



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [4 балла] Ненулевые числа  $x, y, z$  удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения  $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2$ , если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа  $n$  состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа  $n^3$ ?
3. [5 баллов] Окружность  $\omega$  с диаметром  $AB$  пересекает сторону  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  в точке  $D$ . Точка  $F$  выбрана на отрезке  $AC$  так, что  $DF \perp AC$ , а  $E$  — точка пересечения отрезка  $DF$  с окружностью  $\omega$ , отличная от  $D$ . Найдите  $AF$ , если  $AC = 10$ ,  $AB = 8$ ,  $BE = 6$ .
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых корни уравнения  $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$  являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения  $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$  являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура  $\Phi$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют неравенству  $\left|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| + \left|x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| \leq 4$ . Фигуру  $\Phi$  непрерывно повернули вокруг начала координат на угол  $\pi$  по часовой стрелке. Найдите площадь множества  $M$ , которое замела фигура  $\Phi$  при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбраны точки  $P$  и  $Q$  так, что  $AB = BP$ ,  $AC = CQ$ . Внутри треугольника  $ABC$  выбрана точка  $D$ , для которой  $DP = DQ$ , а  $\angle PDQ = 90^\circ$ . Найдите  $\angle DBC$ , если известно, что  $\angle BCA = 50^\circ$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

N1

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2 \\ yz = -2x + x^2 \\ zx = -2y + y^2 \end{cases}$$

Перемножим все, получим:

$$x^2 y^2 z^2 = (x^2 - 2x)(y^2 - 2y)(z^2 - 2z)$$

$$xyz \cdot xyz = xyz(x-2)(y-2)(z-2)$$

$$xyz = (x-2)(y-2)(z-2)$$

$$xyz = \cancel{xyz} - 2(\cancel{xyz} + 2x) + 4(x+y+z) - 8$$

$$-2(xy + yz + zx) + 4(x+y+z) - 8 = 0$$

$$xy + yz + zx - 2(x+y+z) + 4 = 0$$

$$-2(x+y+z) = -4 - xy - yz - zx$$

Нам надо найти:

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = x^2 y^2 z^2 - 4x - 4y - 4z + 4 + 4 + 4 =$$

$$= (x^2 - 2x) + (y^2 - 2y) + (z^2 - 2z) - 2(x+y+z) + 12$$

Первые три слагаемых по формулам:

$$x^2 - 2x = xy - yz$$

$$z^2 - 2z = yz - zx$$

$$y^2 - 2y = zx - xy$$

- т.е. условия

$$a \quad -2(x+y+z) = -4 - xy - yz - zx \quad (\text{по формуле})$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \cancel{xy + yz + zx} - 4 - \cancel{xy} - \cancel{yz} - \cancel{zx} + 12 = 8$$

Ответ: 8



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & \overbrace{99 \dots 99}^{n^2} = n, \text{ тогда } n = 10^{30001} - 1 \\
 n^3 &= (10^{30001} - 1)^3 = 10^{90003} - 3 \cdot 10^{60002} + 3 \cdot 10^{30001} - 1 = \\
 &= 10^{60002} (10^{30001} - 3) + 3 \cdot 10^{30001} - 1 = \\
 &= 10^{60002} \cdot \underbrace{999 \dots 997}_{30000} + \underbrace{2999 \dots 999}_{30001} = \\
 &= \underbrace{999 \dots 997}_{30000} \underbrace{00 \dots 00}_{60002} + \underbrace{2999 \dots 999}_{30001} = \\
 &= \underbrace{999 \dots 997}_{30000} \underbrace{00 \dots 00}_{30000} \underbrace{2999 \dots 999}_{30001}
 \end{aligned}$$

т.е. мы расписали  $n^3$  в виде след. записи числа. Итого цифр:  $30000 + 30001 = 60001$

**Ответ: 60001**

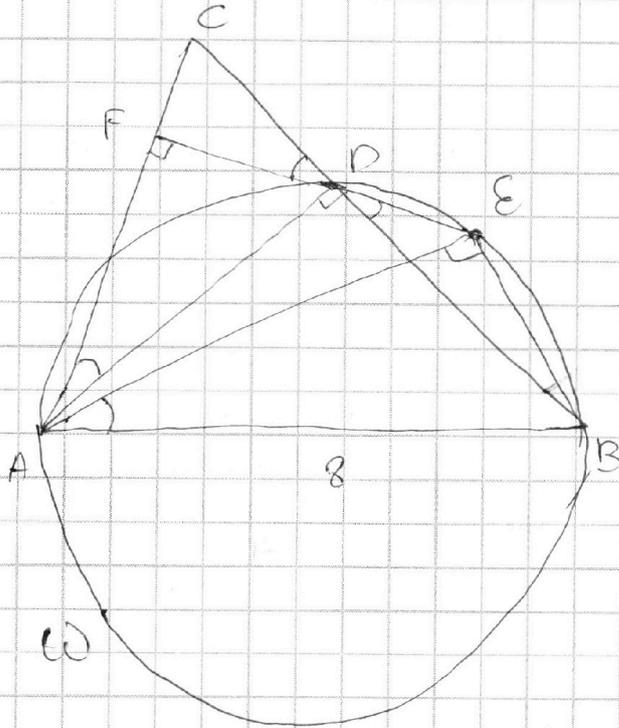


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано  
 $AC = 10$ ;  $AB = 8$ ;  $BE = 6$   
 $AB$  - диаметр окр.

Решение:

т.к.  $D$  лежит на  $\omega$ , то  $\angle ADB = 90^\circ$  (т.к.  $AB$  - диаметр)

т.к.  $E$  лежит на  $\omega$ , то  $\angle AEB = 90^\circ$  (т.к.  $AB$  - диаметр.)

Пусть  $\angle EAB = \alpha$ , т.к.  $ADEB$  - впис. четырехугол., то

$\angle EDB = \angle EAB = \alpha$  (т.к. опираются на одну дугу)

$\angle FDC = \angle EDB = \alpha$  (как верт.)

в  $\triangle FDC$ :  $\angle FCD = 90^\circ - \angle FDC = 90^\circ - \alpha$ , т.к.  $FDC$  - прямоуг.

