



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 14



- [5 баллов] На дуге полукруга с диаметром MN и центром O взята точка K . Построен треугольник ABC такой, что его вершина A лежит на отрезке OK , вершина B — на отрезке ON , вершина C — на дуге KN . Найдите отношение площади сектора MOK к площади полукруга, если известно, что $AC = BC = OM$ и $\angle ACB = 108^\circ$.
- [4 балла] Найдите все натуральные a и b такие, что

$$\begin{cases} 2 \cdot \max(a; b) = 13|a - b|, \\ 8 \cdot \min(a; b) = 11(\text{НОД}(a; b))^2 - 99. \end{cases}$$

- [4 балла] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие неравенству

$$\sqrt{x+4-6y} - \frac{1}{\sqrt{6y-2-x}} > x^2 + 10x.$$

- [3 балла] Петя загадал такие вещественные числа x, y, z , что выражения

$$\frac{4x(z-y)}{y(z-x)} \quad \text{и} \quad \frac{3y(z-x)}{4z(y-x)}$$

принимают одно и то же значение A . Найдите все возможные значения A , если известно, что их не менее двух.

- [5 баллов] Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность с диаметром AB , а H — ортогональная проекция точки D на AB . Диагональ AC пересекает отрезок DH в точке X . Найдите CD , если $DX = 2$, $AX = 3$, $CX = 4$.
- [5 баллов] Решите уравнение $\sqrt[4]{x+1} = 2\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{81x-1}$.
- [5 баллов] Сколькими способами из натуральных чисел от 2 025 до 2 045 можно выбрать 6 чисел так, чтобы среди выбранных чисел нашлось 3 числа, дающих одинаковые остатки от деления на 7?

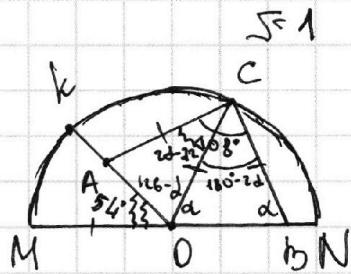


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



Дано:

полукруг $(O; R = MO)$; MN - диаметр
 $K \in$ полукруг.

$A \in OK$; $B \in ON$; $C \in KN$

$$AC = BC = OM$$

$$\angle ACB = 108^\circ$$

$$\frac{S(MOK)}{S\text{ полуокr}} - ?$$

Задача.

1. Т.к. MO - радиус полукруга, то $AC = CB = R$

2. А/n: $\angle OCB = \alpha$, $\angle OCA = \alpha$, $\angle BOC = 108^\circ$, $\angle ACO = 54^\circ$, $\angle BCA = 108^\circ - 108^\circ = 0^\circ$

$$\triangle ACO \sim \triangle BCA$$

3. Доказать $\angle OBC = \alpha$, тогда $\angle BOC \neq \alpha$, т.к. $\angle OCB = \alpha$.

$$\Rightarrow \angle OCB = 180^\circ - \angle OBC - \angle BOC = 180^\circ - 2\alpha$$

$$4. \angle ACD = \angle ACO + \angle OCD = 54^\circ + 108^\circ - 180^\circ = 2\alpha = 72^\circ$$

$$5. \text{Т.к. } \triangle ACO \sim \triangle BCA, \text{ то } \angle CAO = \angle COA = \frac{180^\circ - \angle ACO}{2} = 126^\circ - \alpha$$

$$6. \angle AOB = \angle COA + \angle BOC = 126^\circ - \alpha + \alpha = 126^\circ$$

7. Т.к. $\angle AOB$ и $\angle AOM$ - смежные, то

$$\angle AOM = 180^\circ - \angle AOB = 54^\circ$$

$$8. \frac{S(MOK)}{S\text{ полуокr}} = \frac{\angle AOM}{\angle MON} = \frac{54}{180} = 0,3$$

