



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$ являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leq 6$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DBC = 35^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left. \begin{aligned} xy &= 4z + z^2 \\ yz &= 4x + x^2 \\ zx &= 4y + y^2 \end{aligned} \right\} \times$$

$$x^2 y^2 z^2 = \frac{xyz}{4} (4+z)(4+x)(4+y)$$

(можно сократить на $xyz \neq 0$)

$$\left. \begin{aligned} xyz &= (4+z)(4+x)(4+y) \\ xyz &= (4+z)z^2 \end{aligned} \right\}$$

$$(4+z)(4+x)(4+y) = (4+z)z^2$$

$$x = \frac{4z + z^2}{y}$$

$$z \cdot \frac{4z + z^2}{y} = 4y + y^2$$

$$yz = 4 \cdot \frac{4z + z^2}{y} + \left(\frac{4z + z^2}{y} \right)^2$$

$$yz = 4 \cdot \frac{(4y + y^2)y}{zy} + \left(\frac{4y + y^2}{z} \right)^2$$

~~$y \cdot \frac{4y}{z}$~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} \begin{array}{ccccccc} & & 1 & 1 & 1 & & 1 & 1 \\ + & 99 \dots 99 & 6 & 99 \dots 99 & 9 & 99 \dots 99 & & \\ \hline & 24999 & & 24999 & & 25000 & & \\ & & & & & 300 \dots 00 & & \\ & & & & & 25000 & & \\ \hline 99 \dots 99 & 700 \dots 00 & 2 & 99 \dots 99 & & & & \\ \hline & 24999 & & 24999 & & 25000 & & \end{array} \\ 24999 + 25000 = 49999 \\ \text{ОТВЕТ: } 49999. \end{array}$$

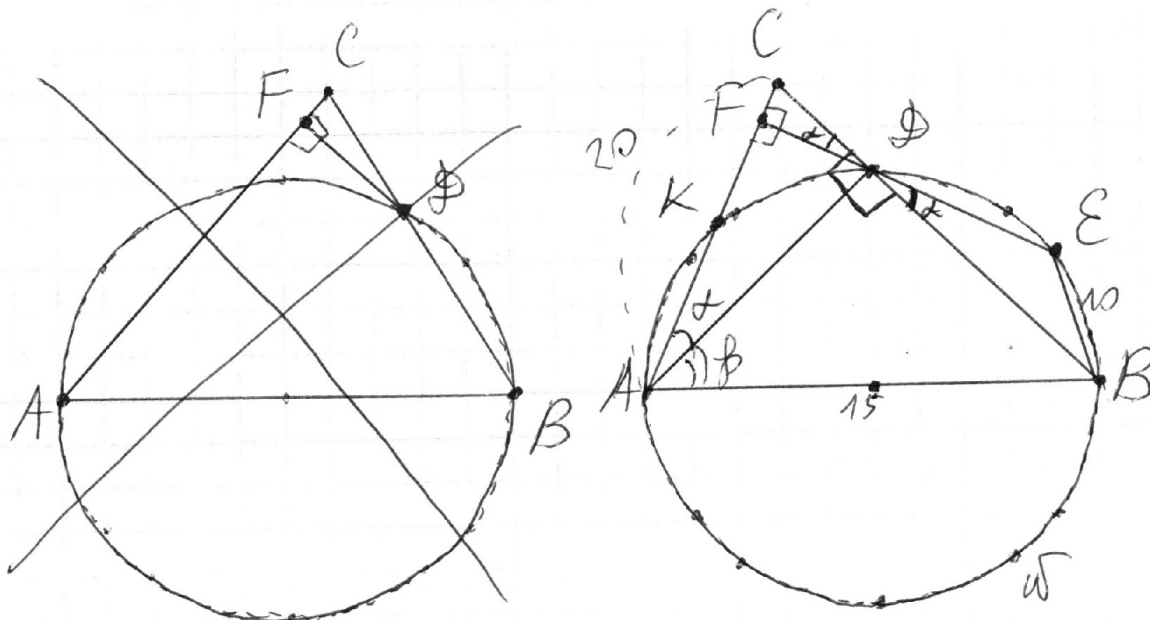


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\angle A\Phi B$ - вписанный и опирается на диаметр $AB \Rightarrow \angle A\Phi B = 90^\circ$

