



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шару. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$ являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| + \left|x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| \leq 4$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle BCA = 50^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2 & (1) \\ yz = -2x + x^2 & (2) \\ zx = -2y + y^2 & (3) \end{cases}$$

Заметим что если

$x=y=z$, то из (1) получим

$$x^2 = -2x + x^2$$

$x=0$, но $x \neq 0$ по условию.

Тогда среди x, y, z хотя бы 2 не равны между собой, не уходя от общности пусть $x \neq y$, тогда

вычтем из (2) - (3):

$$z(y-x) = -2x + 2y + (x-y)(x+y)$$

$$z(y-x) = -2(y-x) - (y-x)(x+y)$$

Тогда $z(y-x) = (y-x)(2-x-y) \quad | : y-x \neq 0$

$$z = 2 - x - y$$

$$z+x+y = 2, \text{ тогда } \begin{aligned} x^2+y^2+z^2 &= 4-2xy-2x \\ xy+yz+zx &= 4-x^2-y^2-z^2 \end{aligned}$$

Сложив (1), (2), (3) получим что

$$xy+yz+zx = -4 + x^2+y^2+z^2$$

$$\text{т.е. } \frac{4-x^2-y^2-z^2}{2} = -4 + x^2+y^2+z^2$$

$$x^2+y^2+z^2 = 4$$

$$\begin{aligned} \text{Тогда } (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 &= x^2+y^2+z^2 - 4x-4y-4z + 12 \\ &= 4 - 8 + 12 = 8. \text{ Ответ: } 8 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Пусть $R = \frac{99 \dots 9}{30.001}^{N/2}$, скажем $x = 30.001$, тогда

$$R = 10^x - 1, \text{ тогда } R^3 = (10^x - 1)^3 = 10^{3x} - 3 \cdot 10^{2x} + 3 \cdot 10^x - 1$$
$$= \underbrace{100 \dots 0}_{3x} - 3 \cdot \underbrace{00 \dots 0}_{2x} + 3 \cdot \underbrace{00 \dots 0}_x - 1$$

$$= \cancel{100 \dots 0} \underbrace{99 \dots 9}_{x-1} \underbrace{700 \dots 0}_{2x} + 3 \cdot \underbrace{0 \dots 0}_x - 1 =$$

$$= \underbrace{99 \dots 9}_{x-1} \underbrace{7000 \dots 0}_x - 1 = \underbrace{99 \dots 9}_{x-1} \underbrace{70 \dots 0}_{x-1} \underbrace{29 \dots 9}_x$$

Тогда в R^3 ровно $2x-1$ гнетка, т.е. в R^3 ровно $2 \cdot 30.001 - 1 = 60.001$.

Ответ: 60.001



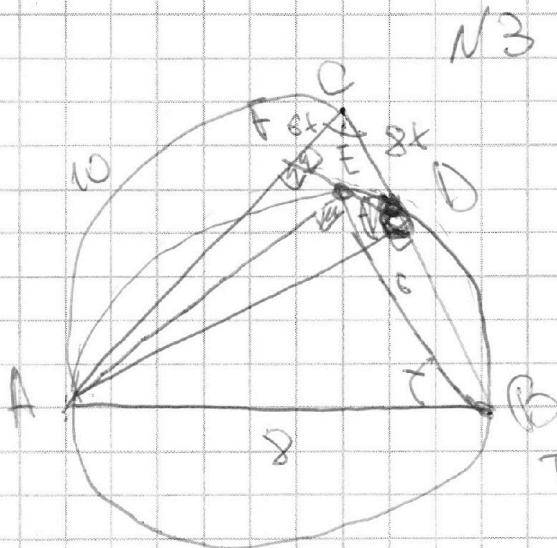
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Заметим что $\angle ADB = 90^\circ$,
т.к. AB - диаметр $\odot$,
а также $\angle AEB = 90^\circ$, т.к.
 AB - диаметр $\odot$,
Тогда $\angle EBA = \angle EDA$ (т.к.
 $EDBA$ вписаны) и

$\angle FDA = \angle ACD$ (т.к. FD - биссектриса угла), тогда

$\triangle FCD \sim \triangle EBA$ по двум углам, тогда

$$\frac{CF}{CD} = \frac{EB}{BA} = \frac{6}{8}, \text{ т.е. если } CF = 6x \text{ то } CD = 8x$$