в  $\triangle ADC$ :  $\angle CAD = 90^\circ - \angle ACD = 90^\circ - (90^\circ - \alpha) = \alpha$

$\triangle AEB \sim \triangle ADC$

по двум углам:

$\angle AEB = 90^\circ = \angle ADC$  и

$\angle CAD = \angle EAB = \alpha$

Значит ~~не~~ пропорц. соотв. стороны

т.к.  $ADC$  - прямоуг.  
т.к.  $\angle ADC = 90^\circ$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3 (продолжение)

$$\frac{AE}{AD} = \frac{EB}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow CD \cdot AB = AC \cdot BE$$

$$CD = \frac{AC \cdot BE}{AB} = \frac{10 \cdot 6}{8} = \frac{60}{8} = \frac{30}{4} = \frac{15}{2} = 7,5$$

$\triangle CFB \sim \triangle CDA$  по двум углам.

$$\angle CDA = \angle CFB = 90^\circ, \angle CDF = \angle CAD = \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{CF}{CD} = \frac{FD}{DA} = \frac{CD}{CA} \Rightarrow \frac{CF}{CD} = \frac{CD}{CA}$$

$$CF \cdot CA = CD^2$$

$$CF = \frac{CD^2}{CA} = \frac{\left(\frac{15}{2}\right)^2}{10} = \frac{15 \cdot 15}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{45}{8} = 5 \frac{5}{8}$$

$$AF = AC - CF = 10 - 5 \frac{5}{8} = 4 \frac{3}{8} = 4,375$$

Ответ: 4,375



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~4  
Пусть всего коробок будет  $n$ . Обозначим вероятность выигрыша при  $5$  <sup>откр.</sup> коробках:  $x_1$ , а при  $7$  открытиях коробках:  $x_2$ .

Посчитаем  $x_1$ :

Всего вариантов:  $C_n^5$  (выберем 5 коробок из  $n$ )

Выигрышных вариантов: три коробки однозначно определяются, а оставшиеся 2 выберем из  $n-3$  коробок. И.е. выигрыш. вариантов:  $C_{n-3}^2$

$$x_1 = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{\frac{(n-3)(n-4)}{2}}{\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{n(n-1)(n-2)}$$

Посчитаем  $x_2$ :

Всего вариантов:  $C_n^7$  (выберем 7 коробок из  $n$ )

Выигрышных вариантов: три коробки однозначно определяются, а оставшиеся 4 выберем из  $n-3$  коробок. И.е. выигрыш. вариантов:  $C_{n-3}^4$

$$x_2 = \frac{C_{n-3}^4}{C_n^7} = \frac{\frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}}{\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{n(n-1)(n-2)}$$

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{\frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{n(n-1)(n-2)}}{\frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{n(n-1)(n-2)}} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{2 \cdot 6 \cdot 7}{3 \cdot 4 \cdot 2} = 3,5$$

Ответ: в 3,5 раза



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Пусть у уравнения  $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$   
будут корни  $x_1 = a_6$  и корни  $a_6$ .~~

Пусть арифметическая прогрессия:  $a_n$

Тогда у уравнения  $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ .

корни  $a_6$  и  $a_7$

А у уравнения  $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$

корни  $a_4$  и  $a_9$

Распишем:  $a_n = a_1 + d(n-1)$

Тогда:  $a_6 = a_1 + 5d$ ;  $a_7 = a_1 + 6d$ ;

$a_4 = a_1 + 3d$ ;  $a_9 = a_1 + 8d$

$$\left. \begin{array}{l} a_6 + a_7 = 2a_1 + 11d \\ a_4 + a_9 = 2a_1 + 11d \end{array} \right\} \Rightarrow a_6 + a_7 = a_4 + a_9$$

По м. Виета для I уравн:

$$a_6 + a_7 = \frac{a^2 - 2a}{1} = a^2 - 2a$$

для II уравн:

$$a_4 + a_9 = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$$

По доказанному:  $a_6 + a_7 = a_4 + a_9 \Rightarrow$

$$\Rightarrow a^2 - 2a = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$$

$$3(a^2 - 2a) = a(a^2 - 2a)$$

$$(a-3)(a-2) \cdot a = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a=0 \\ a=2 \\ a=3 \end{array} \right.$$

Остается проверить подходит ли  
и данные значения.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{5}$  (предположение)

1)  $a=0$

$$x^2 - 7 = 0$$

$3x^2 + 6 = 0$  — нет корней, значит  $a=0$  не подходит

2)  $a=2$

$$x^2 - (4-4)x + 4 - 2 - 7 = 0$$

$$x^2 - 5 = 0$$

$x = \pm\sqrt{5}$  — корни первого ур-ния

$$3x^2 - (6-3)x + 6 - 3 - 2 = 0$$

$$3x^2 - 26 = 0$$

$$x = \pm\sqrt{\frac{26}{3}}$$

Пусть НЧО  $a_n$  — прогр. прогр., тогда

$$a_4 = -\sqrt{\frac{26}{3}}; a_6 = -\sqrt{5}; a_7 = \sqrt{5}; a_9 = \sqrt{\frac{26}{3}}$$

$$a_7 - a_6 = d = \sqrt{5} - (-\sqrt{5}) = 2\sqrt{5} \Rightarrow 2d = 4\sqrt{5}$$

$$a_9 - a_4 = 2d = -\sqrt{5} - \left(-\sqrt{\frac{26}{3}}\right) = \sqrt{\frac{26}{3}} - \sqrt{5}$$

$$\begin{cases} 2d = 4\sqrt{5} \\ 2d = \sqrt{\frac{26}{3}} - \sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{26}{3}} - \sqrt{5} &= 4\sqrt{5} \\ \sqrt{\frac{26}{3}} &= 5\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\frac{26}{3} = 25 \cdot 5$$

$$26 = 125 \cdot 3$$

кверто —  $a=2$  не подходит

3)  $a=3$

$$x^2 - (9-6)x + 9 - 3 - 7 = 0$$

$$x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{5}$  (прогаменне)

$$3x^2 - (27-18)x + 6 - 3^5 = 0.$$

$$3x^2 - 9x + 3(2-3^4) = 0.$$

$$x^2 - 3x + 2 - 3^4 = 0.$$

$$x^2 - 3x - 79 = 0.$$

$$x \in D = 3^2 + 4 \cdot 79 = 9 + 4 \cdot 79 = 5 + 4 \cdot 80 = 325 = 5 \cdot 65 = 5^2 \cdot 13$$

$$x = \frac{3 \pm 5\sqrt{13}}{2}$$

НЧО  $a_n$  - возр. прогр., тогда

$$a_4 = \frac{3-5\sqrt{13}}{2}; a_6 = \frac{3-\sqrt{13}}{2}; a_7 = \frac{3+\sqrt{13}}{2}; a_9 = \frac{3+5\sqrt{13}}{2}$$

Заметим, что  $d = \sqrt{13}$ , т.е. такая ар. пр. есть.

