



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.
4. [4 балла] В теленгре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leq 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Теперь (№1 - прог?) $z^2 + zx + x^2 = 6(z+x) \Rightarrow$

$$z^2 + z(x-6) + (x^2 - 6x) = 0.$$

$$\Rightarrow D = (x-6)^2 - 4(x^2 - 6x) - \text{зависит от } x.$$

$$z = \frac{6-x \pm \sqrt{D}}{2}. \text{ Аналогично } y^2 + yx + x^2 = 6(y+x) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y^2 + y(x-6) + (x^2 - 6x) = 0$$

$$y = \frac{6-x \pm \sqrt{D}}{2}. \text{ Раз } y \text{ как случай, где } x \neq y \neq z, x \neq z$$

$$\text{то один есть } z \neq y, \text{ то } y \text{ одной переменной } + \sqrt{D}, \text{ а } y \text{ другой } - \sqrt{D}, \text{ т.е. } y+z = \frac{6-x+\sqrt{D}}{2} + \frac{6-x-\sqrt{D}}{2} =$$

$$= 6-x. \Rightarrow y+z+x=6. \Rightarrow A = -6 \cdot 6 + 36 \cdot 3 =$$

$= 36 \cdot 2 = 72$. — тот же ответ, что и в первом.
т.е. в любом случае (даже если 2-ой случай,
когда все различны невозможны) ответ 72.

Ответ: 72



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = z^2 - 6z, (1) \\ yz = x^2 - 6x, (2) \\ zx = y^2 - 6y, (3) \end{cases} \xrightarrow{N1} y = \frac{z^2 - 6z}{x} \leftarrow \text{можно делить, т.к. } x, y, z \neq 0$$

Подставим в (2):

$$\frac{z^2 - 6z}{x} z = x^2 - 6x \Rightarrow z^3 - 6z^2 = x^3 - 6x^2$$

$$\Rightarrow z^3 - 6z^2 = x^3 - 6x^2 \text{ т.к. наша}$$

система симметрична отн-но x, y и z , то

$$z^3 - 6z^2 = x^3 - 6x^2 = y^3 - 6y^2$$

$$z^3 - x^3 = 6(z^2 - x^2)$$

$$(z-x)(z^2 + zx + x^2) = 6(z-x)(z+x)$$

$$\begin{cases} z-x=0, (1a) \\ z^2 + zx + x^2 = 6(z+x), \text{ т.е. если } z-x \neq 0, \text{ то поделим на } (z-x) \end{cases}$$

$$1a) z=x \Rightarrow \text{в (1): } zy = z^2 - 6z \Rightarrow y = z - 6, (z \neq 0)$$

$$\Rightarrow \text{в (3): } z^2 = y(y-6) \Rightarrow z^2 = (z-6)(z-12)$$

$$z^2 = z^2 - 18z + 72$$

$$z = \frac{72}{18}$$

$$z=4 \Rightarrow y = z-6 = 4-6 = -2, x=4 \Rightarrow (x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = (-2)^2 + (-8)^2 = 8 + 64 = 72.$$

Аналогично, если у нас 2 из 3 переменных равны, то ответ - 72. Теперь пусть, если все переменные различны. $\Rightarrow$ из симметрии будет вып-ся:

$$\begin{cases} z^2 + zx + x^2 = 6(z+x), \leftarrow \text{Подставим } zx = y^2 - 6y \Rightarrow \\ y^2 + yx + y^2 = 6(y+x), \Rightarrow z^2 + x^2 + y^2 = 6(x+y+z). \text{ Тогда} \\ z^2 + yz + y^2 = 6(y+z); \end{cases}$$

$$\begin{aligned} A &= (x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = y^2 + z^2 + x^2 - 12(x+y+z) + 36 \cdot 3 = \\ &= y^2 + z^2 + x^2 - 12(x+y+z) + 36 \cdot 3 = 6(x+y+z) - 12(x+y+z) + 36 \cdot 3 = \\ &= -6(x+y+z) + 36 \cdot 3 = A \end{aligned}$$

