

МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 10 КЛАСС. Вариант 7

1. [4 балла] Ненулевые числа  $x, y, z$  удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения  $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$ , если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа  $n$  состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа  $n^3$ ?
3. [5 баллов] Окружность  $\omega$  с диаметром  $AB$  пересекает сторону  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  в точке  $D$ . Точка  $F$  выбрана на отрезке  $AC$  так, что  $DF \perp AC$ , а  $E$  — точка пересечения отрезка  $DF$  с окружностью  $\omega$ , отличная от  $D$ . Найдите  $AF$ , если  $AC = 20$ ,  $AB = 15$ ,  $BE = 10$ .
4. [4 балла] В теленгра ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых корни уравнения  $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$  являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения  $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$  являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура  $\Phi$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют неравенству  $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 6$ . Фигуру  $\Phi$  непрерывно повернули вокруг начала координат на угол  $\pi$  по часовой стрелке. Найдите площадь множества  $M$ , которое замела фигура  $\Phi$  при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбраны точки  $P$  и  $Q$  так, что  $AB = BP$ ,  $AC = CQ$ . Внутри треугольника  $ABC$  выбрана точка  $D$ , для которой  $DP = DQ$ , а  $\angle PDQ = 90^\circ$ . Найдите  $\angle DCB$ , если известно, что  $\angle DBC = 35^\circ$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} xy &= yz + z^2 \\ yz &= yx + x^2 \\ zx &= yy + y^2 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} x \quad \begin{aligned} x^2 y^2 z^2 &= xyz(yz)(yz)(yz) \\ &\cancel{yz} \end{aligned}$$

(можно сократить на  
 $xyz \neq 0$ )

$$\begin{aligned} xyz &= (y+z)(y+x)(y+y) \\ xyz &= (y+z)z^2 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} .$$

$$(y+z)(y+x)(y+y) = (y+z)z^2$$

$$x = \frac{yz + z^2}{y}$$

$$\begin{aligned} z \cdot \frac{yz + z^2}{y} &= yy + y^2 \\ yz &= y \cdot \frac{yz + z^2}{y} + \left( \frac{yz + z^2}{y} \right)^2 \\ yz &= y \cdot \frac{(yy + y^2)}{zy} + \left( \frac{yy + y^2}{z} \right)^2 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\}$$

~~y · yy~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

- |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = 9 \cdot (10^2 + 10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{24999})$$

$$n = 9 \cdot (1 + 10 \cdot (1 + 10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{24998}))$$

$$n = 9 \cdot (1 + 10 \cdot \left( \frac{n}{9} - 10^{24999} \right))$$

$$n = 9 + 90 \cdot \left( \frac{n}{9} - 10^{24999} \right)$$

$$n = 9 + 10n - 9 \cdot 10^{25000}$$

$$9n + 9 = 9 \cdot 10^{25000}$$

$$n + 1 = 10^{25000}$$

$$n = 10^{25000} - 1$$

$$n^3 = (10^{25000} - 1)^3 = 10^{75000} - 3 \cdot 10^{50000} \cdot 1 + 3 \cdot 10^{25000} \cdot 1^2 - 1^3 = 10^{75000} - 3 \cdot 10^{50000} + 3 \cdot 10^{25000} - 1 = \underbrace{99\dots99}_{24999} \underbrace{700\dots00}_{24999} \underbrace{29299\dots99}_{25000}$$

$$= \underbrace{100\dots00}_{25000} - \underbrace{300\dots00}_{50000} + \underbrace{300\dots00}_{25000} - 1$$

$$\begin{array}{r} \cancel{99\dots99} \cancel{10} \\ \underline{- 100\dots00} \underline{00\dots00} \\ \cancel{24999} \quad \cancel{50000} \\ \underline{300\dots00} \\ \hline \cancel{99\dots99} \cancel{400\dots00} \\ \cancel{24999} \quad \cancel{50000} \end{array} \quad \begin{array}{r} \cancel{99\dots99} \cancel{10} \\ \underline{- 99\dots99} \underline{700\dots00} \\ \cancel{24999} \quad \cancel{50000} \\ \hline \cancel{99\dots99} \cancel{699\dots99} \\ \cancel{24999} \quad \cancel{50000} \end{array}$$

