



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

## 10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа  $x, y, z$  удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения  $(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2$ , если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа  $n$  состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа  $n^3$ ?
3. [5 баллов] Окружность  $\omega$  с диаметром  $AB$  пересекает сторону  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  в точке  $D$ . Точка  $F$  выбрана на отрезке  $AC$  так, что  $DF \perp AC$ , а  $E$  — точка пересечения отрезка  $DF$  с окружностью  $\omega$ , отличная от  $D$ . Найдите  $AF$ , если  $AC = 20$ ,  $AB = 10$ ,  $BE = 9$ .
4. [4 балла] В теленгра ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых корни уравнения  $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$  являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения  $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$  являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура  $\Phi$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют неравенству  $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leqslant 8$ . Фигуру  $\Phi$  непрерывно повернули вокруг начала координат на угол  $\pi$  против часовой стрелки. Найдите площадь множества  $M$ , которое замела фигура  $\Phi$  при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбраны точки  $P$  и  $Q$  так, что  $AB = BP$ ,  $AC = CQ$ . Внутри треугольника  $ABC$  выбрана точка  $D$ , для которой  $DP = DQ$ , а  $\angle PDQ = 90^\circ$ . Найдите  $\angle DCB$ , если известно, что  $\angle CBA = 46^\circ$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 \mid \cdot z & -6z^2 + z^3 = -6z^2 + x^3 = -6y^2 + y^3 \\ yz = -6x + x^2 \mid \cdot x & -6z^2 + z^3 = -6x^2 + x^3 \\ zx = -6y + y^2 \mid \cdot y & 6(x-z)(x+z) = (x-z)(x^2 + xz + z^2) \end{cases}$$

$x, y, z \neq 0$

$$(x-z)(x^2 + xz + z^2 - 6x - 6y) = 0$$

$$(x-z)(yz + yz + z^2) = 0$$

$$\begin{cases} x = z \\ xy + yz + z^2 = 0 \end{cases}$$

Имеем 3 системы уравнений. Определим  $x, y, z$ . Если  $x=2$ , то

или  $y=z$ ,  $x=z$

1) если  $x=z$ , то: ~~или~~ получаем

$$2y = -6z + z^2$$

$$y = -6 + z$$

$$(z-6)z = -6z + z^2$$

$$(z-6)^2 - 6(z-6) = z^2$$

$$-12z + 36 - 6z + 36 = 0$$

$$-18z = -72$$

$$\begin{cases} z = 4 \\ y = -2 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \\ z = 4 \end{cases}$$

2) если  $x=y$ , то имеем:

$$\begin{cases} x = y \\ y = y \\ z = -2 \end{cases}$$

3) если  $y=z$ , то имеем:

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = y \\ z = y \end{cases}$$

Во всех трех случаях получаем, что  $(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 =$

$$= 64 + 4 + 4 = 72$$

если  $xy + yz + zx = 0$ , то:



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}yz + xy + xz &= 0 \\z^2 + x^2 + y^2 - 6(xy + yz + zx) &= 6(x + y + z) \\(x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx) &- 6(x + y + z) = 0 \\(x + y + z)(x + y + z - 6) &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + y + z = 6 \end{cases}$$

Если  $x + y + z = 0$ , то:

$$\begin{aligned}xy + xz + yz &= -6(x + y + z) + x^2 + y^2 + z^2 \\&= 0 \\x^2 + y^2 + z^2 &\leq 0, \quad x, y, z \neq 0 \Rightarrow x, y, z \in \emptyset \text{ или } x + y + z = 0 \Rightarrow \\&\Rightarrow x + y + z \neq 0\end{aligned}$$

Если  $x + y + z = 6$ , то:

$$\begin{aligned}xy + xz + yz &= -6(x + y + z) + x^2 + y^2 + z^2 \\36 &= x^2 + y^2 + z^2. \quad \text{Если} \quad \begin{matrix} x, y, z \\ \text{коэффициенты} \quad \text{матрицы} \end{matrix} \quad \text{являются} \quad \begin{matrix} x, y, z \\ \text{коэффициентами} \quad \text{этой} \quad \text{системы} \end{matrix}, \quad \text{то:} \\(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2 &= x^2 + y^2 + z^2 - 12(x + y + z) + 3 \cdot 36 = \\&= 36 - 12 \cdot 6 + 3 \cdot 36 = 72 \Rightarrow \begin{matrix} \text{коэффициенты} \\ \text{матрицы} \end{matrix} = 72\end{aligned}$$