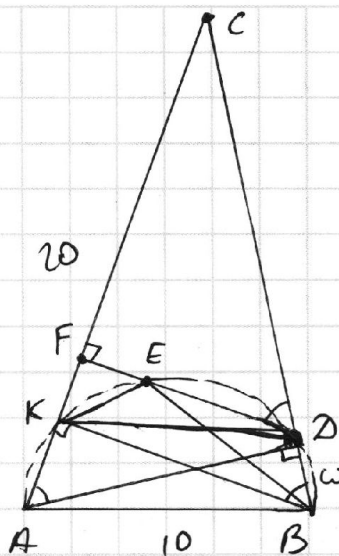


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



№3
FA-? $BE=9, AC=20, AB=10$.
т.к. AB - диаметр, то $\angle ADB = \angle AKB = 90^\circ$.
т.к. AD - высота, и KB - высота.
 $FD \perp AC$ и $KB \perp AC \Rightarrow FD \parallel KB$.
по теор. синусов для ω : $2R = \frac{EB}{\sin \angle EDB}$;
 AB -диам $= 2R = 10 \Rightarrow \sin \angle EDB = \sin \alpha =$
 $= \frac{EB}{2R} = \frac{9}{10} = 0,9$.

$\angle FDC = \angle KBC$, т.к. $FD \parallel KB$ это соотв. углы.
т.к. $AKDB$ - впис, то $\angle KAD = \angle KBD = \angle FDC$. Замет, что
 $\sin(\alpha) = \sin(180^\circ - \alpha)$, т.е. $\sin \angle FDC = \sin \angle FDB = 0,9$.
 $\angle CAD = \angle FDC$, то $\sin \angle CAD = \sin \alpha = 0,9 \Rightarrow \sin \angle CAD =$
 $= \frac{DC}{AC} \Rightarrow DC = \sin \alpha \cdot AC = 20 \cdot 0,9 = 18$. По теор. Пифагора
для $\triangle DAC$: $AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{20^2 - 18^2} = \sqrt{2 \cdot 38} = 2\sqrt{19}$.

$\frac{AF}{AD} = \cos \angle FAD = \sqrt{1 - \sin^2 \angle FAD} = \sqrt{1 - 0,9^2} = \sqrt{0,19} = \sqrt{0,19}$
т.к. $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$
 $\Rightarrow AF = AD \cdot \cos \angle FAD = 2\sqrt{19} \cdot \sqrt{0,19} = 2 \cdot \frac{19}{10} = 3,8$.

Ответ: ~~2,19~~ 3,8. Ответ: 3,8



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☒5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

14.

У нас было x каронок. Тогда.

Изначально вер-ть выиграть, выдрав 5, было:

$$\frac{C_{x-3}^2}{C_x^5} \quad \text{т.к. } \text{вер-ть это } = \frac{\text{кол-во благоприят. случаев}}{\text{кол-во всевозможн.}}$$

У нас 3 верных каронок из x . т.е. $\text{кол-во благоприят. случаев}$

это C_{x-3}^2 . т.к. $\text{эти 3 мы уже считаем}$ $\checkmark$ выбрали, остается

выбрать 2 каронок из $(x-3)$ оставшихся. это C_{x-3}^2 .

а всего способов выдрав C_x^5 . т.е. 5 кар. из x .

Далее. вер-ть ~~вы~~ выиграть во 2 случае =

$\frac{C_{x-3}^6}{C_x^9}$, т.к. аналогично рассуждаем. Кол-во благоприят. способов C_{x-3}^6 , т.е. 3 каронок с шариками мы выбрали, ост-ся выдрав $9-3=6$ каронок из $x-3$, ~~ост-ся~~ а всего $C_x^9 \Rightarrow$ вер-ть увеличилась в:

$$\frac{\frac{C_{x-3}^6}{C_x^9}}{\frac{C_{x-3}^2}{C_x^5}} = \frac{C_{x-3}^6 \cdot C_x^5}{C_x^9 \cdot C_{x-3}^2} = \frac{\frac{(x-3)!}{6!(x-9)!} \cdot \frac{x!}{5!(x-5)!}}{\frac{x!}{9!(x-9)!} \cdot \frac{(x-3)!}{2(x-5)!}} =$$