$$\cancel{99\dots99} \cancel{699\dots99} = \cancel{99\dots99} \cancel{6,99\dots99} \cancel{999\dots99}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} & \overset{1}{\cancel{1}} \overset{1}{\cancel{1}} \\ & 99\dots 99 \\ + & 24999 \\ \hline & 24999 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} & \overset{1}{\cancel{1}} \overset{1}{\cancel{1}} \\ & 99\dots 99 \\ + & 24999 \\ \hline & 24999 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} & \overset{1}{\cancel{1}} \overset{1}{\cancel{1}} \\ & 99\dots 99 \\ + & 25000 \\ \hline & 25000 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} & 3 \overset{0}{\cancel{0}} \dots 00 \\ & 25000 \\ \hline & 25000 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} & \overset{1}{\cancel{1}} \overset{1}{\cancel{1}} \\ & 99\dots 99 \\ + & 24999 \\ \hline & 24999 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} & \overset{1}{\cancel{1}} \overset{1}{\cancel{1}} \\ & 99\dots 99 \\ + & 24999 \\ \hline & 24999 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} & \overset{1}{\cancel{1}} \overset{1}{\cancel{1}} \\ & 99\dots 99 \\ + & 25000 \\ \hline & 25000 \end{array}$$
$$24999 + 25000 = \textcircled{49999}$$

ОТВЕТ: 49999.

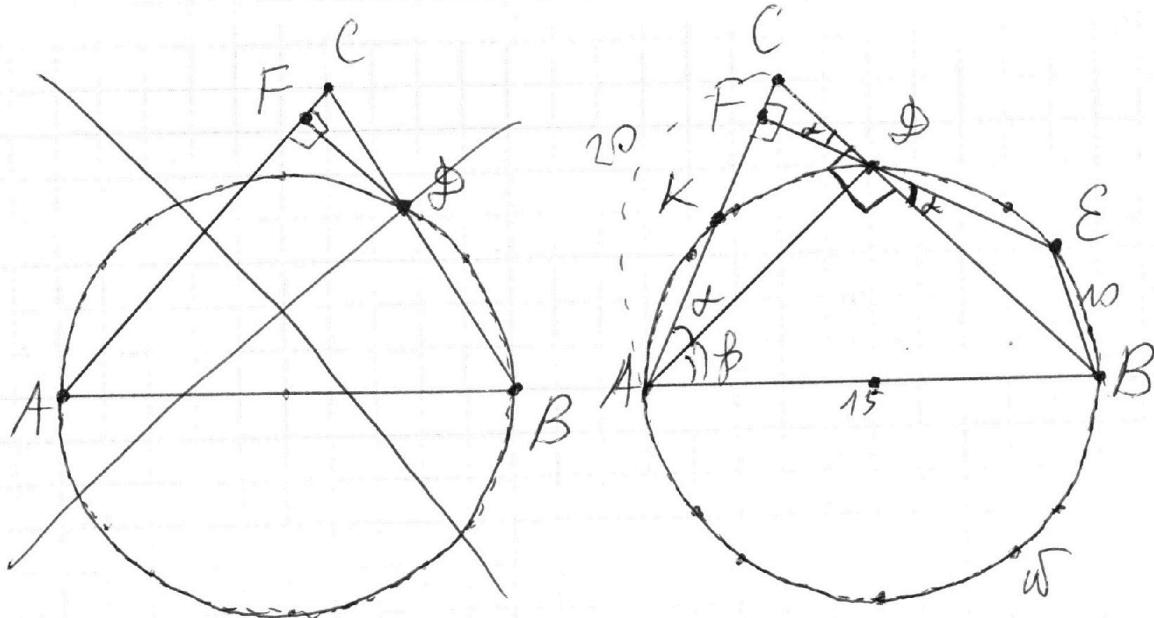


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\angle ADB$ -фактически в описанном на  
треугольник  $AB$   $\Rightarrow \angle ADB = 90^\circ$