Ответ: 0,3



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 2 \cdot \max(a; b) = 13 |a - b| \\ 8 \cdot \min(a; b) = 11 (\text{НОД}(a; b))^2 - 99 \end{cases} \quad \text{№2}$$

Пусть $a \geq b$ (ситуация $b \geq a$ будет рассмотрена аналогично, только в решении на него a встанет b и наоборот)

$$\begin{cases} 2a = 13(a - b) \\ 8b = 11(\text{НОД}(a; b))^2 - 99 \end{cases}$$

$$a = 13b / 11$$

$$8b = 11(\text{НОД}(a; b))^2 - 99 \quad (1)$$

Рассмотрим $\text{НОД}(a; b)$

$$\text{НОД}(a; b) = \left(b; \frac{13b}{11}\right)$$

Пусть $k = b / 11$, тогда $\text{НОД}(b; \frac{13b}{11}) =$
 $= \text{НОД}(11k; 13k)$, $k \in \mathbb{N}$

По т. Евклида $\text{НОД}(11k; 13k) = k$, т.е. $b / 11$

Представим b (1)

$$8b = 11 \cdot \left(\frac{b}{11}\right)^2 - 99 \quad | \cdot 11$$

$$b^2 - 88b - 99 \cdot 11 = 0 \quad D > 0$$

По т. Виета $\begin{cases} b = -11 \\ b = 99 \end{cases}$ — не подходит по усл., т.к. $b \in \mathbb{N}$

$$\downarrow \\ b = 99$$

Тогда:

$$\begin{cases} a = 13b / 11 \\ b = 99 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 117 \\ b = 99 \end{cases}$$

! В случае $b > a$ получим $b = 117$; $a = 99$
Ответ: $(117; 99)$

I

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+4-6y} - \frac{1}{\sqrt{6y-2-x}} > x^2 + 10x$$

Т.к. y нас есть корни четной степени, то подкоренные выражение должны быть неделимыми. Наложим на них условие:

$$\begin{cases} x+4-6y \geq 0 \\ 6y-2-x > 0 \leftarrow \text{т.к. знаменатель не равен } 0 \\ x \geq 6y-4 \\ x < 6y-2 \end{cases} \Rightarrow 6y-4 \leq x < 6y-2$$

Т.к. $x \in \mathbb{Z}$ и $y \in \mathbb{Z}$, то $6y-4$ - четные, тогда $x = 6y-4$, либо $x = 6y-3$, т.к. это возможные целые числа на промежутке $[6y-4; 6y-2]$. Рассмотрим оба случая:

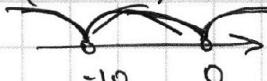
$$1) \frac{x = 6y-4}{\sqrt{6y-4+4-6y} - \frac{1}{\sqrt{6y-2-6y+4}}} > x^2 + 10x$$

$$x^2 + 10x + \frac{\sqrt{2}}{2} < 0$$

Заметим, что где неравенства

$$x^2 + 10x < 0$$

$$x(x+10) < 0$$



$$x \in (-10; 0)$$

В случае $x^2 + 10x + \frac{\sqrt{2}}{2} < 0$ происходит смещение по y на $\frac{\sqrt{2}}{2}$ единиц вправо, тогда $x = 6y-3$ и $x = 6y-4$ лежат на $\frac{\sqrt{2}}{2}$ -единицах, чтобы x не попадал в промежуток $x \in (-10; 0)$.
 $(x = -9; \frac{81-90+\sqrt{2}}{2})$
 $x = -1; \frac{1-10+\sqrt{2}}{2}$ тоже отрицательно

Мы можем только $x \in \mathbb{Z}$, поэтому $x \in [-9; -1]$

Теперь найдем y , подходящие под условие.