Ответ: 3



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 5

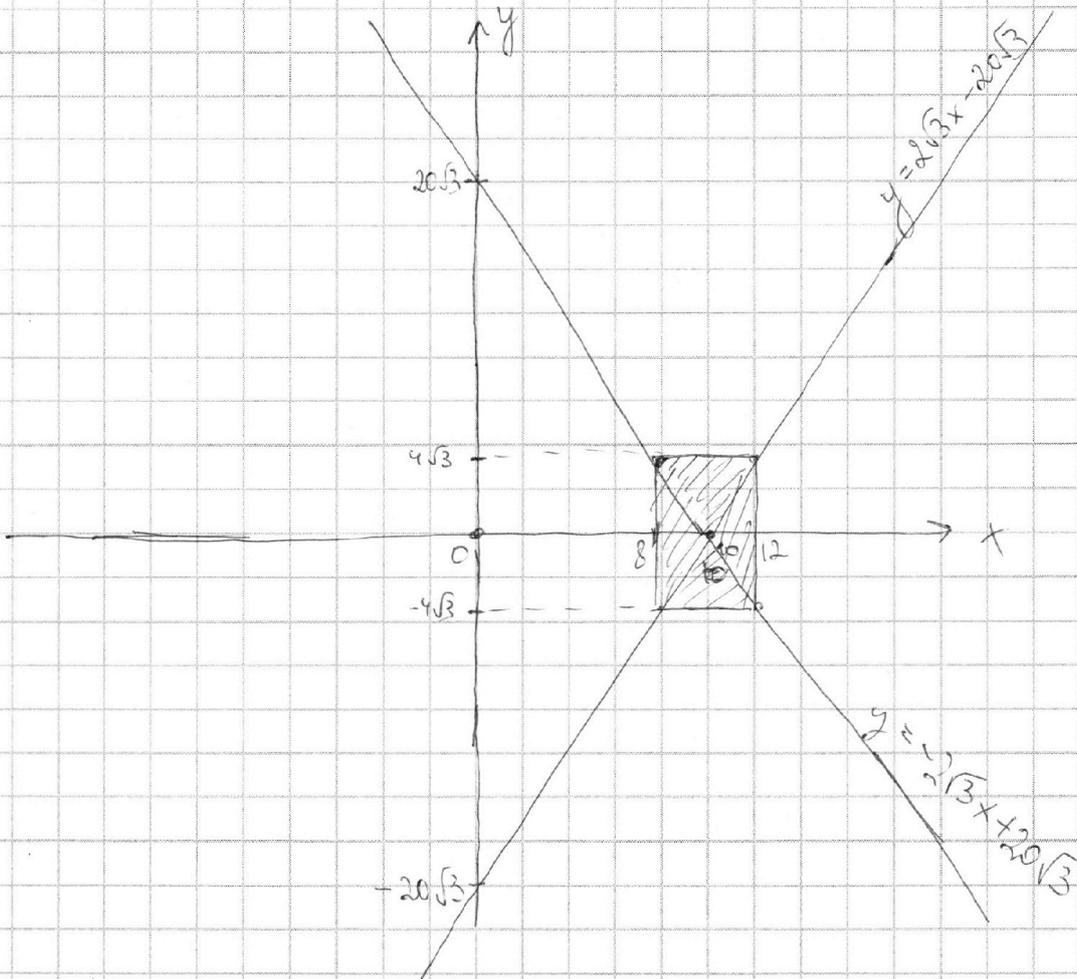
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}| + |x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}| \leq 4 \quad | \cdot 2\sqrt{3}$$

$$|2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3} + y| + |2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3} - y| \leq 8\sqrt{3}$$

$$|y + 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3}| + |y - 2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3}| \leq 8\sqrt{3}$$

Начиная с начала осей координат и ~~в направлении~~ ~~данное множество точек~~ ~~направление не совпадает~~



~~и рассмотреть в случае:~~  
1)  ~~$y = 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3}$  и  $y = -2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3}$~~

Сначала начертим графики  $y = 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3}$  и  $y = -2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6 (прод.)

21 ббббб раскрываем модули

1)  $y \geq -2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3}$

$y \geq 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3}$ , раскроем модули:

$y + 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3} + y - 2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3} \leq 8\sqrt{3}$

$2y \leq 8\sqrt{3}$

$y \leq 4\sqrt{3}$

2)  $y \leq -2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3}$

$y \leq 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3}$

$-y - 2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3} - y + 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3} \leq 8\sqrt{3}$

$-2y \leq 8\sqrt{3}$

$y \leq 4\sqrt{3}$

$y \geq -4\sqrt{3}$

3)  $y \geq 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3}$

$y \leq -2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3}$

$y - 2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3} - y - 2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3} \leq 8\sqrt{3}$

$-4\sqrt{3}x + 40\sqrt{3} \leq 8\sqrt{3}$

$-4x + 40 \leq 8$

$-x + 10 \leq 2$

$-x \leq -8$

$x \geq 8$

4)  $y \leq 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3}$

$y \geq -2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3}$

$-y + 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3} + y + 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3} \leq 8\sqrt{3}$

$4\sqrt{3}x - 40\sqrt{3} \leq 8\sqrt{3}$

$4x - 40 \leq 8$

$x - 10 \leq 2$

$x \leq 12$

И.е. наша фигура - трапеция с координатами:  $(8; -4\sqrt{3})$ ;  $(8; 4\sqrt{3})$ ;  $(12; -4\sqrt{3})$ ;  $(12; 4\sqrt{3})$



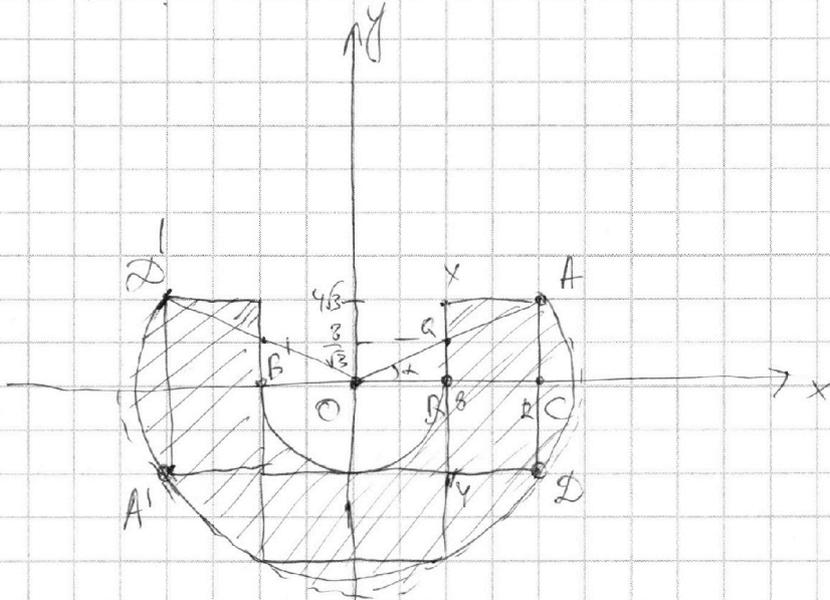
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

СТРАНИЦА  
3 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{6}$  (прод.)  
 Ее повернут на  $\pi$  по часовой стрелке, и.к. на  $180^\circ$



Заметим, что самая дальняя точка от начала оси координат  $O(0)$  — это точка A

$$OA^2 = OC^2 + CA^2 = 12^2 + (4\sqrt{3})^2 = 4^2(3^2 + 3) = 8^2 \cdot 3$$

$$OA = 8\sqrt{3}$$

Ближайшая точка от начала оси коорд — B

$$OB = 8$$

Поэтому в точке O проведем две окружности: первую с радиусом OB, а вторую с радиусом OA

Заметим, что при повороте на  $180^\circ$  точка A перейдет в A', D в D', B в B'



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6 (прод.)