$$\Delta A\Phi F \sim \Delta A\Phi C \Rightarrow \frac{AF}{A\Phi} = \frac{A\Phi}{AC} = \frac{A\Phi}{20}$$

$$AF = \frac{A\Phi^2}{20}$$

Теорема синусов для $\Delta E\Phi B$: $\frac{EB}{\sin \alpha} = 2R$

$$\frac{EB}{\sin \alpha} = AB \Rightarrow \frac{EB}{\sin \alpha} = \frac{AB}{\sin \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{EB}{AB} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$= \sqrt{\frac{9-4}{9}} = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3} \quad (\angle CAF - \text{острый})$$

$$\frac{AF}{A\Phi} = \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow AF = A\Phi \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{AF}{\frac{3}{\sqrt{5}}} = \frac{3AF}{\sqrt{5}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☒☐☐☐☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AF = \frac{AF^2}{20}$$

$$= \frac{\left(\frac{3AF}{\sqrt{5}}\right)^2}{20} = \frac{\frac{9AF^2}{5}}{20} = \frac{9AF^2}{100}$$

$$\frac{AF}{1} = \frac{9AF^2}{100} \quad | : AF \neq 0$$

$$\frac{9AF}{100} = 1$$

$$AF = \frac{100}{9}$$

$$AF = 11 \frac{1}{9}$$

$$\text{ОТВЕТ: } AF = 11 \frac{1}{9}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~K K K ... K K~~

~~$P_1 = \left(\frac{3}{n}\right)^5$~~ $P_1 = \left(\frac{3}{n}\right)^3 \cdot \left(\frac{n-3}{n}\right)^2$

- коробки, выбранные шурком

$$A_n^3 = \frac{n!}{(n-3)!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \cancel{(n-3)!}^1}{\cancel{(n-3)!}^1} = n \cdot (n-1) \cdot (n-2)$$

много способов разместить три шарика по 1 в каждой из 5 коробок.

$$A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cancel{2!}^1}{\cancel{2!}^1} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 20 \cdot 3 = 60$$

много способов разместить все три шарика в необходимых пяти коробках.

$$P_1 = \frac{60}{n(n-1)(n-2)}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 56 \\ 6 \\ \hline 336 \end{array}$$

$$P_2 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{n(n-1)(n-2)}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot \cancel{5 \cdot 4 \cdot 3}^1}{1 \cdot \cancel{5 \cdot 4 \cdot 3}^1} = 8 \cdot 7 \cdot 6 = 56 \cdot 6 = \boxed{336}$$

ОТВЕТ: в 336 раз.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Печать QR-кода недопустима!

$$\left. \begin{array}{l} d_4 = a_1 + 3d \\ a_5 = a_1 + 4d \end{array} \right\} + \Rightarrow a_4 + a_5 = 2a_1 + 7d$$

$$\left. \begin{array}{l} a_2 = a_1 + d \\ a_7 = a_1 + 6d \end{array} \right\} + \Rightarrow a_2 + a_7 = 2a_1 + 7d$$

$$\Rightarrow a_4 + a_5 = a_2 + a_7$$

Сумма корней первого квадратного уравнения равна сумме корней второго квадратного уравнения.