Ответ: 72



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \underbrace{100\dots0}_{20001} - 1$$

$$\begin{aligned} n^3 &= (\underbrace{100\dots0}_{20001} - 1)^3 = \underbrace{100\dots0}_{60003} - 3 \cdot \underbrace{100\dots0}_{40002} + 3 \cdot \underbrace{100\dots0}_{20001} - 1 = \\ &= \underbrace{99\dots9}_{20000} \underbrace{700\dots0}_{40002} + 2 \underbrace{99\dots9}_{20001} = \underbrace{99\dots9}_{20000} \underbrace{700\dots0}_{20000} \underbrace{299\dots9}_{20001} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \text{Всего } 40001 \text{ девяяток} \end{aligned}$$

Ответ: 40001



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

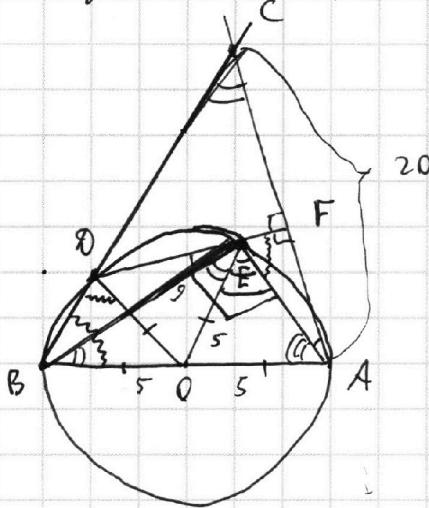
7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

1) С помощью теоремы косинусов, имеющей вид  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ , получим искомое выражение:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$



2) Из т. синусов найдем  $\angle BEF$

$$\frac{5}{\sin \angle BEF} = \frac{9}{\sin \angle BOF}$$

$$\frac{9}{\sin \angle FAB} = 10$$

$$\sin \angle FAB = \frac{9}{10}$$

$$\angle FAB = \arcsin \frac{9}{10}$$

$$\angle BFO = 90^\circ - \arcsin \frac{9}{10}$$

$$\angle BFA = 90^\circ - \arcsin \frac{9}{10}$$

$$\frac{AF}{\sin \angle BCA} = \frac{AC}{\sin \angle ABC}$$

$$\sin \angle ABC = \frac{9}{10} \cdot 2 \cdot \sin(90^\circ - \arcsin \frac{9}{10})$$

$$AF = AC \cdot \sin \angle ABC$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$P_1$  - вер-ть того, что <sup>внушари</sup> выбрали 5-ти коробок  $P_1$  - вер-ть того, что <sup>внушари</sup> выбрали 5-ти коробок  
общим 3 шарика  $\Rightarrow \frac{5}{n}$  - вер-ть 1-ю шарика окажется  
в одной из 5-ти выбралих коробок.  $\frac{4}{n-1}$  - вер-ть  
2-ю шарика,  $\frac{3}{n-2}$  - вер-ть 3-ю. Т.к. там  
небудет, где конкретно какой шарик <sup>внушари</sup> находился,  
выбраные вер-ти  $\frac{5}{n}, \frac{4}{n-1}, \frac{3}{n-2}$  дают иса  $3! = 6$   
~~-коэффициент шариков менеджером~~  $=?$

$$P_1 = \frac{5}{n} \cdot \frac{4}{n-1} \cdot \frac{3}{n-2} \cdot \frac{1}{6} \quad \text{B}$$

Ана-то  $P_2$  - вер-ть того, что <sup>внушари</sup> выбрали 9-ти коробок общим 3 шарика  $\Rightarrow P_2 = \frac{9}{n} \cdot \frac{8}{n-1} \cdot \frac{7}{n-2} \cdot \frac{6}{n-3} \cdot \frac{5}{n-4} \cdot \frac{4}{n-5} \cdot \frac{3}{n-6} \cdot \frac{2}{n-7} \cdot \frac{1}{n-8}$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{3 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{42}{5} = 8,4 \Rightarrow \text{вер-ть что менеджером}$$