А значит множество  $M$  - множество заштрихованных на рисунке (на стр 3)

Посчитаем площадь так:

Пусть  $OA \cap XY = O$

$XY$  - это при  $x=8$

$O(0;0)$

$A(12;4\sqrt{3})$

$\triangle OQB \sim \triangle OAC$  (используем углы):

$\angle AOC$  - острый и  $\angle OBQ = \angle OCA = 90^\circ$

$$\frac{QB}{AC} = \frac{OB}{OC}$$

$$QB = \frac{AC \cdot OB}{OC} = \frac{4\sqrt{3} \cdot 8}{12} = \frac{32\sqrt{3}}{12} = \frac{8\sqrt{3}}{3} = \frac{8}{\sqrt{3}}$$

Пусть  $\angle AOC = \alpha$

тогда  $\tan \alpha = \frac{AC}{OC} = \frac{4\sqrt{3}}{12} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$

Т.е. угол сектора равен  $180^\circ + 30^\circ + 30^\circ = 240^\circ$

$$S_{\text{сектор}} = \frac{\pi r^2 \cdot 240^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi \cdot (8\sqrt{3})^2 \cdot 2}{3} = \frac{\pi \cdot 64 \cdot 3 \cdot 2}{3} =$$

$$= 128\pi$$

И ~~к этой~~ ~~этой~~ площади необходимо ~~добавить~~ ~~добавить~~

площадь  $\triangle QXA$  и ~~сумму~~ ~~сумму~~ ~~анг~~ ~~относ.~~  $\triangle Y$

$$S_{\triangle QXA} = \frac{XQ \cdot XA}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$OB$  (высота)

$$XQ = BX - QB = 4\sqrt{3} - \frac{8}{3}\sqrt{3} = \frac{4}{3}\sqrt{3} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$S_{QXA} = \frac{\frac{4}{\sqrt{3}} \cdot 4}{2} = \frac{8}{\sqrt{3}}$$

$$2S_{QXA} = \frac{16}{\sqrt{3}}$$

Ещё необходимо вычислить площадь  $\triangle OBQ$  и синуса. Емк ось  $OY$

$$S_{OBQ} = \frac{OB \cdot BQ}{2} = \frac{8 \cdot \frac{8}{\sqrt{3}}}{2} = \frac{32}{\sqrt{3}}$$

$$2S_{OBQ} = \frac{64}{\sqrt{3}}$$

И также необходимо вычислить ~~сектор~~ <sup>площ. сектора</sup> ~~с~~ <sup>окружность</sup> с центром  $O$  и радиусом  $OB$

$$\frac{S_{\text{сектор}}}{2} = \frac{\pi R^2}{2} = \frac{\pi \cdot OB^2}{2} = \frac{\pi \cdot 8^2}{2} = 32\pi$$

Тогда  $S$  - которое надо найти в задаче:

$$S = S_{\text{сектор}} + 2S_{QXA} - 2S_{OBQ} - \frac{S_{\text{сектор}}}{2} =$$

$$= 128\pi + \frac{16}{\sqrt{3}} - \frac{64}{\sqrt{3}} - 32\pi = 96\pi - \frac{48}{\sqrt{3}} =$$

$$= 96\pi - 16\sqrt{3}$$

$$\boxed{\text{Ответ. } 96\pi - 16\sqrt{3}}$$

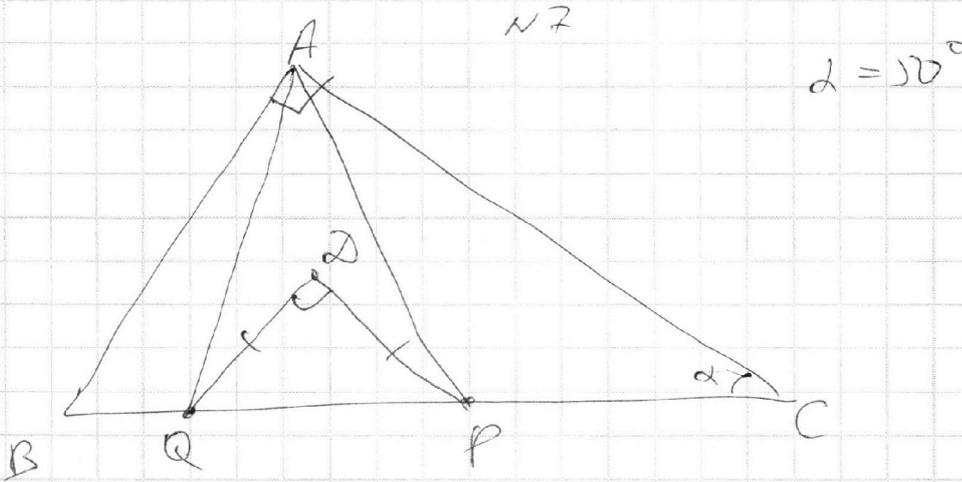


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть  $BC = a$ , тогда  $AB = a \sin \alpha$ ,  
 $AC = a \cdot \cos \alpha$

$$AC = CQ = a \cos \alpha$$

$$AB = BP = a \sin \alpha$$

$$QP = BP + CQ - BC = a(\sin \alpha + \cos \alpha - 1)$$

$$BQ = BP - QP = a(1 - \cos \alpha)$$

$$CP = CQ - QP = a(1 - \sin \alpha)$$

$$DQ = DP = \frac{QP}{\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}(\sin \alpha + \cos \alpha - 1) \text{ м.к.}$$

$\triangle DQP$  — р/б и равнобедр.

в  $\triangle BQP$  мы знаем две стороны:

$$BQ = a(1 - \cos \alpha)$$

$$QP = \frac{a}{\sqrt{2}}(\sin \alpha + \cos \alpha - 1)$$

$$\angle BQP = 180^\circ - \angle DQP = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

Сделаем треугольник  $B'Q'R'$  подобный.

$\triangle BQP$  и поместим его в  $\alpha$  раз, тогда мы знаем две стороны и угол (в числах и синусах), а значит можно рассчитать  $\angle BQP$  через т. косинусов.