Заметим также что $\triangle FCD \sim \triangle DCA$ по двум углам т.е. $\frac{CD}{CF} = \frac{AC}{CD} \Leftrightarrow CD^2 = AC \cdot CF$

$$64x^2 = 10 \cdot 6x$$

$$x = \frac{60}{64} = \frac{15}{16}$$

$$\text{Тогда } AF = 10 - 6x = 10 - \frac{90}{16} = \frac{70}{16} = \frac{35}{8}$$

$$\text{Ответ: } \frac{35}{8}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№4
Пусть было коробок-х. Будем считать что шарик
~~каждый шарик~~
не отличимо между собой (для нашей задачи это
важно)
→ тогда всего шариков + рес шаров есть всего
 C_x^3 , тогда вероятность того что среди 5 шаров
окажутся эти 3 равна $\frac{C_5^3}{C_x^3}$, аналогично
вероятность открываем 4 коробка вероятность
равна $\frac{C_4^3}{C_x^3}$, тогда наша вероятность увели-
чивается равно в $\frac{C_4^3}{C_5^3} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{4 \cdot 2}{5} = 1,6$ раза.

Ответ: в 1,6 раза



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

Пусть у уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 4 = 0$ корни

x_1, x_2 , а у уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$

корни x_3, x_4 , а таме пусть сама арифметическая прогрессия равна $a_0, a_0 + d, a_0 + 2d, \dots, a_0 + 6d, a_0 + 7d, \dots$

по условию $x_1 = a_0 + 5d, x_2 = a_0 + 6d, x_3 = a_0 + 3d,$

$x_4 = a_0 + 8d$. Тогда значит им что

$$\frac{x_4 - x_3}{5} = x_2 - x_1$$

Но $|x_2 - x_1| = \frac{\sqrt{D_1}}{2a_1}$, где D_1 - дискриминант кв. тринома

$$x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 4$$

а $|x_4 - x_3| = \frac{\sqrt{D_2}}{3}$, где D_2 - дискриминант кв. тринома

$$3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5$$

но но $x_4 - x_3$ и $x_2 - x_1$ одного знака, поэтому

$$\frac{\sqrt{D_2}}{3} = \frac{\sqrt{D_1}}{5} = \sqrt{D_1}$$

$$\sqrt{D_2} = 15\sqrt{D_1}$$

Тогда значит им что $x_1 + x_2 = x_3 + x_4$, тогда

по т. Виета $x_1 + x_2 = \frac{a^2 - 2a}{1} = a^2 - 2a$, а $x_3 + x_4 = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$, тогда

$$a^2 - 2a = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$$

$$3(a^2 - 2a) = a(a^2 - 2a) \Leftrightarrow (a^2 - 2a)(a - 3) = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

Тогда $a=3$ или $a=0$ или $a=2$

(не имеет смысла т.к. по условию процесс не постоянен)

Дано что при $a=3$ и $a=2$ нужно сделать проверку условия проверки что корень есть и он является другим значением аргумента процесса (т.е. пересог были не равнозначны).

При $a=2$, корни уравнения;

$$x^2 - 5 = 0$$

$$3x^2 - 26 = 0$$

Заметим что если x_1, x_2, x_3, x_4 - корни уравнения то (заметим)

$$\frac{x_4 + x_3}{5} = x_2 - x_1, \text{ но } |x_4 - x_3| = \frac{\sqrt{D_1}}{1}, \text{ где } D_1 - \text{дискриминант}$$

$$|x_2 - x_1| = \frac{\sqrt{D_2}}{3}, \text{ где } D_2 - \text{дискриминант}$$

$$x^2 - 5, \text{ а}$$

$$3x^2 - 26,$$

но так же можно отметить что $x_2 > x_1$ и $x_4 > x_3$

$$\text{Тогда } \pm \sqrt{D_1} = \pm 15 \sqrt{D_1} = \sqrt{D_2} \text{ но } D_1 = 0 + 20 = 20,$$

$$\text{а } D_2 = 0 + 12 \cdot 26 = 12 \cdot 26 \text{ и очевидно } \pm 15 \sqrt{D_1} \neq \sqrt{D_2}$$

(Корень не равен нулю тогда $D_2 = 235 D_1$, но $D_2 \neq 235$).



