



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 6

- 1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

- 2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
- 3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E – точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$.
- 4. [4 балла] В теленгре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
- 5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$ являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| + \left|x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| \leq 4$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
- 7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle BCA = 50^\circ$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

NL

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2 \quad (1) \\ yz = -2x + x^2 \quad (2) \\ zx = -2y + y^2 \quad (3) \end{cases}$$

Заметим что если

$$x=y=z \rightarrow \text{то } xy \text{ (1) получим}$$

$$x^2 = -2x + x^2$$

$x=0$, но $x \neq 0$ получим.

Тогда среди x, y, z хотя бы 2 не равны между собой, не учитывая общности чисел $x \neq y$, тогда

вычлен yz (2) - (3):

$$z(y-x) = -2x + 2y + (x-y)(x+y)$$

$$z(y-x) = 2(y-x) - (y-x)(x+y)$$

$$\text{Тогда } z(y-x) = (y-x)(2-x-y) \quad | : (y-x) \neq 0$$

$$z = 2 - x - y$$

$$z+x+y = 2, \text{ тогда } x^2+y^2+z^2 = 4 - 2xy - 2x - 2y$$

Суммируя (1), (2), (3) получим что

$$xy + yz + zx = 4 - x^2 - y^2 - z^2$$

(получим в дальнейшем)

$$xy + yz + zx = -4 + x^2 + y^2 + z^2$$

$$\text{т.е. } \frac{4 - x^2 - y^2 - z^2}{2} = -4 + x^2 + y^2 + z^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 4.$$

$$\text{Тогда } (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 4z + 12$$

$$= 4 - 8 + 12 = 8. \text{ Ответ: 8}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $R = \frac{99.9}{30.001}$, скажем $x = 30.001$, тогда

$$\begin{aligned} R &= 10^x - 1, \text{ тогда } R^3 = (10^x - 1)^3 = 10^{3x} - 3 \cdot 10^{2x} + 3 \cdot 10^x - 1 \\ &= \underbrace{100 \cdot 0}_{3x} - 3 \underbrace{100 \cdot 0}_{2x} + 3 \underbrace{10 \cdot 0}_x - 1 \\ &= \cancel{100000} \underbrace{999 \cdot 9}_{x-1} + \underbrace{100 \cdot 0}_{2x} + 3 \underbrace{10 \cdot 0}_x - 1 = \\ &= \underbrace{99 \cdot 9}_{x-1} + \underbrace{10000 \cdot 30 \cdot 0}_x - 1 = \underbrace{99 \cdot 9}_{x-1} + \underbrace{10000029 \cdot 9}_x \end{aligned}$$

Тогда 6 раз полином $2x-1$ делится, т.е. $6 | R^3$
полином $2 \cdot 30.001 - 1 = 60.001$.

Ответ: 60.001

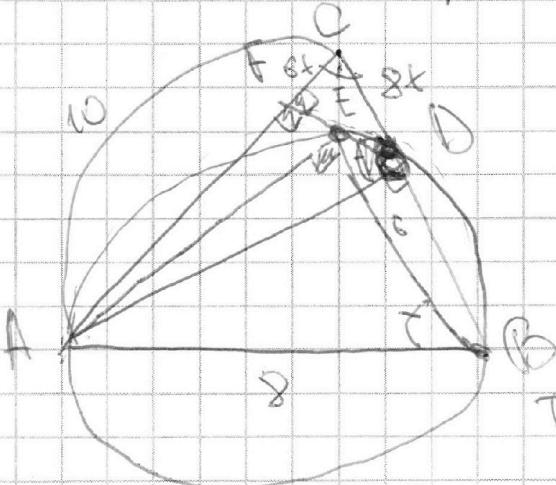
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



N3

Заметим что $\angle ADB = 90^\circ$,

т.к. AB - диаметр W,

а также $\angle AEB = 90^\circ$, т.к.

AB - диаметр W,

тогда $\angle EBA = \angle EDA$ (т.к.

EBA внешний)

$\angle FDA = \angle ACD$ (т.к. FD - биссектриса
из прямого угла), т.к.