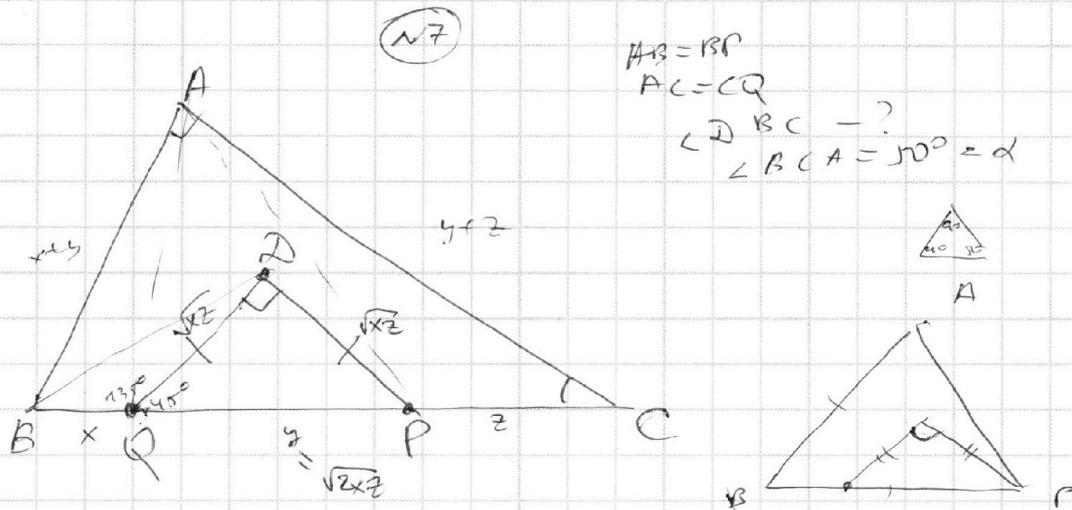


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



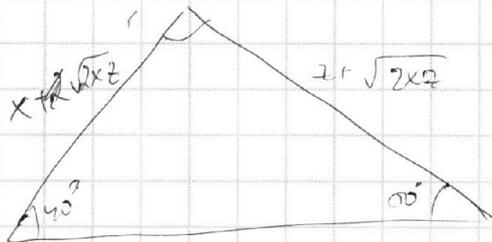
$$(x+y)^2 + (y+z)^2 = (x+y+z)^2 \quad \text{— по м. Пифагора}$$

$$x^2 + y^2 + 2xy + z^2 + 2yz + 2xz = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2xz$$

$$y^2 = 2xz$$

$$y = \sqrt{2xz}$$

$$y+z = x + \sqrt{2xz}$$



$$\frac{z + \sqrt{2xz}}{\sin 45^\circ} = \frac{x + \sqrt{2xz}}{\sin 45^\circ}$$

$$\frac{\sqrt{z}(\sqrt{z} + \sqrt{2x})}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + \sqrt{2z})}{\sin 45^\circ}$$

$$x + \sqrt{2xz} + z$$

$$\frac{x + \sqrt{2xz}}{\sin 50^\circ} = \frac{x + \sqrt{2xz} + z}{\sin 50^\circ}$$

$$x + \sqrt{2xz} = \sin 50^\circ (x + \sqrt{2xz} + z) + \sin 40^\circ \cdot z$$

$$BD^2 = x^2 + xz - 2x \cdot \sqrt{xz} \cdot \cos 35^\circ =$$

$$= x^2 + xz + 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot x \cdot \sqrt{xz} =$$

$$= x^2 + xz + \sqrt{2} \cdot x \cdot \sqrt{xz} = x(x + z + \sqrt{2xz})$$

$$BD = \sqrt{x(x + z + \sqrt{2xz})}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6 сред

$$y = 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3}$$

$$y \leq -2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3}$$

$$-y = 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3} + y - 2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3} \leq 8\sqrt{3}$$

$$-4\sqrt{3}x + 40\sqrt{3} \leq 8\sqrt{3}$$

$$-4x + 40 \leq 8$$

$$-x + 10 \leq 2$$

$$-x \leq -8$$

$$x \geq 8$$

или  $x$  по оси

$$y + 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3} - y + 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3} \leq 8\sqrt{3}$$

$$4\sqrt{3}x - 40\sqrt{3} \leq 8\sqrt{3}$$

$$4x - 40 \leq 8$$

$$x - 10 \leq 2$$

$$x \leq 12$$

$$y = -2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3}$$

$$x = 8$$

$$y = -16\sqrt{3} + 20\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

$$\frac{4\sqrt{3}}{4} - \frac{20}{4} = \frac{4\sqrt{3} - 20}{4}$$

$\Rightarrow$

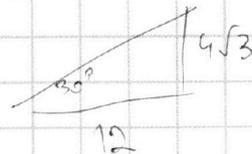
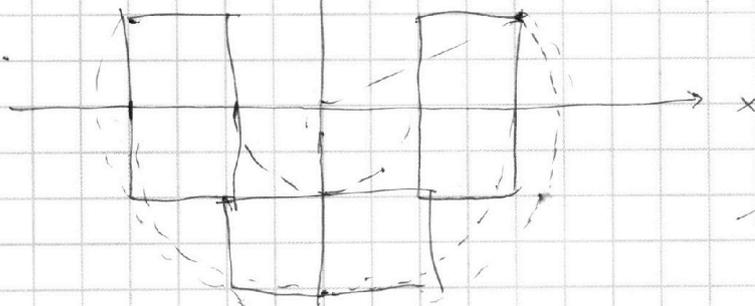
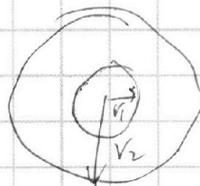
$$r_2 = \sqrt{4^2 + 16^2} = 20\sqrt{5}$$

$$r_1 = 2$$

$$\odot \bar{a} \cdot 20 = \pi \cdot 4 =$$

$$= \frac{16\pi}{\sqrt{5}}$$

$$16\sqrt{5}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(10^2 - 1)$$

n : 30001 *звездка*  
n : ? *звезда*

$\sqrt{2}$

$$\begin{array}{r} 99 \\ \times 99 \\ \hline 891 \\ 8910 \\ \hline 97029 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 9 \\ \hline 81 \\ 729 \end{array}$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3ab^2 + 3a^2b - b^3$$

$$\underbrace{99 \dots 99}_{30001} = 10^{30002} - 1$$

$$\begin{aligned} (10^{30002} - 1)^3 &= 10^{90006} - 3 \cdot 10^{60004} + 3 \cdot 10^{30002} - 1 \\ &= 10^{30002} \left( 10^{60004} - 3 \cdot 10^{30002} + 3 \right) - 1 \end{aligned}$$

$$\overbrace{999 \dots 999}^{30002} - 1 = \overbrace{99 \dots 99}^{30001}$$

$$10^{30002} (10^{30002} - 3)$$

$$= 10^{60004} - 3 \cdot 10^{30001} + 3 - 1$$

$$10^{90006} - 3 \cdot 10^{60004} + 3 \cdot 10^{30002} - 1$$

$$\begin{array}{r} 100 \dots 000 \\ - 30000000000 \\ \hline 9999970000000000 \end{array}$$

$$10^{60002} (10^{30002} - 3)$$

$$\begin{array}{r} 300 \dots 0 \\ \hline 299 \dots 9 \\ \hline 30001 \end{array}$$

$$n^2 - 1 = (n-1)(n+1)$$

$$2n - 1 = 2 \cdot 30001 - 1 = 60002 - 1 = \overline{60001} \leftarrow \text{отв. н.р.}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(17)