$$\cancel{\triangle AFD \sim \triangle ABC} \Rightarrow \frac{AF}{AD} = \frac{AB}{AC} = \frac{10}{20}$$

$$AF = \frac{Ad^2}{2D}$$

$$AF = \frac{20}{\sin \alpha} \quad \text{Negeva vnyezf der SEDB: } \frac{EB}{\sin \alpha} = 2R$$

$$\frac{EB}{AB} = \sin 2 = \frac{EB}{AB} = \frac{10^2}{25} = \frac{2}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos x = +\sqrt{1-\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \sqrt{1-\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3} \quad 3$$

$$= \sqrt{\frac{5}{9}} = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3} \quad (\text{CAS - berechnet})$$

$$\frac{AF}{AD} = \cos 2 = \frac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow AF \neq AD = \frac{AF}{\cos 2} = \frac{3AF}{\sqrt{5}}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AF = \frac{A\varnothing^2}{20} =$$

$$= \frac{\left(\frac{3AF}{\sqrt{5}}\right)^2}{20} = \frac{\frac{9AF^2}{5}}{20} = \frac{9AF^2}{100}$$

$$AF = \frac{9AF^2}{100} \quad | : AF \neq 0$$

$$\frac{9AF}{100} = 1$$

$$AF = \frac{100}{9} \times$$

$$AF = 11 \frac{1}{9}$$

ОТВЕТ:  $AF = 11 \frac{1}{9}$ .

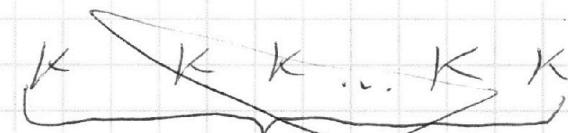


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

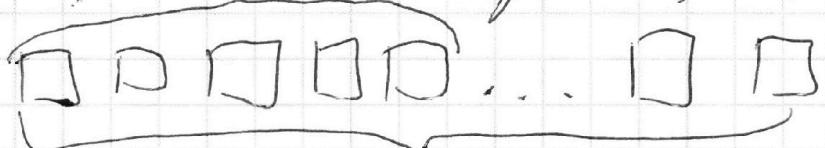


~~$P_1 = \frac{3^5}{n} \cdot \frac{n!}{(n-3)!}$~~ 

*n коробок*

$$P_1 = \left(\frac{3}{n}\right)^3 \cdot \left(\frac{n-3}{n}\right)^2$$

- коробки, выбраные случайно



$$A_n^3 = \frac{n!}{(n-3)!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3)!}{(n-3)!} = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) -$$

число способов размещения трех марок из  $n$  коробок.

$$A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2!}{2!} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 20 \cdot 3 = 60 -$$

число способов размещения все три марки в небольших пяти коробках.

$$P_1 = \frac{60}{n(n-1)(n-2)}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 56 \\ \hline 336 \end{array}$$

$$P_2 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{n(n-1)(n-2)}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{15 \cdot 4 \cdot 3} = 8 \cdot 7 \cdot 6 = 56 \cdot 6 = 336$$

ОТВЕТ: 6336 раз.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Перечисление QR-кода недопустимо!

$$\begin{aligned} a_4 &= a_1 + 3d \quad \left. \begin{aligned} &+ \Rightarrow a_4 + a_5 = 2a_1 + 7d \\ a_5 &= a_1 + 4d \end{aligned} \right\} \Rightarrow a_4 + a_5 = \\ a_2 &= a_1 + d \quad \left. \begin{aligned} &+ \Rightarrow a_2 + a_7 = 2a_1 + 7d \\ a_7 &= a_1 + 6d \end{aligned} \right\} = a_2 + a_7 \end{aligned}$$