$\triangle FCD \sim \triangle EBA$ по углам угла \rightarrow Тогда

$$\frac{CF}{CD} = \frac{EB}{BA} = \frac{6}{8} \rightarrow \text{т.к. нам } CF = 6x \text{ то } CD = 8x$$

заметим также что $\triangle FCD \sim \triangle DCA$ по углам

$$\text{углам т.к. } \frac{CD}{CF} = \frac{AC}{CD} \Leftrightarrow CD^2 = AC \cdot CF$$

$$64x^2 = 10 \cdot 6x$$

$$x = \frac{60}{64} = \frac{15}{16}$$

$$\text{Тогда } AF = 10 - 6x = 10 - \frac{90}{16} = \frac{20}{16} = \frac{35}{8}$$

$$\text{Ответ: } \frac{35}{8}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4
Мы хотим выбрать x . Будем считать что первые x шаров не отмечены никакими способами (это начальные условия)
тогда есть решений трех шаров есть $\binom{3}{x}$, тогда вероятность того что среди 5 шаров
отмечены эти 3 равна $\frac{\binom{3}{x}}{\binom{5}{3}}$ > вероятности
вероятны открытия 4 коробок вероятность
равна $\frac{\binom{4}{x}}{\binom{5}{3}}$, тогда вероятность выбрать
число разно 6 $\frac{\binom{3}{x}}{\binom{5}{3}} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{6}{12} = 3,5$ раза.
Ответ: 3,5 раза

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

N5

Мысль у уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 4 = 0$ корни

$x_1, x_2 \rightarrow$ а у уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$

корни $x_3, x_4 \rightarrow$ а также пусть ищем арифметическую

последовательность равных $a_0, a_0 + d, a_0 + 2d, \dots, a_0 + 6d, a_0 + 7d, \dots$

но увидим $x_1 = a_0 + 5d, x_2 = a_0 + 6d, x_3 = a_0 + 3d,$

$x_4 = a_0 + 8d$. Тогда заметим что

$$\frac{x_4 - x_3}{5} = x_2 - x_1$$

но $|x_2 - x_1| = \frac{\sqrt{D_1}}{5}$ \Rightarrow где D_1 -дискриминант квадратного уравнения

$$x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 4 = 0$$

а $|x_4 - x_3| = \frac{\sqrt{D_2}}{3}$, где D_2 -дискриминант квадратного уравнения

$$3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$$

но то $x_4 - x_3$ и $x_2 - x_1$ одни и те же, поэтому

~~$$\frac{\sqrt{D_2}}{3} = \frac{\sqrt{D_1}}{5}$$~~

$$\sqrt{D_2} = 15\sqrt{D_1}$$

Тогда заметим что $x_1 + x_2 = x_3 + x_4$, тогда

но т. к. $x_1 + x_2 = \frac{a^2 - 2a}{a^2 - 2a}, x_3 + x_4 = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$, тогда

$$a^2 - 2a = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$$

$$3(a^2 - 2a) - a(a^2 - 2a) \Leftrightarrow (a^2 - 2a)(a - 3) = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

Тогда $a=3$ или $a=0$ или $a=2$

не может быть т.к. то уравнение прописано
бесплатно.

Что что при $a=3$ и $a=2$ нужно сделать бессре-
дственное проверку что корни есть и они отличны
и между ними прописан (т.к. переход
обратно полисимметричный).

При $a=2$, наше уравнение;

$$x^2 - 5 = 0$$

решение

$$3x^2 - 26 = 0$$

(на первом, втором, третьем)

значит что если x_1, x_2, x_3, x_4 - корни этого уравнения то

$$\frac{x_4 - x_3}{5} = x_2 - x_1, \text{ но } |x_4 - x_3| = \frac{\sqrt{D_1}}{1}, \text{ где } D_1 - \text{ дискриминант}$$

$$|x_2 - x_1| = \frac{\sqrt{D_2}}{3}, \text{ где } D_2 - \text{ дискриминант } 3x^2 - 26,$$

но т.к. не уточнена обработка чисел $x_2 > x_1$ и $x_4 > x_3$

Тогда $\pm\sqrt{D_1} = \pm\sqrt{150}\sqrt{1} = \sqrt{D_2}$ но $D_1 = 0 + 20 = 20$,

$$\text{а } D_2 = 0 + 12 \cdot 26 = 12 \cdot 26 \text{ и видим } \pm\sqrt{150} \neq \sqrt{D_2}$$

(к примеру получим что $D_2 = 225D_1$, но $D_2 > 5$).