$$= \frac{9! \cdot 2}{6! \cdot 5!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 2}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{9 \cdot 2 \cdot 7}{5 \cdot 3} = \frac{21 \cdot 2}{5} = \frac{42}{5} =$$

$$= 8,4 \quad \text{т.е. в 8,4 раз увелич-ся вер-ть.}$$

Ответ: ~~8~~ 8,4



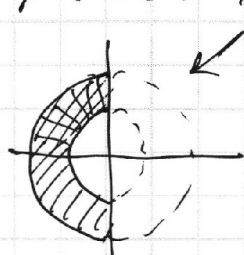
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

а найм. радиусе это ОК. т.е. будут подх.
все точки «далше» в окр-ти радиуса $OK = OK'$
при пот. $x \leq 0$. Найдем нач. в S част.



$$S_{\text{окр}} = \pi r^2 \Rightarrow S_{\text{закр.}} = \frac{\pi R^2 - \pi r^2}{2}$$

где $R^2 = OB^2 = (8\sqrt{3})^2 + 24^2 = 768$.

а $r^2 = OK^2 = 16^2 \Rightarrow S_{\text{закр.}} = \frac{\pi(768 - 16^2)}{2}$

Далше найдем $S_{\text{ост-ся}}$:

Рассчитаем S_2 двух прямоу.:

$$S_1 = 8\sqrt{3} \cdot (24 - 16) = 8\sqrt{3} \cdot 8 = 64\sqrt{3}$$

Далше у нас есть 2 части
окр-ти: S_0 Найдем их S_0 .

$$AB = 2 \cdot 8\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$$

$$R = \sqrt{768} \Rightarrow$$

по теор. синусов $\frac{AB}{\sin \alpha} = 2R \Rightarrow$
 $\sin \alpha = \frac{AB}{2R} = \frac{16\sqrt{3}}{\sqrt{768}} =$

$$= \frac{16\sqrt{3}}{2 \cdot 8\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \angle AOB = 2\alpha = 60^\circ \Rightarrow S_{AOB} =$$

$$= \pi R^2 \cdot \frac{60^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{6} \pi R^2 = \frac{\pi \cdot 768}{6}$$

окр-ти сектор. $S_{\Delta AOB} = \frac{1}{2} AB \cdot OK = \frac{1}{2} \cdot 16\sqrt{3} \cdot 24 = 12 \cdot 16\sqrt{3}$

$$\Rightarrow 2S_0 = S_{AOB} - S_{\Delta AOB} = \frac{768\pi}{6} - 12 \cdot 16\sqrt{3} \Rightarrow$$

$$S_{\text{обш}} = \frac{\pi(768 - 16^2)}{2} + 2 \cdot 64\sqrt{3} + \frac{768\pi}{6} - 12 \cdot 16\sqrt{3} =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$= \cancel{\frac{1}{2}} \frac{\pi(768-16^2)}{2} + 2 \cdot 64 \cdot \sqrt{3} + \frac{768\pi}{\cancel{36}} - 12 \cdot 16\sqrt{3} =$$

$$= \cancel{512} 256\pi + 128\sqrt{3} + 128\pi - 192\sqrt{3} =$$

$$= 384\pi - 64\sqrt{3}$$

$$\text{Ответ: } 384\pi - 64\sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

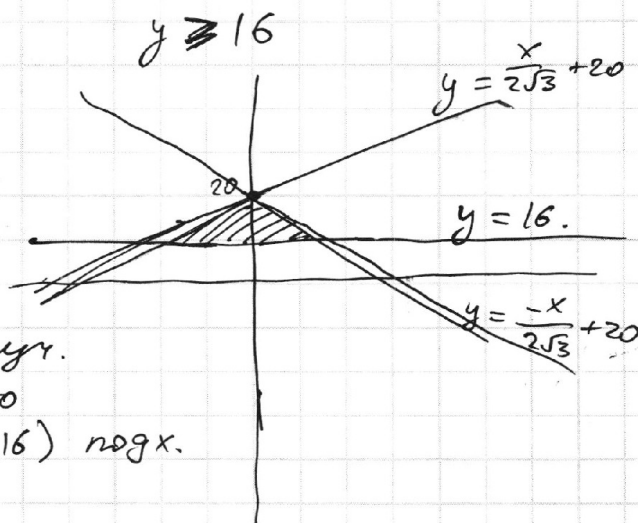
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{или)} \begin{cases} y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 0 \\ y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 0 \end{cases} \Rightarrow -\left(20y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right) - \left(y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right) \leq 8$$