$$x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2 - a^3}{3} = 0$$

по теореме Виета: $x_1 + x_2 = -(- (a^2 - a)) = a^2 - a$

$$2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0 \quad | : 2$$

$$x^2 - \frac{a^3 - a^2}{2}x - a^6 - 4a - 2 = 0$$

по теореме Виета: $x_1 + x_2 = -\left(-\frac{a^3 - a^2}{2}\right) = \frac{a^3 - a^2}{2}$

$$a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{2}$$

$$a_4 \neq a_5 \neq a_2 \neq a_7$$

(по условию)

$$2a(a-1) = a^2(a-1)$$

1) $a = 0$:

$$a^2(a-1) - 2a(a-1) = 0$$

$$x^2 + \frac{2}{3} = 0 \text{ — нет}$$

$$a(a-1)(a-2) = 0$$

действительных корней

$$\begin{cases} a = 0 \\ a = 1 \\ a = 2 \end{cases}$$

2) $a = 1$:

$$x^2 + \frac{1}{3} = 0 \text{ — нет действительных корней}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) $a=2$:

$$x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 1 \cdot 2 = 4 + 8 = 12$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 1 \pm \sqrt{3}$$

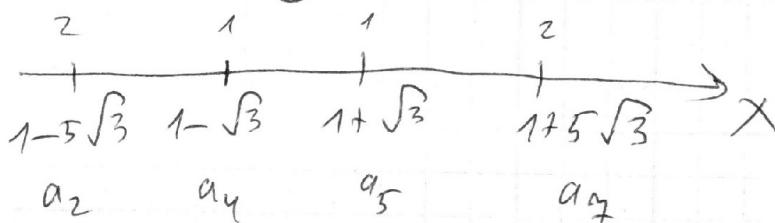
$$2x^2 - 4x - 128 - 16 - 4 = 0 \quad | :2$$

$$x^2 - 2x - 64 - 8 - 2 = 0$$

$$x^2 - 2x - 74 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 1 \cdot 74 = 4 + 296 = 300$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm 10\sqrt{3}}{2} = 1 \pm 5\sqrt{3}$$



$$a_5 - a_4 = d = 1 + \sqrt{3} - 1 + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$a_7 - a_2 = 5d = 1 + 5\sqrt{3} - 1 + 5\sqrt{3} = 10\sqrt{3} \Rightarrow d = 2\sqrt{3}$$

$$2\sqrt{3} = 2\sqrt{3} - \text{верно}$$

ОТВЕТ: $a=2$.



1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} = 0$$

$$y = -\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 - \text{первая прямая, при переходе}$$

через которую меняется знак подмодульного выражения.

$$y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} = 0$$

$$y = \frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 - \text{вторая аналогичная прямая}$$

1) Оба подмодульных выражения неотрицательны:

$$2y - 30 \leq 6$$

$$2y \leq 36$$

$y \leq 18$ — поумножить ниже $y = 18$, включая прямую $y = 18$.

2) Оба подмодульных выражения отрицательны:

$$-2y + 30 \leq 6$$

$$-2y \leq -24$$

$$2y \geq 24$$

$y \geq 12$ — поумножить выше $y = 12$, включая прямую $y = 12$.



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) Первое неравенство *неотрицательно*
а второе отрицательно:

$$\frac{x}{8\sqrt{3}} \leq 6$$

$$\frac{x}{3\sqrt{3}} \leq 6$$

$x \leq 18\sqrt{3}$ — поумножить левее $x = 18\sqrt{3}$, включая
правую $x = 18\sqrt{3}$.

4) Первое неравенство *отрицательно*
а второе *неотрицательно*:

$$-\frac{x}{8\sqrt{3}} \leq 6$$

$$-\frac{x}{3\sqrt{3}} \leq 6$$

$$-x \leq 18\sqrt{3}$$

$x \geq -18\sqrt{3}$ — поумножить правее $x = -18\sqrt{3}$, включая
правую $x = -18\sqrt{3}$.