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
3 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

I-

I-

Тогда едущий 40

Следи $a = b$ то можем уравнения:

$$x^2 - 24x + 23 = 0 \quad (1)$$

$$3x^2 - 144x + 6 - 6^5 = 0 \quad (2)$$

Из (1) $x_1 = 1$, $x_2 = 23$, тогда

$$\begin{cases} a_0 + 5d = 1 \\ a_0 + 6d = 23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5d = \\ \dots \end{cases}$$

Тогда $d = 22$ и $a_0 = 1 - 5d = 1 - 110 = -109$

Тогда первыми этими будут прогрессии убывающие числа

Делю (2) уравнение:

$$x^2 - 144x + 6 - 6^5 = 0$$

$x^2 -$

$$x^2 - 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$3x^2 - 3x + 6 - 3^5 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 225 = 0$$

Аналогично предыдущему получаем более длинные

полиномы $D_2 = 325D_1$ и $D_2 = 9 + 316 = 325$,

а $D_1 = 13$, и $325 \neq 225 \cdot 13$. Тогда также

оно нет. Ответ: нет решения.

I-

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
4 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

Т.р. решить уравнение при $a=3$:

$$(1) x^2 - 3x - 1 = 0 \quad x_1, x_2 \quad (\text{Обе одна имеет корни})$$

$$(2) x^2 - 3x + 49 = 0 \quad x_3, x_4$$

№ Тогда $x_1 + x_2 = x_3 + x_4 = 3$, а также

$$\Delta_1 = 13, \quad \Delta_2 = 32.5 \rightarrow \text{окуда } \frac{\sqrt{\Delta_2}}{5} = \sqrt{\Delta_1} = \sqrt{13}$$
$$\Leftrightarrow \text{T.R. } \frac{\sqrt{32.5}}{5} = \frac{5\sqrt{13}}{5} = \sqrt{13}.$$

Но тогда если $x_1 = x_3$ и $x_2 = x_4$, то

$$\frac{x_4 - x_3}{5} = \frac{x_2 - x_1}{5} = x_2 - x_1. \text{ Но сейчас есть этого условия}$$

того x_1, x_2, x_3, x_4 были решениями уравнения

уравнения, поскольку известно $\Delta_0 = 6x_1 - 5x_2$, а

$$d = x_2 - x_1, \text{ тогда } x_1 = \Delta_0 + 5d$$

$$x_1 = 6x_1 - 8x_2 + 5x_2 = 5x_2 - \text{бесц.}$$

$$x_2 = \Delta_0 + 6d$$

$$x_2 = 6x_1 - 5x_2 + 6x_2 - 6x_1 - \text{бесц.}$$

$$x_3 = \Delta_0 + 3d$$

$$x_3 = \Delta_0 6x_1 - 5x_2 + 3x_2 - 3x_1 = 3x_1 + 2x_2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
5 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

15

$$\text{Задача } \alpha: \quad x_1 + x_2 = x_3 + x_4$$

$$(x_4 - x_3) = 5(x_2 - x_1)$$

$$\text{Тогда } 2x_4 = 6x_2 - 4x_1$$

$$x_4 = 3x_2 - 2x_1$$

$$\text{а } x_3 = x_1 + x_2 - x_4 = x_1 + x_2 - 3x_2 + 2x_1 = 3x_1 + 2x_2.$$

$$\text{Тогда } x_3 = \alpha_0 + 3d = 6x_1 + 5x_2 + 3x_2 - 3x_2 = 3x_1 + 2x_2 \\ - \text{бесц}$$

$$\Rightarrow \alpha_0 + 8d = 6x_1 + 5x_2 + 8x_2 - 8x_1 = \\ = 3x_2 - 2x_1 - \text{бесц.}$$

$$\text{Тогда при } \alpha_0 = 6x_1 + 5x_2, \text{ и } d = x_2 - x_1,$$

x_1, x_2, x_3, x_4 изменяются 6, 7, 4, 9 никакими

пересечениями не имеют. Тогда $\alpha = 3$ - подходит.