$$-2y + 40 \leq 8.$$

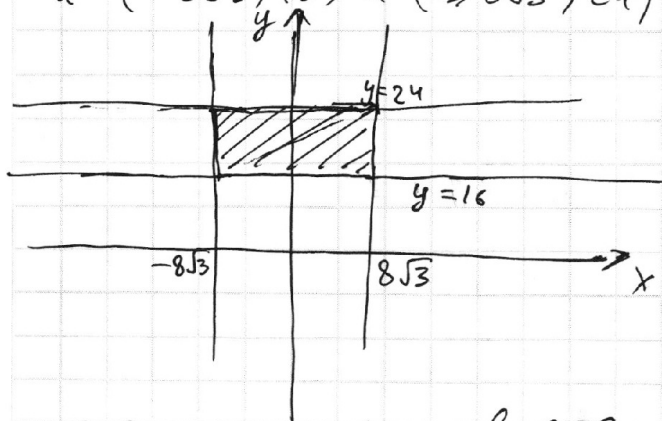
$$\text{т.е.} \begin{cases} y \leq -\frac{x}{2\sqrt{3}} + 20, \\ y \leq \frac{x}{2\sqrt{3}} + 20 \\ y \geq 16. \end{cases}$$



Замеч. Совместим полу-
графики. Заметим, что
точка ~~(16, 8\sqrt{3})~~ $(8\sqrt{3}; 16)$ подх.
т.е. $x_0 = 8\sqrt{3}$, $y = 16$:

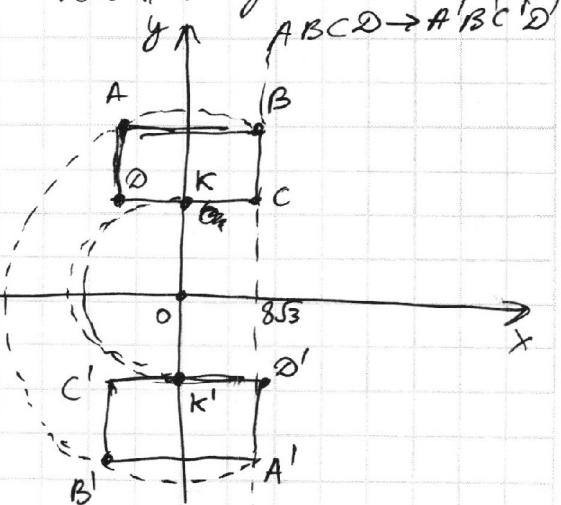
$$\left|16 - 20 + \frac{8\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}\right| + |16 - 20 - 4| = 8$$

аналогично подх. $(8\sqrt{3}; 24)$: $|24 - 20 + 4| + |24 - 20 - 4| = 8$
и $(-8\sqrt{3}; 16)$ и $(-8\sqrt{3}; 24)$. а значит наш график
это параллелограмм.



Заметим, что при повороте
полу- $B \rightarrow B'$, при этом у
нас будут подх. все точки на
рассет. $OB = OB' = OA = OA'$, кот.
 $x \leq 8\sqrt{3}$

Теперь при повороте
на π : у нас.