Сумма корней первого квадратичного уравнения равна сумме корней второго квадратичного уравнения.

$$x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$$

по теореме Виетта:  $x_1 + x_2 = -(-(a^2 - a)) = a^2 - a$

$$2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0 : 2$$

$$x^2 - \frac{a^3 - a^2}{2}x - a^6 - 4a - 2 = 0$$

по теореме Виетта:  $x_1 + x_2 = -\left(-\frac{a^3 - a^2}{2}\right) = \frac{a^3 - a^2}{2}$

$$a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{2}$$

$a_4 \neq a_5 \neq a_2 \neq a_7$   
(но уравнение)

$$2a(a-1) = a^2(a-1)$$

1)  $a = 0:$

$$\cancel{x^2} - \frac{2}{3} = 0 - \text{нет}$$

$$\cancel{a(a-1)(a-2)} = 0$$

действительных корней

$$\begin{cases} a = 0 \\ a = 1 \\ a = 2 \end{cases}$$

2)  $a \neq 0:$

$$x^2 + \frac{1}{3} = 0 - \text{нет}$$

действительных корней



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3)  $a=2$ :

$$x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$\Delta = 4 + 4 \cdot 1 \cdot 2 = 4 + 8 = 12$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{2} = 1 \pm \sqrt{3}$$

$$2x^2 - 4x - 128 - 16 - 4 = 0 \quad | :2$$

$$x^2 - 2x - 64 - 8 - 2 = 0$$

$$x^2 - 2x - 74 = 0$$

$$\Delta = 4 + 4 \cdot 1 \cdot 74 = 4 + 296 = 300$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{300}}{2} = 1 \pm 5\sqrt{3}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & 2 & & 1 & & 1 & & 2 \\ & \hline & 1 & & 1 & & 1 & \\ & 1-5\sqrt{3} & 1-\sqrt{3} & 1+\sqrt{3} & 1+5\sqrt{3} & & & \rightarrow x \end{array}$$

$$a_2 - a_4 = d = 1 - \sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$a_2 - a_2 = 5d = 1 + 5\sqrt{3} - 1 - 5\sqrt{3} = 10\sqrt{3} \Rightarrow d = 2\sqrt{3}$$

$$2\sqrt{3} = 2\sqrt{3} - \text{лево}$$

ОТВЕТ:  $a=2$ .

L



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} = 0$$

$y = -\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15$  — первая прямая, при переходе через которую меняется знак подмножества выражения.

$$y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} = 0$$

$$y = \frac{x}{6\sqrt{3}} + 15$$
 — вторая диагональная прямая

1) Для подмножества выражения незначительны:

$$2y - 30 \leq 6$$

$$2y \leq 36$$

$y \leq 18$  — получаемось ниже  $y = 18$ , включая прямую  $y = 18$ .

2) Для подмножества выражения ограничены:

$$-2y + 30 \leq 6$$

$$-2y \leq -24$$

$$2y \geq 24$$

$y \geq 12$  — получаемось выше  $y = 12$ , включая прямую  $y = 12$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) Первое ненулевое выражение <sup>неприменимо</sup> ~~наглядимо~~, а второе применимо:

$$\frac{1}{2x} \leq 6$$

$$\frac{1}{3\sqrt{3}} \leq 6$$

$x \leq 18\sqrt{3}$  — ненулевость левее  $x = 18\sqrt{3}$ , включая прямую  $x = 18\sqrt{3}$ .

4) Первое ненулевое выражение <sup>неприменимо</sup> ~~наглядимо~~, а второе применимо:

$$-\frac{x}{8\sqrt{3}} \leq 6$$

$$-\frac{x}{3\sqrt{3}} \leq 6$$

$$-x \leq 18\sqrt{3}$$

$x \geq -18\sqrt{3}$  — ненулевость правее  $x = -18\sqrt{3}$ , включая прямую  $x = -18\sqrt{3}$ .