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда составим ЧУ
Если $a = 3$ то имеем уравнения:

$$\begin{cases} x^2 - 24x + 23 = 0 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x^2 - 144x + 6 - 6^5 = 0 & (2) \end{cases}$$

Из (1) $x_1 = 1, x_2 = 23$, тогда

$$\begin{cases} a_0 + 5d = 1 \\ a_0 + 6d = 23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 22 \\ a_0 = -109 \end{cases}$$

Тогда $d = 22$ и $a_0 = 1 - 5d = 1 - 110 = -109$

Тогда берем этот арифметический прогресс и вносим
в уравнение (2) уравнение:

$$3x^2 - 144x + 6 - 6^5 = 0$$

$$\begin{cases} x^2 - 3x - 1 = 0 \\ 3x^2 - 3x + 6 - 3^5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x - 1 = 0 \\ x^2 - 3x - 79 = 0 \end{cases}$$

Аналогично предыдущему арифметическому прогрессу
получим $D_1 = 32501$, и $D_2 = 9 + 316 = 325$,
а $D_1 = 13$, и $325 \neq 225 \cdot 13$. Тогда таких
а нет. Ответ: Нет решений.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
4 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1/5

Т.е. можем уравнение при $a=3$:

(1) $x^2 - 3x - 1 = 0$ x_1, x_2 (Они оба имеют корни)

(2) $x^2 - 3x - 49 = 0$ x_3, x_4

И тогда $x_1 + x_2 = x_3 + x_4 = 3$, а там значит

то $D_1 = 13$, а $D_2 = 325$, откуда $\frac{\sqrt{D_2}}{5} = \sqrt{D_1} = \sqrt{13}$

т.е. $\frac{\sqrt{325}}{5} = \frac{5\sqrt{13}}{5} = \sqrt{13}$.

Но тогда если $x_4 > x_3$ и $x_2 > x_1$, то

$\frac{x_4 - x_3}{5} = x_2 - x_1$. На самом деле это значит

что x_1, x_2, x_3, x_4 были какими-то числами.

Вспомогательные, поэтому возьмем $a_0 = 6x_1 - 5x_2$, а

$d = x_2 - x_1$, тогда $x_1 = a_0 + 5d$
 $x_2 = a_0 + 6d$

$x_1 = 6x_1 - 5x_2 + 5x_2 - 5x_1 = \text{верно}$

$x_2 = a_0 + 6d$

$x_2 = 6x_1 - 5x_2 + 6x_2 - 6x_1 = \text{верно}$

$x_3 = a_0 + 3d$

$x_3 = a_0 + 3d = 6x_1 - 5x_2 + 3x_2 - 3x_1 = 3x_1 - 2x_2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА
5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1/5

Данно что $x_1 + x_2 = x_3 + x_4$

$$(x_4 - x_3) = 5(x_2 - x_1)$$

Тогда $2x_4 = 6x_2 - 4x_1$

$$x_4 = 3x_2 - 2x_1$$

$$\text{а } x_3 = x_1 + x_2 - x_4 = x_1 + x_2 - 3x_2 + 2x_1 = 3x_1 - 2x_2$$

Тогда $x_3 = a_0 + 3d = 6x_1 - 5x_2 + 3x_2 - 3x_2 = 3x_1 - 2x_2$
- верно

и $x_4 = a_0 + 8d = 6x_1 - 5x_2 + 8x_2 - 8x_1 =$
 $= 3x_2 - 2x_1$ - верно

Тогда при $a_0 = 6x_1 - 5x_2$, и $d = x_2 - x_1$,

x_1, x_2, x_3, x_4 являются 6, 7, 4, 9 чинами
процента соответственно. Тогда $a = 3$ - подходит.

Ответ: $a = 3$.

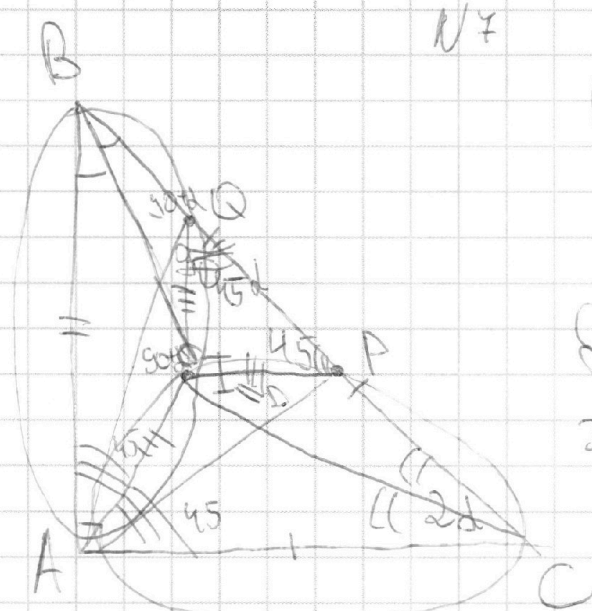


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть I - центр вписанной

окр. в $\triangle ABC$ (точка пересечения биссектрис).