Построим график уравнения.

$$\begin{array}{r} 4 \quad 1 \\ \times 1,73 \\ \hline 10,38 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 2 \\ \times 10,38 \\ \hline 31,14 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 5 \\ \times 10,38 \\ \hline 72,66 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 72,66 \overline{) 4} \\ \underline{28} \\ 32 \\ \underline{32} \\ 06 \\ \underline{4} \\ 28 \end{array}$$

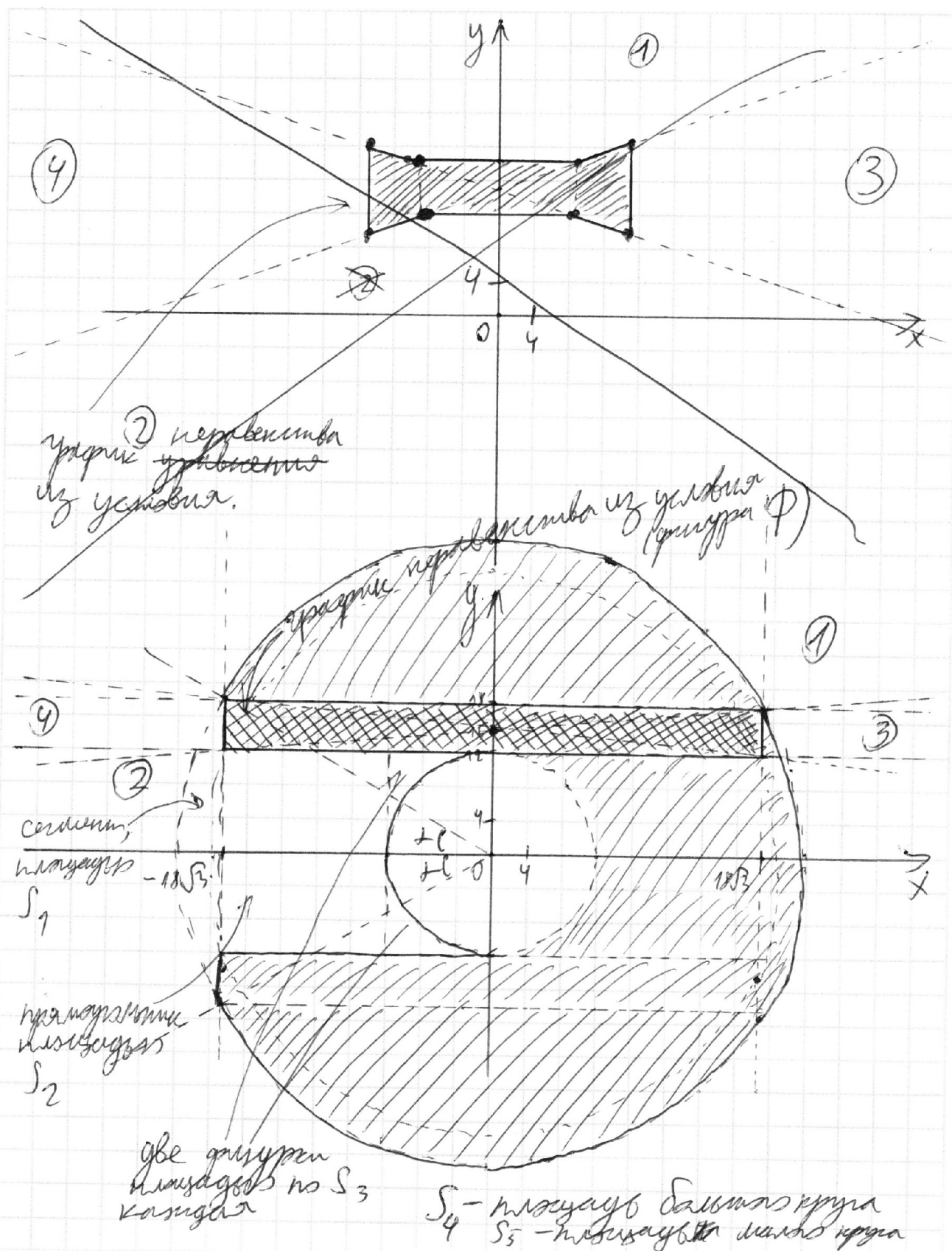


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
 4 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Полный образ, фигура занимает часть круга.