раза

Ответ: 8,4



На одной странице можно оформлять **только** одну задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

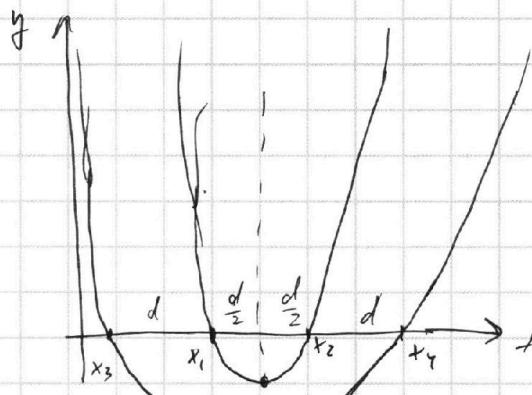
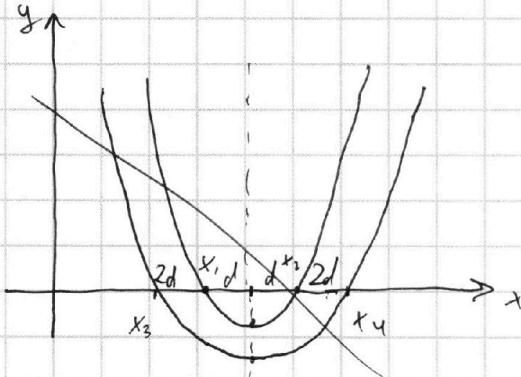
- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0 \quad ; \quad x_1 = a_6, x_2 = a_7 \quad (an) - \text{решение.}$$

$$5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0, \quad x_3 = a_8, x_4 = a_9, x_3, x_4 - \text{корни}$$



$d$  - шаг прогрессии: то  
уравнение видно, что у этих  
парабол одна об общем.  
 $\Rightarrow$  у них общее  
вершине вершины парабол  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow \frac{(a^2 - 4a)}{2} = \frac{a(a^2 - 4a)}{10} \cdot 10$

$$a(a - 4)(a - 5) = 0$$

$$\begin{cases} a = 0 \\ a = 4 \\ a = 5 \end{cases}$$

1) Если  $a = 0$ :  $x^2 + 4 = 0$  - корней нет  $\Rightarrow a = 0$  - не подходит.

2) Если  $a = 4$ :  $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x_1 = -2, x_2 = 2$   
 $5x^2 - 128 - 24 - 15 = 0 \Leftrightarrow 5x^2 = \frac{167}{5} \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\frac{167}{5}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} d = 4 - \text{подходящий} \\ d = -2 + \frac{\sqrt{167}}{\sqrt{5}} - \text{чтобы} \end{cases} \Rightarrow d \in \emptyset \Rightarrow a = 4 - \text{не подходит.}$

3) Если  $a = 5$ :  $x^2 - 5x - 1 = 0$

$$\left| \begin{array}{l} x_1 = \frac{5 - \sqrt{29}}{2} \\ x_2 = \frac{5 + \sqrt{29}}{2} \\ x_3 = \frac{5 - \sqrt{25 + 4 \cdot 5 \cdot 9}}{2} \\ x_4 = \frac{5 + \sqrt{25 + 4 \cdot 5 \cdot 9}}{2} \\ x_3 = \frac{5 - 3\sqrt{29}}{2} \\ x_4 = \frac{5 + 3\sqrt{29}}{2} \end{array} \right.$$

$$5x^2 - 25x - 29 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x - 5.9 = 0$$

$$\Rightarrow d = x_2 - x_1 = \frac{x_3 - x_2}{x_3 - x_2} = \frac{x_4 - x_3}{x_4 - x_3} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \Rightarrow$$