Т.к. $x = 6y-4$, то $y = \frac{x+4}{6}$, т.к. $y \in \mathbb{Z}$, то $(x+4) \mid 6$, значит $x \equiv 2 \pmod{6}$, на отрезке $[-9; -1]$ подходит только $x = -4$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Подставим это значение, чтобы найти y

$$\begin{aligned} & \cancel{x = 6y - 4} \\ & \cancel{y = \frac{-4 + 4}{6}} = 0 \\ & \cancel{y = 0} \end{aligned}$$

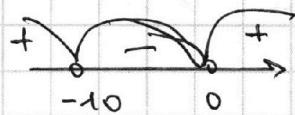
$$\begin{aligned} & x = -4 \\ & y = \frac{-4 + 4}{6} = 0 \end{aligned}$$

В 1-м случае, когда $x = 6y - 4$ существует $\neq 4$ пары $(-10, 1); (-4, 0)$, которые удовлетворяют условию

$$2) x = 6y - 3$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{6y - 3 + 4 - 6y} \neq \frac{1}{\sqrt{6y - 2 - 6y + 3}} > x^2 + 10x \\ & \sqrt{1} \neq \frac{1}{\sqrt{1}} > x^2 + 10x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & x^2 + 10x < 0 \\ & x(x + 10) < 0 \end{aligned}$$



$$x \in (-10; 0), x \in \mathbb{Z}$$

Т.к. $x = 6y - 3$, то $y = \frac{x+3}{6}$, т.к. $y \in \mathbb{Z}$, то $x \equiv 3 \pmod{6}$, на отрезке $(-10; 0)$ таких 2 числа $x = -9; x = -3$.

Подставим эти значения, чтобы найти y

$$x = -9$$

$$x = -3$$

$$y = \frac{-9 + 3}{6} = -1$$

$$y = \frac{-3 + 3}{6} = 0$$

Во втором случае ($x = 6y - 3$)

существует 2 пары, под满意的 под условие $(-10, 0); (-9, -1); (-3, 0)$

Таким образом, разбив возможные варианты, получаем 3 пары

Ответ: $(-9; -1); (-4; 0); (-3; 0)$.

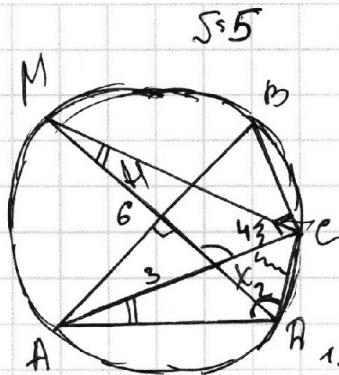


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



Дано:

$\triangle ABC$ вписан в окр $(O; R)$

AB - диаметр.

H - орт. пр. OA на AB

$AC \perp AH \Rightarrow x$

$$\frac{AK = 2}{CD = ?}; AK = 3; CK = 4$$

1. Проведем AH до пер. с окр.
 $AH \cap \text{окр} (O; R) = H$

2. $AC \perp AH \Rightarrow x$

По сб-бы пересекающ. горд

$$AK \cdot KC = XD \cdot XM$$

$$XM = \frac{AK \cdot KC}{KA} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$$

3. Т.к. H - орт. проекция на AB , то $HA \perp AB$

Также $\angle ACH$ опирается на AB (диаметр) $\Rightarrow \angle ACB = 90^\circ$

Итак - впис. четырехугл.

$$\text{т.к. } \angle BHK + \angle AKB = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\angle MKC = 180^\circ - \angle ACB$$

4. Заметим, что $\triangle ABC$ - впис., тогда его противопол. углы в сумме дают 180°

$$\angle AAC = 180^\circ - \angle ABC$$

5. Из п. 3 и п. 4 $\angle AAC = \angle MKC = 180^\circ - \angle ACB$ \Rightarrow

Также $\angle DMK = \angle DAC = \frac{1}{2} \angle CA$ (впис. углы) \Rightarrow

$\Rightarrow \triangle MKC \sim \triangle AAC$ (по 2-м углам) \Rightarrow

\Rightarrow третья пара углов у этих треугольников $\angle KCM = \angle ACA$

$\Rightarrow AC$ - биссектриса $\angle MKC$

6. $\triangle MCA$: т.к. AC - биссектриса, то по сб-бы бисс.:

$$\frac{AK}{KM} = \frac{CA}{CM}$$

$$\frac{2}{6} = \frac{CA}{CM} \Rightarrow CA = CM/3, \text{ т.к. } CA = a; \text{ тогда } CM = 3a$$