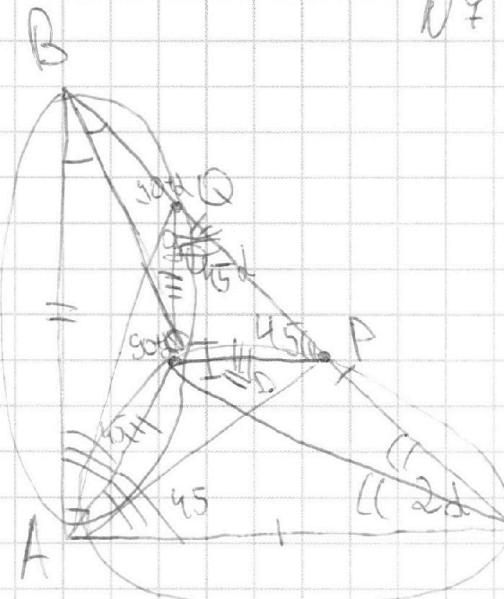
Очевидно: $\alpha = 3$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



N7

Мысль 1 - центр вписанной

окр. б в $\triangle ABC$ (точка пересечения биссектрис).

Доказем что $I = D$, где

этою отмечено тему I и

запишем что $\angle IQ = \angle IP$ и $\angle QIP = 90^\circ$.

Запишем что $\angle ACB = 2d$, тогда

$\angle AQC = \frac{180-2d}{2} = 90-d$ (т.к. $QC = CA$), тогда

$\angle BQA = 90+d$, запишем что $\angle AIB = \frac{90+\angle ACB}{2}$

$= 90+d$ (т.к. угол между бисект. I -точка пересечения)

таким образом $\angle AIB = \angle AQB$ и $AIBQ$ -вписаный

и BI -бис. поэтому $QI = AI$. Используя что там

P и Q полуперпендикуль, получим следующее наше что

$AIPC$ -вписаный и $AI = IP$, а также $\angle IPB = \angle IAC$

(т.к. $AIPC$ -вписаный),

и $\angle IQC = \angle BAI = 45^\circ$ (т.к. $BQIA$ вписаный), тогда

$IQ = IP$ и $\angle QIP = 180 - \angle IQP - \angle IPQ = 90^\circ$, т.е. $I = D$,

и $\angle DBC = \angleIBC = \frac{90-2d}{2}$ (т.к. BI -бис. $\angle ABC = 90-d$)

\Rightarrow т.е. $\angle DBC = \frac{90-50}{2} = 20^\circ$. Ответ: 20° .