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2 \\ yz = -2x + x^2 \\ zx = -2y + y^2 \end{cases}$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 4z + 4^2$$

$$xy = z^2 - 2z = (z-1)^2 - 1$$

$$\begin{cases} xy + yz + zx = z^2 + x^2 + y^2 - 2z - 2x - 2y \\ (x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2xy + 2yz + 2zx = 2z^2 + 2x^2 + 2y^2 - 4z - 4x - 4y \\ (x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2z^2 + 2x^2 + 2y^2 - 4z - 4x - 4y \end{cases}$$

$$\cancel{x^2 + y^2 + z^2} + 2xy + 2yz + 2zx = \cancel{(x^2 + y^2 + z^2)} - 4z - 4x - 4y$$

$$xy + yz + zx = z^2 - 2z = x^2 - 2x = y^2 - 2y$$

$$x^2 - 2x = y^2 - 2y$$

$$x^2 - y^2 = 2(x - y)$$

$$(x-y)(x+y) = 2(x-y)$$

$$x+y = 2$$

$$x^2 + x(y-2) + y^2 - 2y = 0$$

$$D = y^2 - 4y + 4 - 4y^2 + 8y =$$

$$= -3y^2 + 4y + 4$$

$$xy + yz = (z-2)(x-2)(y-2)$$

$$xy + yz = (z-2)(x-2)(y-2)$$

$$\cancel{xy + yz} = \cancel{xy + yz} + 4(z+x+y) - 8$$

$$-2(z+x+y) + 4(z+x+y) - 8 = 0$$

$$2(z+x+y) - 4(z+x+y) + 8 = 0$$

$$(z+x+y) - 2(z+x+y) + 4 = 0$$

$$-2(z+x+y) = -4 - z - x - y \quad \text{H}$$

По уса.  $z^2 - 2z + x^2 - 2x + y^2 - 2y - 2z = xy + yz + zx$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4z - 4x - 4y = -4 \quad | +12$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 16$$

$$(17-016) \quad \text{16}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin^2 \beta = \frac{(\sin 50^\circ + \cos 50^\circ - 1)^2}{4x^2} =$$

$$= \frac{\cancel{2\sin^2 50^\circ} + \cancel{\cos^2 50^\circ} + \cancel{1} + 2\sin 50^\circ \cos 50^\circ - 2\cos 50^\circ - 2\sin 50^\circ}{4(4 + 3\cos^2 50^\circ + 3\sin 50^\circ \cos 50^\circ - 5\cos 50^\circ - 3\sin 50^\circ)}$$

$$\sin 50^\circ + \cos 50^\circ = 6$$

$$\cancel{\sin 50^\circ + \cos 50^\circ} + 2\sin 50^\circ \cos 50^\circ = 6^2 - 1$$

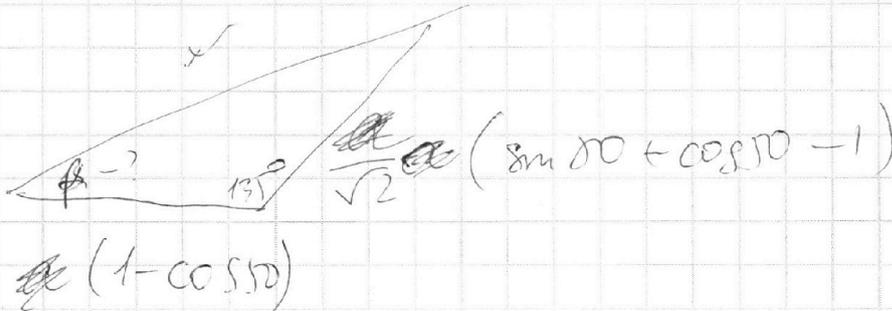


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



По м. Ко с.

$$x^2 = \cancel{1} (1 - \cos 50)^2 + \frac{\cancel{2}}{2} (\sin 50 + \cos 50 - 1)^2 - 2(1 - \cos 50)(\sin 50 + \cos 50 - 1)$$

$$\begin{aligned} x^2 &= \underbrace{1 + \cos^2 50 - 2 \cos 50} + \frac{1}{2} \sin^2 50 + \frac{1}{2} \cos^2 50 + \frac{1}{2} + \underbrace{\sin 50 \cos 50} - \sin 50 - \cos 50 - \\ &- 2 \sin 50 - 2 \cos 50 + \underbrace{2} + \underbrace{2 \sin 50 \cos 50} + \\ &+ \underbrace{2 \cos^2 50} - 2 \cos 50 = \\ &= \frac{7}{2} + \frac{7}{2} \cos^2 50 + \frac{1}{2} \sin^2 50 + 3 \sin 50 \cos 50 - \\ &- 5 \cos 50 - 3 \sin 50 = 4 + 3 \cos^2 50 + 3 \sin 50 \cos 50 - \\ &- 5 \cos 50 - 3 \sin 50 \end{aligned}$$

$$\frac{x^2}{\sin^2 135} = \frac{(\sin 50 + \cos 50 - 1)^2}{2 \cdot \sin^2 \beta}$$

$$\frac{1}{2} x^2 = \frac{(\sin 50 + \cos 50 - 1)^2}{8 \sin^2 \beta}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~3

$AF = \dots$   
 $AC = 10$ ;  $AB = 8$ ,  $BE = 6$   
 $BE = 6$ ,  $AB = 8$

$CH = 36 =$   
 $= 34 - 6 = 28 = 4 \cdot 7$   
 $AE = 2\sqrt{7}$

$\triangle ACD \sim \triangle ABE$  (по углам)

$\frac{AC}{AB} = \frac{CD}{BE} = \frac{AD}{AE}$

$CD \cdot AB = AC \cdot BE$   
 $CD = \frac{AC \cdot BE}{AB} = \frac{10 \cdot 6}{8} = \frac{60}{8} = \frac{15}{2}$

$\triangle CFP \sim \triangle CDA$   
 $\frac{CF}{CD} = \frac{PD}{DA} = \frac{CP}{CA}$   
 $CD^2 = CF \cdot CA$   
 $\left(\frac{15}{2}\right)^2 = CF \cdot 10$   
 $\frac{15 \cdot 15}{4} = CF \cdot 10$   
 $\frac{15 \cdot 15}{3} = 10 \cdot 4 \cdot CF$   
 $45 = 8 CF$   
 $CF = \frac{45}{8}$

$AC = 10$   
 $CF = \frac{45}{8}$   
 $AF = AC - CF =$   
 $= 10 - \frac{45}{8} =$   
 $= 10 - 5 - \frac{5}{8} = 4\frac{3}{8}$

$ab \sim 3$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

24



3 шарика  
5 шариков  
шарика.  $\Rightarrow$  победы

6 шаров и шаров (всего 10)