Построим график уравнения.

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 1,73 \\ \hline 10,38 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 10,38 \\ \hline 31,14 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 10,38 \\ \hline 72,66 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 72,66 \\ -4 \\ \hline 32 \\ -32 \\ \hline 0 \\ -4 \\ \hline -16 \end{array}$$

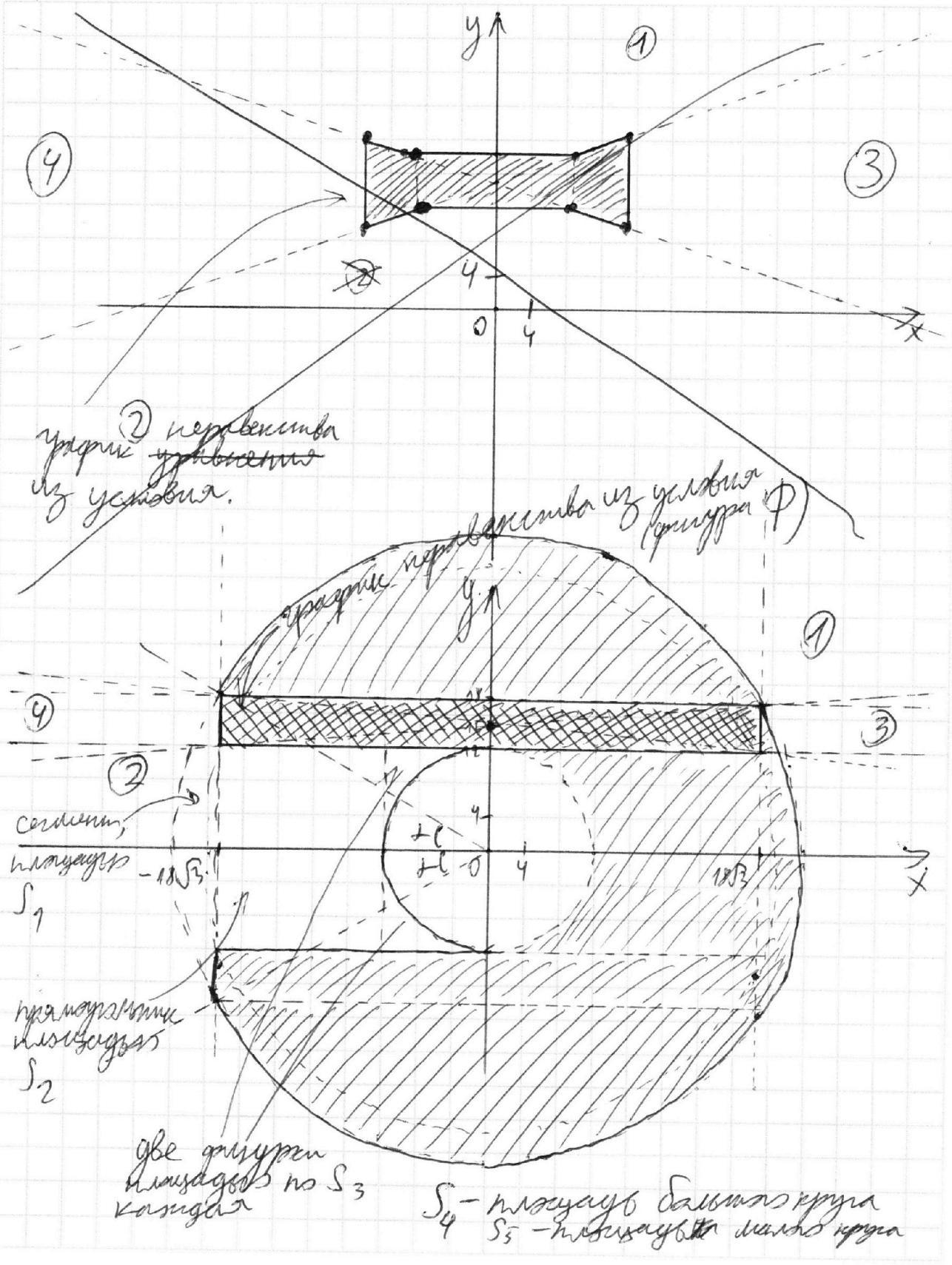


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
3 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1    2    3    4    5    6    7