$a = 5$  - подходит

Ответ: 5

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                                     |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 \\ yz = -6x + x^2 \\ zx = -6y + y^2 \end{cases}$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = x^2 - 12x + 36 + y^2 - 12y + 36 + z^2 - 12z + 36 =$$

$$= xy + 6z + yz + 6x + zx + 6y - 12x - 12y - 12z + 3 \cdot 36 =$$

$$= xy + yz + zx + -6z - 6x - 6y + 3 \cdot 36$$

$$- 6z^2 + z^3 = -6x^2 + y^3 = -6y^2 + z^3$$

$$z^2(z-6) = x^2(x-6) = y^2(y-6)$$

$$z^4(z-6)^2 = x^4(x-6)^2 = y^4(y-6)^2$$

$$(x-6)^2 + \frac{x^4}{z^4}(x-6)^2 + \frac{x^4}{y^4}(y-6)^2 = (x-6)^2 \left(1 + \frac{x^4}{z^4} + \frac{x^4}{y^4}\right) =$$

$$= (x-6)^2 \frac{y^4 z^4 + x^4 y^4 + x^4 z^4}{z^4 y^4}$$

$$\begin{array}{r} \overset{8}{\cancel{x}} \overset{8}{\cancel{1}} \overset{8}{\cancel{9}} \overset{8}{\cancel{9}} \dots \overset{8}{\cancel{9}} \\ + \overset{8}{\cancel{9}} \overset{8}{\cancel{9}} \overset{8}{\cancel{9}} \dots \overset{8}{\cancel{9}} \\ \hline \overset{8}{\cancel{9}} \overset{8}{\cancel{9}} \end{array} \quad \begin{array}{r} \overset{8}{\cancel{(100\dots 0)}} - 7 \\ \hline \overset{8}{\cancel{20001}} \end{array} = \begin{array}{r} \overset{8}{\cancel{100\dots 0}} - 2 \cdot \overset{8}{\cancel{100\dots 0}} + 1 \\ \hline \overset{8}{\cancel{40002}} \end{array}$$

$$= \begin{array}{r} \overset{8}{\cancel{100\dots 0}} \cdot \overset{8}{\cancel{(100\dots 0)}} - 2 \\ \hline \overset{8}{\cancel{20001}} \end{array} + 1 = 100\dots 0 \cdot$$

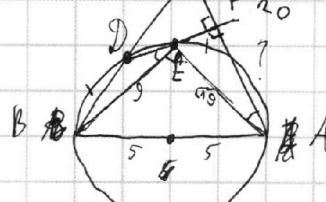
$$(a-b)^3 = a^3 - b^3 + (a-b)(a-b)(a-b) = a^3 - b^3 + ab^2 - a^2b + a^2b - 3ab^2 + 3ab^2 - b^3 =$$

$$= a^3 - a^2b - 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 - b^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$\begin{array}{r} \overset{8}{\cancel{100\dots 0}} - 3 \cdot \overset{8}{\cancel{100\dots 0}} + 3 \cdot \overset{8}{\cancel{100\dots 0}} - 1 \\ \hline \overset{8}{\cancel{60003}} \end{array} \quad \begin{array}{r} \overset{8}{\cancel{99\dots 9}} \\ \hline \overset{8}{\cancel{40002}} \end{array} = \begin{array}{r} \overset{8}{\cancel{99\dots 9}} \overset{8}{\cancel{700\dots 0}} \overset{8}{\cancel{2}} \overset{8}{\cancel{99\dots 9}} \\ \hline \overset{8}{\cancel{20000}} \end{array} \Rightarrow 40001$$

$$\begin{array}{r} \overset{8}{\cancel{299\dots 9}} \\ \hline \overset{8}{\cancel{20001}} \end{array} = \begin{array}{r} \overset{8}{\cancel{99\dots 9}} \overset{8}{\cancel{700\dots 0}} \overset{8}{\cancel{2}} \overset{8}{\cancel{99\dots 9}} \\ \hline \overset{8}{\cancel{20000}} \end{array} \Rightarrow 40001$$

$$AC = 20, AB = 10$$



$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{9! \cdot 9! (n-9)! \cdot 2 \cdot 13! \cdot 4!}{6! 3! 4! \cdot 5! (n-5)! 5!}$$

$$\frac{3}{n} \cdot \frac{2}{n-1} \cdot \frac{1}{n-2} \cdot C_6^3$$

$$\frac{(n-3)}{n} \cdot \frac{3}{n} \cdot \frac{2}{n-1} \cdot \frac{1}{n-2}$$

$$P_1 = \frac{\binom{n}{3}}{\binom{n}{5}} = \frac{5! (n-5)! 5!}{2! 3! n!} = \frac{10 \cdot 5!}{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}$$

$$P_2 = \frac{\binom{n}{3}}{\binom{n}{5}} = \frac{9! (n-9)! 9!}{6! 3! n!}$$

$$\frac{3}{n} \cdot \frac{2}{n-1} \cdot \frac{1}{n-2} \cdot C_5^3$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.











СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$P_2 = 1 - \widehat{P(1)} = 1 - \frac{(n-3)}{n} \cdot \frac{(n-4)}{n-1} \cdot \frac{n-5}{n-2} \cdot \frac{3}{n-3} \cdot \frac{2}{(n-2)} = 20 -$$

$$P_1 = \frac{3}{n} \cdot \frac{(n-3)}{n-1} \cdot \frac{(n-4)}{n-2} \cdot \frac{(n-5)}{(n-3)(n-4)(n-5)}$$

$$\begin{array}{ccccccccc} \square & \dots & \square \\ x_1 & - & y_1 & z_1 & \cdot & x_2 & y_2 & \cdot & x_3 \\ \frac{3}{n} & | & \frac{3}{n-1} & | & \frac{2}{n-2} & | & \frac{2}{n-3} & | & \frac{1}{n-4} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \frac{3}{n} \\ + \\ \frac{n-3}{n} \\ \hline \frac{n-4}{n-1} \\ \downarrow \\ \frac{n-4}{n-1} \\ \hline \end{array}$$

$$x = \frac{a^2 - 4a \pm \sqrt{(a^2 - 4a)^2 - 4a^2 + 24a - 16}}{2}$$

$$x = \frac{a(a^2 - 4a)}{10} \mp \frac{\sqrt{10}}{10}$$

$$\frac{a^2 - 4a}{2} = \frac{a(a^2 - 4a)}{10} / \cdot 10$$

$$a(a-4)(a-5) = 0$$

$$a=0$$

$$a=4$$

$$a=5$$

$$\left| y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \right| + \left| y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \right| \geq 26.7$$

$$\left| y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \right| \geq 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y \geq 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \\ y \geq 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \end{array} \right.$$

$$0 \leq y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8$$

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$$

$$5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^2 - 6a - 15 = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 = a^2 - 4a \\ x_1 x_2 = a^2 - 6a + 4 \end{array} \right.$$

$$x_1 = a_1 + 5d$$

$$x_2 = a_1 + 6d$$

$$x_3 = a_1 + 4d$$

$$x_4 = a_1 + 7d$$

$$x_3 x_4 = \frac{a(a^2 - 4a)}{5}$$

$$x_3 x_4 = -2a^3 - 6a - 15$$

$$x^2 - x + 4 = 0$$

$$5x^2 - 15 = 0$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x = \pm 2$$

$$5x^2 - 2 \cdot 64 - 24 - 15 = 0$$

$$6x^2 = \frac{167}{5}$$

$$x^2 - 5x - 15 = 0$$

$$5x^2 - 25x - 295 = 0$$

$$x^2 - 5x - 59 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{29}}{2}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25+4 \cdot 59}}{2}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{3 \cdot 29}}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.











СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

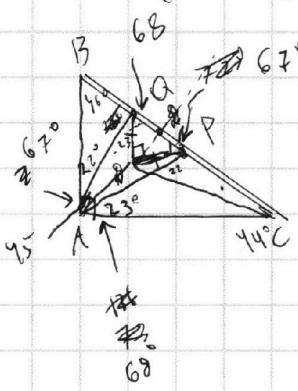
$$x + y + z = 6$$

$$2 + \sqrt{3}, 2, 2 - \sqrt{3}$$

$$4 + 2\sqrt{3} + 3 + 4 + 4 - 2\sqrt{3} + 3 = 10$$

$$4 + \sqrt{3}, -2, 4 - \sqrt{3}$$

$$4 \cdot 16 + 16$$



$$P_1 = \frac{C_5^3}{C_n^3}$$

$$P_2 = \frac{C_9^3}{C_n^3}$$

$$\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{10 \cdot 9 \cdot 8} \cdot \frac{2}{24} = \frac{1}{24}$$

$$\frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{10 \cdot 9 \cdot 8} = \frac{7}{10}$$

$$P_1 = \frac{C_5^3 \cdot C_n^5}{C_n^3 \cdot C_n^5}$$

$$P_2 = \frac{C_9^3 \cdot C_n^3}{C_n^3 \cdot C_n^3}$$

24

$P_1$  - за 5 к. Всю решить  
3 задачи из 7

$2P_1$  - за 10 к. и возвращать з чистка  
 $P_2$  (1-P<sub>1</sub>) - не возвращать 3 к.