7. Из п. 5 $\triangle MKC \sim \triangle AAC$

$$\frac{AC}{MC} = \frac{CA}{CK} \Rightarrow \frac{AK+KC}{CK} = \frac{a}{2a} \Rightarrow 3a^2 = 28 \Rightarrow a = 2\sqrt{\frac{7}{3}} \Rightarrow \text{Ответ: } 2\sqrt{\frac{7}{3}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим остатки от деления на 7 чисел от 2025 до 2045

| | |
|------------------|---------------------|
| 2025, 2032, 2039 | $\equiv 2 \pmod{7}$ |
| 2026, 2033, 2040 | $\equiv 3 \pmod{7}$ |
| 2027; 2034; 2041 | $\equiv 4 \pmod{7}$ |
| 2028; 2035; 2042 | $\equiv 5 \pmod{7}$ |
| 2029; 2036; 2043 | $\equiv 6 \pmod{7}$ |
| 2030; 2037; 2044 | $\equiv 0 \pmod{7}$ |
| 2031; 2038; 2045 | $\equiv 1 \pmod{7}$ |

Можно заметить, что каждый из остатков 0-6 имеет ровно 3 числа на промежутке от 2025 до 2045.

Чтобы выбрать 3 числа с одинаковым остатком есть 7 вариантов (C_7^1). Тогда варианты выбора оставшихся 3-х чисел C_{18}^3 , но из этого числа надо вычесть варианты, в которых ~~берутся~~ берутся 3 числа ~~одинак.~~ имеющие одинаковый остаток, т.к. из условия среди выбранных ровно 3 имеют одинаковый остаток. Тогда всего ~~вариантов способов~~ выбрать 3 числа:

$$C_7^1 \cdot C_{18}^3 = 7 \cdot 3 \cdot 16 \cdot 17 = 5712$$

Мы не будем ничего отнимать от C_{18}^3 , т.к. по условию не сказано, ~~чтобы~~ что должно быть ровно 3 числа в наборе с одинак. остат., а находится 3.

Но получив $C_7^1 \cdot C_{18}^3$ ~~мы~~ ^{делим} 2 раза ~~чтобы~~ учли

варианты, где вторая тройка чисел имеет ~~одинак.~~ одинаковый остаток при делении на 7. Всего пар троек $\frac{7 \cdot 6}{2} = 21$, тогда

Чтобы найти итоговое кол-во способов отнимем от 5712 21: $5712 - 21 = 5691$

Ответ: 5691



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

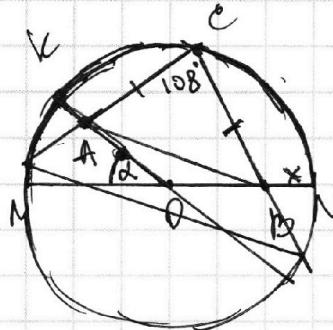
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

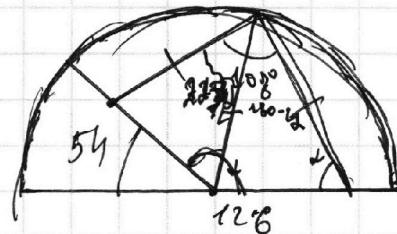
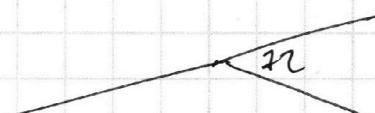
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+1} = \sqrt[2]{x} + \sqrt{81x-1}$$

