quad -16z^2 + 16zy - 3y^2 \left(2 - \frac{12z^2y - 6zy^2}{-16z^2 + 16zy - 3y^2}\right) = -16z^2 + 16zy - 3y^2 - \\ & \quad \underline{\underline{48z^3y - 42z^2y^2 + 24z^2y^3}} \\ & \quad -12z^2y - 6zy^2 = \underline{\underline{-16z^3y + 16z^2y^2 - 3y^3}} - 12z^2y - 6zy^2 = \\ & \quad \underline{\underline{48z^2 - 72zy + 24y^2}} \\ & \quad -16z^2 + 16zy - 3y^2 - 12z^2y - 6zy^2. \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

<input type="checkbox"/>						
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$$108 + 114 + 108 + 108 + 72 + 108 = 360^\circ$$

$$108 + 2 \cdot 72 + 108 = 360$$

$$2 \cdot AOD = 252$$

$$252 + 16$$

$$\angle AOB = 126^\circ$$

$$\frac{242}{16} \frac{16}{14}$$

$$\angle KOM = 54^\circ$$

$$\frac{54}{360} = \frac{1}{6} = \frac{108}{360} = \frac{54}{180} = \frac{24}{90} = \frac{2}{15}$$

$$S_{OKM} = \frac{\pi r^2 \cdot \frac{1}{6}}{360}$$

$$S_{MON} = \frac{\pi r^2}{12}$$

$$\frac{2\sqrt[4]{x^7} + 4\sqrt[4]{21x-1}}{2} \geq \frac{2}{\sqrt[4]{x^7} + \sqrt[4]{21x-1}}$$

$$② 2\sqrt[4]{x} \leq \frac{x+1+1+1}{2+1+1+1+1}$$

$$\frac{x+3}{2} \quad \frac{2}{4}$$

$$\text{iii. } 4\sqrt[4]{21x-1}.$$

$$\frac{x+1+1+1+1+1}{4} \quad \frac{x+5}{4}$$

$$\frac{x+5}{4} = \frac{2x+6}{4} + \frac{21x+2}{4}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \sqrt[4]{x+1} &= 2\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{3x-1} \\ x > \frac{1}{81} & \quad 2 - 0 = b - 2 \\ \sqrt[4]{x+1} &\geq 2\sqrt[4]{x} \\ x+1 &\geq 16x \\ 1 &\geq 15x \quad x > \frac{1}{15} \\ &x \leq \frac{1}{15} \\ x+1 &\geq 3x-1 \\ 2 &\geq 8x \quad \frac{1}{8x} \approx \frac{1}{40} = 0,025 \\ \sqrt[4]{\frac{16x}{3x}} &= 2\sqrt[4]{x} \\ \sqrt[4]{x+1} - \sqrt[4]{3x-1} &= 2\sqrt[4]{x} \\ x+1 + 3x-1 + 6\sqrt[2]{x+1}\sqrt[2]{3x-1} - \sqrt[4]{(x+1)(3x-1)} &= 16x \\ \sqrt[4]{3x+3}\sqrt[2]{x+1}\sqrt[2]{3x-1} &= 2\sqrt[4]{x+1}\cdot\sqrt[4]{3x-1}\left(\sqrt[2]{x+1} + \sqrt[2]{3x-1}\right) \\ 3x = (\sqrt[4]{x+1})^3(2\sqrt[4]{3x-1}) & \end{aligned}$$

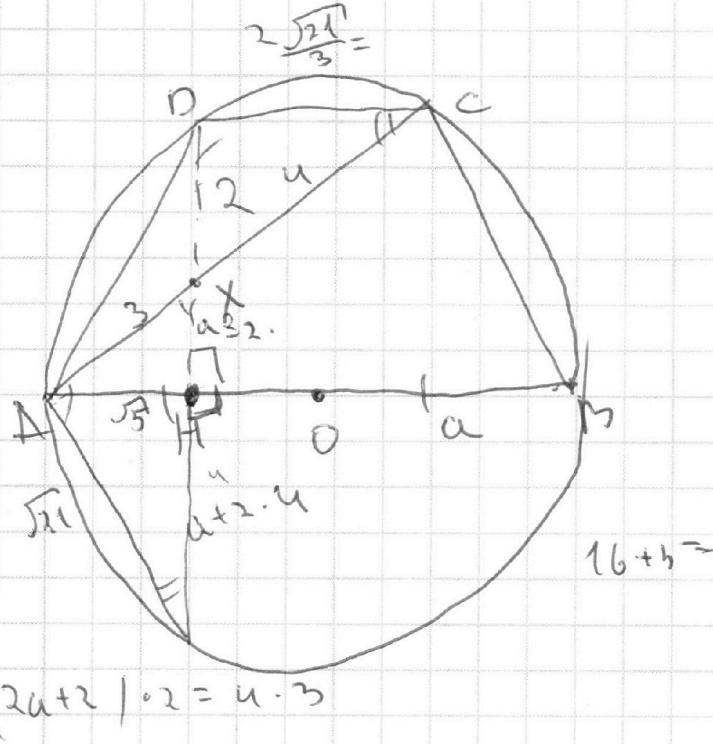


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$$a + 1 = 3$$

X

$$x \geq y \geq z$$

$$\begin{aligned} y &= x + u \\ z &= x + b. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} yx &- \\ yl &- \quad 42 \quad + \end{aligned}$$

$$\frac{yx(b-a)}{(x+u)b} = \frac{3(x+u)b}{4(x+b)a}$$

$$\frac{16}{3} \times 2(2-y)(y-x) = (2y-xy)^2$$

$$x + b = 2x + 6 + 21x + 2$$

824



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7 СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{4x(2-y)}{y(2-x)} = \frac{3y(2-x)}{4x(y-x)} \quad 2 \neq x \quad y \neq x$$

$$16xy(2-y)(y-x) = 3y^2(2-x)^2$$

$$16xy(2y - 2x - y^2 + xy) = 3y^2(2^2 - 2x^2 + x^2)$$

$$16xy^2 - 16x^2y^2 - 10xy^2 + 16x^2y = 3y^2x^2 - 6yx^2 + 3y^2x^2$$

$$16x^2y^2 - 16x^2y^2 - 10xy^2 + 16x^2y = 3y^2x^2 + 3y^2x^2$$

2025

2045

2030:4

2023:4

204ii:4

3

20

2 3 4 5 6 ⊕ 1, ..., ○ 1.