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6.

$$\left| y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \right| + \left| y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \right| \leq 8.$$

$$1a) \begin{cases} y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \geq 0 \\ y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow 2y - 40 \leq 8.$$

$$y \leq 24.$$

при $x=0$ Т.е.

$$\begin{cases} y \geq -\frac{1}{2\sqrt{3}}x + 20, \\ y \geq \frac{1}{2\sqrt{3}}x + 20, \\ y \leq 24 \end{cases}$$

$$y \leq 24$$

т.е. при $x=0 : y=20$

т.е. решением явл-ся заштрих. участок.

$$2a) \begin{cases} y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \geq 0 \\ y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 0 \end{cases} \Rightarrow y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} - \left(y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \right) \leq 8$$

$$\frac{x}{\sqrt{3}} \leq 8 \Rightarrow x \leq 8\sqrt{3}$$

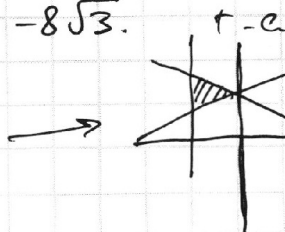
$$\text{т.е.} \begin{cases} y \geq -\frac{x}{2\sqrt{3}} + 20 \\ y \leq \frac{x}{2\sqrt{3}} + 20 \\ x \leq 8\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow$$

$$3a) \begin{cases} y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 0 \\ y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \geq 0 \end{cases}$$

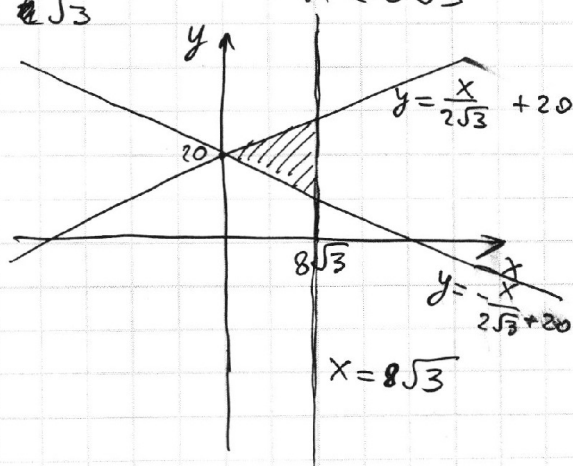
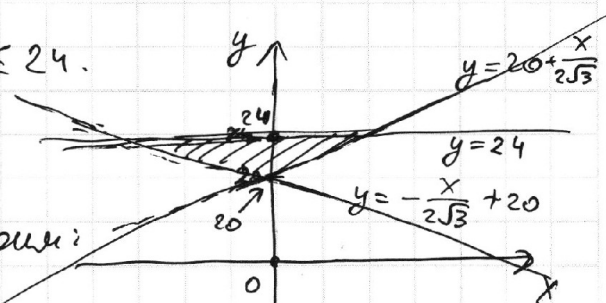
$$-\left(y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \right) + y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8.$$

$$-\frac{x}{\sqrt{3}} \leq 8 \Rightarrow x \geq -8\sqrt{3}.$$

$$\begin{cases} y \leq -\frac{x}{2\sqrt{3}} + 20 \\ y \geq \frac{x}{2\sqrt{3}} + 20 \\ x \geq -8\sqrt{3} \end{cases}$$



симметричен през.
градиенту отн-ко
оси ординат.





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 \\ yz = -6x + x^2 \\ zx = -6y + y^2 \end{cases}$$

$$z^2 - 6z = -xy = 0$$

$$D = 36 + 4xy$$

$$z = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 4xy}}{2} = 3 \pm \sqrt{9 + xy}$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2$$

$$\begin{aligned} & z^2 - 6z + z^2 = 36 \\ & z^2 - 6z + z^2 = 36 \\ & z^2 - 6z + z^2 = 36 \\ & z^2 - 6z + z^2 = 36 \\ & z^2 - 6z + z^2 = 36 \\ & z^2 - 6z + z^2 = 36 \end{aligned}$$

$$y = \frac{z^2 - 6z}{x}$$

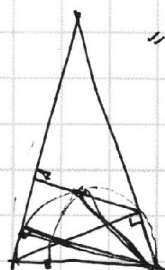
$$z^3 - 6z^2 = x^3 - 6x^2$$

$$\frac{z^3 - 6z^2}{x} = x^2 - 6x$$

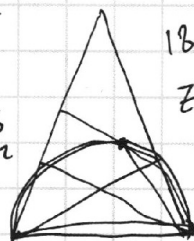
$$z^3 - 6z^2 = x^3 - 6x^2 = y^3 - 6y^2$$