$$\begin{array}{l} 1 \rightarrow 1^4 \\ 16 \rightarrow 2^4 \\ 81 \rightarrow 3^4 \\ 9 \quad 16 \end{array}$$



$$\frac{\alpha}{180^\circ} \times (2\pi - x)$$



108

$$72 + 2\alpha$$

$$2\alpha - 72$$

$$108 - 180 + 2\alpha = 2\alpha - 72$$

$$\frac{180 + 72}{2} = 90 + 36$$

$$126 + \alpha$$

$$\frac{54}{180} = \frac{27}{90} = \frac{3}{10} = 0,3$$

$$\frac{m-n}{n}$$

$$\frac{m}{n}$$

$$\frac{m+n}{n}$$

$$\frac{4x(z-y)}{y(z-x)}$$

$$\frac{3y_i(z-x)}{4z(y-x)} = \frac{1}{4}$$

$$16 \cancel{xz} (z-y)(y-x) \cancel{z} = 3yz(z-x)^2$$

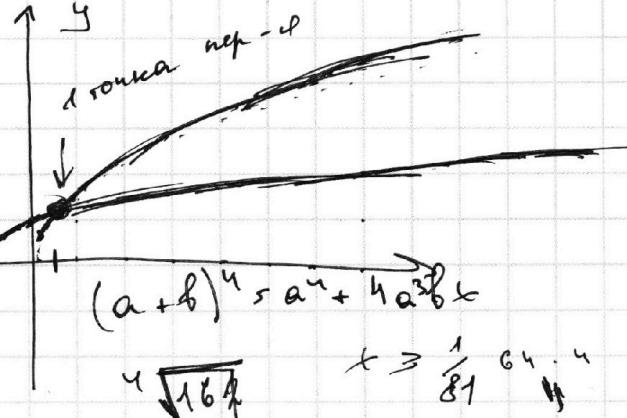
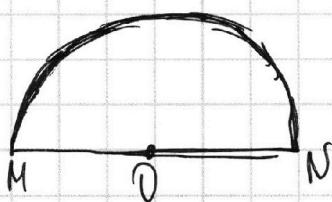


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



181

$$\frac{4x(z-y)}{y(z-x)} \leq \frac{3y(z-x)}{4y(y-x)}$$

$$16xy(z-y)(y-x) \leq 3yz(z-x)^2$$

$$\sqrt{x+4-6y} - \frac{1}{\sqrt{6y-2-x}} > x^2 + 10x$$

(0; 2]

$$x \geq 6y - 4$$

$$x < 6y - 2$$

$$\begin{cases} 8y - 4 \\ 6y - 3 \end{cases}$$

$$(6y-4)^2 + 10(6y-4) \leq x^2 + 10x \leq (6y-2)^2 + 10(6y-2)$$

$$(6y-4)(6y+6) \leq x(x+10) \leq (6y-2)(6y+8)$$

$$x = 6y - 4 \quad x^2 + 10x - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$0 - \frac{1}{\sqrt{6y-2-6y+4}} > x^2 + 10x$$

$$x^2 + 10 < -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad -11, 12, -10, -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = 6y - 3 \quad x^2 < -10 - \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{не сущ}$$

$$\sqrt{1} - \frac{1}{\sqrt{1}} > x^2 + 10x \quad -3; -8; -7; \dots$$

$$x^2 + 10x < 0 \quad + \quad - \quad 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{4x(z-y)}{y(z-x)} = \frac{3y(z-x)}{4x(y-x)}$$

$$\frac{16xz}{16xz} = \frac{3y^2(z-x)^2}{4x^2(y-x)^2}$$

$$2025 - 2045$$

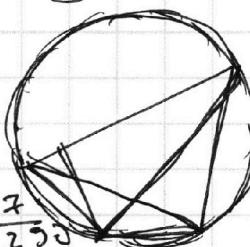
$$2025 \mid 7$$

$$x > \sqrt[4]{81}$$

$$2023 \sqrt[2]{\frac{x+1}{2\sqrt{x+1}}} = \frac{2\sqrt{x}}{2\sqrt{x+1}} + \sqrt[4]{81x-1}$$