1. C₁₈

4. C₁₈

2-y ≠ 0

1 2

$$\frac{16x^2y^2 - 16x^2y^2 - 10xy^2 + 16x^2y}{16x^2y^2} = \frac{-10xy^2 + 16x^2y}{16x^2y^2} = 0$$

$$-16x^2y^2 + 16xy^2 - 3y^2x^2 + 16x^2y - 10xy^2 - 3y^2x^2 = 0$$

$$x^2(-16y^2 + 16xy - 3y^2) + x(16y^2 - 10xy^2 - 3y^2x^2) = 0$$

$$D \quad u = (8x^2y - 52y^2)^2 + 3y^2x^2(-16y^2 + 16xy - 3y^2) =$$

$$= 64x^4y^2 + 25x^4y^4 - 80x^3y^3 + 180x^2y^4 + 48x^3y^3 - 9y^4x^2 =$$

$$= 16x^4y^2 + 16y^4x^2 + 32x^3y^3 = 16x^2y^2(x+y)^2$$

$$x = \frac{16x^2y - 10xy^2 + 4(2+y)x^2y}{-16x^2 - 16xy - 3y^2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+4 - 6y} \geq \sqrt{6y - 2 - x} \Rightarrow x^2 + 10x$$

$$\sqrt{x+4 - 6y} \cdot \sqrt{-x - 2 + 6y}$$

$$x+4 - 6y > 0$$

$$y \leq \frac{x+4}{6}$$

$$\left[\frac{x+2}{6} \leq y \leq \frac{x+4}{6} \right]$$

$$-x - 2 + 6y \geq 0$$

$$y \geq \frac{x+2}{6}$$

$$x - 6y + 2 \geq 0$$

$$x - 6y + 2 + 7 - (x - 6y + 3 + 7) =$$

$$= \sqrt{-(x - 6y + 3)^2 + 1} - 1 \Rightarrow x^2 + 10x$$

$$\sqrt{1 - (x - 6y + 3)^2} - 1 \geq (x^2 + 10x) \sqrt{6y - 2 - x}$$

$$(x^2 + 10x) \sqrt{6y - 2 - x} - 1 \geq 0$$

$$(x^2 + 10x)(\sqrt{6y - 2 - x} + \frac{1}{x^2 + 10x}) \leq 0$$

$$\sqrt{6y - 2 - x} \leq -\frac{1}{x^2 + 10x}$$

$$x^2 + 10x \geq 0 \quad x \in [-10, -10] \cup [0, +\infty)$$

$$x \in [-10, 0] \text{ (знач.)}$$

$$6y - 2 - x \geq 0$$

$$6y - 2 - x \geq -x^4 - 20x^3 - 100x^2$$

$$6y \leq \frac{1}{6x^4 + 20x^3 + 100x^2 + 2 - x}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 2. \max(a; b) &= 13|a - b|, \quad a \geq b \\
 3. \min(a; b) &= 11(\operatorname{Klog}(a; b)) \\
 2a = 13|a - b| &= 13a - 13b \Rightarrow 13b = 11a \cdot b = \frac{11}{13}a. \\
 3b = 11(\operatorname{Klog}(a; b)) & \\
 3 \cdot \frac{11}{13}a &= 11 \left(\operatorname{Klog}\left(a; \frac{11}{13}a\right) \right) = 11 \cdot \frac{42}{133} - 89 \\
 3a &\in \mathbb{Z}. \\
 4. \frac{11}{13}a - \frac{42}{133}a + 9b &= 0 \\
 2a = 13a - 13b & \quad \begin{array}{r} \times 3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ 9 \\ \hline 169 \\ -152 \\ \hline 17 \end{array} \quad | \frac{13}{13} \\
 13b &= 11a. \quad \begin{array}{r} \times 9 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 52 \\ 79 \\ \hline 1169 \\ -1169 \\ \hline 0 \end{array} \\
 5. \frac{11}{13}a &= 11 \left(\operatorname{Klog}\left(a; \frac{11}{13}a\right) \right) \quad | \frac{12}{5} \\
 \frac{6}{13}a &= \left(\frac{a}{13} \right)^2 - 9 \\
 \frac{a^2}{169} - \frac{6}{13}a - 9 &= 0. \quad | \cdot 169 \quad \begin{array}{r} \times \frac{6}{13} \\ \hline 104 \end{array} \\
 a^2 - 104a - 1521 &= 0 \\
 6. \frac{a^2 + 1521}{169} &= \frac{104^2 - 2 \cdot 104 \cdot (-1521) + 1521^2}{169} \\
 a_{1,2} &= \frac{52 \pm \sqrt{65}}{13} = \boxed{-13} \\
 b &= \frac{11}{13}a = \frac{11}{13} - 114 = 99 \text{ - кандидат}
 \end{aligned}$$