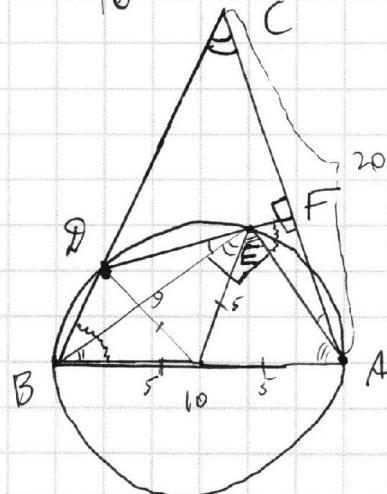
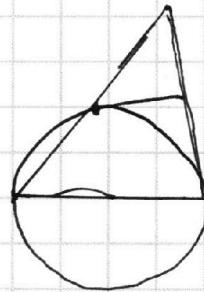
$(1-P_1) \cdot P_2$  -  
за 10 к.

$$P_1 + (1-P_1) \cdot P_2 =$$

$$P_1 = \frac{5}{n} \cdot \frac{4}{n-1} \cdot \frac{3}{n-2} \quad \text{б: 6}$$

$$P_2 = \frac{9}{n} \cdot \frac{8}{n-1} \cdot \frac{7}{n-2} \quad \text{б: 6}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{3 \cdot 8 \cdot 7}{5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{42}{5} = 8,4$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                                       |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |
|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$2xz = -12z + 2z^2 \quad -6\frac{z}{x} + \frac{z^2}{x} = -6\frac{x}{z} + \frac{x^2}{z} \quad | \cdot xz$$

$$2yz = -12x + 2x^2 \quad -6z^2 + z^3 = -6x^2 + x^3$$

$$2xy = -12y + 2y^2 \quad 6(x-z)(x+z) : (x-z)(x^2 + y^2 + z^2)$$

$$x^2 - 12x + 4y^2 - 12y + z^2 - 12z = (x-z)(x^2 + xz + z^2 - 6x - 6z) = 0$$

$$(x-z) | (yz^2 + xy + xz) = 0$$

$$\begin{cases} x=y=z \\ yz + xy + xz = 0 \end{cases}$$

$$x^2 = -6x + x^2$$

$$x=0 \Rightarrow \emptyset$$

$$z^2 + x^2 + y^2 = 0$$

$$yz^2 + xy + xz = 0$$

$$z^2 + x^2 + y^2 = 6(x+y+z)$$

$$(x+y+z)^2 - 2(yz + xy + xz) = 6(x+y+z)$$

$$(x+y+z)(x+y+z-6) = 0$$

$$x+y+z = 0$$

$$x+y+z = 6$$

$$xy = -6z + z^2$$

$$(6-z-y)/y = -6z + z^2$$

$$6y - 2y - y^2 = -6z + z^2$$

$$6y - 6(6-z-y) - (6-z-y)^2 = -6z + z^2$$

$$6y - 36 + 6z - 6y - 36 = -6z + z^2$$

$$0 = -6x + x^2$$

$$\begin{cases} x=0 \\ x=6 \end{cases}$$

$$x=0 \quad x=6$$

$$z=6 \quad z=0$$

$$y = -6z + z^2$$

$$z = -6y + y^2$$

$$y + z = 0$$

$$y^2 + z^2 = 35$$

$$y^2 + z^2 = 7y + 7z$$

$$z^2 + y^2 = 6z + y + 6y + z$$

$$2z^2 - 10z - 10 = 0$$

$$z = \frac{5 \pm \sqrt{105}}{4}$$

$$y = \frac{15 \mp \sqrt{105}}{4}$$

$$y = 5 - z$$

$$y^2 + (25 - 10z + z^2) + z^2 = 35$$

$$2z^2 - 10z - 10 = 0$$

$$z = \frac{5 \pm \sqrt{105}}{4}$$

$$y = \frac{15 \mp \sqrt{105}}{4}$$