$$z^2(z-6) = x^2(x-6) = y^2(y-6) = A$$

$$(z-6)^2 = \frac{A^2}{z^4}$$

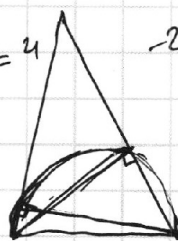


$$= z^2 - 18z + 72$$

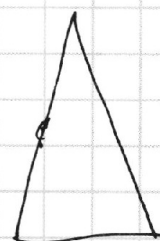


$$18z = 72$$

$$z = \frac{72}{18} = 4$$



$$-2$$



$$6(z+x) = z^2 + zx + x^2$$

$$6(z+y) = y^2 + yz + z^2$$

$$6(y+x) = y^2 + xy + x^2$$

$$3y^2 + 3x^2 = -6y - 6x$$

$$z^2 + z(x-6) + x^2 - 6x$$

$$y^2 + z^3 + x^2 - 6$$

$$D = (x-6)^2 - 4x(x-6) =$$

$$= (x-6)(x-6-4x) = (x-6)(-3x-6) =$$

$$= (6-x)(3x+6) = 3(x+2)(6-x)$$

$$x^2 - 12x + 36 - 4x^2 + 24x = -3x^2 + 12x + 36 = -3(x^2 - 4x - 12) =$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, z(z-6) \\ yz = -6x + x^2, = (x-3)^2 - 9 = \cancel{(x-3)(x+3)} x(x-6) \\ zx = -6y + y^2, y(y-6) \end{cases} \quad (x-3)^2 = yz + 9 \quad 0,76$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 1,8 \\ 1,8 \\ \hline 144 \\ 18 \\ \hline 3,24 \end{array}$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 12(x+y+z) + 36 \cdot 3$$

$$yz - 6x + 36, \quad xy + yz + zx - 6(x+y+z) + 36 \cdot 3$$

$$(x-6)^2 + 6x - 36 = yz$$

$$yz - 6x + 36$$

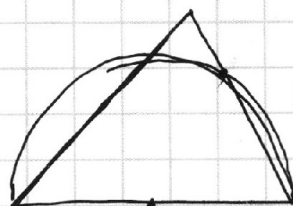
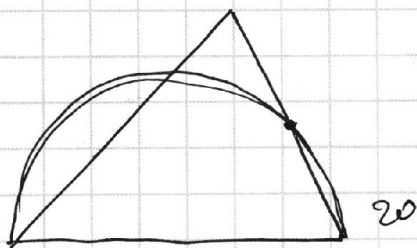
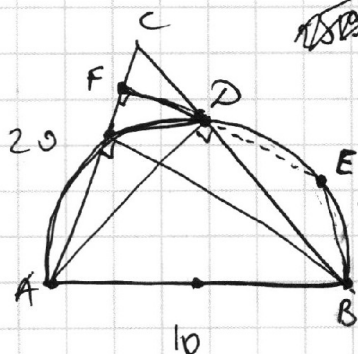
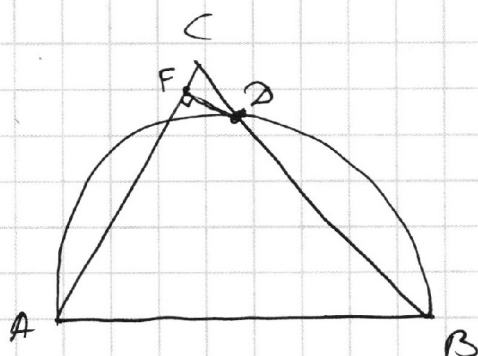
$$AF = \sqrt{2 \cdot 38 - 1,8^2 \cdot 19} = \sqrt{19(4 - 1,8^2)} =$$

$$\frac{FD}{2\sqrt{19}} = 0,9$$

$$FD = \frac{1,8\sqrt{19}}{2} =$$

$$\sqrt{19 \cdot 0,76} = \sqrt{19 \cdot 2 \cdot 0,38} = \frac{19 \cdot 2}{10} = 3,8$$