$$S_M = S_4 - S_5 - 2S_3 - S_2 - S_1$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{18}{18\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 3 \quad 5 \\ \times 36 \quad \times 36 \\ \hline + 216 \quad 324 \\ 108 \\ \hline 1296 \end{array}$$

R - радиус большого окружности; $R =$

$$= \sqrt{18^2 + (18\sqrt{3})^2} = \sqrt{18^2 + 18^2 \cdot 3} = \sqrt{18^2 \cdot 4} = 18 \cdot 2 = 36$$

r - радиус малой окружности; $r =$

$$= 12;$$

$$S_4 = \pi R^2 = \pi \cdot 36^2 = 1296\pi;$$

$$S_5 = \pi r^2 = \pi \cdot 12^2 = 144\pi;$$

$$S_3 = r^2 - \frac{\pi r^2}{4} = r^2 \cdot \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) = 12^2 \cdot \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) = 144 \cdot \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) = 144 - 36\pi;$$

$$S_2 = 2r \cdot (18\sqrt{3} - r) = 2 \cdot 12 \cdot (18\sqrt{3} - 12) = 24(18\sqrt{3} - 12)$$

$$S_1 = 2\alpha R - \frac{1}{2} R^2 \sin 2\alpha = 2 \cdot \frac{\pi}{6} \cdot 36 - \frac{1}{2} \cdot 36^2 \cdot \sin \frac{\pi}{3} =$$

$$= 12\pi - \frac{1}{2} \cdot 1296 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\pi - 324\sqrt{3}$$

$$S_M = 1296\pi - 144\pi - 2 \cdot (144 - 36\pi) - 24(18\sqrt{3} - 12) - (12\pi - 324\sqrt{3})$$

$$= 1296\pi - 144\pi - 288 + 72\pi - 432\sqrt{3} + 288 - 12\pi + 324\sqrt{3} =$$

$$= 152\pi + 60\pi - 108\sqrt{3} = 212\pi - 108\sqrt{3} \approx 478,84$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 3,14 \\ \times 2,12 \\ \hline + 628 \\ 314 \\ 628 \\ \hline 665,68 \end{array} \quad \begin{array}{r} 52 \\ 1,73 \\ \times 108 \\ \hline + 1384 \\ 173 \\ \hline 18684 \end{array} \quad \begin{array}{r} .101010 \\ 665,68 \\ - 186,84 \\ \hline 478,84 \end{array}$$

ОТВЕТ: $S_M = 212\pi - 108\sqrt{3} \approx 478,84$

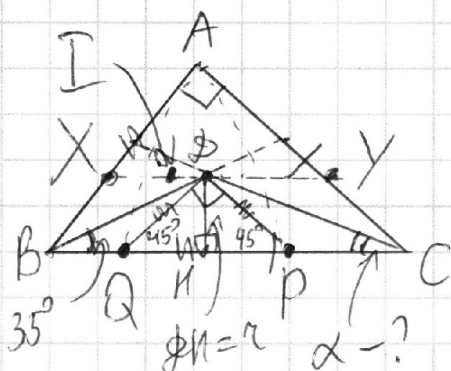


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒

СТРАНИЦА
 1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} a &= BC = BP + CR - RP = \\ &= AB + AC - RP = c + b - RP \\ RP &= b + c - a = 2r, \text{ где } r - \\ &\text{радиус вписанной в } \triangle ABC \\ &\text{окружности.} \end{aligned}$$

(высота и медиана равнобедренного прямоугольного $\triangle QPR$)