Всего  $C_{10}^5$  - вариантов

Победить:

$C_2^2$

$$x_1 = \frac{C_2^2}{C_{10}^5}$$

$$x_2 = \frac{C_2^4}{C_{10}^2}$$

$$10 = n$$

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{C_{n-3}^4}{C_{n-3}^2}$$

$$x_1 = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{\frac{(n-3)(n-4)}{2}}{\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}}$$

$$x_2 = \frac{C_{n-3}^4}{C_n^2} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{n(n-1)(n-2)^2}$$

$$= \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{n(n-1)(n-2)}$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}$$

$$\frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{n(n-1)(n-2)}$$

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{n(n-1)(n-2)} \cdot \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{2 \cdot 6 \cdot 7}{3 \cdot 4} = \frac{14}{4} = \boxed{3,5} \leftarrow \text{ответ}$$

25 (шаров)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$2z^2 + 4z\sqrt{xz} + 4xz = 2(x + \sqrt{2xz} + z)(z + \sqrt{2xz})$$

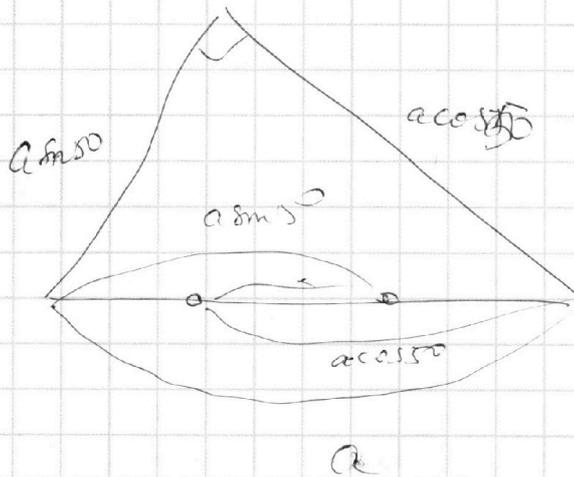
$$z^2 + 2z\sqrt{2xz} + 2xz = (\dots)(\dots)$$

$$z(z + 2\sqrt{2xz} + 2x) = \cancel{2}(x + \sqrt{2xz} + z)(z + \sqrt{2xz}) \text{ (чл. в } \cancel{2}^2)$$

$\cos 50^\circ = d$

$$\begin{aligned} z^2 + 2z\sqrt{2xz} + 2xz &= \underbrace{xz \cdot d + z\sqrt{2xz} \cdot d + z^2 \cdot d}_{\text{...}} + \\ &+ \underbrace{x\sqrt{2xz} \cdot d + 2xz \cdot d + z\sqrt{2xz} \cdot d}_{\text{...}} \end{aligned}$$

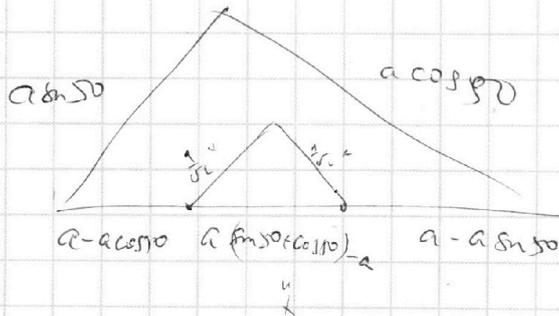
$$\begin{aligned} z^2(1-d) + \cancel{2}xz(2-3d) + \cancel{z(2\sqrt{2xz})} \\ + z\sqrt{2xz}(2-2d) = x\sqrt{2xz} \cdot d \end{aligned}$$



$\gamma =$

$$a(\sin 50 + \cos 50) - a$$

$$\cancel{a \sin 50} - \cancel{a \sin 50} - a \cos 50 + a$$



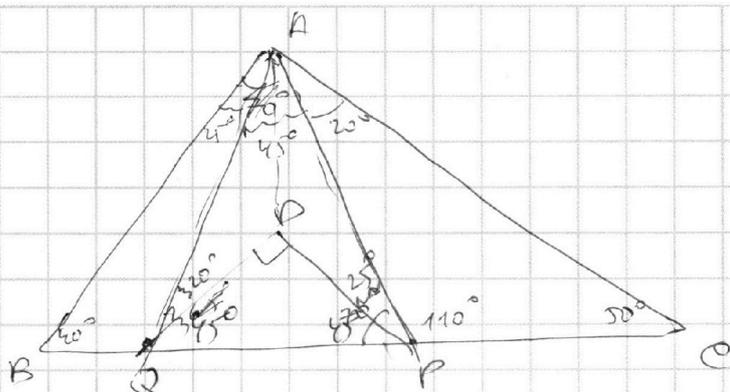


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{x} = a \quad \sqrt{z} = b$$

$$\frac{a(a+b\sqrt{z})}{\sin 45^\circ} = \frac{a(a+b\sqrt{z})}{\sin 45^\circ}$$

$$x + \sqrt{2xz} = (x + \sqrt{2xz} + z) \cdot \sin 50^\circ$$

$$(x + \sqrt{2xz}) (1 - \sin 50^\circ) = z \cdot \sin 50^\circ$$

$$(x + \sqrt{2xz})^2 = (x + \sqrt{2xz} + z)^2 + (z + \sqrt{2xz})^2 -$$

$$- 2(x + \sqrt{2xz} + z)(z + \sqrt{2xz}) \cdot \cos 50^\circ = 0$$

$$x^2 + 2xz + 2x\sqrt{2xz} = x^2 + z^2 + 2xz + 2x\sqrt{2xz} + 2z\sqrt{2xz} + 2xz +$$

$$+ z^2 + 2xz + 2z\sqrt{2xz} - ( \dots ) = 0$$

$$\frac{z^2 + 2z\sqrt{2xz} + 2xz + z^2 + 2xz + 2z\sqrt{2xz}}{2z^2 + 4z\sqrt{2xz} + 4xz} = ( \dots )$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

I)  $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$

$x_1 = a_6$ ;  $x_2 = a_7$

II)  $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$

$x_3 = a_4$ ;  $x_4 = a_9$

~~I)~~  ~~$2 = a^2$~~   $x_1 + x_2 = x_3 + x_4$

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$  (по Виета)