Докажем что $I = D$, для этого отметим точку I и

покажем что $IQ = IP$ и $\angle QIP = 90^\circ$.

Заметим что Пусть $\angle ACB = 2d$, тогда

$$\angle AQC = \frac{180 - 2d}{2} = 90 - d \text{ (т.к. } QC = CA), \text{ тогда}$$

$$\angle BQA = 90 + d, \text{ заметим что } \angle AIB = \frac{90 + \angle ACB}{2}$$

$$= 90 + d \text{ (т.к. углы между биссектрисами I-точки прямые)}$$

, но тогда $\angle AIB = \angle AQB$ и $AIQB$ - вписанный

и BI - бис. поэтому $QI = AI$. Если что тогда

P и Q равноудалены, поэтому аналогично получим что $AIPC$ - вписанный и $AI = IP$, а также $\angle IPB = \angle IAC$ (т.к. $AIPC$ - вписанный),

и $\angle IQC = \angle BAI = 45^\circ$ (т.к. $BAIA$ вписанный), тогда $IQ = IP$ и $\angle QIP = 180 - \angle IQP - \angle IPQ = 90^\circ$, т.е. $I = D$,

и $\angle DBC = \angle IBC = \frac{90 - 2d}{2}$ (т.к. BI - бис.) $\angle ABC = 45^\circ$, т.е. $\angle DBC = \frac{90 - 50}{2} = 20^\circ$. Ответ: 20° .

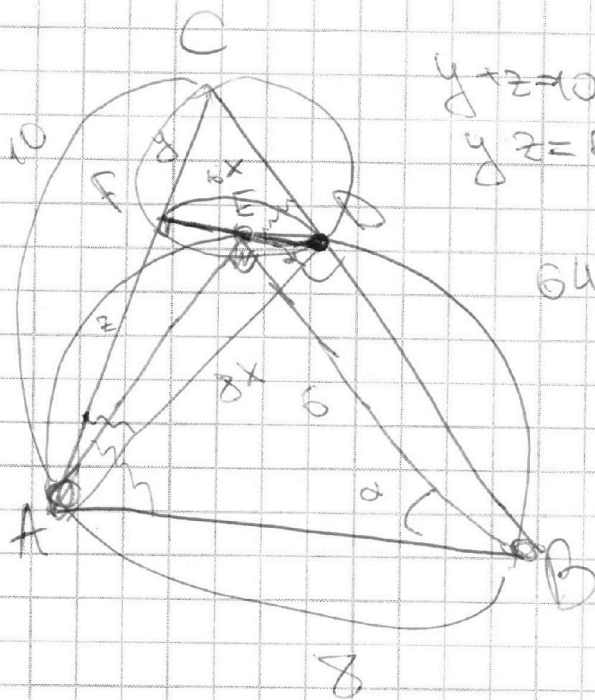
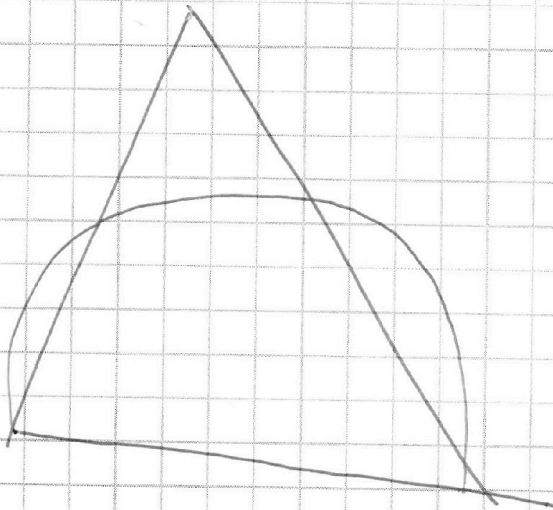