$$\frac{16 \cdot 17 \cdot 18}{25}$$

$$x, y \in \mathbb{Z}$$



$$2025 \sqrt{\frac{x+4-6y}{269}} - \frac{1}{\sqrt{6y-2-x}} > x^2 + 10x$$

$$6y-4 \leq x \leq 6y-2$$

$$(1) \leq \sqrt{2}$$

$$6y-2-x = k$$

$$k \in [2, 4]$$

$$x+4-6y = k$$

$$2t-k$$

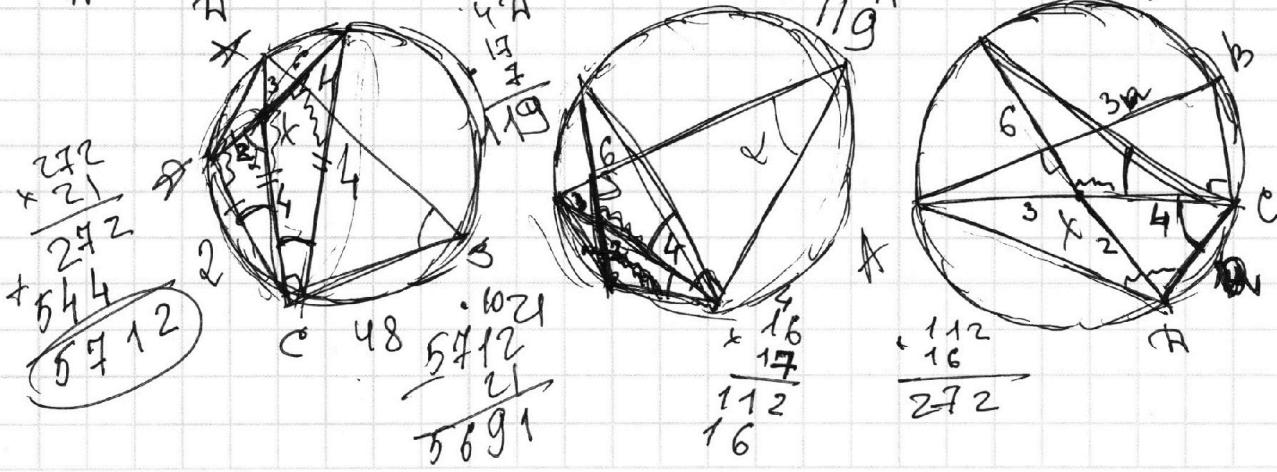
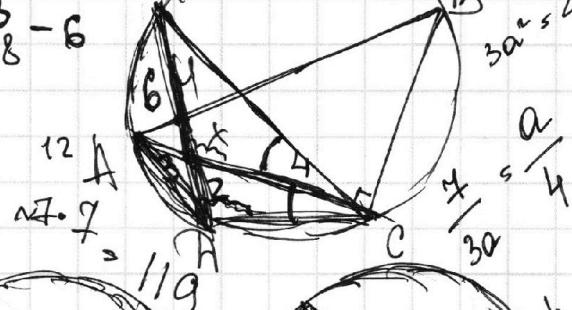
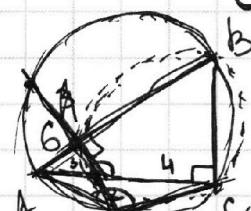
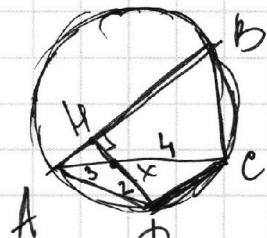
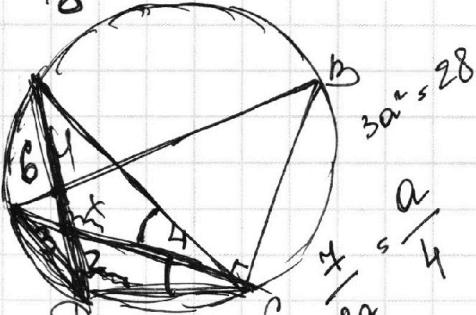
$$2-6y+2-x$$