$x_1 + x_2 = a^2 - 2a$

$x_3 + x_4 = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$

$a^2 - 2a = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$

$3a(a-2) = a^2(a-2)$

$a(a-2)(3-a) = 0$

$\begin{cases} a=0 \\ a=2 \\ a=3 \end{cases}$

← как множители

~~I б)  $a=0$~~

~~$x^2 - 7x + 0 = 0$~~

~~II б)  $a=2$~~

~~$x^2 - (4-4)x + 4-2-7 = 0$~~

~~$x^2 + 9 = 0$~~

~~III б)  $a=3$~~

~~$x^2 - (9-6)x + 9-3-7 = 0$~~

~~$x^2 - 3x + 13 = 0$~~

IV б)  $a=3$

$x^2 - (9-6)x + 9-3-7 = 0$

$x^2 - 3x - 1 = 0$

$x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$

$3x^2 - (27-18)x + 6-3^5 = 0$

$3x^2 - 9x + 3(2-3^4) = 0$

$x^2 - 3x + 2-81 = 0$

$x^2 - 3x - 79 = 0$

$x = \frac{3 \pm \sqrt{513}}{2}$

Поэтому

Ответ:  $a=3$

I б)  $a=0$

$x^2 - 7x = 0$

$x = \pm \sqrt{7}$

II б)  $a=2$

$3x^2 + 6 = 0$

$x^2 - (4-4)x + 4-2-7 = 0$

$x^2 - 5 = 0$

$x = \pm \sqrt{5}$

$3x^2 + 6 - 32 = 0$

$3x^2 - 26 = 0$

$x^2 = \pm \sqrt{\frac{26}{3}}$

$\sqrt{\frac{26}{3}}; -\sqrt{\frac{26}{3}}; \sqrt{5}; \sqrt{\frac{16}{3}}$

$d = 2\sqrt{5}$   
 $-\sqrt{\frac{26}{3}} = -\sqrt{5} - 9\sqrt{5}$

$-\sqrt{\frac{26}{3}} = -5\sqrt{5}$

$\sqrt{\frac{26}{3}} = 5\sqrt{5}$

$\frac{26}{3} = 125 - 100$

$3^5 + 4 \cdot 7^4 = 9 + 4(49 - 1) = 9 + 396 - 4 = 325$

$\frac{325 \cdot 3}{30 \cdot 16}$

$\frac{5 \cdot 65}{5 \cdot 5 \cdot 13}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

р:

N6

$$\left| x-10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| + \left| x-10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| \leq 4 \quad | \cdot 2\sqrt{3}$$

$\pi = 120^\circ$

$$|2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3} + y| + |2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3} - y| \leq 8\sqrt{3}$$

$$|y + 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3}| + |y - 2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3}| \leq 8\sqrt{3}$$

в квадратах

$$(y + 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3})^2 + (y - 2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3})^2 + 2|(y + (2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3})) \cdot (y - (2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3}))|$$

$$y^2 + 12x^2 + 1200 + 2 \cdot 2\sqrt{3}xy - 2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot 20\sqrt{3}x - 2 \cdot 20\sqrt{3}y + y^2 + 12x^2 + 1200 =$$

$$- 2 \cdot 2\sqrt{3}xy - 2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot 20\sqrt{3}x + 2 \cdot 20\sqrt{3}y + 2|y^2 - (2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3})^2| \leq 8\sqrt{3}$$

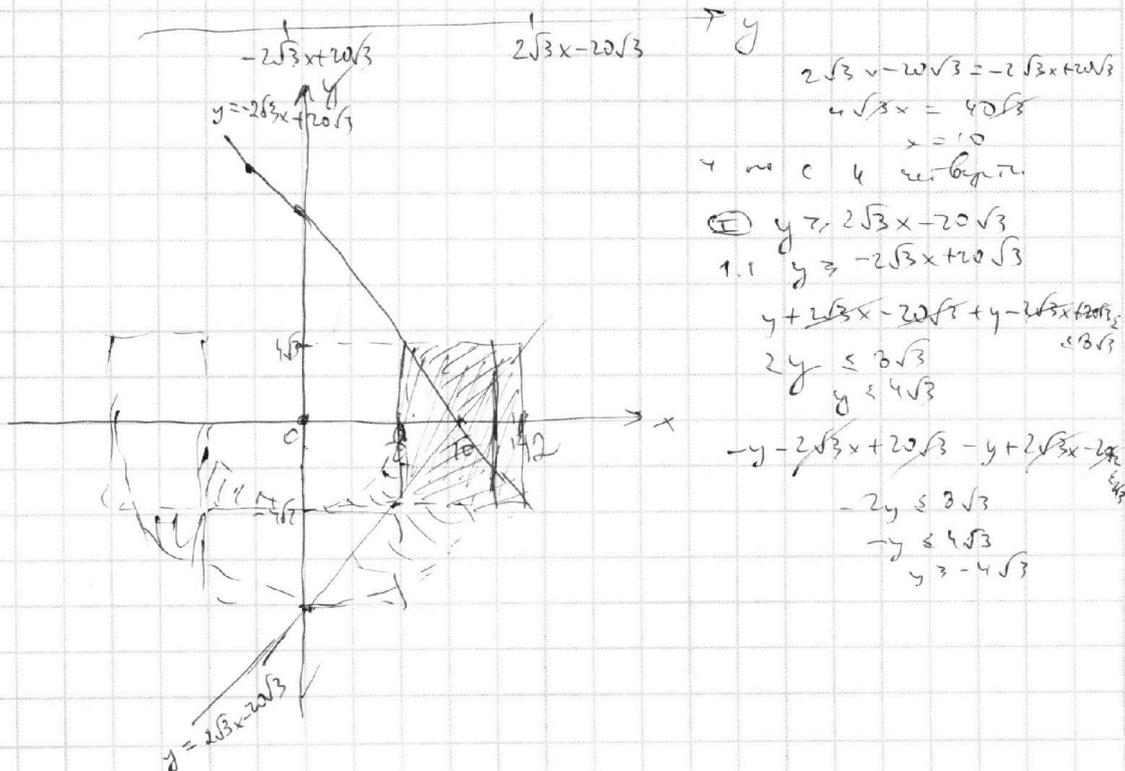
$$2y^2 + 24x^2 + 2400 - 2 \cdot 2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot 20\sqrt{3}x + 2| \dots | \leq 8\sqrt{3}$$

$$y^2 + 12x^2 + 1200 - 4 \cdot 3 \cdot 20x + |y^2 - (2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3})^2| \leq 4\sqrt{3}$$

$$y^2 + 12(x^2 - 20x + 100) + |y^2 - (2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3})^2| \leq 4\sqrt{3}$$

$$y^2 + 12(x-5)^2 + |y^2 - (2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3})^2| \leq 4\sqrt{3}$$

$$|y + 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3}| + |y - 2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3}| \leq 8\sqrt{3}$$



$$2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3} = -2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3}$$

$$4\sqrt{3}x = 40\sqrt{3}$$

$$x = 10$$

$\therefore m \in [4; 20\sqrt{3}]$

$$\textcircled{+} y \geq 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3}$$

$$1.1 \quad y \geq -2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3}$$

$$y + 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3} + y - 2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3} \leq 8\sqrt{3}$$

$$2y \leq 8\sqrt{3}$$

$$y \leq 4\sqrt{3}$$

$$-y - 2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3} - y + 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3} \leq 8\sqrt{3}$$

$$-2y \leq 8\sqrt{3}$$

$$-y \leq 4\sqrt{3}$$

$$y \geq -4\sqrt{3}$$