$$\cos \beta = \frac{CD}{AC} = \frac{18}{20} = 0,9$$



$$FD = 0,9 AD$$

$$\frac{CD}{20} = \frac{9}{10}$$

$$CD = 18$$

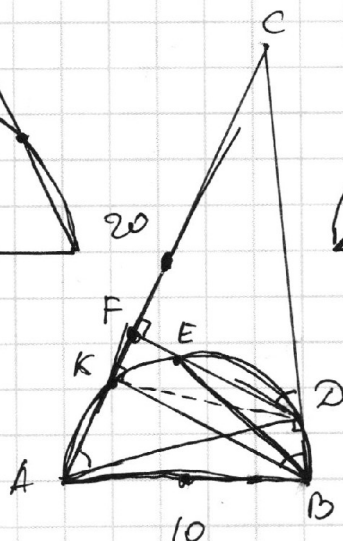
$$\frac{CD}{AC} = \frac{KD}{AB}$$

$$\frac{FC}{CD} = 0,9$$

$$KD = 2R \cdot \sin \alpha = 9$$

$$\frac{EB}{\sin \alpha} = 2R$$

$$\frac{9}{2 \cdot 10} = 0,9 = \sin \alpha$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

○ ○ ○ ○ ○

$x \geq 9$

7 9.

1

5 из 9

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

$$1 - \frac{C_6^3}{C_9^3} = 1 - \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{9 \cdot 8 \cdot 7} =$$

$$1 - \frac{5}{21} = \frac{16}{21}$$

$$1 - \frac{C_6^5}{C_9^5} =$$

$$\frac{C_{9-3}^2}{C_9^5} = \frac{C_6^2}{C_9^5} = \frac{6 \cdot 5}{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5} = \frac{1}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}$$

$$= \frac{8 \cdot 5 \cdot 4}{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 2} = \frac{5}{21 \cdot 2}$$

$$\frac{21 \cdot 2}{5}$$

1 2 3 ... X
 ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

3

9-3

$$\frac{C_{x-3}^2}{C_x^5}$$

$$\frac{C_{x-3}^6}{C_x^9}$$

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$\frac{\frac{C_{x-3}^6}{C_x^9}}{\frac{C_{x-3}^2}{C_x^5}} =$$

$$\frac{C_{x-3}^6 \cdot C_x^5}{C_x^9 \cdot C_{x-3}^2}$$

$$= \frac{\frac{(x-3)!}{6!(x-9)!} \cdot \frac{x!}{5!(x-5)!}}{\frac{x!}{9!(x-9)!} \cdot \frac{(x-3)!}{2 \cdot (x-5)!}} =$$

$$= \frac{9! \cdot 2}{6! \cdot 5!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 2}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{9 \cdot 2 \cdot 7}{5 \cdot 3} = \frac{21 \cdot 2}{5}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 16 \\ 12 \\ 32 \\ 16 \\ 192 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6(z+x) = z^2 + zx + x^2$$

$$6(z+y) = y^2 + yz + z^2$$

$$6(y+x) = y^2 + xy + x^2$$

$$x^2 - 12x + 36 + \dots$$

$$6(z+x) = z^2 + y^2 + x^2 - 6y$$

$$6z + 6x + 6y = z^2 + y^2 + x^2$$

$$6(x+y+z) = z^2 + y^2 + z^2$$

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$$

$$6 \text{ и } 7.$$

$$5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0.$$

$$5 \text{ и } 8.$$

$$\frac{b_6 + b_7}{2} =$$

$$b_0 * b_1 = b_0 + d$$

$$b_6 = b_0 + 6d$$

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{x_3 + x_4}{2}$$

$$\frac{b_0 + d + b_0 + 3d}{2} = b_0 + 2d$$

$$b_5$$

$$b_5 + d$$

$$b_5 + 2d$$

$$b_5 + 3d$$

$$xy = z^2 - 6z$$

$$z^2 + z(x-6) + x^2 - 6x = 0$$

$$z^2 + z(y-6) + y^2 - 6y = 0$$

$$D = (x-6)^2 - 4x(x-6) =$$

$$= (x-6)(x-6-4x) = (6-x)(3x+6) =$$

$$= 3(6-x)(x+2)$$

$$z = \frac{6-x \pm \sqrt{D}}{2}$$

$$y = \frac{6-x \pm \sqrt{D}}{2}$$

$$-\frac{x}{2} + 3 - \frac{x}{2} + x = 6$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