$$\sqrt{2-k} - \frac{1}{\sqrt{k}} > x^2 + 10x$$

$$k \in (0; 2]$$

$$(2-k)k - 1 > x^2 + 10x$$

$$21 \rightarrow 18$$

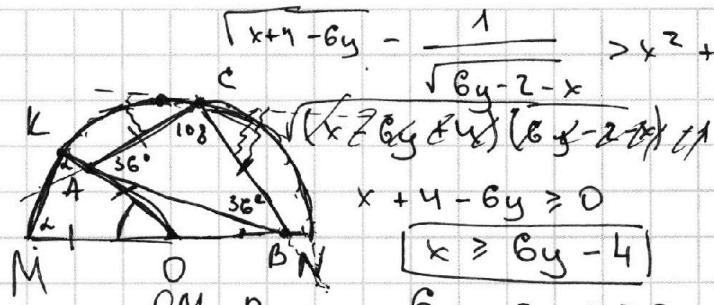
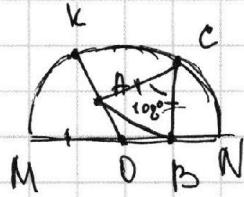


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{x+4-6y} - \frac{1}{\sqrt{6y-2-x}} > x^2 + 10x$$

$$(x-2)(8y+4)(6y-2)(x+1)$$

$$x+4-6y \geq 0$$

$$x \geq 6y - 4$$

$$6y - 2 - x \geq 0$$

$$x \leq 6y - 2$$

$$6y - 4 \leq x \leq 6y - 2$$

$$\begin{cases} 2 \cdot \max(a; b) = 13 |a - b| \\ 8 \cdot \min(a; b) = 11 (\text{HOA}(a; b))^2 - 99 \end{cases}$$

Пусть $a > b$

$$2a = 13(a - b)$$

$$8b = 11 \cdot (\text{HOA}(a; b))^2 - 99$$

$$2a = 13a - 13b$$

$$11a = 13b$$

$$a = \frac{13 \cdot b}{11}$$

$$8b = 11 \left(\frac{13b}{11}; b \right)^2 - 99$$

$$\frac{x+4-6y}{4x(z-x)}$$

$$\frac{3y(z-x)}{4z(y-x)}$$

$$\frac{8b + 99}{11} = \left(\frac{13b}{11}; b \right)^2$$

$$b : 11$$

$$(11; 13) = b/11$$

$$\frac{8b + 99}{11} = \frac{b}{11}$$

$$2 \cdot \max(a; b) = 13(\max(a; b) - \min(a; b))$$

$$b \geq a$$

$$b = -99$$

$$13 \min(a; b) = 11 \max(a; b)$$

$$2b = 13(b - a)$$

$$13b - 13a = 2b$$

$$11b = 13a$$

,

$$\max(a; b) = \frac{13 \min(a; b)}{11}$$

$$\frac{\min(a; b)}{\max(a; b)} : 11$$

$$\left(\frac{13}{11} b; b \right)$$

$$(11; 13)$$

$$(11; 13 \cdot 11)$$

$$\frac{b}{11} = k \quad (13k; 11k)$$

$$8 \min(a; b) = 11 (\text{HOA}(a; b))^2 - 99$$

$$8 \min(a; b) = 11 \cdot \left(\frac{b}{11} \right)^2 - 99$$

$$8b = \frac{b^2}{11} - 99$$

$$b^2 - 88b - 99 \cdot 11 = 0$$

$$b = -11$$

$$b = 99$$

$$a = \frac{13}{11} \cdot b = 117$$

(99; 117)