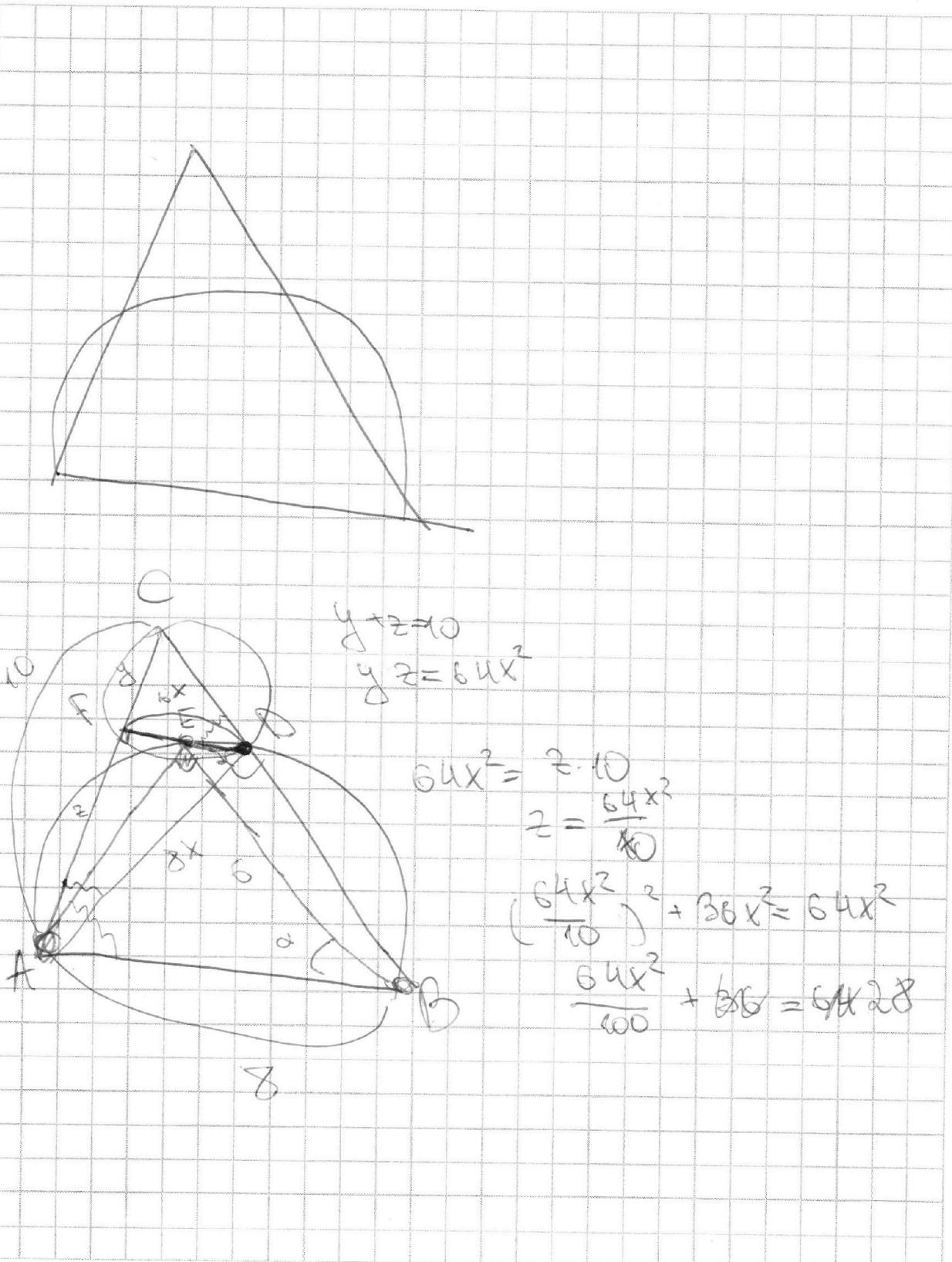


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

NB

Задачи чо $\angle ADB = 90^\circ$, т.к.
 $\angle ADC = 90^\circ$, а также
 $\angle AEB = 90^\circ$ (AB - диаметр), т.к.
 $\angle EDF = \angle EDB = \angle EAB$
(вертикаль) (T.R. ADEB - вписаны)

Тогда $\triangle EAB \sim \triangle EDC$ по глубоким углам, следа

$\frac{EB}{AB} = \frac{FC}{DC}$ Тогда мкт $FC = 6x$, тогда $DC = 8x$.

Задачи чо $\angle CAD = \angle FDC$ (T.R. FDC - высота из вершины B в $\angle ADC$)
получаем

Тогда $\triangle CAD \sim \triangle CDF \sim \triangle CAD \Rightarrow$ следа

$\frac{CD}{CF} = \frac{CA}{CD} \Rightarrow CD^2 = CA \cdot CF$

$64x^2 = 10 \cdot 6x$

$x = \frac{60}{64} = \frac{15}{16}$

Очевидно $AF = 10 - 6x = 10 - \frac{90}{16} = \frac{160-90}{16} = \frac{70}{16} = \frac{35}{8}$.

Ответ: $\frac{35}{8}$.

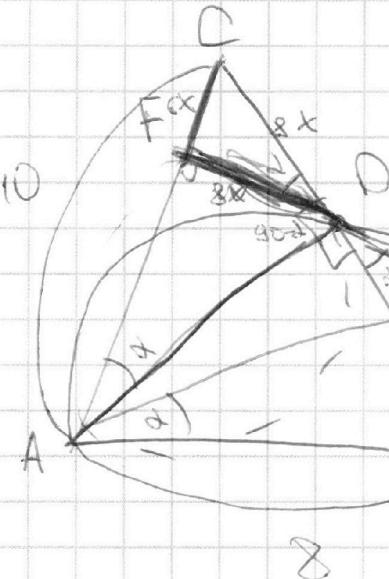


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$(x-2)(x-1) = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$64x^2 = 6x \cdot 10 \quad D = 1$$