~~Центр вписанной в $\triangle ABC$ окружности (I) лежит на отрезке XY~~

$$\frac{c-r}{b-r} = \frac{BH}{CH} = \frac{\frac{PH}{\tan 35^\circ}}{\frac{PH}{\tan \alpha}} = \frac{\tan \alpha}{\tan 35^\circ}$$

$$\frac{c - \frac{b+c-a}{2}}{b - \frac{b+c-a}{2}} = \frac{\tan \alpha}{\tan 35^\circ}; \quad \frac{2c - b - c + a}{2b - b - c + a} = \frac{\tan \alpha}{\tan 35^\circ}$$

$$\frac{a - b + c}{a - c + b} = \frac{\tan \alpha}{\tan 35^\circ};$$

$$\Phi - \text{инцентр} \Rightarrow 2\alpha + 2 \cdot 35^\circ = 90^\circ \Rightarrow 2\alpha = 90^\circ - 70^\circ;$$

$$2\alpha = 20^\circ$$

$$\alpha = 10^\circ$$

$$\text{ОТВЕТ: } \angle \Phi CB = 10^\circ$$

$$\text{ОТВЕТ: } 10^\circ$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} xy &= 4z + z^2 \\ yz &= 4x + x^2 \\ zx &= 4y + y^2 \end{aligned} \right\} \div \cdot \quad \frac{x}{z} = \frac{z(z+4)}{x(x+4)} \\ x^2(x+4) &= z^2(z+4) \\ \cancel{x^3 + 4xz^2} &= \cancel{x^3 + 4xz^2} \\ zx &= \frac{4x + x^2}{z} \left(4 + \frac{4x + x^2}{z} \right) \\ x^3 + 4x^2 &= z^3 + 4z^2 \quad | : z^2 \\ x \cdot \left(\frac{x}{z} \right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{x}{z} \right)^2 &= z + 4 \\ x \cdot \alpha^2 + 4\alpha^2 &= z + 4 \\ \alpha^3 \cdot z + 4\alpha^2 &= z + 4 \\ \alpha z^2 &= \frac{\cancel{\alpha z^2} (z + 4)}{\cancel{z}} \cdot \left(4 + \frac{\cancel{\alpha z^2} (z + 4)}{\cancel{z}} \right) \\ \alpha z^2 &= \alpha (z + 4) (4 + \alpha (z + 4)) \\ \alpha z^2 &= (\alpha^2 z + 4\alpha) (4 + \alpha^2 z + 4\alpha) \\ \cancel{\alpha z^2} &= 4\alpha^2 z + \alpha^3 z^2 + 4\alpha^2 z + 16\alpha + 4\alpha^2 z + 16\alpha^2 \\ z^2 &= 4\alpha z + \alpha^3 z^2 + 4\alpha^2 z + 16 + 4\alpha^2 z + 16\alpha \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left. \begin{aligned} xy &= 4z + z^2 \\ yz &= 4x + x^2 \\ zx &= 4y + y^2 \end{aligned} \right\} : (xyz) \neq 0$$

$$\frac{1}{z} = \frac{4z + z^2}{z^2}$$

$$xy + yz + zx = x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 4y + 4z$$

$$\begin{aligned} (x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 &= x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 8y + 8z + 48 = \\ &= xy + yz + zx + 4x + 4y + 4z + 48 = \\ &= (y+4)x + (z+4)y + (x+4)z + 48 = \\ &= \frac{zx^2}{y} + \frac{zy^2}{z} + \frac{yz^2}{x} + 48 \end{aligned}$$

$$(xyz)^2 = (xyz)(x+4)(y+4)(z+4)$$

$$xyz = (x+4)(y+4)(z+4)$$

$$\frac{x+4}{x} \cdot \frac{y+4}{y} \cdot \frac{z+4}{z} = 1$$

$$\left(1 + \frac{4}{x}\right) \cdot \left(1 + \frac{4}{y}\right) \cdot \left(1 + \frac{4}{z}\right) = 1$$