СТРАНИЦА  
4 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Площадь образца, фигура заштрихована здесь  
калькулятором.

$$S_m = S_4 - S_5 - 2S_3 - S_2 - S_1;$$

$$\text{так } \alpha = \frac{18}{18\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha = 30^\circ;$$

$$= \frac{\pi}{6};$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 3 \\ \times 36 \\ \hline 36 \\ 36 \\ \hline + 216 \\ \hline 324 \\ 108 \\ \hline 1296 \\ \cancel{1296} \end{array}$$

$R$  — радиус большей окружности;  $R =$

$$= \sqrt{18^2 + (18\sqrt{3})^2} = \sqrt{18^2 + 18^2 \cdot 3} = \sqrt{18^2 \cdot 4} = 18 \cdot 2 = 36$$

$r$  — радиус малой окружности;  $r =$

$$= 12;$$

$$\begin{array}{r} 152 \\ + 60 \\ \hline 212 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -1296 \\ 152 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 24 \\ \times 18 \\ \hline 192 \\ + 24 \\ \hline 432 \\ - 324 \\ \hline 108 \end{array}$$

$$S_4 = \pi R^2 = \pi \cdot 36^2 = 1296\pi;$$

$$S_5 = \pi r^2 = \pi \cdot 12^2 = 144\pi;$$

$$S_3 = r^2 - \frac{\pi r^2}{4} = r^2 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) = 12^2 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) = 144 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) =$$

$$= 144 - 36\pi;$$

$$S_2 = 2r \cdot (18\sqrt{3} - r) = 2 \cdot 12 \cdot (18\sqrt{3} - 12) = 24(18\sqrt{3} - 12)$$

$$S_1 = 2\alpha R - \frac{1}{2}R^2 \sin 2\alpha = 2 \cdot \frac{\pi}{6} \cdot 36 - \frac{1}{2} \cdot 36^2 \cdot \sin \frac{\pi}{3} =$$

$$= 12\pi - \frac{1}{2} \cdot 1296 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\pi - 324\sqrt{3}$$

$$S_m = 1296\pi - 144\pi - 2 \cdot (144 - 36\pi) - 24(18\sqrt{3} - 12) - (12\pi - 324\sqrt{3}) =$$

$$= 1296\pi - 144\pi - 288 + 72\pi - 432\sqrt{3} + 288 - 12\pi + 324\sqrt{3} =$$

$$= 152\pi + 60\pi - 108\sqrt{3} = (212\pi - 108\sqrt{3}) \approx 478,84$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
СТРАНИЦА  
5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 3,14 \\ \times 212 \\ \hline 628 \\ 314 \\ \hline 665,68 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ \times 108 \\ \hline 173 \\ 108 \\ \hline 186,84 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} .1010\ 10 \\ - 665\ 68 \\ \hline 186\ 84 \\ \hline 478,84 \end{array}$$

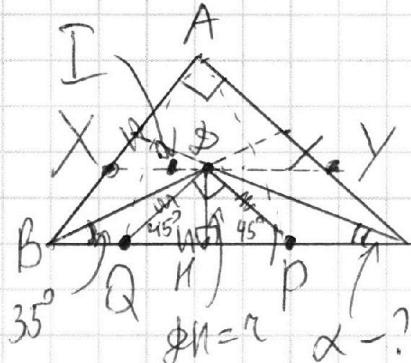
ОТВЕТ:  $S_m = 212\pi - 108\sqrt{3} \approx 478,84$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$a = BC = BP + CP - QP =$   
 $= AB + AC - QP = c + b - QP$   
 $QP = b + c - a = 2r, \text{ где } r -$   
 радиус вписанной в  $\triangle ABC$   
 окружности.  
 $\phi N = r \quad \alpha - ?$