$$x = \frac{3+1}{2}$$

(2)
4

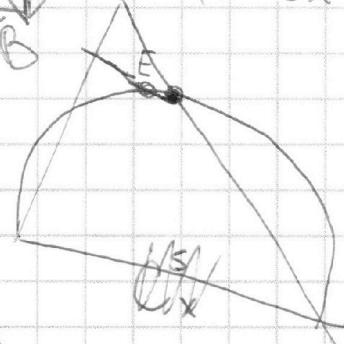
$$64x = 60$$

$$x = \frac{60}{64} = \boxed{\frac{15}{16}}$$

$$10 - 6x = 10 - \frac{90}{16}$$

$$= \frac{160 - 90}{16}$$

$$= \frac{70}{16} = \boxed{\frac{35}{8}}$$



$$x \quad \frac{C^3}{C_5}$$

$$\frac{C^3}{C_4} = \frac{7.8.5}{B_1}$$

$$\frac{3.4}{2} \times \frac{12}{2}$$

= 3,5 раза.

$$x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 4 = 0$$

$a_0 \quad a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \quad a_6 \quad a_7 \quad a_8 \quad a_9 \quad a_{10}$

$$\frac{-b + \sqrt{D}}{2a} - \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} x_3 = \frac{x_3}{a_0 + 2d} \quad a_0 + 2d = a_0 + 6d$$

$$x_2 - x_1 = \frac{x_4 - x_3}{6}$$

$$18\sqrt{D_1} = \sqrt{D_2} \quad 6(x_2 - x_1) = \frac{6}{x_4 - x_3}$$

$$6 \frac{\sqrt{D_1}}{T} = \frac{\sqrt{D_2}}{8}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

iii

$$\textcircled{1} \quad xy = -2z + z^2$$

$$\frac{xy}{z} = 2 - z$$

$$yz = -2x + x^2$$

$$\frac{yz}{x} = x - 2$$

$$zx = -2y + y^2$$

$$\frac{zx}{y} = y - 2$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \sum x^2 - 4x - 4y - 4z + 12 \quad ||$$

$$\frac{x^2}{z^2} + \frac{y^2}{x^2} + \frac{z^2}{y^2}$$

$$(100-1)^3 = \frac{1000000}{8} - 3 \cdot 10000 + 3 \cdot 100 - 1$$

$$y(x-z) = -2z + 2x + (z-x)(z+x) \frac{891}{891} \\ -2(z-x) + (z-x)(z+x) 01$$

$$y(x-z) = (z-x)(z+x-z)$$

$$y(x-z) = (x-z)(2-z-x)$$

$$x=z \text{ или } y=2-z-x \quad \text{или}$$

$$y=x=z$$

$$y+z+x=2$$

$$2xy+2yz+2zx + x^2+y^2+z^2=4$$

$$x^2 = -2x + x^2$$

$$4x^2 \in \mathbb{N}$$

$$xy+yz+zx = -4 + \sum x^2$$

$$x=0$$

$$(ix-1)$$

$$\frac{4 - \sum x^2}{2} = -4 + \sum x^2$$

$$\textcircled{2} \quad n = \frac{99}{30001} \dots 9$$

$$n = \frac{9 \dots 9}{x \text{ много}} = 10^x - 1$$

$$\frac{1000000}{8} - 30000 \dots 9$$

$$n^3 - ?$$

$$(10^x - 1)^3 = 10^{3x} - 3 \cdot 10^{2x} + 3 \cdot 10^x - 1$$

$$1000000 - 30000 \dots 9$$

$$\frac{1000000 - 30000 \dots 9}{8x - 2x - 1} = \frac{1000000 - 30000 \dots 9}{6x}$$

$$\frac{1000000 - 30000 \dots 9}{8x - 2x - 1} = \frac{1000000 - 30000 \dots 9}{6x}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$D_2 = (a^2 - 2a^2)^2 - 12(6 - a^5) = a^2(a^2 - 2a)^2 - 12(6 - a^5)$$