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$y + z = 10$$

$$yz = 64x^2$$

$$64x^2 = z \cdot 10$$

$$z = \frac{64x^2}{10}$$

$$\left(\frac{64x^2}{10}\right)^2 + 36x^2 = 64x^2$$

$$\frac{64x^2}{100} + 36 = 64x^2$$

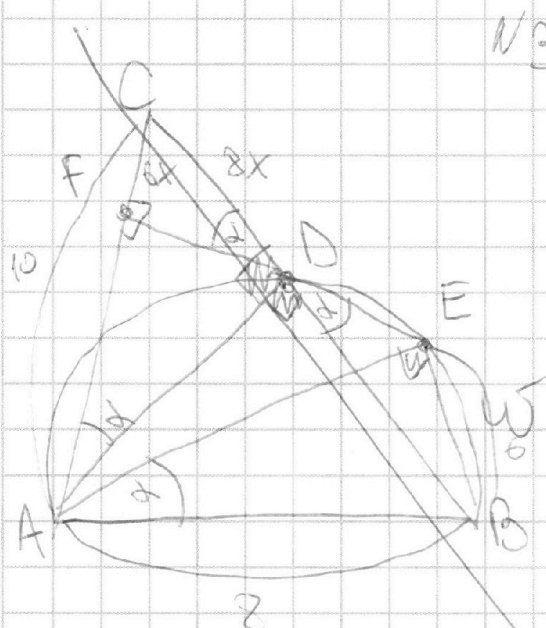


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Заметим что $\angle ADB = 90^\circ$ т.к.
AB - диаметр окружности. Тогда
 $\angle ADC = 90^\circ$, а также
 $\angle AEB = 90^\circ$ (AB - диаметр), тогда
 $\angle CDF = \angle EDB = \angle EAB$
(вертикальные) (т.к. ADEB - вписанный)

Тогда $\triangle EAB \sim \triangle FDC$ по двум углам, откуда

$$\frac{EB}{AB} = \frac{FC}{DC} \quad \text{тогда пусть } FC = 6x, \text{ тогда } DC = 8x$$

Заметим что $\angle CAD = \angle FDC$ (т.к. FD - высота из точки D на хорду AC),
тогда $\triangle CDF \sim \triangle CAD$ по двум углам

$$\frac{CD}{CF} = \frac{CA}{CD} \Rightarrow CD^2 = CA \cdot CF$$

$$64x^2 = 10 \cdot 6x$$

$$\text{Отсюда } AF = 10 - 6x = 10 - \frac{90}{16} = \frac{160 - 90}{16} = \frac{70}{16} = \frac{35}{8}.$$

Ответ: $\frac{35}{8}$.