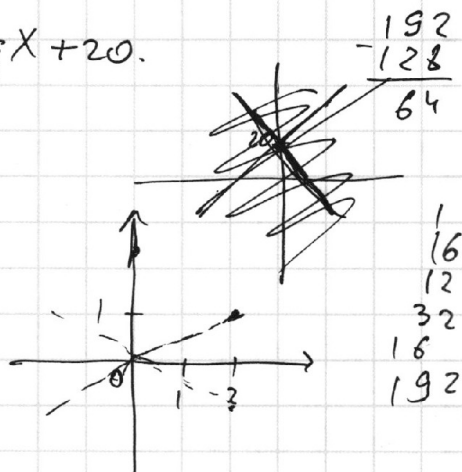
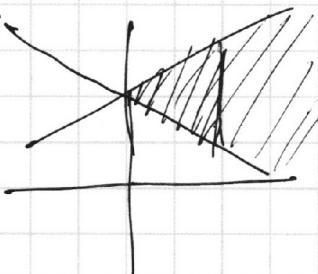
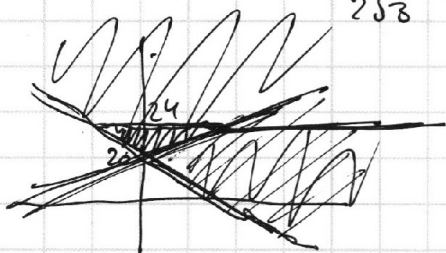
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left| y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \right| + \left| y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \right| \leq 8.$$

$$1a) y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \geq 0 \Rightarrow y \geq 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} = -\frac{1}{2\sqrt{3}}x + 20.$$

$$y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \geq 0 \Rightarrow y \geq \frac{1}{2\sqrt{3}}x + 20.$$



$$2y - 40 \leq 8.$$

$$y \leq 24.$$

$$2a) y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \geq 0.$$

$$y \geq 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}$$

$$y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 0.$$

$$y \leq \frac{x}{2\sqrt{3}} + 20.$$

$$-2y + 40 \leq 8$$

$$2y - 40 \geq -8$$

$$y \geq 16.$$

$$2y \geq 32.$$

$$y = \frac{1}{2}x$$

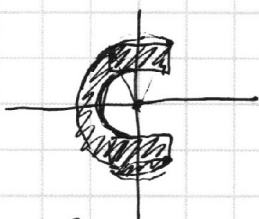
$$y = -\frac{1}{2}x$$

$$\frac{\pi r^2 \cdot 60}{360} = \frac{\pi r^2 \cdot 1}{6} - \frac{1}{2} \cdot 16\sqrt{3} \cdot 24$$

$$\frac{x}{2\sqrt{3}} + \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8.$$

$$\frac{x}{\sqrt{3}} \leq 8.$$

$$x \leq 8\sqrt{3}$$



$$\begin{array}{r} 3 \\ 16 \\ 16 \\ 96 \\ 16 \\ 256 \end{array}$$

$$\pi r^2$$

$$\begin{cases} y \geq 24 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 768 \\ 256 \\ 512 \end{array}$$

$$r^2 = 24^2 + (8\sqrt{3})^2 = 24^2 + 3 \cdot 64 =$$

$$2$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ 24 \\ 96 \\ 48 \\ 576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 576 \\ 192 \\ 768 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 768 \\ 192 \\ 48 \\ 12 \\ 3 \end{array}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{16\sqrt{3}}{2} \cdot 16\sqrt{3} = \frac{1}{2} \cdot 16\sqrt{3} \cdot 24$$

$$\sin \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 90^\circ$$

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!