$$D_1 = (a^2 - 2a)^2 - 4(a^2 - a - 4) \quad \frac{a^4(a-2)^2}{a^2(a-2)^2}$$

$$-12(6 - 32)$$

$$D_2 = 225 D_1 = 225(a^2 - 2a)^2 \quad -4(4 - 2 - 4)$$

$$11 \quad -900(a^2 - a - 4)$$

$$a^2(a^2 - 2a)^2 - 12(6 - a^5) \quad D_2 = 225 D_1 \quad 325 = 13 \cdot 225$$

$$280 + 160 \cdot 258$$

$$a + 3(6 - 36)(a^2 - 2a)^2 (a^2 - 225) = (2(6 - a^5) - 900(a^2 - a - 4))$$

$$11$$

$$13$$

$$\frac{325}{325} | 13$$

$$3$$

$$3 + 4 = 13$$

$$3^5$$

$$243$$

$$28$$

$$25$$

$$25$$

$$25$$

$$45$$

$$45$$

$$45$$

$$525$$

$$(2(6 - a^5) - 900(a^2 - a - 4)) \quad \frac{84}{60} \quad 225$$

$$225$$

$$12(6 - a^5 - 75a^2 + 45a + 525)$$

$$\frac{4}{6} \frac{75}{45} \frac{9}{5}$$

$$3x^2 - 9x + 6 - 35$$

$$-75 - 9 + 45 \quad 3 + 525$$

$$36 - 6 - 7$$

$$24 - 2 \cdot 9$$

$$5 - 243$$

$$3 \cdot 27$$

$$-645$$

$$+ 225 + 525$$

$$4 - 2 - 2$$

$$18$$

$$3$$

$$27$$

$$-27$$

$$150$$

$$x^2 - 24x + 23$$

$$X^2 - 3X +$$

$$\frac{6-35}{3}$$

$$300$$

$$-150$$

$$-150$$

$$150$$

$$a = 2 :$$

$$x^2 - 5 = 0$$

$$3x^2 + 6 - 32$$

$$3x^2 - 28 = 0$$

$$a = 6 :$$

$$x^2 - 24x + 23 = 0$$

$$1 \quad 23$$

$$a(a-2)(a-6)$$

$$x^2 + 4 - 9$$

$$x^2 - 5 = 0$$

$$a = 2 \text{ или } a = 6$$

$$6 - 25$$

$$a = 6 :$$

$$3x^2 - 144x$$

$$216 - 2 \cdot 36$$

$$+ 6 - 6^5 = 0$$

$$\frac{2}{3} \frac{6}{4}$$

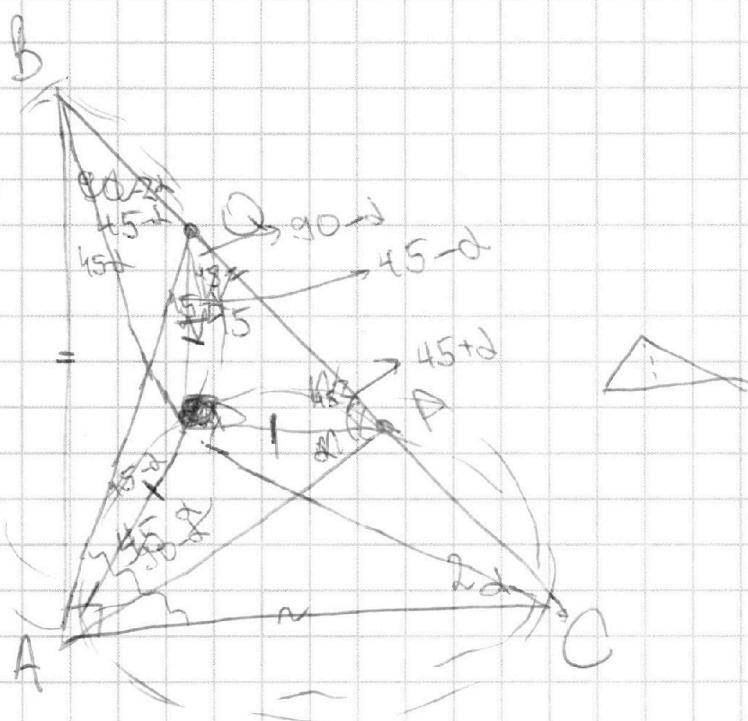


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{D_1}{g} = \sqrt{\frac{D_2}{g}}$$

$$\sqrt{D_2} = 5\sqrt{D_1}$$

$$D_2 = 25 D_1$$