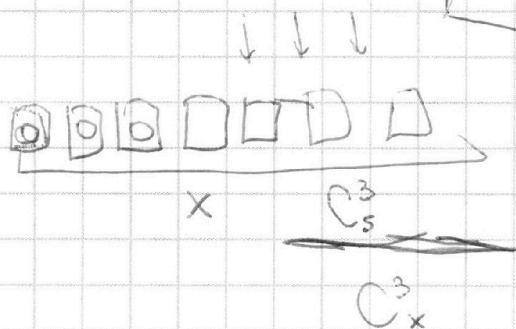
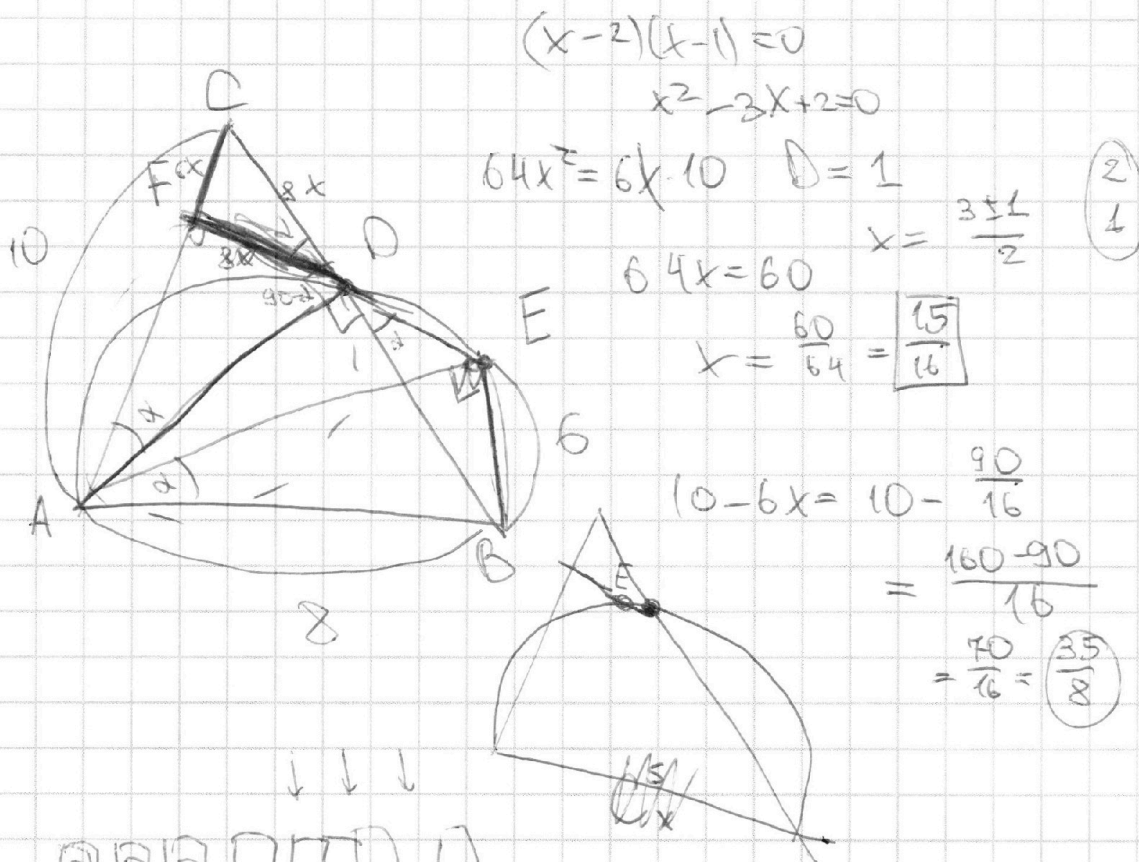


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{C_4^3}{C_5^3} = \frac{1 \cdot 6 \cdot 8}{5 \cdot 4 \cdot 2} = 3,5 \text{ раза}$$

$$x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 4 = 0$$

$a_0 \quad a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \quad a_6 \quad a_7 \quad a_8 \quad a_9 \quad a_{10}$
 $\frac{-b+\sqrt{D}}{2a} \quad \frac{-b-\sqrt{D}}{2a} \quad x_3 \quad x_1 \quad x_2 \quad x_4$
 $\frac{\sqrt{D}}{a} \quad a_0+5d \quad a_0+6d \quad a_0+9d$
 $x_2-x_1 \quad x_4-x_3$
 $6\sqrt{D_1} = \sqrt{D_2} \quad 6(x_2-x_1) = x_4-x_3$
 $6 \frac{\sqrt{D_1}}{1} = \frac{\sqrt{D_2}}{6}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



mm

$$\textcircled{1} \quad xy = -2z + z^2$$

$$yz = -2x + x^2$$

$$zx = -2y + y^2$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \sum x^2 - 4x - 4y - 4z + 12 \quad ||$$

$$\frac{x^2 y^2}{z^2} + \frac{y^2 z^2}{x^2} + \frac{z^2 x^2}{y^2}$$

$$(100-1)^3 = 1000000 - 3 \cdot 10000 + 3 \cdot 100 - 1$$

$$y(x-z) = -2z + 2x + (z-x)(z+x) - 2(z-x) + (z-x)(z+x)$$

$$y(x-z) = (z-x)(z+x-z)$$

$$y(x-z) = (x-z)(2-z-x)$$

$$x=z \quad \text{mm} \quad y = 2 - z - x \quad \text{mm}$$

$$y=x=z \quad y+z+x=2 \quad 2xy+2yz+2zx+x^2+y^2+z^2=4$$

$$xz = -2x + x^2 \quad 44x^2 \quad xy+yz+zx = -4 + \sum x^2$$

$$x=0$$

$$(2x-1)$$

$$\frac{4 - \sum x^2}{2} = -4 + \sum x^2$$

$$\textcircled{2} \quad n = \frac{99 \dots 9}{300001}$$

$$n = \frac{9 \dots 9}{x \text{ mm}} = 10^x - 1$$

$$\frac{1000000 - 30000}{970000}$$

$$n^3 = ?$$

$$(10^x - 1)^3 = 10^{3x} - 3 \cdot 10^{2x} + 3 \cdot 10^x - 1$$

$$\frac{10000000 - 300000}{9987000} = \frac{10000000 - 3000000 + 300000 - 1}{9987000}$$