(высота в методе разностей пропорции  $\triangle QPR$ )

~~Четыре высоты в  $\triangle ABC$  окружности (I)~~

~~если на отрезке XX~~

$$\frac{c-r}{b-r} = \frac{BN}{CN} = \frac{\cancel{RN}/\tg 35^\circ}{\cancel{RN}/\tg \alpha} = \frac{\tg \angle}{\tg 35^\circ}$$

$$\frac{c-\frac{b+c-a}{2}}{b-\frac{b+c-a}{2}} = \frac{\tg \angle}{\tg 35^\circ}; \quad \frac{\frac{b+c-a}{2}-b-\frac{b+c-a}{2}}{\frac{b+c-a}{2}-b-c+a} = \frac{\tg \angle}{\tg 35^\circ}$$

$$\frac{a-b+c}{a-c+b} = \frac{\tg \angle}{\tg 35^\circ},$$

$\angle - \text{множитель} \Rightarrow 2\alpha + 2 \cdot 35^\circ = 90^\circ \Rightarrow 2\alpha = 90^\circ - 70^\circ;$

$$2\alpha = 20^\circ$$

$\alpha = 10^\circ$

ОТВЕТ:  $\angle DCB = 10^\circ$ .

~~ОТВЕТ:  $10^\circ$~~

L



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{array}{l} xy = yz + z^2 \\ yz = yx + x^2 \\ zx = yy + y^2 \end{array} \right\} \div \cdot \quad \frac{x}{z} = \frac{z(z+4)}{x(x+4)} \\
 & \quad x^2(x+4) = z^2(z+4) \\
 & \quad x^3 + 4x^2 = z^3 + 4z^2 \quad | : z^2 \\
 & \quad x \cdot \left(\frac{x}{z}\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{x}{z}\right)^2 = z+4 \\
 & \quad x \cdot \cancel{x^2} + 4 \cdot \cancel{x^2} = z+4 \\
 & \quad \cancel{x^2} = \cancel{x}(xz+4) \quad | : \cancel{x} \\
 & \quad xz^2 = (x^2z + 4x) / (y + \cancel{x^2z + 4x}) \\
 & \quad xz^2 = 4xz + \cancel{x^2z} + 4x^2z + 16x + 4x^2z + 16x \\
 & \quad z^2 = 4xz + \cancel{x^2z} + 4x^2z + 16 + 4x^2z + 16x
 \end{aligned}$$

L

L

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} xy &= 4z + z^2 \\ yz &= 4x + x^2 \\ zx &= 4y + y^2 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} : (xyz) \neq 0 \\ : (xyz) \neq 0 \\ : (xyz) \neq 0 \end{array} \right\}$$

$$\frac{1}{z} = \cancel{4z + z^2}$$

$$xy + yz + zx = x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 4y + 4z$$

$$(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 8y + 8z + 48 =$$

$$= xy + yz + zx + 4x + 4y + 4z + 48 =$$

$$= (y+4)x + (z+4)y + (x+4)z + 48 =$$

$$= \frac{x^2}{y} + \frac{zy^2}{z} + \frac{yz^2}{x} + 48$$

$$(xyz)^2 = (xyz)(x+4)(y+4)(z+4)$$

$$xyz = (x+4)(y+4)(z+4)$$

$$\frac{x+4}{x} \cdot \frac{y+4}{y} \cdot \frac{z+4}{z} = 1$$

$$\left(1 + \frac{4}{x}\right) \cdot \left(1 + \frac{4}{y}\right) \cdot \left(1 + \frac{4}{z}\right) = 1$$