$$(x-1)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$D_2 = (a^3 - 2a^2)^2 - 12(6 - a^5) = a^2(a^2 - 2a)^2 - 12(6 - a^5)$$

$$D_1 = (a^2 - 2a)^2 - 4(a^2 - a - 4) \quad a^4(a-2)^2$$

$$-12(6 - 32)$$

$$-4(4 - 2 - 4)$$

$$D_2 = 225D_1 = 225(a^2 - 2a)^2 - 900(a^2 - a - 4)$$

$$325 = 13 \cdot 25$$

$$a^2(a^2 - 2a)^2 - 12(6 - a^5)$$

$$D_2 = 225D_1$$

$$a^2(a^2 - 2a)^2 - 12(6 - a^5) - 225(a^2 - 2a)^2 + 900(a^2 - a - 4) = 12(6 - a^5) - 900(a^2 - a - 4)$$

$$325 = 13 \cdot 25$$

$$3 + 4 = 13$$

$$d = x_2 - x_1$$

$$a_0 = x_1 - 5d = x_1 - 5x_2 + 5x_1 = 6x_1 - 5x_2$$

$$12(6 - a^5) - 900(a^2 - a - 4)$$

$$12(6 - a^5 - 75a^2 + 45a + 525)$$

$$3x^2 - 9x + 6 - 35$$

$$24 - 2 \cdot 9$$

$$4 - 2 - 4$$

$$x^2 - 3x + 6 - 35$$

$$a = 2$$

$$x^2 - 5 = 0$$

$$3x^2 + 6 - 32$$

$$3x^2 - 26 = 0$$

$$a = 6$$

$$x^2 - 24x + 23 = 0$$

$$1 \quad 23$$

$$a(a-2)(a-6)$$

$$a = 2 \text{ или } a = 6$$

$$a = 6$$

$$3x^2 - 144x$$

$$+ 6 - 65 = 0$$

$$x^2 + 4 - 9$$

$$x^2 - 5 = 0$$

$$6 - 25$$

$$216 - 2 \cdot 36$$

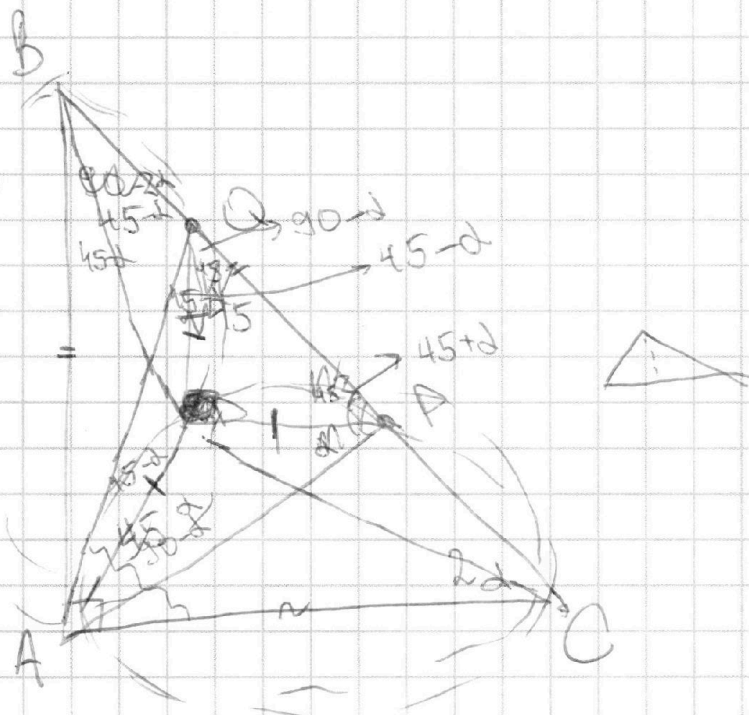


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{\sqrt{D_2}}{5} = \sqrt{D_1}$$
$$\sqrt{D_2} = 5\sqrt{D_1}$$
$$D_2 = 25 D_1$$